Metrologi Manufaktur

*Pengukuran geometri dan
analisis ketidakpastian*

Dr. Wahyudin P. Syam

Versi 1.0

Kata pengantar

Bismillaahirrahmaanirrahiim,

Atas berkat rahmat Allah SWT, buku ini dapat terselesaikan. Salawat serta salam tercurahkan kepada Rasulullah SAW.

Semoga buku ini bermanfaat dan bisa menjadi kontribusi untuk keilmuan bidang metrologi bagi para pembaca.

Industri manufaktur adalah salah satu penyokong utama negara-negara maju di dunia karena pada esensinya industri manufaktur memberikan nilai tambah suatu material sehingga material tersebut memiliki nilai ekonomi yang lebih tinggi daripada sebelum material tersebut diproses. Metrologi, sebagai ilmu pengukuran, merupakan salah satu faktor utama yang menentukan suatu industri manufaktur untuk tetap beroperasi dan berkembang. Hal ini disebabkan karena dengan adanya metrologi (pengukuran), maka suatu proses dan produk dari suatu industri manufaktur dapat diukur dan ditingkatkan, sehingga proses tersebut dapat lebih efisien dan produk tersebut dapat dijaga kualitasnya dan dapat berfungsi sesuai dengan yang diinginkan.

Latar belakang penulisan buku ini adalah sebagai berikut. Metrologi atau pengukuran pada industri-industri manufaktur banyak dipandang hanya sebagai *cost center* karena tidak menghasilkan suatu produk, sehingga investasi (misalnya investasi untuk pembelian instrumen metrologi dengan tingkat presisi yang tinggi dan investasi untuk proses kalibrasi) untuk metrologi di industri-industri tersebut tidak dipandang serius. Latar belakang berikutnya adalah dengan mengimplementasikan metrologi dengan tepat dan baik, maka suatu industri manufaktur dapat meningkatkan keuntungan ekonominya, misalnya turunnya biaya produksi dengan peningkatan efisiensi suatu proses produksi, turunnya jumlah produk yang cacat dan meningkatnya kualitas produk yang menyebabkan suatu produk dapat bersaing di pasar komersial. Terakhir, latar belakang buku ini adalah untuk promosi metrologi di Indonesia. Metrologi adalah suatu bidang keilmuan yang sangat luas, bukan hanya mengenai pengukuran, tetapi juga mengenai disain instrument, mekatronika, algoritma dan lain sebagainya. Dengan luasnya ilmu metrologi, maka banyak inter-disiplin keilmuan yang dibutuhkan sehingga banyak hal-hal menarik yang bisa dilakukan untuk metrologi.

Pentingnya buku ini dapat dilihat dari berbagai macam aspek. Buku ini dapat digunakan sebagai sumber materi-materi yang berhubungan dengan metrologi, terutama untuk pengukuran geometri (*form*). Metrologi secara umum dari mulai prinsip-prinsip dasar sampai tingkat lanjut dibahas dalam buku ini. Referensi-referensi utama dalam bidang metrologi juga disediakan dalam buku ini, sehingga apabila pembaca ingin mengetahui lebih lanjut tentang suatu bahasan, maka pembaca dapat merujuk pada referensi-referensi tersebut, sehingga buku ini dapat digunakan sebagai portal untuk masuk ke bidang-bidang keilmuan metrologi lainnya. Bab-bab dalam buku ini ditulis sedemikian rupa sehingga bab-bab tersebut juga bisa dibaca secara independen. Pembaca bisa langsung membaca bab-bab yang dirasa penting untuk pembaca tersebut. Buku ini juga menyajikan berbagai informasi praktis yang langsung dapat diaplikasikan pada suatu industri manufaktur, khususnya departemen inspeksi kualitas. Dan terakhir, buku ini membahas ketidakpastian (*uncertainty*) yang merupakan salah satu topik penting dari metrologi dan sebagai landasan suatu proses pengukuran. Pembahasan ketidakpastian dibahas dengan detail dalam buku ini. Materi ketidakpastian dalam metrologi tidak banyak ditemukan di buku-buku lainnya.

Buku ini diperuntukan untuk berbagai macam kalangan, yaitu mahasiswa sarjana tingkat tiga atau empat yang sudah pernah mengambil mata kuliah statistik, mahasiswa pasca-sarjana, praktisi industri manufaktur terutama orang yang bekerja di departemen inspeksi kualitas, dan kalangan umum yang mempunyai latar belakang keteknikan yang ingin mempelajari konsep-konsep penting metrologi. Hal yang menyebabkan buku ini bisa untuk berbagai kalangan adalah karena banyak konsep-konsep keilmuan metrologi juga dipakai untuk keilmuan lainnya, seperti konsep ketidakpastian, algoritma dan disain presisi.

Bidang metrologi memiliki lingkup keilmuan yang sangat luas, sehingga banyak topik-topik menarik yang bisa diteliti. Bidang metrologi tidak hanya selalu tentang kontrol kualitas. Topik-topik riset menarik (selain kontrol kualitas, pengukuran, kalibrasi dan keterlacakan) yang bisa didalami untuk kemajuan metrologi adalah misalnya topik riset mengenai disain inovatif komponen dengan tingkat presisi yang tinggi, pengembangan berbagai macam algoritma dan berbagai macam jenis pemrograman (misalnya, komputasi paralel), riset eksperimental untuk meningkatkan performansi suatu instrument pengukuran, riset teoritikal mengenai model matematik berbagai macam proses pengukuran dan mektronika.

Bab-bab pada buku ini disusun sedemikian rupa sehingga bisa dibaca secara berurutan atau terpisah tergantung topik mana yang pembaca ingin pahami. Penjelasan singkat mengenai bab-bab dan interrelasi bab-bab tersebut dalam buku ini adalah sebagai berikut:

- Bab 1: Introduksi untuk metrologi manufaktur.
Bab 1 merupakan pengantar untuk bab-bab berikutnya yang mempresentasikan tujuan metrologi sebagai ilmu pengukuran. Selain itu, sejarah penting tentang asal mula metrologi, mulai dari zaman mesir kuno sampai zaman modern sekarang, juga dipresentasikan. Organisasi-organisasi internasional yang mengatur penerapan metrologi pada industri juga dibahas. Dan terakhir, tiga konsep dasar metrologi, yaitu keterlacakan (*traceability*), kalibrasi (*calibration*) dan ketidakpastian (*uncertainty*) dijelaskan dengan detil berikut contoh penerapan praktisnya di industri-industri. Bab 1 disarankan untuk dibaca oleh semua kalangan pembaca sebelum melanjutkan bacaan pada bab-bab selanjutnya atau lainnya.
- Bab 2: Data, analisis statistik dan komputasi numerik.
Bab ini berisi mengenai berbagai macam istilah-istilah dalam metrologi, seperti akurasi dan presisi. Istilah-istilah tersebut akan sangat banyak ditemui dalam bab-bab selanjutnya. Kemudian, bab ini mengulas kembali secara singkat mengenai dasar-dasar statistik, terutama mengenai distribusi statistik, regresi linier, analisis varian (ANOVA) dan tes GR&R. Selain itu, aspek-aspek penting dalam komputasi numerik dibahas. Dalam metrologi, konsep-konsep statistik sangat penting karena banyak kesimpulan-kesimpulan hasil pengukuran dianalisis dengan metode statistik, misalnya analisis ketidakpastian (Bab 9). Sedangkan komputasi numerik sangat berperan penting dalam proses kalkulasi, misalnya hasil perhitungan suatu diameter dari *point cloud*. Komputasi numerik akan diahas detil dalam bab 7. Bagi pembaca yang sudah ahli di bidang statistik dan komputasi numerik, pembaca tersebut dapat melewati bab ini.
- Bab 3: Toleransi dimensional dan geometri.
Esensi dari metrologi adalah verifikasi dimensi dan geometri, yaitu proses untuk mengecek apakah dimensi dan geometri dari suatu produk yang dimanufaktur masih dalam batas toleransi dimensional dan geometri yang diberikan pada dimensi nominal produk tersebut. Bab ini membahas mengenai toleransi dimensional dan geometri tersebut. Bab ini menjelaskan kekurangan dari toleransi dimensional dan bagaimana cara menginterpretasikan arti dari toleransi geometri (GD&T). Hal yang sangat penting dibahas dalam bab ini adalah analisis akumulasi toleransi (*tolerance stack-up analysis*) yang bertujuan untuk mengecek disain suatu produk apakah akan berfungsi seperti yang diinginkan atau tidak sebelum produk tersebut dimanufaktur. Bab ini ditutup dengan bagaimana cara memverifikasi (mengukur) toleransi dimensional dan geometri (GD&T). Untuk verifikasi toleransi geometri, mesin pengukur koordinat (CMM) sangat dibutuhkan, sehingga bab ini sangat terkait dengan Bab 5 yang membahas tentang CMM.
- Bab 4: Pengukuran dimensi dan geometri.
Bab ini merupakan salah satu inti dari buku ini. Bab ini dimulai dengan penjelasan mengenai arti dari pengukuran dimensi dan pengukuran geometri. Kemudian, berbagai macam kesalahan dasar dalam disain dan pengukuran, seperti *Abbe error* dijelaskan dengan detil. Berbagai macam jenis-jenis alat pengukuran dipresentasikan mulai dari alat pengukuran dasar yaitu *end standard* dan *line standard*, jangka sorong (*caliper*), mikrometer, laser interferometer, komparator dan mesin pengukur koordinat (CMM). Contoh riil analisis GR&R dipresentasikan berlandaskan pada teori GR&R yang dijelaskan pada Bab 2. Bab ini ditutup dengan penjelasan singkat mengenai aspek-aspek yang harus diperhatikan untuk metrologi pada skala mikro dan nano.

- Bab 5: *Coordinate measuring machine* / mesin pengukur koordinat (CMM). Bab ini menjelaskan secara detail instrumen pengukuran CMM yang merupakan solusi dari verifikasi toleransi geometri GD&T (dan juga toleransi dimensional) yang telah dijelaskan pada Bab 3. Bab ini membahas CMM dengan metode kontak (*tactile* CMM) dan multi-sensor CMM. Penjelasan lebih detail akan difokuskan pada *tactile* CMM karena CMM jenis ini merupakan CMM yang paling umum digunakan di industri-industri. Penjelasan detail mengenai *tactile* CMM meliputi: jenis-jenis, prinsip kerja, cara pengoperasian sampai dengan metode *alignment*.
- Bab 6: *Non-contact* CMM. Bab fokus pada jenis CMM dengan metode non-kontak yang berbasis optik (*optical*-CMM). *Optical* CMM yang akan dibahas adalah *laser scanner*, *photogrammetry* dan *fringe projection*. Untuk pengukuran pada skala mikro, *optical* CMM yang akan dibahas adalah *focus variation microscopy* dan *point auto-focus*. Selain itu, tomografi berbasis sinar-X juga dibahas. Tomografi berbasis sinar-X merupakan instrumen yang digunakan untuk pengukuran dimensiona dan geometri yang mempunyai kemampuan yang tidak dimiliki oleh CMM lainnya, yaitu instrumen jenis ini bisa mengukur dimensi dan geometri internal dari sebuah produk tanpa harus merusak produk tersebut. Awalnya, instrumen ini digunakan pada bidang kesehatan, kemudian instrumen ini mulai digunakan untuk mengukur dimensi dan geometri sebuah produk. Penggunaan instrumen jenis ini untuk pengukuran masih terbilang baru, sehingga masalah-masalah yang terdapat pada instrumen ini dan solusinya untuk mengukur dimensi dan geometri dipresentasikan dalam bab ini.
- Bab 7: Algoritma. Bab ini sangat berhubungan dengan ilmu komputer dan pemrograman karena bab ini menjelaskan mengenai berbagai jenis algoritma yang digunakan untuk metrologi, seperti rekonstruksi 3D dari *point cloud* dan algoritma pengukuran otomatis. Salah satu topik bahasan yang penting dalam bab ini adalah mengenai optimisasi numerik yang merupakan pemrosesan data hasil pengukuran untuk mendapatkan suatu hasil pengukuran, misalnya diameter sebuah silinder dan *flatness* dari sebuah bidang yang diukur. Bab ini sangat berhubungan dengan Bab 3, Bab 4, Bab 5, Bab 6 dan Bab 8.
- Bab 8: Kompensasi *error*. Pada kenyataannya, semua instrumen pengukuran mempunyai limitasi pada seberapa bagus tingkat akurasi geometri komponen-komponen yang membangunnya. Maka dari itu, untuk dapat meningkatkan akurasi sebuah instrumen pengukuran melebihi batas akurasi geometri komponen-komponennya, kompensasi *error* dapat diterapkan. Bab ini membahas prinsip dasar mengenai kompensasi *error* sebuah instrumen pengukuran, terutama pada CMM.
- Bab 9: Ketidakpastian. Bab ini merupakan salah satu inti pembahasan pada buku ini. Semua pembaca buku ini diharapkan untuk membaca bab ini. Bab ini membahas secara detail salah satu konsep fundamental dari metrologi, yaitu ketidakpastian. Sumber-sumber ketidakpastian dari hasil suatu pengukuran dijelaskan secara umum dan berlaku untuk semua jenis instrumen pengukuran, baik pengukuran dimensi dan geometri. Pentingnya estimasi nilai ketidakpastian juga dijelaskan dengan menggunakan contoh-contoh riil di industri. Berbagai macam metode untuk mengestimasi nilai ketidakpastian dari suatu pengukuran dipresentasikan dengan detail dalam bab ini. Metode-metode estimasi ketidakpastian tersebut adalah metode GUM, metode tabel, metode Monte-Carlo dan metode ISO 15530. Metode ISO 15530 memfokuskan untuk instrumen pengukuran dengan CMM baik *tactile* maupun *optical* CMM.
- Bab 10: Keuntungan ekonomi dari metrologi manufaktur. Bab ini mungkin salah satu bab yang sangat penting untuk kalangan praktisi industri manufaktur. Karena, bab ini menjelaskan bagaimana metrologi manufaktur dapat memberikan manfaat ekonomi yang sangat signifikan pada industri-industri manufaktur maupun industri-industri lainnya. Bab ini menjelaskan berbagai macam contoh kasus bagaimana metrologi manufaktur bisa memberikan manfaat langsung secara ekonomi kepada industri-industri tersebut, seperti cara memilih CMM yang tepat, cara meningkatkan efisiensi inspeksi kualitas dan cara meningkatkan efisiensi interoperabilitas antar-CMM.

Kesepuluh bab di atas membahas prinsip-prinsip utama dalam metrologi dan mengkhususkan pada pengukuran geometri. Topik pengukuran tekstur permukaan tidak dibahas dalam buku ini.

Dalam proses penulisan buku ini, penulis didukung oleh orang-orang yang dengan ikhlas memberi semangat dan memberi saran-saran dan kritik yang membangun untuk buku ini. Pertama-tama, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada orang tua yang terus mendukung penulis dan mendoakan penulis. Kemudian, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada istri penulis, Nadia Afif, yang terus memberikan semangat agar buku ini terselesaikan. Teman-teman penulis yang memberikan masukan teknis dan juga membantu mengecek penulisan setiap babnya merupakan kontribusi yang sangat besar untuk terselesaikannya buku ini.

Penulis sangat sadar bahwa masih banyak kekurangan-kekurangan pada buku ini seperti kesalahan-kesalahan pengetikan, dan kurang jelasnya dan kurang detilnya penjelasan mengenai topik-topik tertentu. Maka dari itu, penulis ingin menyampaikan permohonan maaf yang sebesar-besarnya atas kekurangan-kekurangan tersebut. Penulis terus melakukan perbaikan-perbaikan dan revisi-revisi untuk edisi berikutnya buku ini, sehingga buku ini bisa semakin baik memenuhi kebutuhan para pembaca. Seluruh ilustrasi 3D dalam buku ini dibuat menggunakan perangkat lunak CATIA V5 R21 dari Dassault Systemes.

Untuk terus meningkatkan kualitas buku ini pada edisi berikutnya, penulis sangat mengharapkan saran, kritik dan diskusi yang membangun dari para pembaca buku ini. Maka dari itu, penulis membuka seluas-luasnya pintu diskusi apabila para pembaca ingin menyampaikan ide-ide mereka. Para pembaca dapat mengirimkan saran, kritik dan diskusi mereka ke email pribadi penulis: gebe_top@yahoo.com.

Penulis,

Wahyudin P. Syam

Nottingham, UK.

24 Desember 2017

Daftar isi

BAB 1: Introduksi untuk metrologi manufaktur	1
1.1 Pentingnya pengukuran dimensi dan geometri	1
1.2 Sejarah pengukuran	3
1.3 Definisi “Meter”	10
1.4 Temperatur standar 20 °C	14
1.5 Keterlacakan (<i>traceability</i>), kalibrasi (<i>calibration</i>) dan ketidakpastian (<i>uncertainty</i>)	15
1.6 Standardisasi internasional	19
 BAB 2: Data, analisis statistik dan komputasi numerik	 23
2.1 Data	23
2.2 Analisis statistik	27
2.2.1 Variabel acak dan distribusi statistik	27
2.2.2 Berbagai macam distribusi probabilitas dan <i>central limit theorem</i>	32
2.2.3 Deviasi standar (<i>standard deviation</i>) dari data dan deviasi standar dari rata-rata (<i>standard deviation of the mean</i>)	47
2.2.4 Analisis regresi	49
2.2.5 Analisis varian (<i>analysis of variance</i> /ANOVA)	56
2.2.6 <i>Gauge repeatability dan reproducibility</i> (GR&R)	60
2.3 Komputasi numerik	65
2.3.1 <i>Overflow</i> dan <i>underflow</i> data	66
2.3.2 <i>Error</i> pembulatan (<i>rounding error</i>)	66
2.3.3 <i>Poor conditioning</i>	67
2.3.4 Kebocoran memori komputer (<i>memory leak</i>)	68
2.3.5 Kecepatan pemrosesan data (<i>processing speed</i>)	68
2.3.6 Optimisasi numerik	69
 BAB 3: Toleransi dimensional dan geometri	 71
3.1 Introduksi toleransi	71
3.1.1 Sumber-sumber variasi	73
3.1.2 Kapabilitas proses (<i>process capability</i> C_p dan C_{pk})	74
3.1.3 Tipe-tipe toleransi	75
3.2 Toleransi dimensional “Plus/minus”	76
3.3 Toleransi geometri (<i>Geometric dimensioning and tolerancing</i> /GD&T)	77
3.3.1 Toleransi bentuk (<i>form</i>)	82
3.3.2 Toleransi orientasi (<i>orientation</i>)	83
3.3.3 Toleransi lokasi (<i>location</i>)	85
3.3.4 Toleransi <i>run-out</i>	85
3.3.5 Kondisi material (<i>material condition</i>) dan bonus toleransi	87
3.4 Alokasi dan Analisis toleransi	91
3.4.1 Analisis akumulasi toleransi (<i>tolerance stack-up analysis</i>)	91
3.4.2 Analisis toleransi: berbasis <i>worst-case</i> and berbasis statistik	92

3.4.3 Analisis toleransi dimensional	93
3.4.5 Analisis toleransi geometri	102
3.4.6 Matriks <i>homogenous</i> dan matriks roto-translasi	106
3.4.7 Transformasi matriks	108
3.4.8 Analisis 3D toleransi geometri	109
3.4.9 Keuntungan apabila model toleransi <i>stack-up</i> diketahui	123
3.5 Verifikasi toleransi	123
3.5.1 Verifikasi toleransi dimensional	123
3.5.2 Verifikasi toleransi geometri (GD&T)	124
BAB 4: Pengukuran dimensi (<i>dimensional</i>) dan geometri (<i>form</i>)	127
4.1 Prinsip dasar pengukuran	127
4.2 Tipe pengukuran: dimensi dan geometri	128
4.3 Pengukuran koordinat (<i>coordinate measurement</i>)	129
4.4 Jenis-jenis kesalahan umum dalam pengukuran (<i>error</i>)	129
4.4.1 <i>Error</i> Abbe (<i>The first principle</i>)	130
4.4.2 <i>Error</i> sine dan <i>error</i> cosine	131
4.4.3 <i>Error</i> referensi dan datum	132
4.4.4 <i>Error</i> nol (<i>Zeroing error</i>)	132
4.4.5 Efek <i>missalignment</i>	132
4.4.6 Efek kekasaran permukaan (<i>roughness effect</i>)	132
4.4.7 Efek debu	133
4.4.8 <i>Error</i> struktur instrumen pengukuran	134
4.4.9 <i>Error</i> pengontrolan instrumen pengukuran	139
4.4.10 <i>Error</i> non-teknis	140
4.5 Jenis-jenis alat ukur dimensi dan geometri	140
4.5.1 Standar <i>End</i> dan standar <i>line</i>	140
4.5.2 Standar 2D	144
4.5.3 Alat bantu pengukuran dimensi	145
4.5.4 Jangka sorong (<i>vernier caliper</i>)	148
4.5.5 Mikrometer	149
4.5.6 Perbedaan fundamental antara jangka sorong (<i>vernier caliper</i>) dan mikrometer	149
4.5.7 Komparator	150
4.5.8 <i>Laser interferometer</i>	155
4.5.9 Mesin pengukur coordinate (<i>coordinate measuring machine /CMM</i>)	163
4.6 Analisis sistem pengukuran (<i>Gauge R&R</i>)	166
4.7 Aspek-aspek penting dalam pengukuran pada skala mikro/nano	171
BAB 5: <i>Coordinate measuring machine</i> (CMM)	175
5.1 Introduksi tentang CMM	175
5.1.1 Jenis-jenis CMM	176
5.1.2 Pertimbangan untuk aplikasi	178
5.1.3 Aplikasi umum	185
5.2 <i>Cartesian tactile</i> CMM	187
5.3 Pengoperasian CMM	191
5.4 Sistem <i>probing</i> CMM	198
5.5 <i>Alignment</i> pengukuran CMM	211
5.6 Strategi <i>sampling</i>	215
5.7 <i>Non-Cartesian tactile</i> dan <i>non-contact</i> CMM	219

5.8	<i>Multi-sensor CMM</i>	223
5.9	Sumber error (<i>error sources</i>)	224
5.9.1	Efek temperatur	227
5.9.2	Kontrol lingkungan	229
5.10	Kalibrasi CMM	230
5.11	Verifikasi performansi CMM	232
5.12	Estimasi ketidakpastian CMM	235
BAB 6:	<i>Non-contact CMM</i>	237
6.1	<i>Optical CMM</i>	237
6.1.1	<i>Laser triangulation/laser scanner</i>	237
6.1.2	<i>Photogrammetry</i>	241
6.1.3	<i>Fringe projection (structure light scanner)</i>	249
6.2	<i>Optical CMM untuk pengukuran skala mikro</i>	254
6.2.1	<i>Focus variation microscopy (FVM)</i>	254
6.2.2	<i>Point auto-focus (PAI)</i>	258
6.3	Tomografi berbasis <i>sinar-X (X-ray computed tomography)</i>	261
6.3.1	Sejarah	262
6.3.2	Prinsip kerja	263
6.3.3	Aplikasi	266
6.3.4	Karakteristik	267
6.4	Dua keterbatasan fundamental dari sistem optik	268
6.5	Verifikasi performansi CMM non-kontak	270
6.6	Estimasi ketidakpastian CMM non-kontak	273
BAB 7:	Algoritma	275
7.1	<i>Fitting geometri dasar</i>	275
7.1.1	<i>Fitting berbasis jarak total maksimum</i>	276
7.1.2	<i>Fitting berbasis least-square</i>	277
7.1.3	<i>Fitting berbasis minimum-zone</i>	278
7.1.4	<i>Fitting minimum-circumscribed</i>	280
7.1.5	<i>Fitting maximum-inscribed</i>	280
7.1.6	<i>Fitting geometri linier berbasis least-square: garis dan bidang datar</i>	280
7.1.7	<i>Fitting geometri non-linier berbasis least-square: lingkaran, bola dan silinder</i>	282
7.2	<i>Filtering data</i>	286
7.2.1	<i>Filtering berbasis konvolusi</i>	287
7.2.2	<i>Filtering berbasis morfologi</i>	289
7.3	Masalah estimasi solusi awal untuk <i>fitting</i> non-linier	291
7.3.1	Estimasi solusi awal	291
7.3.2	Optimasi solusi awal berbasis algoritma <i>chaos</i>	292
7.3.3	Peningkatan performansi <i>fitting</i> dengan algoritma <i>chaos</i>	294
7.4	Algoritma untuk aplikasi pengukuran	295
7.4.1	Algoritma pengukuran sudut <i>rake (cutting tool)</i> secara otomatis	296
7.4.2	Algoritma untuk menentukan sebuah <i>error perpendicularity</i>	298

BAB 8: Kompensasi <i>error</i>	303
8.1. Kenapa kompensasi?	303
8.2 Jenis-jenis kompensasi <i>error</i>	304
8.2.1 Kompensasi berbasis perangkat keras dan lunak	304
8.2.1 Kompensasi berbasis <i>non-real-time</i> dan <i>real-time</i>	306
8.3 Tahapan kompensasi <i>error</i>	307
8.3.1 Pembuatan model matematis dari <i>error</i> : Analitik atau empiris	307
8.3.2 Perangkat lunak dan peralatan untuk kompensasi	309
8.3.3 Kalibrasi instrumen	310
8.4 Model matematis dari <i>error</i> instrumen pengukuran CMM	312
8.5 Dasar-dasar metode <i>rehearsal</i> untuk pemisahan <i>error</i> dan <i>self-calibration</i>	316
 BAB 9: Ketidakpastian (<i>uncertainty</i>)	 319
9.1 Ekspresi hasil pengukuran yang ideal	319
9.2 Model pengukuran	320
9.3 Sumber-sumber ketidakpastian (<i>uncertainty</i>)	321
9.4 Tujuan estimasi ketidakpastian	323
9.5 Contoh kasus	328
9.6 Metode estimasi ketidakpastian	330
9.7 Metode GUM	331
9.8 Metode Tabel (<i>spreadsheet</i>)	337
9.9 Metode simulasi Monte-Carlo	343
9.10 Metode ISO 15530	350
9.10.1 Metode ISO/DTS 15530-2	352
9.10.2 Metode ISO 15530-3	355
9.10.3 Metode ISO 15530-4	357
9.11 Metode berbasis standar yang lain	360
9.12 Contoh kasus: estimasi ketidakpastian hasil pengukuran <i>laser interferometer</i>	361
 BAB 10: Keuntungan ekonomi dari metrologi manufaktur	 363
10.1 Integrasi pengukuran dan CMM	363
10.2 Pemilihan CMM dan evaluasi keuangan	365
10.3 Keuntungan ekonomi	367
10.3.1 Berbandingan biaya inspeksi per komponen	367
10.3.2 Nilai balik investasi untuk CMM otomatis dan biaya kontrol proses	369
10.3.3 Evaluasi dampak ekonomi dari metrologi dalam manufaktur	371
10.3.4 Keuntungan interoperabilitas CMM	376
10.3.5 <i>Value adding</i> metrologi manufaktur untuk efisiensi rantai produksi	378
 Daftar pustaka	 381
Biografi penulis	388

BAB 1

Introduksi untuk metrologi manufaktur

Industri manufaktur merupakan industri utama negara-negara maju di dunia. Hal ini disebabkan karena manufaktur merupakan suatu proses yang memberikan suatu nilai tambah pada sebuah produk. Metrologi sangat dibutuhkan oleh setiap proses manufaktur untuk menjamin suatu produk atau proses manufaktur tersebut memenuhi suatu tingkat kualitas yang telah ditetapkan. Oleh sebab itu, metrologi tidak dapat dipisahkan dari manufaktur.

Metrologi yang sangat penting dalam suatu proses manufaktur adalah pengukuran dimensi dan geometri, dan pengukuran tekstur permukaan. Pada buku ini, pengukuran dimensi dan geometri dibahas secara detil. Pembahasan detil pengukuran dimensi dan geometri pada buku ini meliputi: sejarah, prinsip dasar, analisis toleransi, instrumen-instrumen pengukuran dimensi dan geometri, analisis ketidakpastian dan keuntungan ekonomi metrologi dalam suatu industri manufaktur.

Pada bab ini, gambaran umum tentang pentingnya pengukuran dimensi dan geometri dijelaskan beserta dengan berbagai sejarah yang menceritakan evolusi dan perkembangan pengukuran dimensi dan geometri dari zaman mesir kuno, zaman awal abad ke-19 sampai dengan zaman sekarang. Hal ini berguna untuk memberikan gambaran bagaimana metrologi sebenarnya sudah diperhitungkan dari zaman dahulu dan mempunyai peranan penting untuk perkembangan teknologi pada setiap zaman. Sejarah membuktikan bahwa perkembangan teknologi manufaktur sangat bergantung pada perkembangan teknologi metrologi.

Prinsip-prinsip dasar dari metrologi, yaitu: keterlacakan (*traceability*), kalibrasi (*calibration*) dan ketidakpastian (*uncertainty*) akan dibahas dengan detil berikut dengan contoh-contoh praktis yang dilakukan di industri. Berbagai macam standar internasional, yang berhubungan dengan toleransi dan pengukuran dimensi dan geometri, dan berbagai lembaga atau institusi-institusi nasional yang bertanggung jawab untuk merealisasikan rantai keterlacakan di berbagai negara juga dipresentasikan.

1.1 Pentingnya pengukuran dimensi dan geometri

Hal pertama yang menjadi pertanyaan adalah kenapa pengukuran harus dilakukan atau dibutuhkan? Jawaban dari pertanyaan ini minimal bisa dibagi mejadi tiga aspek, yaitu:

- Untuk merepresentasikan suatu ilmu pengetahuan.
- Untuk mengontrol kualitas suatu proses dan produk.
- Untuk meningkatkan/memperbaiki kualitas suatu proses dan produk.

Gambar 1 memperlihatkan bagaimana sebuah pengukuran merupakan jembatan untuk merealisasikan proses pengembangan sebuah ilmu pengetahuan, proses kontrol kualitas dan proses peningkatan kualitas suatu produk. Dalam bidang sains, langkah pertama untuk mempelajari suatu ilmu pengetahuan adalah dengan mencari sebuah prinsip numerik yang menggambarkan ilmu pengetahuan tersebut dan mencari metode praktis bagaimana mengukur suatu kuantitas yang menggambarkan atau merepresentasikan prinsip numerik tersebut. Pengukuran mengkuantifikasi suatu detail atau properti sebuah proses atau produk, misalnya diameter, panjang, tekanan dan temperatur.

Pengukuran sangat berperan penting untuk kontrol suatu kualitas baik suatu proses manufaktur maupun suatu produk. Hanya dengan mengukur properti suatu produk, kualitas suatu produk dapat diketahui apakah sesuai dengan desain yang diinginkan atau tidak. Pada situasi riil di indutri, tidak ada satu pun proses atau mesin produksi yang sempurna, melainkan semua proses atau mesin produksi selalu menghasilkan variasi terhadap produk yang dihasilkan sehingga pengukuran sangat penting untuk memonitor apakah proses atau mesin produksi tersebut bekerja dalam batas

toleransi yang telah ditetapkan.

Kontrol kualitas suatu produksi sangat berhubungan dengan peningkatan kualitas produk tersebut atau suatu proses manufaktur yang membuat produk tersebut. Seperti yang dikatakan salah satu ilmuwan terkemuka dunia, yaitu Kelvin, hanya dengan pengukuran suatu peningkatan kualitas bisa diterapkan.

Gambar 1: Tiga hal utama dari pentingnya sebuah pengukuran.

Selain ketiga aspek yang telah dijelaskan sebelumnya, jawaban mendasar kenapa pengukuran sangat penting dan dibutuhkan adalah karena pengukuran tidak bisa lepas dari kehidupan sehari-hari manusia. Beberapa contoh adalah sebagai berikut: orang-orang membeli bahan makanan pokok berdasarkan berat makanan tersebut, pengobatan sangat bergantung dengan seberapa besar dosis obat yang diberikan, kebutuhan rumah tangga selalu dimeterkan (listrik, gas dan air), keamanan suatu gedung selalu mengukur kadar asap dalam ruangan dan pakaian seseorang selalu diukur agar sesuai dengan tubuh orang tersebut.

Strategi pengukuran dibagi menjadi tiga kelompok utama, yaitu:

- Pengukuran dilakukan sebelum proses manufaktur (termasuk proses perakitan).

Pengukuran pada fase ini pada umumnya adalah untuk menginspeksi kualitas suatu produk atau benda kerja, yang dihasilkan oleh jalur produksi yang lain pada industri yang sama atau dari industri yang berbeda, sebelum produk atau benda kerja tersebut diproses lebih lanjut atau di rakit lebih lanjut pada suatu proses manufaktur selanjutnya. Sebagai contoh, bagaimana diameter suatu piston diinspeksi sebelum piston tersebut dirakit pada suatu mesin otomotif.

Selain itu, proses pengukuran pada fase ini juga berguna untuk suatu proses rekayasa balik (*reverse engineering*). Proses rekayasa balik tersebut berguna untuk, misalnya, menghasilkan model 3D (*Computer-aided design/CAD*) dari suatu benda kerja yang mempunyai bentuk yang kompleks. Dengan tersedianya model CAD tersebut, sebuah program mesin CNC yang kompleks untuk memproses benda kerja yang kompleks tersebut dapat dihasilkan sehingga mempersingkat waktu pemrograman mesin CNC tersebut.

- Pengukuran dilakukan setelah proses manufaktur (termasuk proses perakitan) dan pengukuran tersebut dilakukan di luar jalur produksi.

Pengukuran pada fase ini merupakan pengukuran yang paling umum ditemui. Pendekatan pengukuran setelah proses produksi merupakan pendekatan tradisional. Pada umumnya, proses ini bertujuan untuk menerima, menolak atau memperbaiki suatu benda kerja yang telah diproses oleh suatu mesin produksi.

Gambar 2: Ilustrasi proses pengukuran yang dilakukan sebelum, selama dan sesudah proses produksi.

Pengukuran pada fase ini kurang efektif apabila ingin digunakan sebagai alat untuk meningkatkan kualitas suatu produk yang dimanufaktur. Alasannya adalah pengukuran setelah proses manufaktur tidak bisa digunakan untuk meningkatkan proses manufaktur yang membuat benda kerja tersebut dan sistem *feedback* terhadap proses bersifat *offline*. Selain itu, pengukuran pada fase ini biasanya memperpanjang total waktu produksi. Hal yang paling utama untuk pengukuran pada fase ini adalah untuk mencegah suatu produk yang cacat dapat dikirim atau terjual ke suatu kostumer.

- Pengukuran dilakukan selama proses manufaktur (termasuk proses perakitan), baik saat bersamaan dengan suatu proses manufaktur atau langsung setelah suatu proses manufaktur (masih di dalam jalur produksi).
Pengukuran pada fase ini merupakan pengukuran yang paling susah dilakukan dan merupakan salah satu topik riset yang sangat aktif pada saat ini untuk teliti. Pengukuran pada fase ini susah dilakukan karena persyaratan yang sangat susah untuk dipenuhi oleh suatu instrumen pengukuran selama proses manufaktur (*in-line measurement*). Beberapa persyaratan yang mutlak untuk jenis pengukuran tersebut adalah waktu pengukuran yang singkat (minimal secepat *cycle time* suatu proses manufaktur yang ingin dikontrol) dan gangguan-gangguan dari lingkungan yang sangat tinggi (vibrasi, temperature yang tinggi dan bervariasi, debu dan fluide permesinan dan lain-lain). Apabila pengukuran selama proses produksi ini bisa tercapai, maka suatu proses manufaktur dan suatu produk yang dibuatnya dapat dikontrol dan ditingkatkan secara signifikan karena setiap cacat terhadap produk dapat dideteksi dan proses produksi tersebut dapat diatur langsung untuk memperbaiki cacat produk tersebut.

1.2 Sejarah pengukuran

Pengukuran dimensi sudah dimulai sejak dari zaman peradaban mesir kuno ketika di bawah kekuasaan Firaun. Hal ini menunjukkan bahwa pengukuran dimensi sudah dianggap sesuatu yang penting sejak zaman dahulu, terutama ketika suatu peradaban sudah memulai membangun sebuah bangunan, seperti piramida mesir yang sangat terkenal. Oleh sebab itu, sedikit sejarah dan pengetahuan mengenai piramida di mesir adalah penting untuk diketahui agar pentingnya pengukuran dalam kehidupan manusia dapat lebih dimengerti (NPL-history of length measurement).

Piramida mesir peninggalan kerajaan Firaun merupakan salah satu monumen dunia yang sangat terkenal (gambar 3). Untuk kebanyakan orang umum, piramida terkenal karena merupakan sebuah bangunan yang sangat besar. Namun, untuk sebagian peneliti, piramida mempunyai elemen-elemen teknis yang sangat diperhitungkan.

Gambar 3: Piramida Kahfre, yang merupakan piramida terbesar kedua dari piramida peninggalan Firaun, dan cubit sebagai alat ukur dimensi.

Piramida peninggalan Firaun, terdiri dari 500 ribu lebih batuan-batuan besar yang tersusun sangat rapih sebagai struktur utama bangunan. Batuan-batuan besar tersebut mempunyai massa hingga 70 ton. Struktur batuan piramida-piramida tersebut ditutup dengan sebuah lapisan batuan yang berfungsi sebagai lapisan terluar dari piramida-piramida tersebut. Lapisan terluar tersebut tersusun dari 140 ribu lebih batu-batuan yang sangat dipoles dengan tingkat kerataan (*flatness*) sekitar 0.2 mm (Lihat bagian puncak dari piramida Kahfre pada gambar 3). Nilai kerataan 0.2 mm dari hasil polesan batuan tersebut yang mempunya area dalam ukuran meter adalah sesuatu pencapaian teknis yang sangat tinggi, bahkan sampai zaman modern seperti sekarang ini. Batuan-batuan penyusun lapisan luar tersebut mempunya ketebalan 2.5 m dan mempunya berat masing-masing sekitar 15 ton. Batuan-batuan tersebut dipotong dengan sangat presisi dengan sudut pada batuan-batuan tersebut hampir sempurna mencapai 90°. Hal lain yang sangat mengagumkan dari piramida-piramida tersebut adalah batuan-batuan terluarnya disusun secara rapih dengan tingkat akurasi sebesar 0.1 mm dengan lapisan semen antar-batuan tersebut setebal 0.4 mm.

Cubit merupakan standar panjang pada zaman kerajaan Firaun yang digunakna untuk mengukur berbagai benda (gambar 3 bagian bawah). Ukuran sebuah Cubit adalah sebesar jarak antara ujung telunjuk sampai bahu Firaun. Cubit

ini merupakan alat yang digunakan sebagai penggaris pada zamannya untuk mengukur panjang. Pada Cubit tersebut, terdapat garis-garis yang merupakan skala dari Cubit tersebut, seperti skala pada penggaris zaman sekarang yang sering digunakan. Sistem Cubit tersebut sudah dipakai pada zaman 1300 sebelum masehi (Kunzmann et al 1993). Sistem pengukuran dengan menggunakan satuan bagian dari tubuh suatu penguasa juga dilakukan di Cina pada saat dinasti yellow emperor sekiatr 3000 tahun sebelum masehi.

Abad ke-9 dan setelahnya, yaitu mulai pada saat kerajaan Islam tumbuh, berbagai macam alat ukur yang menjadi basis alat-alat ukur pada zaman sekarang mulai bermunculan. Seiring dengan berkembangnya alat-alat pengukuran di dunia Islam, perkembangan ilmu pengetahuan di dunia Islam sangat intensif pada periode abad ke-9 sampai abad ke-12. Pada abad ke-9 secara bersamaan juga mulai berkembangnya ilmu matematika seperti yang dipelopori oleh Al-Khwarizmi dan Abu Kamil. Al-Khwarizmi adalah salah satu ilmuwan besar matematik yang menemukan angka 0 dan menemukan bidang ilmu algoritma yang sangat penting dalam ilmu komputer, sedangkan Abu Kamil menulis buku *Kitab al-misaha wa'l-handasa* yaitu kitab yang menjelaskan tentang pengukuran dan geometri (Selin 2008). Selain Al-Khwarizmi dan Abu Kamil, Abu Ja'far Muhammad ibn al-Husa al-Khazin yang berasal dari Korasan adalah juga seorang matematikawan besar pada abad ke -9. Beliau adalah seorang ahli matematik dan astronomi. Karya beliau yang paling terkenal adalah penggunaan *conic section* untuk penyelesaian geometri dari persamaan *cubic*. Pada abad ke-11, Ibn al-Haytham al Hazan merintis dasar-dasar ilmu optik yang dipakai sampai zaman sekarang (Selin 2008, Noughtin 2008).

Gambar 4: Sebuah busur untuk mengukur sudut yang dikembangkan pada zaman *Islamic civilisation* di dunia arab pada abad ke-9 (difoto dari museum *institut du monde arabe* di Paris, 2017).

Gambar 5: *Vernier caliper* pertama di dunia yang berasal dari era dinasti Xing-Mang di Cina di abad ke-9 (Kunzmann et al 1993).

Pada abad ke-9, ilmu pengetahuan, khususnya ilmu dan alat pengukuran, mulai berkembang di daerah timur tengah pada zaman *Islamic emperor* dan di daerah Cina. Sebagai contoh, sebuah busur yang terbuat dari perunggu sudah ditemukan dan digunakan untuk mengukur sudut (Gambar 4). Pada saat itu, penggunaannya banyak untuk alat bantu penunjuk arah. Di Cina, konstruksi dasar dari jangka sorong (*vernier caliper*) sudah digunakan untuk mengukur panjang (Gambar 5).

Dokumentasi untuk menstandarisasi unit pengukuran dimulai di kerajaan Inggris pada zaman *Richard the Lionheart*. Dokumentasi tersebut direalisasikan dalam The Magna carta pada tahun 1215. Pada periode Raja Edward (1272-1307) unit yard ditetapkan. Yard yang ditetapkan pada masa Raja Edward tersebut adalah sebagai berikut: 1 Yard = 3 *feet* dan 1 *foot* = 12 inches. Pada saat itu, 1 inch didefinisikan sebagai panjang tiga barley kering yang dijejerkan satu sama lain seperti yang terlihat pada gambar 6 (NPL-history of length measurement).

Gambar 6: Tiga barley kering yang dijejerkan adalah panjang 1 inch.

Pada sekitar abad-18, sebuah standar pengukuran yang universal mulai dipikirkan. Standar universal tersebut haruslah sebuah konstanta natural. Pada tahun 1791, badan nasional di Perancis (*French National Assembly*) memutuskan bahwa standar universal untuk panjang adalah:

"one ten millionth part of a quarter of the earth's circumference" [*French National Assembly*].

Terjemahan langsung dari definisi di atas adalah panjang lintasan sebesar $1/10000000$ dari seper-empat keliling bumi, dimana lintasan tersebut bermula dari ekuator sampai kutub utara yang melewati Dunkirk di Perancis dan Barcelona di Spanyol (Gambar 7).

Gambar 7: Dua kota yang dilewati lintasan dari ekuator ke kutub utara (seper-empat keliling bumi) untuk menentukan definisi Meter.

Masuk ke zaman modern mulai abad ke-19 pada saat periode revolusi industri, pengukuran menjadi sesuatu yang sangat penting dengan mulai berkembangnya komponen-komponen yang bisa diganti-ganti (*interchangeable parts*). Komponen-komponen yang bisa diganti-ganti tersebut didorong oleh berkembangnya industri persenjataan yang diawali oleh perusahaan Eli Whitney dan Colt di Amerika (Dorion 2008). Pada masa ini, industri-industri tidak seperti

yang terlihat seperti industri zaman sekarang. Industri-industri pada masa itu terdiri dari beberapa tenaga manusia yang ahli yang membuat sendiri seluruh komponen-komponen senjata dan merkaitnya sampai menjadi senjata yang utuh dengan alat bantu berupa jig-jig yang sederhana. Pada masa itu, pengukuran cukup dilakukan dengan membandingkan benda kerja dengan kaliper yang sangat sederhana. Pada pertengahan abad ke-19, teknologi manufaktur berkembang dengan sangat cepat didorong oleh lahirnya berbagai macam mesin bubut dan perkakas pada industri manufaktur. Dengan berkembangnya mesin-mesin manufaktur (bubut dan perkakas), akurasi dan kecepatan dari alat ukur sangat dibutuhkan. Untuk memnuhi kebutuhan pengukuran tersebut, *limit gauge*, yang mempunyai dimensi sesuai dengan benda yang mau diukur, mulai digunakan untuk mengukur dimensi-dimensi kritis dari suatu komponen. *Gauge* adalah sebuah instrumen yang digunakan untuk mengukur suatu kuantitas, seperti panjang, massa dan temperature, dan memvisualisasikan hasil pengukuran tersebut. *Gauge* pada umumnya memenuhi spesifikasi dari akurasi dan kecepatan pengukuran.

Pada masa setelah pertengahan abad ke-19, instrumen *gauge* di industri dibagi menjadi beberapa hirarki, yaitu: master *gauge*, inspeksi *gauge* dan *working gauge*. Untuk setiap *working gauge* di lantai produksi, selalu ada inspeksi *gauge* dan master *gauge* untuk mengecek tingkat kerusakan *working gauge* karena masa pemakaian. Dengan perkembangan mesin-mesin manufaktur yang sangat pesat, toleransi kualitas dari produk-produk yang dihasilkan mesin-mesin tersebut semakin ketat. Hal ini mendorong pengembangan alat ukur ketahap selanjutnya karena sistem *gauge* sebelumnya yang terdiri dari tiga hirarki (master, inspeksi dan *working gauge*) menjadi tidak efisien karena biayanya sangat mahal. Biaya yang sangat mahal dari sistem *gauge* yang sebelumnya adalah karena *gauge* harus dibuat sesuai dengan dimensi benda yang mau diukur dimana dengan kemajuan mesin-mesin manufaktur, variasi jumlah benda yang ingin diukur sangat banyak. Syarat utama untuk alat ukur tersebut adalah mempunyai tingkat akurasi yang tinggi dan dapat digunakan untuk mengukur dengan cepat.

Solusi pertama dari permintaan sistem pengukuran yang akurat dan cepat adalah dengan berkembangnya kombinasi dari metode gambar teknik, pelat permukaan datar (*surface plate*), *vernier height* dan *limit gauges*. Gambar teknik muncul karena didorong oleh kebutuhan untuk saling berkomunikasi antar-departemen dalam suatu pabrik (pada bagian kedua revolusi industri, yaitu sekitar pertengahan sampai akhir abad ke-19). Transisi untuk menggunakan gambar teknik untuk berkomunikasi antar-departemen tidaklah mudah, karena banyak teknisi pada saat itu tidak terbiasa untuk membaca gambar teknik suatu benda kerja yang berskala tertentu karena mereka selalu mengandalkan bentuk fisik suatu benda kerja. Selain itu, kombinasi antara berbagai metode tersebut menjadi kurang efisien untuk menghasilkan pengukuran yang cepat.

Sistem *gauge block* merupakan sebuah solusi yang tepat dan pada saat yang tepat. Sistem *gauge block* dapat memenuhi tuntutan pengukuran yang akurat dan cepat. Sistem *gauge block* pertama kali ditemukan oleh seorang perekayasa dari Swedia yang bernama C. E. Johansson, yang berasal dari sebuah kota bernama Eskiltuna (Dorion 2007). C. E. Johansson pada saat itu adalah seorang pekerja di perusahaan pembuat senjata di Swedia. Ide dasar C. E. Johansson ketika menemukan sistem *gauge block* adalah untuk mengurangi secara signifikan jumlah suatu standar panjang. Sistem *gauge block* tersebut ditemukan pada tahun 1896.

Sistem *gauge block* terdiri dari sebuah set yang terdiri dari potongan-potongan metal yang berbentuk balok dengan tingkat kekasaran permukaan yang sangat rendah dan memiliki dimensi yang sangat akurat (Gambar 8). Sifat utama *gauge block* yang paling menguntungkan adalah *gauge block* dapat didempetkan (*wrung*) secara bersama-sama untuk menghasilkan suatu ukuran panjang yang lain. Sifat dapat didempetkan ini dihasilkan oleh suatu gaya yang besar akibat dua permukaan metal dengan kekasaran yang sangat rendah saling bertemu. Besarnya gaya permukaan tersebut dapat mencapai 30 kali dari aya gravitasi sehingga dapat menahan berat dari masing-masing *gauge block* yang didempetkan (*wrung*) secara bersama-sama (Gambar 9). Jarak antara dua *gauge block* yang didempetkan hanya sebesar seperbagian dari mikrometer. Gambar 8 memperlihatkan sebuah set *gauge block* dengan panjang bervariasi dari 0.5 mm sampai dengan 100 mm. Gambar 9 memperlihatkan tiga buah *gauge block* yang didempetkan secara bersama-sama sehingga menghasilkan panjang akumulasi sebesar 110 mm.

Sistem *gauge block* menjadi sesuatu yang sangat penting untuk kemajuan industri di Amerika pada saat itu karena sistem ini sangat digunakan sebagai *limit gauge* internal dan eksternal dengan akurasi yang sangat tinggi dan sangat mudah penggunaannya serta *cost-effective*. Karena sangat pentingnya sistem *gauge block* untuk industri, pemerintahan Amerika pada saat itu memutuskan untuk mendirikan *National Institute for Standard and technology* (NIST) untuk mengembangkan metode memproduksi masal *gauge block* karena pada saat itu ada keterbatasan suplai *gauge block*

karena adanya perang dunia pertama di Eropa. Sifat-sifat gaguge block yang ingin diproduksi (dan merupakan properti wajib yang harus dimiliki oleh suatu sistem *gauge block*) adalah memiliki panjang yang stabil dalam waktu yang sangat lama, dapat didempetkan (*wrung*) antar-gauge block dan mempunyai panjang yang bervariasi yang bisa dikombinasikan untuk mendapatkan panjang yang lain. Setelah masa ini, *gauge block* menjadi sumber utama *traceability* pada pengukuran dimensi untuk lebih dari 100 tahun setelahnya.

Gambar 8: Sebuah set dari *gauge block*.

Gambar 9: Tiga *gauge block* yang disambungkan (*wrung*) bersama-sama untuk mendapatkan panjang yang lebih besar.

Memasuki abad ke-20, sekitar tahun 1930-an, perkembangan teknologi mesin-mesin manufaktur semakin pesat dan mendorong perkembangan alat-alat ukur ke tahap selanjutnya. Perkembangan alat-alat ukur tersebut sampai

kepada tingkat sensitifitas yang sangat tinggi, seperti dikembangkanya berbagai macam sistem *gauge* berbasis udara dan berbasis elektronik. Sistem *gauge* berbasis elektronik yang paling berkembang pada saat itu adalah *linear voltage differential transformer* (LVDT) pada tahun 1946. LVDT mendominasi *gauge* sistem selama bertahun-tahun. Kelebihan utama LVDT adalah memiliki resolusi yang sangat tinggi, yaitu mencapai $0.1 \mu\text{m}$. Sedangkan, keterbatasan utama dari LVDT adalah kemampuan LVDT hanya untuk pengukuran panjang yang sangat pendek. Sehingga, pada abad ke-20 sistem *gauge block* secara umum mendominasi pengukuran di industri karena sistem *gauge block* dapat melakukan pengukuran panjang sampai mencapai ratusan milimeter walaupun tingkat *accuracy*nya di bawah LVDT.

Pada pertengahan abad ke-20, yaitu sekitar tahun 1960, banyak studi yang dilakukan untuk mempelajari stabilitas dari sebuah *gauge block*. Berbagai macam metode dan material baru untuk membuat sebuah *gauge block* sangat berkembang pada periode ini. Sekarang ini, sebuah *gauge block* mempunyai tingkat kestabilan panjang yang sangat tinggi. Variasi panjang sebuah *gauge block* bervariasi antara $(0.1 - 0.5) \text{ nm/tahun}$ (Dorion 2008).

Perkembangan selanjutnya dari teknologi pengukuran panjang adalah teknologi laser interferometer dan skala linier (*linear scale*). Perkembangan dari kedua teknologi tersebut adalah didorong oleh dibutuhkannya sebuah alat ukur panjang yang mempunyai tingkat keakuratan yang lebih tinggi dari *gauge block* dan mempunyai kemampuan untuk mengukur berbagai skala panjang (Kunzmann et al 1993). Hal pertama yang dikembangkan adalah sistem interferometer yang mempunyai tingkat akurasi yang sangat tinggi, bahkan lebih tinggi dari LVDT. Laser interferometer bahkan digunakan untuk mengukur atau mengecek (meng-kalibrasi) sistem *gauge block*. Namun, pada saat itu, interferometer merupakan sistem yang sangat mahal dan penggunaannya terbatas pada laboratorium-laboratorium metrology tingkat nasional di beberapa negara tertentu. Hal ini mendorong berkembangnya alat skala linier (*linear scale*) yang juga menggunakan laser dengan konfigurasi yang jauh berbeda dengan sistem laser interferometer.

Gambar 10: (a) Sistem skala linier dan (b) sistem laser interferometer.

Gambar 10 memperlihatkan sistem skala linier dan laser interferometer. Sistem skala linier terdiri dari suatu metal atau keramik yang mempunyai garis-garis sebagai skala dan sebuah *reading head* yang membaca skala tersebut ketika *reading head* tersebut bergerak. Pada sistem skala linier, posisi diketahui dengan menghitung skala yang terdapat pada metal atau keramik tersebut. Sistem laser interferometer terdiri dari sebuah laser, *beam splitter* dan dua reflektor (*mirror*). Kedua reflektor tersebut adalah moving dan reference reflektor. Pada sistem interferometer, posisi dapat diketahui dengan menganalisis sinyal interferensi yang dideteksi oleh *photo-detector*. Skala linier merupakan teknologi yang terdapat hampir di semua mesin-mesin manufaktur dan mesin-mesin pengukuran koordinat pada umumnya. Sistem interferometer dan sistem skala linier akan dibahas dengan lebih detil pada bab-bab selanjutnya.

Pada industri-industri dalam bidang pengukuran dan manufaktur, terutama industri pengukuran dan manufaktur pada skala mikro dan bahkan nano, standardisasi merupakan hal yang sangat penting untuk menjamin kesuksesan industri-industri tersebut (Leach 2010). Hal ini disebabkan oleh *interchangeability* dari suatu komponen akan semakin mudah untuk dicapai apabila standardisasi, seperti proses, instrumen dan produk, dalam industri pengukuran dan

manufaktur dapat tercapai. Selain itu, standardisasi sangat dibutuhkan untuk kerberlangsungan suatu transaksi perdagangan antara industri-industri baik industri manufaktur ataupun yang lain. Dalam rangka untuk terciptanya standardisasi internasional, berbagai macam institusi baik regional maupun internasional diciptakan untuk mendesain, menyebarluaskan dan mengatur berbagai macam standardisasi untuk pengukuran dan manufaktur. Peran pengukuran bukan hanya untuk menopang industri manufaktur, tetapi, pengukuran juga berperan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan lain seperti masalah hukum perdagangan, keamanan dan etika (Leach 2010).

1.3 Definisi “Meter”

Meter adalah salah satu dari tujuh unit fundamental, yaitu meter, detik, kilogram, Amper, mol, candela dan Kelvin. Meter merupakan sesuatu yang paling penting dalam ilmu metrologi yang mencakup pengukuran dimensi (seperti panjang dan lebar), geometri dan tekstur permukaan. Definisi modern Meter yang dipakai sampai sekarang adalah sesuai dengan yang didefinisikan oleh *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM):

“The metre is the length of the path travelled by light in vacuum during a time interval of $1/299\,792\,458$ of a second” (BIPM 1983).

Terjemahan langsung dari definisi tersebut: Meter adalah panjang dari sebuah lintasan yang dilalui oleh cahaya di ruang vakum dalam interval waktu $1/299\,792\,458$ detik. Definisi ini didapatkan melalui suatu proses yang sangat panjang. Sebelum definisi meter tersebut disepakati, meter didefinisikan dengan panjang suatu benda fisik. Definisi meter dengan merepresentasikan sebagai suatu panjang benda fisik memiliki berbagai kendala, seperti benda fisik akan mengalami degradasi kualitas seiring bertambahnya waktu dan benda fisik membutuhkan suatu sistem ruang penyimpanan khusus yang membuatnya sulit untuk dipindahkan atau didistribusikan.

Sejarah definisi meter dimulai dengan dibentuknya *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM) pada tanggal 20 Mei 1875 di Paris (Noughtin 2008). Pada tanggal tersebut, sebuah konferensi besar diadakan yang bertujuan untuk membahas mengenai standardisasi dari pengukuran. Pada saat itu, terdapat 20 negara yang berpartisipasi. Konferensi tersebut membahas definisi meter dan menghasilkan sebuah konvensi yang bernama *Convention du Mètre* (*Treaty of the Metre*). Hal lain yang dihasilkan dari konferensi di Paris tersebut selain konvensi Meter adalah dibentuknya organisasi atau badan yang bernama *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM).

Dari 20 negara, tidak semua negara yang berpartisipasi pada saat itu menandatangani konvensi tersebut. Negara-negara yang menandatangani konvensi tersebut adalah Austria-Hungary, Argentina, Belgium, Brazil, Denmark, France, Germany, Italy, Peru, Portugal, Russia, Sweden-Norway, Switzerland, Turkey, the United State of America dan Venezuela. Tiga negara yang tidak menandatangani konvensi tersebut adalah The UK dan Northern Ireland, Netherlands dan Greece (Hellenic Republic). Sebelas tahun setelah konvensi meter tersebut, The UK dan Northern Ireland menandatangani konvensi tersebut. Untuk dua negara lain, yaitu Netherlands dan Greece, dibutuhkan waktu yang lama sampai kedua negara tersebut menandatangani konvensi tersebut, yaitu Netherlands menandatangani konvensi meter pada tahun 1929 dan Greece menandatangani konvensi meter tersebut pada tahun 2001. Salah satu pertimbangan ketiga negara tersebut tidak langsung menandatangani konvensi meter adalah karena ada tanggung jawab ekonomi untuk merealisasikan, memelihara dan mendistribusikan standar meter tersebut. Australia dan negara *common wealth* yang lain pada saat itu tidak berpartisipasi pada konferensi tersebut karena semua negara *common wealth* sudah diwakili oleh UK. Pada tahun 1984 ketika The UK akhirnya menandatangani konvensi tersebut, pada saat itu The UK masih menolak untuk menerapkan sistem berbasis Meter tersebut (Metric). Baru pada tahun 1897, The UK melegalkan penggunaan sistem metric, untuk satuan pengukuran dan massa, pada sistem perdagangan mereka.

Mulailah dari tahun 1875, definisi Meter mengalami revisi selama beberapa kali. Proses revisi dari meter tersebut melalui proses yang lama dan kompleks yang didorong oleh berkembangnya beberapa bidang, yaitu ekonomi, sains dan teknologi. Detil tahapan-tahapan definisi meter dari tahun 1875 sampai definisi sekarang oleh BIPM (definisi BIPM 1983) diperlihatkan pada tabel 1. Tabel 1 memperlihatkan sejarah revisi-revisi definisi meter secara kronologis. Selain Meter, unit fundamental yang lain, yaitu detik, Amper, mo, candela dan Kelvin, memiliki definisi terbaru berbasis konstanta natural kecuali satuan kilogram yang sampai saat ini (tahun 2017) masih mempunyai definisi berupa

fisik sebuah masa benda berbentuk bola. Definisi kilogram tersebut segera akan direvisi agar berbasis konstanta natural seperti unit fundamental lainnya.

Tabel 1: Sejarah mengdefiniskan Meter.

Tahun	Definisi Meter
8 May 1790	<i>French Natinal Assembly</i> mendeklarasikan bahwa panjang dari Meter sama dengan panjang dari sebuah pendulum dengan setengah periode dari satu detik
30 Maret 1791	<i>French Academy of Science</i> mengajukan proposal untuk definisi Meter. Proposal tersebut diterima oleh <i>French National Assembly</i> . Definisi baru dari Meter adalah Meter sama dengan <i>one ten-millionth</i> dari panjang lintasan meridian bumi. Panjang lintasan meridian bumi adalah sama dengan jarak dari ekuator sampai dengan kutup utara. Panjang lintasan tersebut melewati kota Dunkirk di Perancis dan kota barcelona di Spanyol.
1 Agustus 1793	Definisi Meter sebagai $1/10000000$ dari jarak lintasan dari ekuator ke kutub utara dikonfirmasi.
7 April 1795	Sebuah prototipe balok Meter (Meter bar) dibuat dari material perunggu.
10 Desember 1799	French National Assembly memutuskan bahwa balok Meter (Meter bar) sebagai standar panjan dari Meter. Balok tersebut dibuat dari platinum dan dibuat pada 22 Juni 1799 dan disimpan dalam arsip national Perancis.
20 Mei 1875	Terbentuknya <i>Bureau International des Poids et Mesures</i> (BIPM) dari hasil konferensi di Paris.
28 September 1889	Sebuah konferensi besar yang bernama <i>General Conference on Weights and Measures</i> (CGPM) pertama kali diadakan. CGPM merupakan lanjutan dari konferensi pada 20 Mei 1875 yang menghasilkan <i>treaty of Meter</i> dan BIPM. Pada konferensi ini, definisi Meter diperbaru, yaitu jarak antara dua garis pada standar balok yang terbuat dari platinum alloy dengan 10 % campuran iridium, yang diukur pada titik lebur sebuah es. Prototipe dari standar balok tersebut mempunyai bentuk <i>cross-section</i> berupa bentuk 'X' untuk meningkatkan stabilitas balok tersebut (lihat gambar 11).
Tahun 1906	Definisi panjang dari meter didefinisikan ulang sebagai $1000000/0.64384696$ dari panjang gelombang garis merah spektrum cadmium yang merambat dalam udara.

6 Oktober 1927	Konferensi ke tujuh dari <i>General Conference on Weights and Measures</i> (CGPM) meredefinisikan lagi Meter sebagai jarak, yang diukur pada 0 °C, antara axis dari dua garis tengah yang ditandai pada balok meter platinum-iridium. Balok tersebut ditempatkan pada ruangan dengan tekanan 1 atm dan disangga oleh dua silinder dengan diameter minimal 10 mm, yang diposisikan secara simetri pada bidang horisontal yang sama yang terpisah dengan jarak 571 mm antare kedua silinder penyangga tersebut.
20 Oktober 1960	Konferensi k-11 dari General Conference on Weights and Measures (CGPM) meredefinisikan meter sebagai sama dengan 1650763.73 kali panjang gelombang dari radiasi yang berasal dari transisi antara 2p10 dan 5d5 level kuantum dari krypton-86 atom didalam ruang vakum.
21 Oktober 1983 [BIPM 1983]	Konferensi k-17 dari General Conference on Weights and Measures (CGPM) mendefinisikan (sampai saat ini) meter sebagai panjang dari lintasan yang dilalui cahaya selama interval waktu 1/299792458 s didalam ruang vakum. Realisasi dari definis Meter tersebut pada umumnya dilakukan di institusi metrology nasional dnegan menggunakan laser dengan frekuensi yang stabil.
Tahun 2002	CIPM merekomendasikan (bukan meredefinisikan) bahwa definisi meter pada tahun 1983 terbatas pada: panjang yang cukup pendek dimana efek yang diprediksi oleh teori relativitas general dapat diabaikan terhadap ketidakpastian dari realisasi Meter tersebut.

Gambar 11: Balok Meter yang terbuat dari platinum-iridium dengan *cross-section* berbentuk 'X' [Wikipedia].

Para peneliti sepakat bahwa definisi system metrik pertama kali dimulai pada tanggal 22 Juni 1799 yang dikaitkan dengan pertamakalinya dibuat balok Meter dari material platinum. Konvensi dan dua institusi yang terlibat pada mendefinisikan Meter dan sistem SI yang lain diperlihatkan pada tabel 2. Pada tabel 2, diperlihatkan bahwa CGPM adalah otoritas tertinggi yang mengatur sistem SI.

Realisasi meter di berbagai negara menjadi tanggung jawab institusi pengukuran di masing-masing negara tersebut. Maka dari itu, hampir disetiap negara memiliki sebuah institusi pengukuran nasional (*National Metrology Institute/NMI*). Institusi-institusi pengukuran nasional tersebut bertugas untuk merealisasikan Meter,

mendistribusikan (seperti memproduksi atau mengkalibrasi) dan menjaga sistem keterlacakan ke Meter. Tabel 3 memperlihatkan berbagai macam institusi-institusi pengukuran nasional di berbagai negara.

Tabel 2: Institusi-institusi dan konvensi yang mendefinisikan Meter.

Konvensi/Institusi	Kepanjangan	Deksripsi	Peran
CGPM	Conférence Générale des Poids et Mesures / General Conference on Weights and Measures	Konverensi besar yang terdiri dari berbagai negara, terutama negara yang bertanggung jawab terhadap SI. Jumlah negara yang berpartisipasi mencapai 50.	Peran utama CGPM adalah bertanggung jawab untuk memastikan sistem SI dapat tersebarluas dan memodifikasi sistem SI apabila dibutuhkan sehingga sistem SI merepresentasikan perkembangan terakhir dari ilmu pengetahuan.
CIPM	Comité International des Poids et Mesures / International committee for Weights and Measures	CIPM adalah dibawah otoritas CGPM.	Peran utama CIPM adalah memberikan saran tentang pemodifikasian sistem SI ke CGPM untuk dilegalkan dan diadopsikan. CIPM berperan untuk mengklarifikasi dan merekomendasikan sistem SI.
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures / International Bureau of Weights and Measures	BIPM merupakan "institusi pengukuran internasional" dan beroperasi diwah supervisi CIPM.	Peran utaman BIPM adalah untuk menjamin unifikasi sistem pengukuran fisik di dunia.

Tabel 3: Institusi-institusi (badan) nasional (*National Metrology Institute*) yang bertugas untuk merealisasikan Meter dan menjaga sistem keterlacakan ke Meter. Institusi-institusi tersebut merupakan representasi BIPM di setiap negara.

Institusi	Deskripsi	Deksripsi
NIST	National Institute of Standard and technology	Amerika Serikat
NPL	National Physical Laboratory	Inggris (UK)
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt	Jerman
LNE	Laboratoire national de métrologie et d'essais	Perancis
BSN	Badan Standardisasi Nasional	Indonesia
INRIM	Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica	Italia
NMIJ	National Metrology Institute of Japan	Jepang
KRISS	National metrology Institute of Korea	Korea
SMC	Spanish Metrology Centre	Spanyol
DFM	Danish Fundamental Metrology	Denmark

SP	Technical Research Institute fo Sweden	Swedia
MIKES	National metrology Institute of Finland	Finlandia
METAS	Federal Institute of Metrology	Swiss
INMETRO	National Institute of Metrology, Standardization and Industrial Quality	Brazil
NIM	National Institute of Metrology, Standardization and Industrial Quality	NIM
NMIM	National Metrology Institute Of Malaysia	Malaysia
NMI	National Measurement Institute of Australia	Australia
dan lain-lain		

1.4 Temperatur standar 20 °C

Salah satu prinsip dasar dari pengukuran dimensi (nama lainnya *size measurement*) adalah fakta bahwa dimensi setiap material akan berubah dengan berubahnya temperatur yang disebabkan oleh fenomena ekspansi termal. Pada 15 April 1931, temperatur standar untuk pengukuran dimensi telah ditetapkan pada 20 °C yang ditetapkan oleh CIPM (Dorion 2007). Sebelum ditetapkannya temperatur standar pengukuran dimensi, proses panjang terjadi sampai disepakatinya temperatur standar tersebut. Proses tersebut berasal dari proses diskusi dan negosiasi yang berlangsung selama 20 tahun. Sebagian besar orang tidak mengetahui alasan kenapa dan bagaimana temperatur standar tersebut ditetapkan. Maka dari itu, sejarah singkat mengenai temperatur standar 20 °C akan dijelaskan secara singkat dan untuk sejarah yang lebih detail, dapat dilihat di laporan oleh Dr. Ted Dorion (Dorion 2007).

Pada awalnya, standar temperature ditetapkan pada titik lebur es pada 0 °C. Masalah mendasar pada temperature 0 °C adalah situasi riil diindustri mempunyau temperatur lingkungan jauh dari temperatur tersebut. Selain itu, temperature 0 °C sangat tidak nyaman untuk manusia yang bekerja pada temperatur tersebut. Contoh praktis masalah mendasar dari temperatur standar 0 °C adalah sebagai berikut. Apabila ada dua buah material yang terbuat dari steel ($CTE\ 12 \times 10^{-6}/^{\circ}C$) dan perunggu ($CTE\ 24 \times 10^{-6}/^{\circ}C$) akan dirakit pada temperatur 20 °C, karena perunggu akan tereksansi sebanyak dua kali lipat dari steel, maka perakitan tidak bisa dilakukan. Pada umumnya proses perakitan dilakukan pada suhu ruangan sebesar 25 °C. Oleh karena itu, akan sangat praktikal apabila temperatur standar dekat dengan suhu ruangan, misalnya pada 20 °C.

Apabila temperatur standar pada 20 °C, ada saat itu solusinya adalah untuk membuat standar balok Meter yang mempunyai panjang yang sama dengan balok Meter standar internasional pada suhu 0 °C (pada saat itu standar Meter masih didefinisikan oleh sebuah balok Meter). Hal ini membutuhkan pengetahuan koefisien ekspansi termal (CTE) dari balok Meter sengan material tertentu dan balok Meter standar internasional pada saat itu. Solusi ini sangat sulit untuk dilakukan karena untuk menjaga kestabilan panjang balok Meter standar internasional, maka balok tersebut harus digunakan sesedikit mungkin.

Pada saat itu, Dr. Stratton, direktur NIST, meminta ke direktur BIPM Dr. Guillaume agar NIST bisa mengirim standar balok meter mereka untuk dilakukan komparasi dengan standar balok meter internasional yang disimpan di Paris. Dr. Guillaume, direktur BIPM, menjawab permintaan Dr. Stratton dan mengatakan bahwa komparasi tersebut tidak bisa dilakukan pada saat itu karena balok Meter standar internasional disimpan pada sebuah tempat di dalam sebuah goa dibawah gedung institusi Dr. Guillaume. Tempat tersebut dibawah kekuasaan komite internasional dan dikunci dengan tiga kunci yang dipegang oleh tiga orang yang berbeda, yaitu Dr. Huillaume, presiden dari komiter internasional tersebut Prof. Foerster di Berlin dan terakhir dipegang oleh nasional arsip Perancis. Akses ke tempay penyimpanan balok Meter internasional tersebut harus diputuskan oleh komite internasional tersebut.

Akhirnya studi CTE material untuk balok meter pada suhu 20 °C harus dilakukan pada replika dari balok Meter standar internasional. Jumlah replika balok Meter internasional pada saat itu sebanyak 29 buah. Replika tersebut didistribusikan kepada nagara-negara yang mengikuti konvensi Meter. Masalah mendasar lainnya pada saat itu adalah

studi CTE membutuhkan termometer yang sangat akurat pada suhu 0 °C sampai 20 °C. Pada saat itu, alat pengukur temperatur juga dalam masih dalam pengembangan.

Dari perspektif modern, masalah ketidakpastian (*uncertainty*) adalah masalah serius. Masalah tersebut adalah karena Meter didefinisikan sebagai jarak antara dua garis pada balok Meter internasional pada suhu 0 °C. Balok meter lainnya, bahkan apabila bisa dikomparasi pada suhu 0 °C, balok meter tersebut akan mempunyai nilai ketidakpastian yang lebih besar pada 20 °C dibandingkan dengan ketidakpastian dari balok Meter internasional. Nilai ketidakpastian tersebut tergantung pada nilai CTE material yang digunakan dan tingkat akurasi dari alat ukur temperatur yang digunakan. Pada kondisi di laboratorium pada umumnya, nilai CTE dan keakuratan alat ukur temperatur mempunyai kontribusi yang sangat besar pada nilai ketidakpastian suatu balok Meter pada suhu 20 °C dibandingkan nilai ketidakpastian balok Meter internasional pada suhu 0 °C. Namun, pada saat itu, masalah ketidakpastian tidak menjadi perhatian utama karena ilmu tentang ketidakpastian (*uncertainty*) suatu hasil pengukuran masih dalam tahap awal pengembangan.

Pada saat temperature standar internasional untuk melakukan pengukurnya dimensi belum disepakati, hanya Perancis yang menggunakan temperatur standar pada 0 °C. Sedangkan, negara lainnya tidak menggunakan temperature standar 0 °C. Inggris menggunakan temperatur standar pada 62 °F (16.67 °C). Swedia menggunakan temperatur standar 66 °F untuk standar pengukuran gauge block Johansson. Berlin mengadopsi temperatur standar pada 25 °C. Jepang menggunakan temperatur standar pada 62 °F. Pada saat itu, Amerika Serikat sudah menggunakan temperatur standar 20 °C, walaupun beberapa perusahaan di Amerika Serikat pada saat itu ada yang menggunakan standar temperatur pada 62 °F, yaitu perusahaan Brown & Shape. Setelah berbagai macam diskusi dan dengan diterbitkannya sebuah laporan yang sangat penting dari C. E. Johansson (penemu sistem *gauge block* dan merupakan “bapak metrologi”) dimana laporan tersebut merekomendasikan agar temperatur standar ditetapkan pada 20 °C. Pada rapat CIPM pada tanggal 15 April 1931, dengan kesepakatan mutlak, CIPM menetapkan bahwa temperatur standar sebagai referensi pengukuran dimensi adalah 20 °C. Adopsi dari hasil keputusan temperatur standar 20 °C diterapkan sebagai standar pertama dari ISO, yaitu ISO 1 pada tahun 1951. Di Amerika Serikat, standar nasionalnya ASME/ANSI Y.14.5 tentang dimensi dan toleransi menggunakan temperatur 20 °C untuk semua dimensi gambar teknik.

1.5 Keterlacakan (*traceability*), kalibrasi (*calibration*) dan ketidakpastian (*uncertainty*)

Pada bagian sebelumnya pentingnya pengukuran pada suatu industri telah dijelaskan. Selain tentang pentingnya pengukuran, sejarah pengukuran, sejarah Meter dan sejarah temperatur standar 20 °C, juga sudah dijelaskan. Dari sejarah-sejarah tersebut, dapat dimengerti bahwa standarisasi proses pengukuran sangatlah penting, terutama untuk komparasi antar pengukuran dan *interchangeability* berbagai macam produk yang dibuat dari berbagai macam industri berbeda dan juga dari berbagai negara yang berbeda. Proses untuk melakukan standarisasi tersebut, yaitu standar Meter dan standar temperature pengukuran dimensi, membutuhkan usaha yang sangat banyak dalam rentang waktu yang lama pula. Maka dari itu, untuk menjamin standar Meter dapat diterapkan untuk berbagai macam aplikasi yang membutuhkan pengukuran, baik di industri maupun riset, maka keterlacakan (*traceability*) dari hasil suatu pengukuran harus direalisasikan. Apabila suatu hasil pengukuran dapat terlacak sampai dengan definisi Meter, maka hasil pengukuran tersebut akan reliabel dan dapat dikomparasikan.

Bagian ini akan menjelaskan tiga konsep fundamental dari metrologi, yaitu keterlacakan (*traceability*), kalibrasi (*calibration*) dan ketidakpastian (*uncertainty*). Kalibrasi dan ketidakpastian sangatlah penting, karena keterlacakan dapat terealisasi dengan proses kalibrasi dan dengan mencantumkan nilai ketidakpastian dari proses kalibrasi tersebut.

1.5.1 Keterlacakan (*traceability*)

Definisi dari keterlacakan (*traceability*) didefinisikan oleh BIPM sebagai:

“*Traceability is the property of the result of a measurement whereby it can be related to stated references, usually national or international standards, through a documented unbroken chain of comparisons all having stated uncertainties*” (BIPM 2008a).

Dari definisi BIPM, terjemahan langsung dari keterlacakan adalah property dari hasil suatu pengukuran, dimana hasil tersebut dapat direlasikan ke suatu referensi, pada umumnya referensi standar nasional atau internasional, melalui sebuah rantai dokumentasi komparasi yang tidak terputus yang kesemuanya disertai dengan nilai ketidakpastian (pada setiap tingkatan referensi tersebut).

Apabila suatu hasil pengukuran dapat terlacak sampai ke definisi meter, maka hasil pengukuran tersebut dapat dikomparasikan karena merujuk pada definisi Meter yang sudah disepakati secara internasional. Selain itu, berbagai macam inspeksi produk dapat dilakukan untuk menjamin *interchangability* berbagai macam komponen yang dibuat dari berbagai tempat yang berbeda. Gambar 12 memperlihatkan sistem keterlacakan suatu hasil pengukuran yang tidak terputus sampai ke definisi dari Meter.

Gambar 12: Rantai keterlacakan suatu pengukuran (μ = order dari ketidakpastian).

Definisi Meter adalah definisi nominal (teoritis) sehingga nilai Meter tersebut adalah dianggap eksak (nominal) dan tidak memiliki nilai ketidakpastian. Pada gambar 12, “tanda panah” ke atas adalah proses yang mengaitkan/melacak suatu hasil pengukuran pada tingkat bawah ke tingkat atasnya. Tanda panah tersebut adalah “rantai keterlacakan”.

Untuk menciptakan rantai keterlacakan tersebut, sebuah proses kalibrasi harus dilakukan. Pada hakekatnya, proses kalibrasi adalah proses membandingkan suatu hasil pengukuran dengan suatu hasil pengukuran lainnya yang lebih akurat dengan mencantumkan nilai ketidakpastian dari proses kalibrasi atau komparasi tersebut. Apabila seluruh rantai keterlacakan tidak terputus sampai dengan definisi meter, maka hasil pengukuran tersebut bisa dikatakan “terlacak” dan reliabel. Pada gambar 12, terlihat bahwa semakin rendah tingkat keterlacakan, maka tingkat keakuratan suatu pengukuran akan semakin rendah dengan memiliki nilai ketidakpastian yang semakin besar.

Penjelasan dari realisasi rantai keterlacakan adalah sebagai berikut:

- Hal pertama adalah merealisasikan definisi dari Meter kedalam situasi riil, yaitu mengtransformasi nilai teoritis dan definisi Meter kedalam suatu nilai praktis yang dapat digunakan untuk proses komparasi. Untuk merealisasikan definisi Meter, digunakan suatu setup eksperimen menggunakan laser yang mempunyai frekuensi yang terstabilkan (*frequency stabilised laser*) dan yang mempunyai presisi sangat tinggi. Laser tersebut digunakan untuk menghasilkan suatu panjang gelombang yang sangat akurat (λ_0). Panjang gelombang tersebut didapatkan dari rumus:

$$f = \frac{c}{\lambda_0} \quad (1)$$

dimana f adalah frekuensi laser yang terstabilisasi, c adalah kecepatan cahaya diruang hampa yaitu $1/299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dan λ_0 adalah suatu panjang gelombang dengan tingkat akurasi dan presisi yang sangat tinggi.

λ_0 tersebut digunakan sebagai “penggaris” untuk mengukur suatu panjang gelombang lainnya, misalnya panjang gelombang suatu laser yang digunakan untuk pengukuran di industri. Pada tingkat ini, nilai ketidakpastiannya pada order 10^{-11} m. Proses realisasi dari meter ini pada umumnya direalisasikan di institute metrologi nasional suatu negara.

- Pada tingkatan level dibawahnya, dengan menggunakan λ_0 tersebut, suatu nilai panjang gelombang, misalnya panjang gelombang suatu laser merah atau hijau (*red/green laser*) dapat diukur. Nilai ketidakpastian dari pengukuran suatu λ tersebut berada pada order 10^{-10} (berada pada level sub-nanometer).
- Ketika λ dari suatu laser telah diketahui, misalnya laser merah dengan $\lambda = 633 \text{ nm}$, sebuah interferometer dapat dibuat dengan menggunakan laser merah tersebut (Yoshizawa 2009). Sistem laser interferometer akan dijelaskan dengan lebih detil pada bab 4. Dengan dibuatnya sistem laser interferometer tersebut, paka besaran Meter dapat diketahui secara fisik. Pada tingkat ini, nilai ketidakpastiannya berada pada order 10^{-9} m (berada pada level nanometer).
- Tingkat keterlacakan dibawahnya lagi adalah sistem *gauge block*. Pada tingkat ini, suatu *gauge block* dikalibrasi dengan menggunakan sebuah sistem interferometer. *Gauge block* tersebut digunakan untuk melacak hasil pengukuran yang dilakukan dengan suatu sistem pengukuran pada umumnya di industri, seperti mesin pengukuran koordinat (CMM), mikrometer dan jangka sorong. Nilai ketidakpastian pada tingkat ini berada pada level 10^{-8} (masih dalam level puluhan nanometer). Berbagai macam contoh kalibrasi *gauge block* dapat dilihat di sumber lainnya (Dorion dan Stoup 1997).
- Tingkatan pada level paling bawah adalah sistem pengukuran dimensi dan geometri berbasis optik yang tidak menggunakan sistem interferometer. Pada umumnya, keterlacakan sistem pengukuran optik tersebut direalisasikan dengan suatu artefak referensi yang dikalibrasi dengan menggunakan suatu CMM (Syam 2015).

Gambar 13 memperlihatkan sebuah ilustrasi bagaimana rangkaian keterlacakan direalisasikan dalam kondisi praktis. Setiap rantai keterlacakan direalisasikan dengan suatu proses kalibrasi. Proses-proses kalibrasi tersebut mengkomparasi suatu hasil pengukuran (yang juga merepresentasikan instrumen pengukuran yang digunakan) dengan hasil lain yang lebih akurat. Nilai ketidakpastian dari suatu proses kalibrasi harus dicantumkan pada setiap tingkat rantai keterlacakan.

Penjelasan gambar 13 adalah sebagai berikut. Pada tingkat rantai keterlacakan yang paling bawah, sebuah pengukuran dimensi dan geometri dilakukan dengan menggunakan suatu CMM berbasis optik. Rantai keterlacakan CMM berbasis optik tersebut diciptakan dengan melakukan komparasi hasil pengukuran dengan suatu CMM berbasis kontak yang lebih akurat. Proses komparasi dengan CMM berbasis kontak tersebut menggunakan suatu artefak terkalibrasi. Artefak terkalibrasi tersebut diukur dengan CMM berbasis kontak dan kemudian diukur lagi dengan CMM berbasis optik tersebut. Perbedaan hasil pengukuran antara CMM berbasis optik dan berbasis kontak merupakan *error* dari CMM berbasis optik tersebut.

Untuk menciptakan rantai keterlacakan CMM berbasis kontak tersebut, sebuah *gauge block* yang sudah dikalibrasi dengan suatu sistem laser interferometer diukur menggunakan CMM berbasis kontak tersebut. Dengan mengukur *gauge block* terkalibrasi tersebut, CMM berbasis kontak tersebut dapat dikomparasi dengan sistem laser interferometer tersebut.

Untuk mengkalibrasi sistem laser interferometer tersebut, Panjang gelombang λ dari laser yang digunakan pada sistem interferometer tersebut dikomparasi dengan panjang gelombang referensi λ_0 yang dihasilkan dari suatu laser dengan frekuensi yang terstabilkan. Dengan demikian, laser interferometer tersebut dapat dikalibrasi. Dan terakhir, panjang gelombang referensi tersebut, yaitu λ_0 , mempunyai rantai keterlacakan langsung ke definisi Meter, karena panjang gelombang referensi λ_0 tersebut merupakan realisasi langsung dari definisi teoritis dari Meter. Dengan demikian, rantai keterlacakan dari CMM berbasis optik sampai ke definisi Meter dapat direalisasikan.

Gambar 13: Ilustrasi keterlacakan suatu hasil pengukuran dengan sebuah mikrometer melalui serangkaian proses kalibrasi.

1.5.2 Kalibrasi (*calibration*)

Definisi kalibrasi oleh BIPM adalah:

“operation that, under specified conditions, in a first step, establishes a relation between the quantity values with measurement uncertainties provided by measurement standards and corresponding indications with associated measurement uncertainties and, in a second step, uses this information to establish a relation for obtaining a measurement result from an indication” (BIPM 2008a).

Terjemahan langsung dari kalibrasi adalah suatu proses, dengan spesifikasi tertentu, langkah pertama, menetapkan sebuah relasi dengan suatu kuantitas dengan nilai ketidakpastian yang dihasilkan oleh standar pengukuran dengan suatu indikasi (alat ukur) beserta nilai ketidakpastiannya dan, langkah kedua, menggunakan informasi tersebut untuk menetapkan sebuah relasi untuk mendapatkan sebuah hasil pengukuran dari sebuah indikasi (alat ukur). Pengertian praktis dari kalibrasi adalah membandingkan suatu hasil pengukuran dengan hasil pengukuran lainnya yang lebih akurat disertakan dengan nilai ketidakpastian dari hasil proses komparasi tersebut.

Proses kalibrasi adalah proses yang menciptakan relasi (*link*) antara setiap tingkat pada rantai keterlacakan. Proses kalibrasi ini sering disalah artikan dengan proses *adjustment*. Padahal kalibrasi dan proses *adjustment* merupakan dua buah proses yang sangat berbeda. Proses *adjustment* adalah suatu proses untuk mengetahui *error* sebuah instrumen atau komponen dari suatu instrumen dan apabila memungkinkan dilakukan koreksi geometri atau apabila tidak dimungkinkan, maka koreksi dilakukan didalam perangkat lunak instrumen tersebut.

1.5.3 Ketidakpastian (*uncertainty*)

Definisi BIPM dari ketidakpastian adalah:

“non-negative parameter characterizing the dispersion of the quantity values being attributed to a measurand, based on the information used” (BIPM 2008a).

Terjemahan langsung dari ketidakpastian adalah sebuah parameter non-negatif yang mengkarakterisasi interval atau sebaran dari nilai suatu kuantitas yang diatribusikan pada sebuah hasil pengukuran berdasarkan informasi-informasi yang ada (yang berhubungan dengan pengukuran tersebut dan instrumen pengukuran yang digunakan). Hal penting yang menjadi catatan adalah ketidakpastian hanya diasosiasikan dengan suatu hasil pengukuran bukan instrumen pengukuran. Untuk instrumen pengukuran, nilai yang diasosiasikan terhadap suatu instrumen adalah *error*.

Nilai ketidakpastian memiliki peran yang sangat fundamental di bidang metrologi. Peran tersebut bukan hanya untuk merealisasikan keterlacakan suatu hasil pengukuran, melainkan digunakan juga untuk, misalnya menentukan suatu komponen diterima atau ditolak dalam suatu proses inspeksi dan mempengaruhi keputusan dalam studi kapabilitas suatu mesin manufaktur. Bahasan ketidakpastian akan dijelaskan secara detil di bab lainnya.

1.6 Standardisasi internasional

Berbagai macam standardisasi internasional (termasuk beberapa standar nasional yang sering diterapkan pada level internasional) yang berhubungan dengan pengukuran dimensi dan geometri serta toleransi. Standar-standar yang paling utama dalam aplikasi industri dan dibahas detil pada buku ini ditandai dengan penebalan pada nama standar-standar tersebut. Standar-standar tersebut adalah sebagai berikut:

Standar internasional mengenai definisi-definisi:

- **BIPM VIM 2008:** Referensi utama untuk definisi-definisi yang berkaitan dengan metrologi.

Standar internasional mengenai kuantitas, unit dan temperatur referensi:

- **ISO 1 2016:** Referensi utama standar temperatur pada 20 °C.

- ISO 31-0 1992: Prinsip umum dari penggunaan unit-unit fisika.
- ISO/IEC 80000-3 2007: unit dan kuantitas dimensi dan waktu.
- ISO 80000-2 2009: Tanda dan simbol matematika yang digunakan pada sains dan teknologi.
- ISO/IEC 80000-11 2009: Angka karakteristik pada sains dan teknologi.
- ISO/IEC 80000-7 2009: Satuan dan kuantitas cahaya dan radiasi elektromagnetik.
- ISO/IEC 80000-3 2007: Satuan dan kuantitas periodik.
- ISO/IEC 80000-4 2006: Satuan dan kuantitas mekanika.
- ISO/IEC 80000-5 2007: Satuan dan kuantitas kalor.
- ISO/IEC 80000-5 2007: Satuan dan kuantitas listrik dan magnet.

Standar internasional mengenai akurasi dan presisi:

- **ISO 5725-1 1994:** Prinsip general dan definisi dari akurasi (*trueness and precision*).
- **ISO 5725-2 1994:** Metode dasar untuk menentukan *repeatability* dan *reproducibility* dari sebuah metode pengukuran.
- **ISO 5725-3 1994:** Metode untuk menentukan tingkat presisi suatu pengukuran.
- **ISO 5725-4 1994:** Metode untuk menentukan tingkat *trueness* suatu pengukuran.
- ISO 5725-5 1994: Metode alternatif untuk menentukan tingkat presisi suatu pengukuran.
- ISO 5725-5 1994: Penggunaan praktis dari nilai keakuratan.

Standar internasional mengenai standar dan alat ukur panjang:

- ISO 3650 1998: Standar mengenai *gauge block*.
- ISO 13102 2012: Standar mengenai *indicator-gauge* digital berbasis elektronik.
- ISO 13225 2012: Standar mengenai *Height gauge*.
- ISO 13385-1 2011: Standar mengenai *vernier caliper* (jangka sorong).
- ISO 13385-2 2011: Standar mengenai *depth caliper*.

Standar internasional yang utama mengenai ketidakpastian:

- **BIPM GUM 2008:** Referensi utama untuk menentukan nilai ketidakpastian.

Standar internasional mengenai inspeksi kualitas:

- **ISO 14253-1 2013:** Standar mengenai aturan pengambilan keputusan dari suatu proses inspeksi kualitas.
- ISO 14253-2 2011: Standar mengenai estimasi ketidakpastian pada suatu pengukuran, kalibrasi dan verifikasi.
- ISO 14253-3 2011: Standar mengenai petunjuk untuk mencapai kesepakatan penyertaan ketidakpastian.
- ISO 14253-5 2015: Standar mengenai ketidakpastian pada tes verifikasi suatu instrumen pengukuran.

Standar internasional mengenai verifikasi unjuk kerja CMM:

- **ISO 10360-1 2000:** Standar mengenai definisi-definisi pada tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM.
- **ISO 10360-2 2009:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM untuk pengukuran panjang.
- **ISO 10360-3 2000:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM dengan *rotary-axis*.
- **ISO 10360-4 2000:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM dengan menggunakan pengukuran berbasis *scanning*.
- **ISO 10360-5 2010:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM yang menggunakan sistem kontak dengan satu atau multipel *stylus*.
- **ISO 10360-6 2001:** Standar mengenai estimasi error dalam perhitungan *Gaussian features (fitting)*.

- **ISO 10360-7 2011:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM berbasis *image sensor*.
- **ISO 10360-8 2013:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM berbasis *optical sensor*.
- **ISO 10360-9 2013:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM berbasis multi sensor.
- **ISO 10360-10 2016:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu *laser tracker*.
- **ISO 10360-12 2016:** Standar mengenai tes verifikasi performansi dan penerimaan suatu CMM berbasis *articulated arm*.

Standar internasional mengenai ketidakpastian hasil pengukuran CMM:

- **ISO 15530-1 2013:** Standar mengenai definisi-definisi dan karakteristik metrologi untuk menentukan nilai ketidakpastian pengukuran berbasis CMM.
- **ISO/DTS 15530-2 2003:** Standar mengenai metode untuk menentukan nilai ketidakpastian pengukuran berbasis CMM dengan menggunakan strategi pengukuran multipel.
- **ISO 15530-3 2011:** Standar mengenai metode untuk menentukan nilai ketidakpastian pengukuran berbasis CMM dengan menggunakan artefak terkalibrasi.
- **ISO 15530-4 2008:** Standar mengenai metode untuk menentukan nilai ketidakpastian pengukuran berbasis CMM dengan menggunakan metode simulasi Monte-Carlo.

Standar internasional mengenai toleransi:

- ISO 14405-1 2016: Standar mengenai toleransi dimensi: *linear sizes*.
- ISO 14405-2 2011: Standar mengenai toleransi dimensi: selain *linear sizes*.
- ISO 14405-3 2016: Standar mengenai toleransi dimensi: *Angular sizes*.
- **ISO 1101 2017:** Standar mengenai toleransi geometri (GD&T).
- **ASME Y14.5 2009:** Standar mengenai toleransi di Amerika Serikat. Standar ini merupakan standar utama untuk toleransi geometri (GD&T).
- ASME Y14.5.1 1994: Standar mengenai definisi matematik dari toleransi geometri (GD&T).

Untuk standar CMM baik mengenai verifikasi performansi dan ketidakpastian, standar Jerman VDI/VDE juga sering digunakan, terutama oleh industri-industri manufaktur dan otomotif di Jerman.

BAB 2

Data, analisis statistik dan komputasi numerik

Bab ini menjelaskan tentang prinsip-prinsip matematika yang sering digunakan sebagai alat untuk merekonstruksi, memproses dan menganalisis data yang didapatkan dari suatu instrument pengukuran, baik berbasis kontak maupun non-kontak. Bab ini terdiri dari penjelasan mengenai data dan istilah-istilah yang terkait dengannya, berbagai macam analisis statistik yang paling umum dan mendasar untuk bidang pengukuran dan aspek-aspek yang berhubungan dengan komputasi numerik. Untuk komputasi numerik, hal ini merupakan aspek yang sangat penting karena semua analisis dan pemrosesan data hasil pengukuran, seperti pengukuran yang dilakukan dengan menggunakan mesin pengukur koordinat (*coordinate measuring machine/CMM*)), dilakukan oleh komputer sehingga properti-properti dari suatu pemrosesan data oleh suatu komputer harus diketahui.

2.1 Data

Berbagai istilah dan definisi dari data dan aspek-aspek yang berkaitan dengan pengukuran dimensi dan geometri sangat penting untuk diketahui sebelum masuk ke pembahasan pengukuran tersebut. Sumber utama berbagai definisi dan istilah dalam pengukuran terdapat di VIM (BIPM 2008a). Berbagai macam definisi dan istilah yang penting diketahui dalam bidang pengukuran adalah (BIPM 2008a):

- Data.

Data adalah fakta yang dikumpulkan sebagai referensi untuk dianalisis (berdasarkan kamus Oxford). Dalam bidang pengukuran, data adalah semua yang dihasilkan dari suatu instrumen pengukuran. Seluruh data hasil pengukuran dimensi dan geometri adalah berupa angka atau numerik yang bisa diproses secara matematik. Data ini sering juga disebut dengan data mentah (*raw data*), yaitu semua angka yang dihasilkan oleh suatu alat pengukuran, seperti CMM. Pada umumnya, alat-alat pengukuran menghasilkan data mentah yang tersimpan dalam sebuah file ASCII dengan format tertentu. Untuk memudahkan pembacaan, di dalam file ASCII tersebut, terdapat beberapa keterangan tentang data yang dihasilkan tersebut.

Seluruh data yang dihasilkan oleh suatu alat pengukuran berupa data spatial baik 1D, 2D dan 3D. Contoh data 1D adalah data yang dihasilkan oleh suatu alat pengukur panjang, seperti jangka sorong. Contoh data 2D adalah data yang dihasilkan oleh suatu alat pengukuran permukaan benda, seperti *contact stylus*. Dan, contoh data 3D adalah data yang dihasilkan oleh mesin pengukur koordinat (CMM). Data 3D tersebut pada umumnya diistilahkan dengan awan poin (*point cloud*) dan mengandung posisi koordinat poin, yaitu koordinat x , y and z . Beberapa instrument pengukuran juga menambahkan data orientasi poin terhadap suatu aksis selain data x , y dan z tersebut. Pada umumnya, point cloud mengandung ratusan hingga ribuan bahkan jutaan koordinat spasial poin yang dihasilkan oleh suatu CMM. Gambar 1 memperlihatkan contoh data mentah yang didapatkan dari suatu CMM berbasis optik. Pada gambar 1, data mentah tersebut terdiri dari 15 poin data. Pada praktisnya, CMM berbasis optik bisa menghasilkan data mentah (berupa koordinat spasial dari poin-poin suatu permukaan benda yang diukur) sebanyak 3000000 poin hanya dalam waktu satu menit saja.

Gambar 1: Contoh data mentah (raw data) yang dihasilkan oleh suatu CMM berbasis optik. Data mentah tersebut berupa koordinat spasial x , y dan z dari poin-poin yang direkonstruksi dari pengukuran CMM tersebut. Tipe data mentah lainnya dapat menghasilkan koordinat spasial poin-poin beserta dengan rotasi poin-poin tersebut terhadap suatu axis.

- Informasi.

Informasi adalah data yang sudah disimpan dan diproses (berdasarkan kamus Oxford). Pada tahap ini, data yang sudah diproses sudah memiliki arti yang bisa digunakan. Sebagai contoh langsung dari informasi adalah suatu hasil suatu pengukuran dimensi, misalnya diameter. Diameter tersebut dihasilkan dari data-data mentah berupa koordinat spasial poin-poin yang dihasilkan dari suatu alat pengukuran dan diproses secara numerik sehingga diameter tersebut dapat dihasilkan.

Hasil pengukuran

planid	partnb	id	type	idsymbol	actual	nominal
PMC2016054_Artefact	4	X Value_Circle_1	X Value	xvalue	3.9998395	4.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Y Value_Circle_1	Y Value	yvalue	-4.0018424	-4.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Diameter_Circle_1	Diameter	diameter	0.5023460	0.5023460
PMC2016054_Artefact	4	X Value_Circle_2	X Value	xvalue	7.9994186	8.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Y Value_Circle_2	Y Value	yvalue	-3.9997227	-4.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Diameter_Circle_2	Diameter	diameter	0.5038955	0.5038955
PMC2016054_Artefact	4	X Value_Circle_3	X Value	xvalue	11.9991632	12.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Y Value_Circle_3	Y Value	yvalue	-4.0018147	-4.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Diameter_Circle_3	Diameter	diameter	0.5020203	0.5020203
PMC2016054_Artefact	4	X Value_Circle_4	X Value	xvalue	15.9994451	16.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Diameter_Circle_4	Diameter	diameter	0.5033878	0.5033878
PMC2016054_Artefact	4	X Value_Circle_6	X Value	xvalue	23.9986056	24.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Y Value_Circle_6	Y Value	yvalue	-4.0016091	-4.0000000
PMC2016054_Artefact	4	Diameter_Circle_6	Diameter	diameter	0.5004711	0.5004711

Gambar 2: Contoh file yang berisi informasi hasil pengukuran yang diakkan oleh suatu CMM berbasis kontak. Pada umumnya setiap CMM menghasilkan informasi hasil pengukuran yang ditampilkan langsung pada layar komputer dan disimpan dalam sebuah file.

- *Measurand*.

Measurand adalah kuantitas atau properti yang ingin diukur, misalnya diameter, panjang, volume dan *roundness*. Definisi *measurand* adalah hal pertama yang harus dilakukan sebelum melakukan suatu pengukuran apapun. Untuk menentukan suatu *measurand*, bebera aspek yang harus diketahui misalnya:

pengetahuan tentang fenomena yang akan diukur, deskripsi dari fenomena atau benda yang mempunyai kuantitas yang akan diukur, dan pengetahuan mengenai material dari benda yang mempunyai kuantitas untuk diukur tersebut. Proses pengukuran *measurand* tersebut sangat dipengaruhi oleh prosedur pengukuran dan sistem pengukuran yang digunakan. Hal tersebut menyebabkan kuantitas yang diukur akan berbeda dengan definisi *measurand* tersebut. Dalam kasus ini, suatu koreksi dari hasil pengukuran *measurand* tersebut harus dilakukan. Sebagai contoh, pengukuran panjang sebuah aluminium alloy yang dilakukan pada suhu 25 °C akan mempunyai hasil yang berbeda apabila pengukuran tersebut dilakukan pada suhu standar 20 °C. Maka dari itu, koreksi panjang hasil pengukuran dari aluminium alloy tersebut harus dilakukan.

- **Resolusi.**
Resolusi adalah perubahan terkecil dari kuantitas yang diukur (*measurand*) yang menyebabkan perubahan indikasi pada suatu alat ukur yang dapat terlihat atau terekam. Dengan kata lain, resolusi adalah perubahan atau bacaan terkecil dari skala suatu alat ukur. Resolusi berbeda dengan akurasi dan presisi dan bergantung pada, misalnya, gangguan (*noise*) internal atau eksternal dan nilai dari kuantitas yang diukur.
- **Akurasi.**
Akurasi adalah perbedaan antara suatu kuantitas yang diukur dan nilai sebenarnya dari suatu *measurand* (kuantitas yang diukur). Dari definisi akurasi, akurasi merupakan suatu parameter yang tidak terkuantifikasi dengan nilai karena pada kenyataannya dalam setiap pengukuran, *nilai yang sebenarnya* dari suatu *measurand* tidak dapat diketahui karena ada faktor ketidakpastian (*uncertainty*) dalam suatu pengukuran (lihat bab ketidakpastian). Untuk akurasi, seseorang hanya bisa mengetahui suatu instrumen lebih akurat dibandingkan dengan suatu instrumen lainnya (komparasi relatif). Standar ISO memberikan definisi praktis untuk akurasi, yaitu kombinasi dari *trueness* dan presisi (ISO 5725-1 1994). Sehingga, pada praktiknya apabila akurasi didefinisikan secara numerik (yang sangat umum ditemui di kondisi riil), maka nilai numerik tersebut sudah mengandung nilai *trueness* dan presisi.
- ***Trueness*.**
Trueness adalah perbedaan antara nilai rata-rata suatu hasil pengukuran dengan replikasi yang tak terhingga (sangat banyak) dan suatu nilai kuantitas referensi. *Trueness* mempunyai hubungan terbalik dengan kesalahan sistematis (*systematic error*) dan tidak berhubungan dengan kesalahan acak (*random error*).
- **Presisi.**
Presisi adalah perbedaan antara kuantitas nilai atau indikasi yang diukur dan nilai yang didapatkan dari replikasi (pengulangan) pengukuran pada objek yang sama atau mirip pada kondisi tertentu. Kondisi tertentu tersebut misalnya: pengulangan dengan operator yang sama dan pengulangan dengan operator yang berbeda. Presisi dikuantifikasikan sebagai ketidakpastian (*uncertainty*) yang akan dibahas secara khusus pada bab lainnya. Hal pertama yang harus dimiliki oleh suatu alat pengukuran adalah presisi.

Pada kondisi praktis, nilai yang sering diestimasi adalah nilai resolusi, *trueness* dan presisi. Akurasi merupakan hasil kombinasi dari *trueness* dan presisi. Namun demikian, ketiga istilah tersebut: resolusi, *trueness* dan presisi sering disalahartikan atau sering tertukar antara ketiga istilah tersebut. Untuk lebih jelasnya, ilustrasi dari resolusi, *trueness* dan presisi diperlihatkan pada gambar 3. Hasil pengukuran pada gambar 3 diperlihatkan sebagai simbol “•” dan nilai referensi diistilahkan dengan “Target”. Pada gambar 3, *trueness* diperlihatkan sebagai perbedaan dari rata-rata hasil pengukuran yang diulang-ulang (dilambangkan dengan simbol “•”) dengan nilai referensi “Target”. Presisi diperlihatkan sebagai diameter lingkaran yang memuat $x\%$ dari total pengulangan pengukuran n yang dilakukan. Pada umumnya, lingkaran tersebut yang merepresentasikan presisi memuat 95 % (2σ , dimana σ adalah deviasi standar dari rata-rata) dari total hasil pengulangan pengukuran. Estimasi presisi menggunakan metode statistika dan pada umumnya mengasumsikan hasil pengukuran memiliki distribusi normal (Gaussian). Terakhir, resolusi digambarkan sebagai jarak terkecil yang dapat dicapai dari pergerakan atau indikasi suatu alat ukur.

Gambar 3: Ilustrasi dari resolusi, *trueness* dan presisi.

- Kesalahan (*error*).
Kesalahan adalah nilai yang diukur dikurangi dengan nilai referensi. Pada umumnya, nilai referensi merujuk pada nilai yang terkalibrasi atau nilai nominal pada gambar teknik. Kesalahan (*error*) terbagi menjadi dua bagian, yaitu: kesalahan sistematis (*systematic error*) dan kesalahan acak (*random error*). Kesalahan ε_{total} dapat diformulasikan sebagai:

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{sistematis} + \varepsilon_{acak} \quad (1)$$

- Kesalahan sistematis (*systematic error*).
Kesalahan sistematis adalah komponen kesalahan yang mempunyai nilai konstan apabila pengukuran diulang atau bervariasi dengan cara yang dapat ditebak (*patterned variation*). Kesalahan sistematis harus dikoreksi apabila sumber dari kesalahan tersebut dapat diketahui. Nilai referensi dari kesalahan sistematis dalam praktiknya adalah nilai yang terkalibrasi atau nilai nominal.
- Kesalahan acak (*random error*).
Kesalahan acak adalah komponen kesalahan yang mempunyai sifat tidak dapat diprediksi apabila pengukuran diulang. Pada umumnya, nilai referensi dari kesalahan acak adalah nilai rata-rata dari hasil pengulangan pengukuran. Kesalahan acak mempunyai sebuah distribusi statistik yang dapat dikarakterisasikan dengan nilai rata-rata dan standar deviasi dari distribusi statistik tersebut.
- Bias.
Bias adalah estimasi dari kesalahan sistematis. Dengan kata lain, pada praktiknya kesalahan sistematis yang didapatkan disebut sebagai bias.
- Ketidakpastian hasil pengukuran (*measurement uncertainty*)
Ketidakpastian hasil pengukuran adalah suatu nilai (parameter) non-negatif yang mengkarakterisasikan sebaran dari nilai suatu hasil pengukuran.

2.2 Analisis statistik

Pada bagian ini, teori-teori statistika yang umum digunakan dalam pengukuran dimensi dan geometri, seperti untuk metode analisis data dan interpretasi data dijelaskan. Fokus utama pada penjelasan tersebut adalah mengenai distribusi statistik, karakterisasi dari distribusi statistik, dan metode analisis varian dan regresi linear. Pembaca diharapkan sudah mempunyai dasar-dasar ilmu probabilitas dan statistika sehingga sub-bab ini bisa dijadikan bahan pengingat untuk memahami isi buku secara keseluruhan.

Statistika adalah ilmu yang meliputi pengumpulan, presentasi dan pengolahan data yang digunakan untuk mencari solusi permasalahan (baik permasalahan teknis maupun non-teknis) dengan memperhitungkan variabilitas yang terkandung dalam data tersebut (Hines et al 2003). Konsep variabilitas selalu ditemui dalam kehidupan sehari-hari. Contoh yang paling releban yang dibahas dalam buku ini adalah pengukuran. Apabila suatu pengukuran diulang dengan kondisi yang sama persis, maka hasil pengulangan pengukuran tersebut akan berbeda dengan hasil pengukuran sebelumnya. Misalnya, apabila kita mengukur suatu panjang besi, mungkin pengukuran pertama memberikan hasil 25.56 mm dan pengukuran kedua (dengan situasi yang sama persis) memberikan hasil 25.54 mm dan seterusnya akan memberikan hasil yang berbeda apabila pengukuran tersebut diulang terus-menerus.

Statistika berbasis teori probabilitas yaitu teori yang digunakan untuk mengkuantifikasi derajat kepercayaan pada suatu kejadian atau situasi yang sedang diobservasi. Teori probabilitas dapat dipelajari dengan lebih detil di Hines et al 2003 dan Montgomery dan Runger 2003. Variabilitas dari suatu data observasi, misalnya data hasil pengukuran, menunjukkan derajat ketidaktahuan kita dalam proses observasi (dalam hal ini) pengukuran tersebut. Semakin tinggi tingkat pemahaman kita terhadap suatu observasi atau pengukuran, maka hal-hal yang menyebabkan variabilitas pada data hasil observasi tersebut dapat dikurangi, misalnya dengan melakukan koreksi apabila kesalahan sistematik dari proses tersebut dapat diketahui.

2.2.1 Variabel acak dan distribusi statistik

Variabel acak, fungsi distribusi probabilitas dan fungsi distribusi kumulatif.

Variabel acak (*random variable*) didefinisikan sebagai suatu variabel X yang diasosiasikan dengan suatu hasil dari sebuah eksperimen acak e (dalam hal ini bisa diartikan dengan suatu pengukuran) (Montgomery dan Runger 2003). Variabel X tersebut diasosiasikan dengan setiap hasil eksperimen e (suatu nilai riil) dalam ruang sample S ($e \in S$). Karena hasil suatu eksperimen e belum diketahui, maka nilai variabel acak X yang akan muncul juga belum diketahui secara pasti. Dengan kata lain, variabel acak X adalah suatu fungsi yang menyematkan sebuah nilai riil e pada setiap nilai dalam ruang sampel hasil dari sebuah eksperimen acak.

Variabel acak pada umumnya dituliskan dengan huruf besar X . Nilai yang diukur dari variabel acak tersebut pada umumnya dituliskan dengan huruf kecil x . Sebagai contoh, misalnya X adalah suatu variabel acak dari hasil pengukuran diameter, maka nilai variabel acak tersebut yang diukur dituliskan, misalnya sebagai $x = 5$ mm.

Variabel acak dibagi menjadi dua macam, yaitu variabel acak diskrit (*discrete random variable*) dan variabel acak kontinu (*continuous random variable*). Variabel acak diskrit adalah variabel acak yang mempunyai batas jarak yang terbatas, misalnya banyaknya cacat pada permukaan sebuah benda, proporsi dari komponen yang cacat per 1000 komponen dan banyaknya orang yang masuk ke sebuah laboratorium. Variabel acak kontinu adalah variabel acak yang mempunyai interval bilangan riil, baik dengan jarak yang terbatas (*finite*) maupun tak terbatas (*inifinite*), misalnya panjang, diameter, waktu, temperature dan massa.

Distribusi probabilitas dari sebuah variabel acak X adalah sebuah fungsi yang menggambarkan atau merepresentasikan probabilitas atau kemungkinan variabel X didapatkan (Montgomery dan Runger 2003). Distribusi probabilitas juga terbagi menjadi dua macam mengikuti jenis variabel acaknya, yaitu distribusi probabilitas kontinu dan distribusi probabilitas diskrit. Gambar 4 memperlihatkan distribusi probabilitas kontinu untuk variabel acak kontinu dan gambar 5 memperlihatkan distribusi probabilitas diskrit untuk variabel acak diskrit. **Distribusi probabilitas kontinu dinamakan fungsi kepadatan probabilitas (*probability density function*/PDF) dan distribusi probabilitas diskrit dinamakan fungsi massa probabilitas (*probability mass function*/PMF).** Dari gambar 4, dapat terlihat bahwa untuk distribusi kontinu, interval variabelnya merupakan bilangan riil (kontinu). Sedangkan pada gambar 5, terlihat bahwa distribusi diskrit, interval variabelnya merupakan bilangan bulat (integer). Untuk aplikasi

pengukuran dimensi dan geometri, pada umumnya analisis pengukuran tersebut mengacu pada distribusi kontinu, misalnya distribusi normal, distribusi *uniform* (seragam) dan distribusi *U*.

Gambar 4: Distribusi probabilitas kontinu.

Gambar 5: Distribusi probabilitas diskrit.

fungsi massa probabilitas (probability mass function/PMF) $P_X(x_i)$ diformulasikan sebagai:

$$f(x_i) = P_X(x_i) = P_X(X = x_i) = \sum_{j \in \phi_i} P_X(x_{ij}) \quad (2)$$

dimana X adalah suatu variabel acak diskrit, nilai $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}$ merepresentasikan nilai X sedemikian rupa sehingga $H(x_{ij}) = x_i$ untuk suatu set nilai indeks $\phi_i = \{j: j = 1, 2, \dots, s_i\}$. Gambar 5 memperlihatkan contoh suatu fungsi massa probabilitas.

properti PMF adalah sebagai berikut:

- $f(x_i) \geq 0$ (3)

- $\sum_{i=1}^n f(x_i) = 1$ (4)

- $f(x_i) = P(X = x_i)$ (5)

Untuk probabilitas diskrit, pada umumnya dikatakan probabilitas suatu nilai $X = a$ muncul (dapat diambil) dari suatu ruang sampel S .

$$f(x = a) = P_X(x = a) = \sum_{m=1}^n (x_m = a) / N \quad (6)$$

dimana a adalah suatu nilai variabel acak diskrit yang muncul dari ruang sampel S dan n banyaknya jumlah kemunculan nilai a tersebut dari ruang sampel S . Sebagai contoh, misalkan probabilitas nilai 2 muncul dari suatu distribusi diskrit X (pada gambar 5), yaitu probabilitas $x = 2$ atau $P(x = 2)$, diperlihatkan pada gambar 6.

Gambar 6: Contoh presentasi probabilitas $x = 2$ dari suatu variabel acak diskrit X yang mempunyai fungsi probabilitas seperti pada gambar 5.

Fungsi distribusi kumulatif (*comulative distribution function*) dari fungsi massa probabilitas (PMF), dinotasikan dengan $F(x)$, didefinisikan sebagai:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i) \quad (7)$$

Untuk variabel acak diskrit, $F(x)$ mempunyai properti sebagai:

$$\bullet \quad F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i) \quad (8)$$

$$\bullet \quad 0 \leq F(x) \leq 1$$

$$\bullet \quad \text{Jika } x \leq y, \text{ maka } F(x) \leq F(y) \quad (9)$$

fungsi densitas probabilitas (probability density function/PDF) $f(x)$ adalah sebuah fungsi dimana:

$$\bullet \quad f(x) \geq 0 \quad (10)$$

$$\bullet \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (11)$$

$$\bullet \quad P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx = \text{area dibawah kurva } f(x) \text{ dari } a \text{ sampai } b. \quad (12)$$

Untuk probabilitas kontinu, pada umumnya dikatakan probabilitas suatu nilai $X < a$ muncul (dapat diambil) dari suatu ruang sampel S atau probabilitas suatu nilai $a < X < b$ muncul (dapat diambil) dari suatu ruang sampel S .

$$(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx \quad (13)$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (14)$$

Sebagai contoh, misalkan probabilitas suatu variabel acak kontinu X muncul dengan nilai antara 1 dan 2 $P(1 < x < 2)$, dimana variabel acak tersebut mempunyai fungsi probabilitas seperti yang diperlihatkan (pada gambar 4), diperlihatkan pada gambar 7.

Gambar 7: Contoh presentasi probabilitas $1 < x < 2$ dari suatu variabel acak kontinu X yang mempunyai fungsi probabilitas seperti pada gambar 4.

Fungsi distribusi kumulatif (*comulative distribution function*) dari fungsi densitas probabilitas (PDF), dinotasikan dengan $F(x)$, didefinisikan sebagai:

$$F(x) = P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) d(x) \quad \text{untuk } -\infty < a < \infty \quad (15)$$

Mean (nilai rata-rata) dan varian.

Mean (nilai rata-rata atau *average*) μ adalah suatu nilai yang menggambarkan atau mengkuantifikasikan kecenderungan dari lokasi tengah (*central tendency*) dari suatu distribusi probabilitas. Seringkali *mean* (nilai rata-rata) μ diekspresikan sebagai nilai ekspektasi (*expected value*) $E(x)$ yaitu nilai rata-rata (*average*) dengan sampel atau pengulangan yang banyak (*long-run*) dari suatu variabel acak (Montgomery 2001). Mean atau nilai ekspektasi diformulasikan sebagai:

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx; \text{ untuk variabel acak kontinu} \quad (16)$$

$$\mu = E(x) = \sum_x xP(x); \text{ untuk variabel acak diskrit} \quad (17)$$

Varian $\sigma^2 = Var(x)$ adalah suatu nilai yang menggambarkan atau mengkuantifikasi sebaran (variabilitas) dari suatu distribusi statistik. Varian σ^2 diformulasikan sebagai:

$$\sigma^2 = Var(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)f(x)dx; \text{ untuk variabel acak kontinu} \quad (18)$$

$$\sigma^2 = Var(x) = \sum_x (x - \mu)p(x); \text{ untuk variabel acak diskrit} \quad (19)$$

Varian σ^2 dapat diekspresikan dengan dalam bentuk sebuah nilai ekspektasi, yaitu:

$$\sigma^2 = Var(x) = E[(y - \mu)^2] \quad (20)$$

Istilah lain untuk menyebutkan *mean* atau nilai ekspektasi adalah momen pertama (*first moment*) dan istilah lain untuk menyebutkan varian adalah momen kedua (*second moment*) dari suatu distribusi probabilitas. Akar kuadrat dari σ^2 , yaitu σ , disebut sebagai deviasi standar. Beberapa properti yang penting dari nilai ekspektasi $E(x)$ dan varian $Var(x)$ adalah:

- $E(C) = C$; c adalah suatu nilai konstanta (21)

- $E(x) = \mu$; x adalah suatu variabel acak (22)

- $E(Cx) = CE(x) = C\mu$ (23)

- $Var(C) = 0$ (24)

- $Var(x) = \sigma^2$ (25)

- $Var(Cx) = C^2 var(x) = C^2 \sigma^2$ (26)

Jika ada dua varianbel acak x_1 dan x_2 , maka:

- $E(x_1 + x_2) = E(x_1) + E(x_2) = \mu_1 + \mu_2$ (27)

- $Var(x_1 + x_2) = Var(x_1) + Var(x_2) + 2Cov(x_1, x_2)$ (28)

dimana:

$$Cov(x_1, x_2) = E[(x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)] \quad (29)$$

Properti-properti dari nilai ekspektasi $E(x)$ dan varian $Var(x)$ sangat penting untuk diketahui. Salah satu penggunaan properti-properti tersebut adalah ketika menurunkan formula GUM untuk menentukan nilai ketidakpastian dari hasil suatu pengukuran (lihat bab ketidakpastian).

2.2.2 Berbagai macam distribusi probabilitas dan *central limit theorem*

Distribusi probabilitas kontinu dan diskrit memiliki berbagai macam jenis distribusi. Bagian ini memperlihatkan berbagai macam jenis distribusi probabilitas tersebut yang paling umum digunakan atau muncul dalam berbagai aplikasi praktis, baik aplikasi pengukuran maupun aplikasi non-pengukuran. Distribusi probabilitas kontinu yang akan dipresentasikan adalah distribusi Normal, Uniform, Eksponensial, Gamma, Weibull dan Lognormal. Sedangkan, distribusi probabilitas diskrit yang akan dipresentasikan adalah distribusi Bernoulli, *Uniform*, Binomial, Geometrik dan Poisson. Distribusi yang paling umum digunakan dalam aplikasi pengukuran adalah distribusi Normal dan *Uniform*. Berbagai macam distribusi tersebut dapat digunakan untuk, misalnya, memodelkan data historis dari suatu kontributor nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran (lihat bab ketidakpastian).

1. Distribusi probabilitas kontinu.

• Distribusi Normal

Distribusi statistik yang paling utama adalah distribusi normal (Gaussian). Distribusi normal pertama kali dipelajari pada abad ke-18 dimana pola dari kesalahan pengukuran diketahui mengikuti sebuah pola yang simetri. Distribusi normal memiliki bentuk kurva seperti lonceng (*bell curve*) yang mempunyai pola yang simetri. Distribusi jenis ini memiliki peran penting dalam menentukan nilai ketidakpastian tipe A dan berbagai analisis lainnya yang berhubungan dengan data hasil pengukuran, seperti analisis regresi dan analisis varian (ANOVA). Gauss adalah orang yang pertama kali mempublikasikan distribusi normal pada tahun 1809, sehingga distribusi normal juga disebut sebagai distribusi Gaussian. Distribusi normal merupakan basis dari semua distribusi kontinu. Hal ini yang menyebabkan distribusi ini dinamakan dengan distribusi “Normal”.

Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi *Uniform* diformulasikan sebagai:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (30)$$

dimana $-\infty \leq x \leq \infty$, $-\infty \leq \mu \leq \infty$ dan $\sigma > 0$. Adalah μ mean dari distribusi tersebut dan σ^2 adalah varian dari distribusi tersebut. Notasi singkat distribusi normal pada umumnya ditulis $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Normal diperlihatkan pada gambar 8. Gambar 9 memperlihatkan fungsi kepadatan probabilitas distribusi Normal dengan berbagai macam nilai *mean* dan varian.

Distribusi Normal mempunyai properti-properti sebagai berikut:

1. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
2. $f(x) \geq 0$, untuk semua x
Properti nomor 1 dan 2 merupakan properti yang dimiliki oleh semua fungsi kepadatan probabilitas.
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ dan $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
4. $f(\mu + x) = f(\mu - x)$. Fungsi tersebut simetri terhadap μ
5. Nilai maksimum $f(x)$ adalah di $x = \mu$
6. Poin infleksi, yaitu point dimana perubahan arah terjadi, dari $f(x)$ adalah di $x = \mu \pm \sigma$

Gambar 8: Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Normal dengan mean $\mu = 0$ dan varian σ^2 .

Gambar 9: Fungsi kepadatan probabilitas distribusi normal dengan berbagai nilai *mean* dan varian.

Mean μ dari distribusi Normal adalah:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (31)$$

Dengan menggunakan variabel $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$, maka didapatkan:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (\mu + \sigma z) e^{\frac{-z^2}{2}} dz = \mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} dz + \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z e^{\frac{-z^2}{2}} dz \quad (32)$$

Karena $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} dz$ adalah sebuah fungsi kepadatan probabilitas distribusi normal dengan $\mu = 0$ dan $\sigma^2 = 1$, maka sesuai dengan properti $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$, nilai $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} dz = 1$. Kemudian, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z e^{\frac{-z^2}{2}} dz = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} z e^{\frac{-z^2}{2}} \Big|_{-\infty}^{\infty} = 0$, maka:

$$\mu = \mu[1] + \sigma[0] = \mu \quad (33)$$

varian σ^2 dari distribusi Normal adalah

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (34)$$

Dengan menggunakan variabel $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$, maka didapatkan:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^2 z^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} dz = \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} dz = \sigma^2 \left[\frac{-ze^{\frac{-z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \Big|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} dz \right] \quad (35)$$

$$\sigma^2 = \sigma^2[0 + 1] = \sigma^2 \quad (36)$$

Fungsi komulatif dari distribusi Normal adalah:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (37)$$

Fungsi komulatif dari distribusi Normal diperlihatkan pada gambar 10. Gambar 11 memperlihatkan fungsi komulatif dari distribusi Normal dengan berbagai macam nilai *mean* dan varian.

Gambar 10: Fungsi komulatif dari distribusi Normal.

Gambar 11: Fungsi komulatif dari distribusi Normal dengan berbagai nilai *mean* dan varian.

- **Distribusi Uniform**

Distribusi *Uniform* mempunyai aplikasi dalam bidang pengukuran terutama untuk menentukan kontribusi ketidakpastian dari suatu toleransi dalam gambar teknik atau dari sertifikat kalibrasi (lihat bab ketidakpastian). Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi *Uniform* diformulasikan sebagai:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 0, & \text{selainnya.} \end{cases} \quad (38)$$

dimana a adalah nilai minimum dan b adalah nilai maksimum dari variabel acak X). Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi *Uniform* diperlihatkan pada gambar 12.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi *Uniform* adalah:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_a^b \frac{x}{b-a} dx = \frac{b+a}{2} \quad (39)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx = \int_a^b \frac{(x - \frac{b+a}{2})^2}{b-a} dx = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (40)$$

Fungsi komulatif dari distribusi *Uniform* adalah:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \int_a^x \frac{dx}{b-a} = \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b, \\ 1, & x \geq b. \end{cases} \quad (41)$$

Fungsi komulatif dari distribusi *Uniform* diperlihatkan pada gambar 13.

Gambar 12: Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi *Uniform*.

Gambar 13: Fungsi komulatif dari distribusi *Uniform*.

- **Distribusi Eksponensial**

Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Eksponensial diformulasikan sebagai:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (42)$$

dimana parameter λ adalah bilangan riil dan konstanta positif. Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Eksponensial diperlihatkan pada gambar 14.

Gambar 14: Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Eksponensial.

Mean μ dari distribusi Eksponensial adalah:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_0^{\infty} x\lambda e^{-\lambda x}dx = -xe^{-\lambda x} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-\lambda x}dx \quad (43)$$

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \quad (44)$$

varian σ^2 dari distribusi Eksponensial adalah:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\lambda e^{-\lambda x}dx - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \quad (45)$$

$$\sigma^2 = \left[-x^2e^{-\lambda x} \Big|_0^{\infty} + 2 \int_0^{\infty} xe^{-\lambda x}dx\right] - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{\lambda^2} \quad (46)$$

Fungsi komulatif dari distribusi Eksponensial adalah:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \int_0^x \lambda e^{-\lambda x}dx = 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0. \end{cases} \quad (47)$$

- **Distribusi Gamma**

Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Gamma diformulasikan sebagai:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \quad (48)$$

dimana parameter $\lambda > 0$ dan $r > 0$. r adalah parameter *bentuk* dan λ adalah parameter *skala*. $\Gamma(r)$ adalah fungsi Gamma = $(r - 1)!$. Dapat dilihat bahwa distribusi eksponensial merupakan bentuk khusus dari distribusi Gamma dengan $r = 1$. Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Gamma diperlihatkan pada gambar 15.

Gambar 15: Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Gamma dengan $\lambda=1$. Pada gambar ini, terlihat bahwa distribusi Gamm dengan $r = 1$ merupakan distribusi Eksponensial.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi Gamma adalah:

$$\mu = \frac{r}{\lambda} \quad (49)$$

$$\sigma^2 = \frac{r}{\lambda^2} \quad (50)$$

Fungsi komulatif dari distribusi Gamma adalah:

$$F(x) = 1 - \sum_{k=0}^{r-1} e^{-\lambda x} (\lambda x)^k / k! \quad (51)$$

- **Distribusi Weibull**

Distirbusi Weibull banyak dipakai untuk memodelkan waktu kegagalan (*time-to-failure*) suatu sistem mekanik atau elektrik. Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Weibull diformulasikan sebagai:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{\delta} \left[\frac{x-\gamma}{\delta} \right]^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{x-\gamma}{\delta} \right)^{\beta} \right], & x \geq \gamma, \\ 0, & x < \gamma. \end{cases} \quad (52)$$

dimana parameter γ adalah parameter lokasi $-\infty < \gamma < \infty$, δ adalah parameter skala dan β adalah parameter bentuk. Keunikan distribusi Weibull adalah dengan mengatur parameter-parameter tersebut, berbagai macam jenis distribusi probabilitas dapat diaproksimasi dengan menggunakan distribusi Weibull. Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Weibull diperlihatkan pada gambar 16.

Gambar 16: Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Weibull.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi Weibull adalah:

$$\mu = \gamma + \delta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (53)$$

$$\sigma^2 = \delta^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right\} \quad (54)$$

Fungsi komulatif dari distribusi Weibull adalah:

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\gamma}{\delta}\right)^\beta\right], \quad x \geq \gamma \quad (55)$$

Dapat terlihat bahwa distribusi Weibull mempunyai beberapa parameter yang dapat diatur nilainya untuk memodelkan berbagai macam jenis distribusi suatu variabel acak. Hal ini sangat bermanfaat, misalnya, dalam memodelkan suatu kontributor nilai ketidakpastian, dimana kontributor tersebut dimodelkan dari suatu data historis hasil pengukuran (lihat bab ketidakpastian).

- **Distribusi Lognormal**

Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Lognormal diformulasikan sebagai:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \theta)^2}{2\omega^2}\right], \quad 0 < x < \infty \quad (56)$$

dimana parameter distribusi tersebut adalah θ dan ω^2 . Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Lognormal diperlihatkan pada gambar 17.

Gambar 17: Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi Lognormal.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi Lognormal adalah:

$$\mu = e^{\theta + \omega^2/2} \quad (57)$$

$$\sigma^2 = e^{2\theta + \omega^2} (e^{\omega^2} - 1) \quad (58)$$

2. Distribusi probabilitas diskrit.

Fungsi massa probabilitas (kalau untuk variabel kontinu disebut fungsi kepadatan probabilitas) suatu distribusi variabel diskrit X dinotasikan sebagai $P(X = x_i) = f(x_i)$. Variabel X merupakan bilangan bulat (*integer*). $f(x_i)$ mempunyai bentuk representasi berupa diagram garis (*line diagram*). Fungsi distribusi probabilitas diskrit berguna untuk memodelkan hasil pengukuran yang bersifat kualitatif, yang biasanya hasil pengukuran diklasifikasikan dalam bentuk sebuah bilangan bulat, misalnya: hasil inspeksi warna sebuah permukaan benda berupa terang (dikodekan sebagai 2), cerah (dikodekan sebagai 1) dan gelap (dikodekan sebagai 0).

- **Distribusi Bernoulli**

Distribusi Bernoulli hanya mempunyai dua jenis keluaran (*output*). Fungsi massa probabilitas dari distribusi Bernoulli diformulasikan sebagai:

$$f(x_i) = \begin{cases} p, & x_j = 1, j = 1, 2, 3 \dots n, \\ 1 - p = q, & x_j = 0, j = 1, 2, 3 \dots n, \\ 0, & \text{selainnya.} \end{cases} \quad (59)$$

Fungsi massa probabilitas dari distribusi Bernoulli diperlihatkan pada gambar 18.

Gambar 18: Fungsi massa probabilitas dari distribusi Bernoulli.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi Bernoulli adalah:

$$\mu = \sum_x xP(x) = (1 \cdot p) + (0 \cdot q) = p \quad (60)$$

$$\sigma^2 = \sum_x (x - \mu)p(x) = [(1^2 \cdot p) + (0^2 \cdot q)] - p^2 = p(1 - p) = pq \quad (61)$$

- **Distribusi *Uniform* diskrit**

Fungsi massa probabilitas dari distribusi ***Uniform*** diformulasikan sebagai:

$$f(x_i) = \frac{1}{n} \quad (62)$$

Fungsi massa probabilitas dari distribusi ***Uniform*** diperlihatkan pada gambar 19.

Gambar 19: Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Uniform**.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi **Uniform** adalah:

$$\mu = \frac{b+a}{2} \quad (63)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a+1)^2-1}{12} \quad (64)$$

dimana a adalah nilai minimum dan b adalah nilai maksimum dari suatu variabel acak diskrit X .

- **Distribusi Binomial**

Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Binomial** diformulasikan sebagai:

$$f(x_i) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad (65)$$

$$f(x_i) = \binom{n}{x} p^x (q)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots, n \text{ dan } q = 1 - p. \quad (66)$$

dimana n adalah banyaknya percobaan (*trials*) independen. Setiap percobaan (*trial*) hanya mempunyai dua jenis keluaran, misalnya 0 dan 1. p adalah probabilitas keluaran = 1 pada setiap percobaan dan merupakan bilangan bulat $0 < p < 1$. Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Binomial** diperlihatkan pada gambar 20.

Gambar 20: Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Binomial**.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi **Binomial** adalah:

$$\mu = np \quad (67)$$

$$\sigma^2 = npq \quad (68)$$

- **Distribusi Geometrik**

Distribusi geometrik menggambarkan jumlah percobaan sebuah variabel acak X sampai mendapatkan suatu hasil A yang diinginkan (*first failure* atau *first success*). Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Geometrik** diformulasikan sebagai:

$$f(x_i) = (1 - p)^{x-1}p, \quad x=1,2,3,\dots \quad (69)$$

dimana p adalah parameter distribusi yaitu $0 < p < 1$. Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Geometrik** diperlihatkan pada gambar 21.

Gambar 21: Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Geometrik**.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi **Geometrik** adalah:

$$\mu = \frac{1}{p} \quad (70)$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-p)}{p^2} \quad (71)$$

- **Distribusi Poisson**

Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Poisson** diformulasikan sebagai:

$$f(x_i) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (72)$$

dimana $0 < \lambda$ dan $\lambda = pn$. n adalah jumlah percobaan dan p adalah sebuah hasil percobaan sama dengan suatu nilai A. Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Poisson** diperlihatkan pada gambar 22.

Gambar 22: Fungsi massa probabilitas dari distribusi **Poisson**.

Mean μ dan varian σ^2 dari distribusi **Poisson** adalah:

$$\mu = \lambda \quad (73)$$

$$\sigma^2 = \lambda \quad (74)$$

3. Central limit theorem.

Central limit theorem menyatakan bahwa apabila berbagai macam variabel acak dengan distribusi probabilitas yang berbeda-beda, apabila variabel-variabel tersebut saling dijumlahkan, maka jumlah dari variabel-variabel tersebut cenderung mengikuti distribusi normal. Selain itu, teori tersebut mengatakan bahwa rata-rata aritmatik dari sebuah variabel acak, dengan pengulangan yang banyak, akan terdistribusi secara normal. *Central limit theorem* dapat dirangkum sebagai berikut (Montgomery 2001):

- Apabila $y_1, y_2, \dots, y_n$ adalah sebuah seri dari n percobaan dan merupakan variabel acak bebas dengan

$E(y_i) = \mu$ dan $V(y_i) = \sigma^2$ (keduanya merupakan bilangan hingga) dan $x = y_1 + y_2 + \dots + y_n$, maka: $z_n = \frac{x - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}$ mempunyai sebuah aproksimasi distribusi $N(0,1)$ sedemikian rupa sehingga jika $F_n(z)$ adalah fungsi distribusi dari z_n dan $\varphi(z)$ adalah fungsi distribusi dari variabel acak $N(0,1)$, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(z)/\varphi(z) = 1$.

Ilustrasi dari central limit theorem diperlihatkan pada gambar 23. Gambar 23 memperlihatkan apabila ada tiga variabel acak yang mempunyai distribusi *Uniform* dengan parameter yang berbeda, ketika rata-rata aritmatik dikalkulasi dari ketiga variabel acak tersebut, maka rata-rata aritmatik tersebut akan mengikuti distribusi Normal.

Gambar 23: Ilustrasi dari *central limit theorem*.

Aplikasi Central theorem pada pengukuran salah satu contohnya adalah untuk menentukan nilai ketidakpastian dengan metode simulasi Monte-Carlo (lihat bab ketidakpastian). Metode simulasi tersebut mempunyai input data yang mempunyai berbagai macam distribusi probabilitas dan hasil simulasi tersebut, dengan jumlah simulasi yang banyak, mengikuti distribusi Normal. Dengan demikian, estimasi nilai ketidakpastian dengan metode simulasi Monte-Carlo pada umumnya mengasumsikan standar deviasi dari banyaknya hasil simulasi dengan mengikuti distribusi Normal. Namun demikian, estimasi ketidakpastian dari simulasi Monte-Carlo tidak selalu mengikuti distribusi Normal. Maka dari itu, hasil dari simulasi Monte-Carlo harus diobservasi terlebih dahulu untuk menentukan jenis distribusi yang paling tepat untuk hasil simulasi tersebut.

Untuk mengetahui berbagai macam teknik-teknik analisis statistik secara lebih detil, referensi utama yang dapat dijadikan rujukan adalah Montgomery 2001, Montgomery dan Runger 2003, dan Hines et al 2003.

2.2.3 Deviasi standar (*standard deviation*) dari data dan deviasi standar dari rata-rata (*standard deviation of the mean*)

Dalam pengukuran, nilai sebaran hasil pengukuran dikuantifikasi dengan parameter standar deviasi dari rata-rata (*standard deviation of the mean*). Hal ini berbeda dengan deviasi standar (*standard deviation*). Pada umumnya, dalam bidang pengukuran, standar deviasi dari rata-rata selalu digunakan untuk mengestimasi sebaran data hasil pengukuran. Namun demikian penggunaan standar deviasi dari rata-rata atau standar deviasi juga tergantung dari jenis suatu pengukuran. Selain itu, ketidakpastian tipe A (lihat bab ketidakpastian) dikalkulasi menggunakan formulasi standar deviasi dari rata-rata (BIPM 2008b). Ada dua alasan utama mengenai hal ini, yaitu: jumlah data hasil pengukuran pada umumnya tidak banyak, misalnya hanya tiga atau lima data, dan standar deviasi dari rata-rata memperhitungkan jumlah data hasil pengukuran yang digunakan untuk mengkalkulasi sebaran data, misalnya apabila suatu pengukuran diulang sebanyak tiga kali dan sepuluh kali, maka sebaran data yang dikalkulasi dari sepuluh jumlah pengulangan pengukuran lebih kecil dari sebaran data yang dikalkulasi dari tiga pengulangan pengukuran.

Untuk lebih jelasnya, perbedaan tersebut akan dijelaskan dengan sebuah ilustrasi sebagai berikut. Sebuah contoh pengukuran diameter D sebuah silinder dengan menggunakan jangka sorong. Apabila pengukuran diulang dan pengukuran dilakukan dengan orientasi yang berbeda (dilakukan dengan memutar silinder tersebut pada orientasi yang berbeda/acak), maka hasil yang berbeda-beda akan didapatkan. Hal ini disebabkan bahwa silinder yang diukur tersebut tidaklah sempurna (ada kesalahan-kesalahan yang bersumber dari, misalnya, kesalahan proses manufaktur). Hasil pengukuran diameter silinder tersebut dinotasikan sebagai d_i , nilai rata-rata (*mean*) dari n pengukuran independen diameter D adalah $\bar{d}$, dengan berasumsi data hasil pengukuran tersebut mempunyai distribusi Normal. Tabel 1

memperlihatkan contoh hasil data pengukuran dengan jumlah $n = 5$.

Tabel 1: Ilustrasi hasil perhitungan statistik dari pengukuran diameter silinder tersebut dengan $n = 5$.

Urutan pengukuran	Nilai yang diukur d_i/mm	Perbedaan dengan nilai rata-rata (<i>mean</i>) $\delta_i = (d_i - \bar{d})/\text{mm}$	Kuadrat dari perbedaan dengan nilai rata-rata (<i>mean</i>) δ_i^2/mm^2
1	12.61	0.06	0.0030
2	12.53	-0.03	0.0006
3	12.56	0.01	0.0001
4	12.59	0.04	0.0016
5	12.47	-0.08	0.0064
Jumlah	62.75	0	0.0118

Dari hasil pengukuran yang diperlihatkan pada tabel 1, Nilai rata-rata (*mean*) $\bar{d}$ dari pengukuran diameter d_i dengan jumlah pengukuran $n = 5$ adalah (terdistribusi Normal):

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{62.75}{5} = 12.55 \text{ mm} \quad (75)$$

Kemudian, deviasi standar σ adalah deviasi standar dari hasil pengukuran tak terhingga (*infinite number of measurements*) atau dari hasil pengukuran dengan jumlah yang sangat banyak (mewakili populasi dari pengukuran). σ dapat diestimasi dengan S , yaitu deviasi standar dari hasil pengukuran dengan jumlah terbatas n . s dikalkulasi sebagai berikut:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (0.0118)} = 0.054 \text{ mm} \quad (76)$$

Hasil dari rata-rata $\bar{d}$ adalah aproksimasi dari nilai diameter yang sebenarnya (*true diameter*) D dan nilai S aproksimasi dari deviasi standar populasi σ . Kesimpulan dari hasil perhitungan rata-rata dan deviasi standar mendeskripsikan proses pengukuran diameter silinder tersebut, yaitu diameter silinder tersebut mempunyai nilai diameter yang sebenarnya D . Namun demikian, karena berbagai macam kesalahan selama produksi, maka silinder yang dihasilkan tidaklah sempurna, dan dari silinder tersebut mempunyai deviasi dari nilai D dan sebaran dari deviasi dari nilai D dikarakterisasikan dengan nilai s . Sedangkan, aproksimasi dari nilai D adalah $\bar{d}_i$. Dengan demikian, deviasi standar dari populasi σ adalah ukuran besarnya deviasi d_i dari nilai diameter yang sebenarnya D .

Namun demikian, dalam kasus ini, nilai rata-rata $\bar{d}$ merupakan parameter yang lebih tepat untuk mengaproksimasi diameter yang sebenarnya D dari pada setiap pengukuran nilai d_i . Parameter yang mengkarakterisasi dispersi nilai $\bar{d}$ dari D adalah s_m . s_m adalah deviasi standar dari rata-rata dan merupakan estimasi dari standar dari rata-rata populasi σ_m . Standar deviasi dari rata-rata pada umumnya digunakan untuk merepresentasikan sebaran hasil pengukuran (contoh lainnya adalah s_m digunakan untuk estimasi nilai ketidakpastian tipe A). s_m diformulasikan sebagai:

$$s_m = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad (77)$$

Sehingga, untuk kasus pengukuran silinder diatas:

$$s_m = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \cdot (0.0118)} = 0.024 \text{ mm} \quad (78)$$

Kesimpulan dari contoh kasus pengukuran silinder tersebut adalah standar deviasi dari rata-rata s_m akan menurun apabila jumlah pengukuran ditambah sedangkan S mempunyai nilai yang stabil walaupun jumlah pengukuran ditambah. Namun demikian, walaupun nilai s_m dapat diturunkan dengan menambah jumlah pengukuran, pada banyak keadaan riil, penambahan pengukuran sangat tidak efisien. Faktor-faktor yang menyebabkan penambahan jumlah pengukuran tidak efisien adalah, misalnya, menambah waktu pengukuran secara signifikan, menambah jumlah produk yang harus diukur dan kebutuhan energi untuk menjalankan mesin pengukuran meningkat karena jumlah pengukuran bertambah. Kesimpulan dari deviasi standar S dan deviasi standar dari rata-rata s_m diperlihatkan pada tabel 2.

Tabel 2: Rangkuman dari relasi antara parameter-parameter statistik (nilai rata-rata dan dispersi) dan metode aproksimasi parameter-parameter tersebut dengan jumlah pengukuran yang terbatas (dikaitkan dengan contoh kasus pengukuran silinder di atas).

Nilai yang sebenarnya (true value)	Aproksimasi	Karakterisasi dispersi (perbedaan dengan nilai yang sebenarnya)	Deskripsi dispersi
D	d_i	s	d_i terhadap D
D	$\bar{d}$	$s_m = s/\sqrt{n}$	$\bar{d}$ terhadap D

Dari pembahasan di atas, dapat terlihat perbedaan antara standar deviasi dari data (atau hasil pengukuran) dan standar deviasi dari rata-rata. Standar deviasi dari rata-rata memperhitungkan banyaknya jumlah pengukuran yang dilakukan. Semakin banyak pengukuran yang dilakukan, maka deviasi standar dari rata-rata akan semakin kecil. Type A dari nilai ketidakpastian mengikuti formulasi standar deviasi dari rata-rata (lihat bab ketidakpastian).

2.2.4 Analisis regresi

Pengertian solusi numerik berbasis *least square* adalah solusi tersebut meminimalisasi total jumlah dari akar kuadrat (*sum-of-square*) dari residu-residu data (*data residuals*). Residu-residu data tersebut merupakan hasil dan suatu nilai yang diestimasi dikurangkan dengan nilai data aktual pada setiap persamaan. Solusi *least square* pada umumnya mencoba mengestimasi suatu persamaan yang *over-constraint*, yaitu jumlah data yang ada lebih banyak dari minimal jumlah variabel atau parameter persamaan tersebut, misalnya: estimasi *least square* sebuah garis, yang membutuhkan minimal dua poin untuk menentukan persamaan sebuah garis, dari lima point data. Solusi numerik berbasis *least square* mempunyai efek *averaging* (merata-ratakan) dari total data point yang ada.

Analisis regresi linier.

Regresi linier merupakan metode analisis numerik data berbasis *least square* untuk mengetahui hubungan antara berbagai macam variabel. Analisis regresi linier merupakan salah satu metode analisis data yang paling penting. Istilah

lain untuk regresi linier adalah *ordinary least square* (Castillo 2007). Penjelasan dari regresi linier adalah sebagai berikut. Bentuk umum data, misalkan data dari hasil pengukuran, adalah:

$$\begin{aligned} y_1 &\cong x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ \dots \ x_{1k} \\ y_2 &\cong x_{21} \ x_{22} \ x_{23} \ \dots \ x_{2k} \\ y_3 &\cong x_{31} \ x_{32} \ x_{33} \ \dots \ x_{3k} \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ y_n &\cong x_{n1} \ x_{n2} \ x_{n3} \ \dots \ x_{nk} \end{aligned} \quad (79)$$

dimana k adalah banyaknya variabel dan n adalah banyaknya data yang dikumpulkan. Misalkan, diasumsikan bahwa hubungan antara variabel-variabel dengan data tersebut mempunyai hubungan linier order pertama yang dimodelkan sebagai:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (80)$$

Maka, analisis *least square* adalah bagaimana mengestimasi $\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1, \dots, \widehat{\beta}_k$ (yang merupakan estimator dari parameter $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$) sedemikian hingga *sum-of-square* dari residu-residu data dapat diminimalisasikan. Kriteria *least square* adalah:

$$R(\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1, \dots, \widehat{\beta}_k) = \sum_{i=1}^n \widehat{\varepsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \widehat{\beta}_j x_{ij})^2 \quad (81)$$

Fungsi di atas merupakan fungsi konveks sehingga gardient dari fungsi tersebut selalu menuju ke minimum global (Castillo 2007). Maka dari itu, untuk mendapatkan nilai yang meminimalisasi fungsi tersebut, $\partial R / \partial \beta_j = 0$; $j = 0, 1, 2, \dots, k$. Jika jumlah persamaan (data) $n \geq$ jumlah parameter p yang mau diestimasi ($\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1, \dots, \widehat{\beta}_k$), maka fungsi tersebut mempunyai satu solusi yang unik. Tanda “^” (disebut *hat*) menunjukkan hasil estimasi. Misal, $\widehat{z}$ merupakan hasil estimasi, dalam hal ini menggunakan metode *least square*, dari z .

Representasi data-data tersbut (persamaan 79) dapat dinotasikan dalam bentuk matriks, yaitu:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (82)$$

dimana:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ 1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (83)$$

maka, total jumlah dari akar kuadrat dari residu-residu data (*sum-of-square of residuals*):

$$R(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}). \quad (84)$$

dari $\partial R(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) / \partial \widehat{\boldsymbol{\beta}} = 0$, Sebuah persamaan, yang dinamakan *persamaan normal*, didapatkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (85)$$

Estimasi *least square* dari parameter β adalah:

$$\mathbf{b} = \hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (86)$$

dimana:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & \sum x_{i1} & \sum x_{i2} & \dots & \sum x_{ik} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i1}x_{i2} & \dots & \sum x_{i1}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \text{simetri} & & & & \sum x_{ik}^2 \end{bmatrix} \quad (87)$$

$\mathbf{X}'\mathbf{X}$ adalah varian-covarian matriks yang merupakan sebuah matriks simetri. Elemen diagonal dari matriks $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ merupakan varian dari setiap $\hat{\beta}_j$, sedangkan elemen non-diagonalnya merupakan covarian dari pasangan $(\hat{\beta}_i, \hat{\beta}_j)$.

Dapat dilihat dari $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ bahwa apabila jumlah data atau persamaan kurang dari jumlah variabel atau parameter yang akan diestimasi, maka matriks $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ tidak dapat diinversikan, sehingga estimasi regresi linier tidak dapat dikalkulasi.

Properti dari regresi linier (*ordinary least-square*), dengan asumsi model general $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$, adalah sebagai berikut:

- $E[\varepsilon] = 0$
- $\text{Var}[\varepsilon] = \sigma^2\mathbf{I}$
- $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2\mathbf{I})$

Analisis regresi linier mengasumsikan bahwa setiap residual ε_i mempunyai distribusi normal, sehingga estimasi regresi linier juga terdistribusi normal sebagai berikut:

$$\mathbf{b} = \hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}). \quad (88)$$

Parameter $\mathbf{b} = \hat{\beta}$ yang diestimasi dengan regresi linier juga mempunyai varian. Varian dari $\mathbf{b}$ atau $\hat{\beta}$ tersebut adalah:

$$\text{Var}[\mathbf{b}] = \text{Var}[\hat{\beta}] = \text{Var}[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}] = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'[\text{var}[\mathbf{Y}]]\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \quad (89)$$

$$\text{Var}[\mathbf{b}] = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \quad (90)$$

$$\text{Var}[\mathbf{b}] = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \quad (91)$$

dimana σ^2 dapat diestimasi dengan:

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \frac{1}{n-p} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{b})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{b}) \quad (92)$$

dimana n adalah jumlah data atau persamaan dan p adalah jumlah variabel yang diestimasi. Contoh dari hasil kalkulasi varian dari parameter $\mathbf{b} = \hat{\beta}$ yang diestimasi dapat dilihat pada gambar 24 dan gambar 26.

Hal penting yang perlu diingat dalam regresi linier adalah pengertian linier tersebut adalah untuk parameter yang akan diestimasi dan bukan untuk variabel dari data atau persamaan yang ada. Apabila variabel-variabel yang ada dalam data, misalnya, dalam bentuk kuadrat, maka regresi linier tersebut dinamakan regresi linier orde dua. Untuk lebih jelasnya adalah sebagai berikut:

$$y = \beta_0 x_1^2 + \beta_1 x_2^2 + \beta_2 x_1 + \beta_3 x_2 \quad (93)$$

pada persamaan (93), walaupun persamaan tersebut mempunyai variable x_i yang non-linier, tetapi parameter-parameternya β_i adalah linier. Maka, estimasi *least square* dari variabel-variabel β_i termasuk dalam regresi linier (*ordinary least square*).

Analisis interval dari regresi linier.

Setelah estimasi parameter didapatkan, yaitu $\hat{\beta} = \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$, dengan metode regresi linier dari suatu persamaan $\mathbf{Y}$ (berdasarkan n data atau persamaan yang ada), maka estimasi dari $\mathbf{Y}$, yaitu $\hat{\mathbf{Y}}$, didapatkan:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\beta} \quad (94)$$

Maka, estimasi $\hat{\mathbf{Y}}$ juga mempunyai variasi yang digambarkan dengan sebuah interval kepercayaan seperti halnya estimasi parameter $\hat{\beta}$ juga mempunyai variasi yang dikalkulasi dengan persamaan (91).

Ada dua macam interval untuk $\mathbf{Y}$, yaitu interval kepercayaan (*confidence interval*) dan interval prediksi (*prediction interval*). Interval kepercayaan merupakan variasi dari variasi estimasi data yang sudah terobservasi ($\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$), dengan kata lain data yang digunakan untuk analisis regresi linier. Sedangkan, interval prediksi merupakan variasi estimasi dari data yang belum terobservasi ($\mathbf{x} \neq \mathbf{x}_0$).

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) \pm t_{\alpha/2, n-p} \hat{\sigma} \sqrt{\mathbf{x}_0' (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0}. \quad (95)$$

Sedangkan, interval prediksi diformulasikan sebagai:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) \pm t_{\alpha/2, n-p} \hat{\sigma} \sqrt{1 + \mathbf{x}_0' (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0}. \quad (96)$$

dapat dilihat bahwa interval prediksi selalau lebih besar dari interval kepercayaan karena interval prediksi mengandung data yang belum terobservasi (data diluar yang digunakan untuk analisis regresi linier). Gambar 24 dan 25 memperlihatkan contoh dari interval kepercayaan dan interval prediksi pada regresi linier orde satu dan orde dua.

Analisis residual dari regresi linier.

Hal yang penting pada regresi linier yang harus diperhitungkan adalah data atau poin yang secara signifikan mempengaruhi hasil total regresi linier. Ciri-ciri dari data tersebut adalah data tersebut mempunyai jarak numerik yang sangat jauh dibandingkan dengan rata-rata seluruh data, atau sering disebut dengan *outlier* (Castillo 2007). Bukan hanya itu, poin yang berpengaruh tersebut juga tergantung pada posisi data tersebut terhadap data-data lainnya. Sehingga, data yang berpengaruh mempunyai ciri-ciri, yaitu:

- Mempunyai jarak numerik yang sangat jauh dibandingkan dengan data-data lainnya.
- Berada pada posisi di limit bawah atau atas dari data-data yang ada (*leverage point*)

Gambar 26 memperlihatkan contoh dari suatu poin yang berpengaruh yang dengan adanya poin tersebut dalam suatu kalkulasi regresi linier, maka poin tersebut akan mempengaruhi hasil regresi tersebut secara signifikan.

Tes hipotesis dan goodness-of-fit dari regresi linier.

Setelah estimasi parameter suatu persamaan dengan metode regresi linier dilakukan. Langkah selanjutnya adalah memverifikasi (tes) apakah hasil estimasi parameter tersebut relevan atau signifikan berdasarkan statistik. Langkah pertama untuk melakukan tes hasil regresi adalah untuk mengetes dua hipotesis:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \quad (97)$$

$$H_1: \text{minimal salah satu dari } \beta_i \neq 0 \quad (98)$$

Pengertian dari dua hipotesis tersebut adalah H_0 mempunyai arti bahwa hasil estimasi parameter dengan regresi linier suatu persamaan tidak signifikan, sedangkan arti dari H_1 adalah estimasi parameter tersebut signifikan secara statistik.

Untuk melakukan uji atau tes hipotesis tersebut, metode analisis varian (ANOVA) digunakan. Metode ANOVA mengelompokkan *sum-of-square* (SS) dari residu-residu data sebagai berikut:

$$SS_{total} = SS_{regression} + SS_{error} \quad (99)$$

dimana SS_{error} diformulasikan sebagai:

$$SS_{error} = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (100)$$

$$SS_{error} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}' - \mathbf{Y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (101)$$

SS_{error} merupakan ukuran besarnya deviasi atau sebaran dari pusat data. Ukuran besarnya deviasi dari rata-rata hasil persamaan (observasi), $y_i - \bar{Y}$. $\bar{Y}$ adalah nilai rata-rata dari hasil persamaan (observasi). Dengan berasumsi bahwa $\beta_0 = 0$ (*the constant term/intercept*), maka seluruh *sum-of-square* (SS) dari residu-residu dapat dirangkum sebagai berikut:

$$SS_{total} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}' - n\bar{Y}^2 \quad (102)$$

$$SS_{regresi} = \mathbf{Y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - n\bar{Y}^2 \quad (103)$$

$$SS_{error} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}' - \mathbf{Y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (104)$$

Dimana n adalah jumlah persamaan atau data terobservasi. Setelah seluruh *sum-of-square* SS (total, regresi dan error) didapatkan, maka tes statistik regresi linier dapat dilakukan dengan:

$$F_0 = \frac{SS_{regresi}/(p-1)}{SS_{error}/(n-p)} \quad (105)$$

Variabel F_0 mempunyai distribusi $F_{p-1, n-p}$ untuk H_0 . P adalah jumlah regressor. Jika hipotesis H_0 ditolak, maka variasi yang dimodelkan dengan regresi linier tersebut lebih besar secara signifikan dibanding dengan variasi yang tidak terjelaskan (*unexplained random variation*), dengan kata lain, estimasi parameter hasil regresi tersebut signifikan secara statistik.

Selain tes hipotesis, hal yang sangat penting untuk regresi linier adalah mengukur seberapa baik model regresi tersebut memodelkan data yang terobservasi. Hal ini dinamakan tes *goodness-of-fit* dari regresi linier. Parameter statistik yang merepresentasikan *goodness-of-fit* adalah:

$$R^2 = \frac{SS_{regresi}}{SS_{total}} \quad (106)$$

R^2 merupakan parameter yang mengukur seberapa besar variasi dari data yang terobservasi dapat direpresentasikan dari suatu model regresi linier. Nilai dari R^2 adalah ukuran dari *goodness-of-fit* dan mempunyai nilai $0 \leq R^2 \leq 1$. Nama lain dari *goodness-of-fit* untuk R^2 adalah koefisien determinasi (*coefficient of determination*). R^2 bisa

digunakan apabila kita hanya mempunyai satu model regresi linier pada sebuah set data terobservasi.

Namun demikian, apabila kita ingin mengaplikasikan model regresi linier dengan berbagai macam jumlah data yang berbeda-beda atau ingin membandingkan berbagai macam model regresi linier pada suatu data, maka nilai R^2 harus dinormalisasikan. Karena, nilai R^2 tanpa normalisasi dapat ditingkatkan dengan menambah jumlah parameter (*regressor*) atau menambah interval data. Hal tersebut karena mereduksi elemen dari matriks $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$, sehingga $SS_{error} \rightarrow 0$, $SS_{regresi} \rightarrow SS_{total}$, sehingga $R^2 \rightarrow 1$.

Oleh sebab itu, apabila kita ingin mengaplikasikan suatu model regresi linier pada berbagai jumlah data yang berbeda atau mengkomparasikan berbagai macam model regresi linier, parameter statistik $R^2_{adjusted}$ lebih tepat untuk digunakan. $R^2_{adjusted}$ adalah R^2 yang ternormalisasikan. Diformulasikan sebagai berikut:

$$R^2_{adjusted} = 1 - (1 - R^2) \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \quad (107)$$

Dimana n adalah jumlah data terobservasi (jumlah persamaan) dan p adalah jumlah parameter (*regressor*). Dengan menggunakan $R^2_{adjusted}$ untuk mengkomparasi berbagai model regresi, kesimpulan yang sama pada umumnya akan didapatkan jika komparasi dilakukan dengan menggunakan parameter MS_{error} . Parameter MS_{error} akan dijelaskan pada bagian selanjutnya, yaitu ANOVA.

Contoh dari regresi linier.

Contoh regresi linier diperlihatkan pada gambar 24 dan 25. Pada gambar 24, jenis regresi linier tersebut adalah orde satu, yaitu variabel-variabel pada persamaan tersebut maksimal berpangkat satu. Sedangkan, gambar 25 memperlihatkan jenis regresi orde dua, yaitu variabel-variabelnya maksimal berpangkat dua. Pada gambar 24 dan 25, dapat dilihat bahwa jarak antar dua garis interval kepercayaan lebih kecil dari jarak antar dua garis interval prediksi. Hal ini sesuai dengan konsep dari interval prediksi yang merupakan variasi dari prediksi variabel yang belum terobservasi dengan menggunakan suatu model regresi linier. Hal ini disebabkan karena interval prediksi juga mengandung variasi dari data yang belum terobservasi. Pada gambar 24, diperlihatkan dengan lengkap interval kepercayaan dari parameter yang diestimasi berikut dengan parameter *goodness-of-fit*.

Gambar 26 memperlihatkan contoh dari poin yang berpengaruh (*outlier*) terhadap model hasil regresi linier. Pada gambar 26, model hasil regresi linier dari poin-poin data yang terobservasi (bentuk bulat warna biru) diperlihatkan dengan garis tersambung. Pada model regresi ini, nilai R^2 adalah 0.99.

Poin yang berpengaruh diperlihatkan dengan simbol “*” pada gambar 26. Dapat dilihat bahwa poin berpengaruh tersebut bersifat seperti tongkat “lever” yang menarik garis persamaan hasil regresi linier ke arah bawah. Pada gambar 26, garis persamaan hasil regresi linier yang mengikutkan poin berpengaruh tersebut diperlihatkan dengan garis putus-putus. Pada model regresi ini yang mengikutkan poin berpengaruh, nilai R^2 adalah 0.73. Dari perbandingan hasil persamaan regresi linier tanpa dan dengan mengikutkan poin berpengaruh, poin berpengaruh mengurangi kualitas hasil dari regresi linier. Hal tersebut menjelaskan bahwa untuk melakukan analisis regresi linier, suatu poin berpengaruh (*outlier*) harus tidak diikutsertakan dalam analisis tersebut.

Maka dari itu, pada umumnya dalam bidang pengukuran (terutama pengukuran dengan menggunakan instrumen-instrumen non-kontak berbasis optik), sebelum proses kalkulasi asosiasi suatu *feature* ke data poin yang didapatkan, outlier dari dalam data tersebut harus disaring agar tidak diikutsertakan dalam analisis regresi (lihat bab algoritma). Apabila suatu point berpengaruh dalam suatu set data diikutsertakan dalam analisis regresi, maka hasil suatu pengukuran akan menjadi salah atau tidak akurat.

Gambar 24: Contoh regresi linier orde satu.

Gambar 25: Contoh regresi linier order dua.

Gambar 26: Contoh poin atau data yang berpengaruh (*outlier*). Data *outlier* “*” tersebut mempengaruhi secara signifikan hasil dari regresi linier.

2.2.5 Analisis varian (*analysis of variance*/ANOVA)

Analisis varian (ANOVA) pertama kali dikembangkan oleh R. Fisher pada tahun 1920-an untuk meningkatkan produktivitas pertanian. ANOVA merupakan salah satu metode analisis yang paling sering digunakan dalam bidang statistik dan analisis data (Burdick et al 2005), dan mempunyai palikasi yang sangat penting dalam bidang pengukuran. Dengan metode ANOVA, analisis berbagai macam faktor, dengan berbagai jumlah (> 2) level atau nilai pada setiap faktor tersebut, yang mempengaruhi suatu observasi dapat dilakukan (Montgomery 2001). Hal ini dapat dilakukan karena analisis ANOVA adalah hasil generalisasi dari analisis dasar *t* –tes dengan dua sampel untuk mengetes kesamaan rata-rata dari dua macam populasi (Castillo 2007). Dengan demikian, analisis ANOVA dapat digunakan untuk mengetes kesamaan rata-rata dari ≥ 2 macam populasi.

Contoh paling umum aplikasinya dalam pengukuran adalah untuk optimisasi dan improvisasi berbagai proses dan instrumen pengukuran, dan untuk analisis *gauge repeatability and reproducibility* (GR&R). Sebagai contoh, aplikasi ANOVA untuk optimisasi proses pengukuran adalah, misalnya, untuk optimisasi nilai parameter *scanning speed* dan jumlah poin yang diambil pada suatu pengukuran dimensi dan geometri menggunakan mesin pengukuran koordinat (CMM) sehingga menghasilkan hasil pengukuran dengan meminimalkan nilai ketidakpastian.

Pada bab ini, dasar-dasar analisis ANOVA dengan satu factor (*one-way* ANOVA) yang merupakan dasar dari seluru analisis ANOVA akan dipresentasikan, sedangkan untuk jenis-jenis analsis ANOVA yang lain dapat dilihat di (Montgomery 2001). Analisis ANOVA adalah sebagai berikut. Misalkan kita mempunyai eksperimen optimalisasi process perlakuan panas sebuah material. Eksperimen tersebut mempunyai sebuah faktor (misalnya: temperatur) dengan berbagai macam level *p* (misalnya: 100 °C, 200 °C dan 300 °C) yang kita ingin komparasi (*p* sering disebut sebagai jumlah perlakuan/*treatment*). Pada setiap perlakuan atau level tersebut, eksperimen atau pengukuran diulang sebanyak *r* kali. Dengan demikian, hasil eksperimen atau pengukuran yang diobservasi merupakan sebuah variabel acak. Data observasi untuk analisis ANOVA dengan satu faktor diperlihatkan pada tabel 3. Pada tabel 3, isi dari tabel tersebut adalah nilai y_{ij} yang merepresentasikan observasi ke-*j* dengan perlakuan ke-*i*.

Tabel 3: Susunan data observasi untuk analisis ANOVA dengan satu faktor dengan berbagai jenis level.

Perlakuan (jumlah level)	Observasi (hasil eksperimen/pengukuran)				Total	Rata-rata (<i>mean</i>)
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1r}	$Y_{1*} = \sum_{i=1}^r y_{1i}$	$\bar{Y}_{1*} = Y_{1*}/r$
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2r}	$Y_{2*} = \sum_{i=1}^r y_{2i}$	$\bar{Y}_{2*} = Y_{2*}/r$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
p	y_{p1}	y_{p2}	...	y_{pr}	$Y_{p*} = \sum_{i=1}^r y_{pi}$	$\bar{Y}_{p*} = Y_{p*}/r$
					$Y_{**} = \sum_{i=1}^p Y_{i*}$	$\bar{Y}_{**} = Y_{**}/p$

Dari susunan data pada tabel 3, data-data tersebut dapat dimodelkan dengan:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \quad (108)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, r$. μ adalah sebuah nilai konstan, τ_i adalah variabel acak dari perlakuan ke- i (efek perlakuan/*treatment effect*), dan ϵ_{ij} adalah sebuah variabel acak dari *error*. Asumsi dari model tersebut adalah $\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2)$ dan $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Dalam analisis ANOVA, ada dua tipe model, yaitu:

- Model dengan efek acak (*random effect model*)
- Model dengan efek tetap (*fixed effect model*).

Model dengan efek acak (*random effect model*) mengasumsikan bahwa perlakuan (*treatment*) merepresentasikan sebuah sampel acak dari sebuah populasi perlakuan yang lebih besar. Dengan demikian, model dengan efek acak mempunyai hasil kesimpulan, yang didapat berdasarkan sampel perlakuan, yang dapat digeneralisasi untuk semua perlakuan dalam populasi perlakuan tersebut. Sedangkan, Model dengan efek tetap (*fixed effect model*) mempunyai hasil kesimpulan yang terbatas hanya pada perlakuan tertentu yang dipertimbangkan dalam analisis ANOVA dan hasil tersebut tidak bisa digeneralisasi pada semua tipe perlakuan yang mirip yang tidak dipertimbangkan secara eksplisit. Model dengan efek tetap mempunyai perlakuan yang secara spesifik dipilih dan ditetapkan oleh orang yang melakukan eksperimen.

Dengan demikian, model dari efek tetap adalah (dengan mengasumsikan $\tau_i = \tau = \text{konstan}$):

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij} \quad (109)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, r$, μ_i adalah rata-rata dari perlakuan ke- i dan ϵ_{ij} adalah variabel acak dari *error* $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$. Hal yang paling utama yang menjadi hipotesis dari model dengan efek tetap adalah untuk

membandingkan apakah nilai rata-rata μ_i dari setiap perlakuan adalah sama atau tidak. Sedangkan pada model dengan efek acak, hal yang utama menjadi hipotesis adalah membandingkan varias antarperlakuan apakah homogen atau tidak.

Dengan mempertimbangkan model dengan efek tetap, analisis ANOVA dimulai dengan mempartisi total variasi menjadi beberapa komponen, yaitu:

$$SS_{total} = SS_{treatment} + SS_{error} \quad (110)$$

dimana SS_{total} adalah *sum-of-square* total, $SS_{treatment}$ adalah *sum-of-square* antarperlakuan dan SS_{error} adalah *sum-of-square* dari error (dalam setiap perlakuan ke- i). Penjelasan detil dari $SS_{total} = SS_{treatment} + SS_{error}$ adalah sebagai berikut. *Sum-of-square* total, yang merupakan ukuran dari seluruh variasi dalam data terobservasi, adalah:

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{**})^2 \quad (111)$$

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{**})^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r [(\bar{Y}_{i*} - \bar{Y}_{**}) + (Y_{ij} - \bar{Y}_{i*})]^2 \quad (112)$$

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{**})^2 = r \sum_{i=1}^p (\bar{Y}_{i*} - \bar{Y}_{**})^2 + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{i*})^2. \quad (113)$$

persamaan (113) mempunyai arti bahwa total variasi dalam data terobservasi, yaitu *sum-of-square* total, dapat dipartisi menjadi *sum-of-square* dari perbedaan antara rata-rata nilai perlakuan dan rata-rata total ditambah dengan *sum-of-square* dari perbedaan antara observasi dalam sebuah perlakuan dan rata-rata dari setiap perlakuan tersebut. Total observasi adalah pr . Dimana, p adalah jumlah perlakuan (level dari faktor) dan r adalah jumlah pengulangan setiap perlakuan. Maka, SS_{total} mempunyai $pr - 1$ derajat kebebasan (*degree-of-freedom*), $SS_{treatment}$ mempunyai $p - 1$ derajat kebebasan dan SS_{error} mempunyai $p(r - 1)$ derajat kebebasan (karena pada setiap perlakuan, derajat kebebasan dari *error* adalah $r - 1$). Dengan membagi setiap *sum-of-square* dengan derajat kebebasannya masing-masing, maka didapatkan:

$$MS_{treatment} = \frac{SS_{treatment}}{p-1} \quad (114)$$

$$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{p(r-1)} \quad (115)$$

dimana $MS_{treatment}$ dan MS_{error} masing-masing disebut sebagai *mean-square* dari perlakuan dan error.

Uji hipotesis dari model dengan efek tetap (*fixed effect model*) adalah:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_p = 0 \quad (116)$$

$$H_1: \tau_i \text{ untuk minimal salah satu } i \quad (117)$$

Statistik test untuk uji hipotesis model dengan efek tetap adalah:

$$F_0 = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}} \quad (118)$$

F_0 mempunyai distribusi statistik berupa distribusi F . Apabila $F_0 > F_{\alpha, p-1, pr-p}$, maka H_0 ditolak dan kesimpulannya adalah ada perbedaan yang signifikan pada rata-rata perlakuan dan sebaliknya. Tabel ANOVA untuk

satu faktor untuk model engan efek tetap diperlihatkan pada tabel 4. Gambar 27 memperlihatkan salah satu bentuk distribusi F . Dari gambar 27, apabila $F_0 > F_{\alpha,4,20}$ maka hipotesis akan ditolak H_0 , sedangkan apabila $F_0 \leq F_{\alpha,4,20}$ maka hipotesis H_0 akan diterima.

Tabel 4: Tabel ANOVA untuk satu faktor, model dengan efek tetap.

Sumber variasi	Sum-of squqre	derajat kebebasan	Mean square	F_0
Faktor (antar perlakuan)	$SS_{treatment}$	$p - 1$	$MS_{treatment}$	$F_0 = \frac{MS_{treatment}}{MS_{error}}$
Error (dalam perlakuan)	SS_{error}	$p(r - 1)$	MS_{error}	-
Total	SS_{total}	$pr - 1$	-	-

Gambar 27: Salah satu bentuk kurva distribusi F .

Pada umumnya, analisis ANOVA dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak komersial, seperti Minitab atau SPSS. Apabila analisis ANOVA dilakan menggunakan suatu perangkat lunak, pada umumnya perangkat lunak tersebut akan mengkonversi nilai F_0 menjadi nilai P (P - value). Nilai F_0 berkebalikan dengan nilai P . Apabila nilai F_0 besar, maka nilai P menjadi kecil sehingga hipotesis H_0 akan ditolak. Dan sebaliknya, apabila nilai F_0 kecil, maka nilai P menjadi besar sehingga hipotesis H_0 diterima. Nilai P adalah luas area dibawah kurva distribusi F dari batas F_0 sampai dengan ujung distribusi F tersebut. Sehingga, hubungan terbalik antara F_0 dan P didapatkan karena semakin besar nilai F_0 , maka area dibawah kurva distribusi F dari F_0 sampai ujung kurva distribusi tersebut semakin kecil. Gambar 28 memperlihatkan pengertian dari nilai P dan hubungannya dengan F_0 .

Gambar 28: Hubungan antara nilai F_0 dan nilai P pada kurva distribusi F .

Untuk analisis ANOVA yang mempertimbangkan model dengan efek acak (random effect model), hal yang ingin dikomparasi adalah variasi antarperlakuan. Uji hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$$H_0: \sigma_p^2 = 0 \quad (119)$$

$$H_1: \sigma_p^2 > 0 \quad (120)$$

Perlu diperhatikan bahwa, untuk ANOVA dengan satu faktor, parameter uji statistik model dengan efek acak adalah sama dengan model dengan efek tetap, namun demikian, uji statistik akan berbeda apabila ANOVA dilakukan untuk lebih dari satu faktor (lebih dari satu perlakuan).

Untuk mengestimasi komponen dari setiap variasi (dari perlakuan atau dari error) adalah sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{SS_{error}}{p(r-1)} = MS_{error} \quad (121)$$

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = \left(\frac{SS_{treatment}}{p-1} - \hat{\sigma}_\epsilon^2 \right) / n = \frac{MS_{treatment} - MS_{error}}{n} \quad (122)$$

Pada perangkat lunak Minitab, untuk memunculkan komponen dari setiap variasi tersebut, operator harus memilih opsi ini agar Minitab dapat memunculkan komponen variasi dari data yang sedang dianalisis.

2.2.6 Gauge repeatability dan reproducibility (GR&R)

Gauge repeatability dan reproducibility (GR&R) merupakan sebuah metode analisis yang sangat penting dan bermanfaat untuk menganalisis suatu instrumen pengukuran, atau sering disebut sebagai analisis sistem pengukuran (Burdick et al 2005). Pada bab ini, landasan matematik yang digunakan untuk melakukan analisis GR&R dipresentasikan dengan memfokuskan pada metode analisis GR&R yang paling umum digunakan dan diaplikasikan. Sedangkan untuk contoh aplikasinya, dapat dilihat pada bab pengukuran dimensi dan geometri. Untuk model analisis

GR&R lainnya, pembaca dapat merujuk ke (Burdick et al 2005).

Analisis GR&R berbasis analisis ANOVA yang berguna untuk menentukan apakah suatu instrument pengukuran mampu memonitor suatu process manufaktur (reliabel), atau dengan kata lain, apakah suatu instrumen dapat mengukur suatu produk atau tidak. Dibutuhkan suatu alat pengukuran yang reliabel untuk dapat mengukur suatu atribut dari suatu hasil proses manufaktur agar proses optimisasi proses manufaktur tersebut dapat dilakukan atau untuk mengidentifikasi dan memisahkan suatu produk yang cacat dari suatu produk yang bagus. Prinsip utama dalam melakukan suatu pengukuran adalah variasi yang disebabkan oleh instrumen pengukuran yang digunakan harus jauh lebih kecil dari pada variasi komponen atau benda yang diukur.

Tujuan utama analisis GR&R adalah:

- Untuk menentukan besaran variasi yang terdapat dari data yang terobservasi atau data hasil pengukuran yang berasal dari suatu instrumen pengukuran yang digunakan.
- Untuk mengisolasi sumber-sumber yang menyebabkan variasi pada suatu alat pengukuran, dan
- Untuk menentukan apakah suatu instrumen pengukuran dapat digunakan untuk suatu pengukuran atau untuk pengukuran lainnya.

Pada umumnya, suatu instrumen pengukuran digunakan untuk mengukur dan mereplikasi suatu pengukuran dengan operator, waktu dan setup yang berbeda-beda. Analisis suatu instrumen pengukuran adalah pada umumnya untuk mengkuantifikasi *repeatability* dan *reproducibility* dari instrumen tersebut. *Repeatability* adalah besaran variasi dari suatu instrumen ketika digunakan untuk mengukur unit yang sama dengan operator, setup dan periode waktu yang sama. Sedangkan, *reproducibility* adalah variasi dari suatu instrumen yang disebabkan karena instrumen tersebut digunakan oleh operator, dengan setup dan pada periode waktu yang berbeda.

GR&R adalah metode yang sangat populer pada di industri manufaktur, terutama pada industri semi-konduktor. Bahkan, pada industri semi-konduktor, analisis GR&R harus dilakukan terlebih dahulu sebelum mengimplementasikan sebuah proses yang baru. Analisis GR&R harus diulang lagi apabila suatu proses manufaktur dimodifikasi karena variasi proses yang semakin kecil dari hasil modifikasi tersebut dapat menyebabkan suatu instrumen pengukuran yang sebelumnya dapat digunakan untuk mengukur menjadi tidak reliabel lagi digunakan untuk mengukur suatu hasil produksi proses yang telah dimodifikasi tersebut.

Untuk analisis GR&R, berdasarkan pada model analisis ANOVA, sebuah observasi (y_{ij}) adalah sebuah hasil pengukuran pada komponen ke- p (lihat persamaan (108)). Metode ANOVA yang aling sering diaplikasikan untuk analisis GR&R adalah *balanced two-factor crossed random model* dengan memperhitungkan interaksi antara kedua faktor tersebut.

Dari model ANOVA yang telah dijelaskan sebelumnya, seluruh model tersebut dapat dianggap merupakan bentuk khusus dari sebuah model umum:

$$Y = X + E \quad (123)$$

dimana Y adalah nilai yang diukur dari suatu komponen yang diambil secara acak dari sebuah proses manufaktur, X adalah nilai pengukuran yang sebenarnya dari komponen tersebut dan E adalah error pengukuran yang berasal dari suatu sistem pengukuran yang digunakan. $X \sim N(\mu_p, \gamma_p)$ dan $E \sim N(\mu_m, \gamma_m)$. p menotasikan suatu proses, sedangkan m menotasikan suatu sistem pengukuran. Hal ini mengindikasikan bahwa $Y \sim N(\mu_Y = \mu_p + \mu_m, \gamma_Y = \gamma_p + \gamma_m)$. covarian antara Y dan X dinotasikan sebagai γ_p dan korelasi antara Y dan X adalah: $\sqrt{\gamma_p / (\gamma_p + \gamma_m)}$, sehingga apabila sistem pengukuran yang digunakan mempunyai variasi yang sangat kecil (sangat reliabel), maka γ_m akan berkurang dan korelasi antara nilai yang diukur Y dan nilai pengukuran yang sebenarnya X mendekati 1. Tabel 5 memperlihatkan berbagai parameter yang digunakan dalam analisis GR&R.

Tabel 5: Parameter-parameter utama dalam analisis GR&R.

Simbol	Definisi
μ_y	Rata-rata dari populasi hasil pengukuran
γ_p	Variasi dari proses manufaktur
γ_m	Variasi dari sistem pengukuran
$\gamma_r = \frac{\gamma_p}{\gamma_m}$	Ratio antara variasi proses dan variasi sistem pengukuran

Nilai rata-rata μ_m adalah bias (*error* sistematis) dari sistem pengukuran yang digunakan untuk analisis. Pada umumnya, bias ini sudah diminimalisasi atau dihilangkan dengan mengkalibrasi dan mengatur sistem pengukuran tersebut. Sehingga, diasumsikan bahwa $\mu_m = 0$. Dengan demikian, $\mu_y = \mu_p$. Apabila asumsi ini tidak benar, maka analisis GR&R akan hanya berpengaruh kepada estimasi μ_p , tetapi tidak berpengaruh kepada estimasi varian. Dalam analisis GR&R, estimasi varian adalah hal yang lebih utama dan menjadi fokus analisis.

Ilustrasi dasar dari GR&R adalah sebagai berikut. Sebuah proses permesinan bubut digunakan untuk memproduksi sebuah silinder dalam jumlah banyak. Silinder hasil produksi tersebut akan diinspeksi dengan menggunakan jangka sorong. Maka:

1. Mesin bubut untuk memproduksi silinder.
2. Error pengukuran yang berasal dari sistem pengukuran.

Tujuan utama dari GR&R adalah untuk menganalisis apakah variasi hasil pengukuran yang berasal dari sistem pengukuran (nomor 2) jauh lebih kecil dibandingkan dengan variasi yang berasal dari silinder tersebut dan proses produksinya (nomor 1). “Golden rule” mengenai seberapa besar variasi dari sistem pengukuran sehingga dianggap reliabel untuk melakukan suatu pengukuran adalah apabila variasi yang berasal dari sistem pengukuran < 20 % dari total variasi hasil pengukuran. Maka dari itu, hal paling pertama yang dibandingkan adalah rasion antara variasi dari kedua hal tersebut, yaitu γ_r . Sehingga, sebuah instrument atau sistem pengukuran dapat digunakan apabila nilai γ_r besar. Ukuran besarnya nilai γ_r dapat tergantung dengan definisi dari ukuran performansi suatu pengukuran.

Ukuran performansi sistem pengukuran dengan metode GR&R.

Berbagai ukuran performansi analisis GR&R untuk menentukan suatu sistem pengukuran dapat digunakan adalah sebagai berikut (Burdick et al 2005):

- Rasio antara presisi dan toleransi (*Precision-to-tolerance ration*/PTR).

$$PTR = \frac{k\sqrt{\gamma_m}}{USL - LSL} \quad (124)$$

dimana USL dan LSL adalah limit atas dan bawah dari spesifikasi, k adalah konstanta dengan nilai $k = 5.15$ atau $k = 6$. Hasil dari nilai PTR dapat dikategorikan sebagai berikut:

- $PTR \leq 0.1$: Suatu sistem pengukuran dianggap kapabel.
- $0.1 < PTR \leq 0.3$: Suatu sistem pengukuran dianggap kapabel tetapi bergantung dengan kapabilitas suatu proses dan resiko biaya dari kesalahan inspeksi.
- $PTR > 0.3$: Suatu sistem pengukuran tidak kapabel.

- Rasio antara sinyal dan noise (*Signal-to-noise ratio*/SNR).

$$SNR = 2\sqrt{\gamma_r} \quad (125)$$

SNR didefinisikan sebagai jumlah dari kategori yang berbeda yang dapat dibedakan secara reliable oleh suatu sistem pengukuran. Secara umum, suatu sistem pengukuran dianggap kapabel apabila $SNR > 5$.

- Korelasi intra-kelas (*Interclass correlation*) ρ .

$$\rho = \frac{\gamma_r}{1+\gamma_r} = \frac{\gamma_p}{\gamma_p + \gamma_m} \quad (126)$$

- Kapabilitas proses (*process capability*) C_p .

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\gamma_p}} \quad (127)$$

Analisis GR&R paling umum: *balanced two-factor crossed random model*.

Analisis GR&R dengan menggunakan model *balanced two-factor crossed random* adalah metode yang paling umum digunakan untuk analisis tersebut. Dua jenis faktor dalam model *balanced two-factor crossed random* adalah merujuk pada “Benda kerja (*part*)” dan “operator.”

Model dari *balanced two-factor crossed random* adalah sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \mu_r + P_i + O_j + (PO)_{ij} + E_{ijk} \quad (128)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, o, k = 1, 2, \dots, r$. $P_i, O_j, (PO)_{ij}, E_{ijk}$ adalah variabel acak mengikuti distribusi normal dengan nilai rata-rata 0 dan varian $\sigma_P^2, \sigma_O^2, \sigma_{PO}^2, \sigma_E^2$. Susunan data untuk analisis GR&R dengan model tersebut diperlihatkan pada tabel 6. Analisis ANOVA untuk model GR&R tipe ini diperlihatkan pada tabel 7 dan perhitungan *mean-square (MS)* untuk setiap sumber variasi diperlihatkan pada tabel 8. Untuk contoh analisis GR&R dengan metode *balanced two-factor crossed random*, pembaca dapat merujuk pada bab pengukuran dimensi dan geometri. Sedangkan estimasi parameter-parameter dari analisis GR&R diperlihatkan pada tabel 9. Pada tabel 9, estimasi dari parameter γ_r didapatkan.

Tabel 6: Susunan data untuk analisis GR&R.

Benda kerja	Operator 1	Operator 2	...	Operator o
1	pengukuran $1, \dots, r$	pengukuran $1, \dots, r$	...	pengukuran $1, \dots, r$
2	pengukuran $1, \dots, r$	pengukuran $1, \dots, r$	...	pengukuran $1, \dots, r$
...	...	...	...	...
p	pengukuran $1, \dots, r$	pengukuran $1, \dots, r$	...	pengukuran $1, \dots, r$

Tabel 7: Analisis ANOVA untuk model GR&R tersebut.

Sumber variasi	Derajat kebebasan	Mean-square (MS)
Benda kerja (P)	$p - 1$	MS_P^2
Operator (O)	$o - 1$	MS_O^2
Interaksi ($P \times O$)	$(p - 1)(o - 1)$	MS_{PO}^2
Replikasi (pengulangan)	$po(r - 1)$	MS_E^2

Tabel 8: Perhitungan *mean-square (MS)* untuk setiap sumber variasi GR&R tersebut.

Statistik	Definisi
MS_P^2	$\frac{o \cdot r \cdot (\bar{Y}_{i**} - \bar{Y}_{***})^2}{p - 1}$
MS_O^2	$\frac{p \cdot r \cdot (\bar{Y}_{*j*} - \bar{Y}_{***})^2}{o - 1}$
MS_{PO}^2	$\frac{r \cdot \sum_i \sum_j (\bar{Y}_{ij*} - \bar{Y}_{i**} - \bar{Y}_{*j*} + \bar{Y}_{***})^2}{(p - 1)(o - 1)}$
MS_E^2	$\frac{\sum_i \sum_j \sum_k (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij*})^2}{po(r - 1)}$
$\bar{Y}_{i**}$	$\frac{\sum_j \sum_k Y_{ijk}}{or}$
$\bar{Y}_{*j*}$	$\frac{\sum_i \sum_k Y_{ijk}}{pr}$
$\bar{Y}_{ij*}$	$\frac{\sum_k Y_{ijk}}{r}$
$\bar{Y}_{***}$	$\frac{\sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}}{por}$

Tabel 9: GR&R parameter dan estimasinya.

GR&R parameter	Estimasi
μ_y	$\hat{\mu}_y = \bar{Y}_{***}$
γ_p	$\hat{\gamma}_p = \frac{MS_P^2 - MS_{PO}^2}{o \cdot r}$
γ_m	$\hat{\gamma}_m = \frac{MS_O^2 + (p-1)MS_{PO}^2 + p(r-1)MS_E^2}{p \cdot r}$
γ_r	$\hat{\gamma}_r = \frac{\hat{\gamma}_p}{\hat{\gamma}_m}$

Baik analisis ANOVA maupun analisis GR&R, kedua analisis tersebut memerlukan suatu desain eksperimen sedemikian rupa sehingga parameter-parameter yang akan diestimasi dari kedua analisis tersebut dapat dikalkulasi. Dengan demikian, suatu eksperimen harus didesain dengan sebaik-baiknya. Panduan umum untuk melakukan desain suatu eksperimen adalah (Montgomery 2001):

- Pengenalan dan pernyataan dari masalah atau topik yang akan dianalisis.
- Penentuan jumlah faktor, level dan kisaran jarak level per faktor.
- Penetapan dari variabel keluaran yang akan diobservasi dan dianalisis.
- Pemilihan tipe dari eksperimen, seperti: *balanced*, *unbalance*, dan campuran.
- Melakukan eksperimen yang sudah didesain sebelumnya.
- Analisis statistik, seperti ANOVA dan regresi, dari data-data hasil eksperimen atau observasi.
- Kesimpulan dan rekomendasi.

2.3 Komputasi numerik

Dalam bidang pengukuran dimensi dan geometri modern, komputasi data mempunyai peranan yang sangat penting. Instrumen-instrumen pengukuran modern banyak menggunakan algoritma-algoritma level tinggi untuk memproses data pengukuran. Aplikasinya seperti, pengukuran surface yang kompleks, pengukuran dengan metode non-kontak dan kompensasi kesalahan (*error*). Bab algoritma dan bab kompensasi error memperlihatkan pentingnya peran komputasi numerik untuk pengukuran.

Algoritma-algoritma tersebut diimplementasikan dengan suatu bahasa pemrograman yang dijalankan oleh suatu komputer digital. Komputer digital adalah suatu mesin yang memproses sinyal listrik dalam dua keadaan, yaitu dalam keadaan 1 atau 0 dan merupakan sistem berbasis diskrit. Sistem tersebut dinamakan sistem binari. Dapat dilihat bahwa, dalam pemrosesan data-data hasil pengukuran, pada umumnya pemrosesan data tersebut berupa kalkulasi dari suatu fungsi-fungsi matematik. Fungsi-fungsi matematik tersebut pada umumnya merupakan fungsi kontinu, sedangkan komputer yang memproses fungsi tersebut berbasis sistem diskrit dan binari. Sebagai tambahan, pada umumnya data yang dikalkulasi adalah bilangan riil, sedangkan komputer hanya memproses data binari.

Dari dua keadaan tersebut: komputer bersifat diskrit dan binari, implementasi suatu algoritma dan fungsi matematis pada komputer pada kondisi riil terdapat banyak limitasi. Bagian bab ini menjelaskan aspek-aspek yang harus diperhatikan dalam mengimplementasikan suatu algoritma pengukuran pada komputer, seperti data overflow dan underflow, rounding error dan poor conditioning (Goodfellow et al 2016). Selain itu, implementasi algoritma-algoritma tersebut akan berbeda tergantung pada jenis bahasa pemrograman yang digunakan, seperti; C, Fortran dan Pascal (Press et al 1992).

2.3.1 Overflow dan underflow data

Hal yang paling fundamental dalam komputasi numerik dengan komputer adalah sebuah angka atau bilangan riil, yang tak terhingga, harus direpresentasikan dengan suatu bilangan yang terhingga dalam bentuk pola-pola bit, yang mempunyai nilai 0 atau 1. Misalnya, sebuah bilangan riil $x = 3.141592653589793 \dots$ (nilai dari π) harus direpresentasikan dalam bentuk bit dengan jumlah terhingga. Hal ini merupakan *error* fundamental yang berkontribusi pada *error* numerik dalam proses komputasi numerik dengan komputer. *Error* tersebut adalah *error* aproksimasi. *Error* aproksimasi ini mempunyai peranan yang sangat penting dalam suatu komputasi numerik yang sangat intensif karena efeknya akan terakumulasi seiring dengan bertambah banyaknya dan bertambah kompleksnya suatu rantai komputasi.

Dua jenis dari *error* aproksimasi adalah: *overflow* dan *underflow*. Kedua *error* ini sering menjadi penyebab banyaknya algoritma komputasi numerik yang secara teori sudah benar namun pada implementasi riilnya, algoritma tersebut tidak bekerja sesuai dengan yang diharapkan. *Error* jenis ini sangat sering terjadi dan sebagian besar sulit untuk diidentifikasi karena banyak orang-orang yang melakukan pemrograman mengabaikan atau meremehkan *error* tersebut.

- *Underflow* adalah *error* yang muncul ketika sebuah angka yang mendekati 0 dianggap sebagai 0. Hal ini mempunyai implikasi yang sangat besar terhadap hasil perhitungan. Misalnya, apabila kita ingin mengkalkulasi $x = 100000000000 \times 0.0000000001$, maka secara teori, hasil dari kalkulasi tersebut adalah $x = 10$. Namun demikian, pada implementasi riilnya, misalnya, karena kesalahan memilih tipe data, maka komputer akan menganggap perhitungan tersebut sebagai $x = 100000000000 \times 0 = 0$. Hal tersebut mempunyai implikasi yang sangat berbeda terhadap hasil perhitungan kita.

Contoh lainnya adalah apabila kita ingin melakukan suatu perhitungan dengan pembagian, misalnya $x = 1/0.0000000001$. Apabila terjadi *underflow*, maka yang terkalkulasi adalah $1/0 = \infty$ yang dapat menyebabkan program berhenti berjalan.

- *Overflow* adalah *error* yang muncul ketika sebuah nilai yang sangat besar diaproksimasi sebagai bilangan takhingga ∞ . Dalam keadaan riil, kebanyakan komputer akan menganggap hal ini sebagai nilai yang bukan angka (*not-a-number*). *Error* jenis ini juga mempunyai implikasi yang sangat besar terhadap suatu perhitungan. Misalnya, suatu nilai $x = \frac{10000000000}{0.0000000001} = 10^{20}$. apabila terjadi *overflow*, maka nilai tersebut adalah $x = \infty$.

Contoh yang lebih kompleks adalah sebagai berikut. Apabila kita ingin mengkalkulasi sebuah fungsi:

$$y(x_i) = \frac{e^{x_i}}{e^c} \quad (129)$$

Pada persamaan (129) di atas, apabila nilai c adalah suatu nilai yang sangat negatif, maka persamaan tersebut akan mengalami *underflow*, yaitu persamaan tersebut mempunyai penyebut = 0. Sehingga, hasil dari komputasi persamaan tersebut tidak dapat didefinisikan.

2.3.2 Error pembulatan (*rounding error*)

Error pembulatan mempunyai hubungan dengan *error* aproksimasi yang telah dijelaskan sebelumnya (yang menyebabkan keadaan *overflow* atau *underflow*). *Error* pembulatan mempunyai efek yang sangat signifikan apabila suatu kalkulasi numerik mempunyai rantai kalkulasi yang panjang dan kompleks. *Error* pembulatan bisa disebabkan oleh dua faktor:

1. *Error* aproksimasi yang dilakukan oleh komputer, misalnya menngeset tipe data yang salah untuk sebuah

variabel, misalnya variabel untuk menampung nilai riil kita set sebagai variabel bilangan bulat (*integer*).

2. *Error* yang disebabkan karena orang yang memprogram suatu komputasi dengan sengaja melakukan pembulatan numerik pada data yang dimilikinya.

Contoh dasarnya adalah sebagai berikut. Misalnya, kita ingin mengkalkulasi suatu persamaan yang mempunyai rantai komputasi yang tidak panjang dan tidak kompleks sebagai berikut:

$$f(x, y, z) = 20x + 5y + 2z \quad (130)$$

apabila nilai-nilai dari variabel persamaan (130) di atas adalah $x = 4.56, y = 3.57, z = 5.12$ maka hasil kalkulasi tersebut adalah $f(x, y, z) = 119.29$. Sedangkan, apabila nilai-nilai dari variabel persamaan (130) di atas dibulatkan menjadi $x = 4.5, y = 3.5, z = 5$ maka hasil kalkulasi tersebut adalah $f(x, y, z) = 117.5$. Untuk persamaan (130), apabila dikalkulasi dengan variabel-variabel tanpda dan dengan pembulatan, maka perbedaan hasilnya adalah 1.5 %. Perbedaan ini dianggap kecil.

Namun, apabila kita mempunyai persamaan yang cukup panjang dan kompleks, seperti:

$$f(x, y, z) = \left(\frac{20x + 5y^5 + 2z}{z - 2} \right)^3 - 1000 \cdot \log(x) \quad (131)$$

apabila nilai-nilai dari variabel persamaan (131) di atas adalah $x = 4.56, y = 3.57, z = 5.12$ maka hasil kalkulasi tersebut adalah $f(x, y, z) = 8.8 \times 10^8$. Sedangkan, apabila nilai-nilai dari variabel persamaan (131) di atas dibulatkan menjadi $x = 4.5, y = 3.5, z = 5$ maka hasil kalkulasi tersebut adalah $f(x, y, z) = 7.5 \times 10^7$. Untuk persamaan (131), apabila dikalkulasi dengan variabel-variabel tanpda dan dengan pembulatan, maka perbedaan hasilnya adalah 15.6 %. Perbedaan ini adalah sangat besar dan akan mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap hasil perhitungan secara total.

Proses pembulatan angka dalam kalkulasi numerik juga bergantung kepada jenis bahasa pemrograman yang digunakan untuk melakukan kalkulasi numerik tersebut. Maka dari itu, orang yang melakukan pemrograman untuk suatu kalkulasi numerik harus berhati-hati terhadap perbedaan pembulatan angka oleh bahasa pemrograman yang berbeda. Sebagai contoh, bahasa pemrograman MATLAB akan membulatkan ke atas untuk suatu nilai $\geq X.5$, misalnya 4.5 akan dibulatkan menjadi 5. Sedangkan, bahasa pemrograman PYTHON akan membulatkan ke bawah untuk suatu nilai $\leq X.5$, misalnya 4.5 akan dibulatkan menjadi 4.

Salah satu saran praktis untuk mengatasi hal ini adalah, misalnya, apabila kita ingin mengetes suatu hasil komputasi numerik adalah sama dengan atau tidak sama dengan 0, maka sebaiknya pada implementasinya, sebaiknya nilai 0 tersebut diganti dengan sebuah konstanta ε yang mempunyai nilai yang sangat kecil, misalnya $\varepsilon = 0.0000001$. Besar ε adalah tergantung dengan jenis dan tujuan suatu komputasi numerik yang dilakukan.

2.3.3 Poor conditioning

Pengkondisian numerik (*numerical conditioning*) merupakan seberapa besar sebuah fungsi berubah nilainya terhadap suatu perubahan yang sangat kecil terhadap nilai input-input yang dimiliki oleh fungsi tersebut. Suatu fungsi, yang nilainya berubah secara drastis ketika input-input fungsi tersebut hanya mempunyai perubahan nilai yang sangat kecil (dengan kata lain, fungsi tersebut sangat sensitif), adalah mempunyai potensi masalah yang besar dalam komputasi (Goddfellow et al 2016). Karena, apabila ada sedikit pembulatan dari nilai input fungsi tersebut, maka hasil dari fungsi tersebut akan secara drastis berubah. Contoh yang paling dasar untuk masalah *poor conditioning* adalah fungsi yang memiliki komponen invers dari suatu matriks.

Sebagai contoh, misalnya sebuah fungsi:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x}, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (132)$$

Fungsi tersebut mempunyai nilai pengkondisian sebagai:

$$\max_{i,j} \left| \frac{\lambda_i}{\lambda_j} \right| \quad (133)$$

dimana fungsi tersebut merupakan rasio dari nilai Eigen yang terbesar λ_i dan terkecil λ_j dari persamaan tersebut. Ketika nilai rasio ini besar, maka fungsi tersebut sensitif terhadap perubahan pada nilai-nilai inputnya.

Contoh lain dari fungsi yang memiliki *poor conditioning* adalah fungsi yang salah satu atau lebih variabelnya mempunyai pangkat yang besar, sehingga sedikit perubahan dari nilai variabel tersebut, akan berpengaruh besar pada nilai fungsi tersebut. Misalnya, $f(x) = x + 5y - z^{40}$ adalah fungsi yang memiliki properti *poor conditioning* karena salah satu variabelnya, yaitu z , memiliki pangkat yang sangat besar sehingga sangat sensitif terhadap perubahan nilai z .

2.3.4 Kebocoran memori komputer (*memory leak*)

Kebocoran memori komputer dalam suatu perangkat lunak adalah situasi dimana sebuah blok memori komputer (*random access memory*/RAM) sudah diset untuk suatu variabel tertentu (sehingga tidak dapat digunakan untuk variabel lainnya) dan setelah variabel tersebut tidak digunakan lagi dalam perangkat lunak tersebut, memori yang sudah diset untuk variabel tersebut tidak dibebaskan, dengan kata lain memori tersebut tidak dapat digunakan untuk variabel lainnya. Masalah kebocoran memori ini sering terjadi pada perangkat lunak yang menggunakan bahasa pemrograman yang dapat mengakses memori secara langsung, misalnya C/C++. Keuntungan dari fitur akses memori langsung ini adalah kecepatan perangkat lunak bisa dioptimisasi apabila manajemen akses memori tersebut dapat diimplementasikan dengan benar.

Kebocoran memori akan mempunyai dampak negatif terhadap seluruh sistem komputer, dan bukan hanya pada perangkat lunak yang mempunyai masalah tersebut. Misalnya, apabila kita menggunakan komputer yang memiliki memori sebesar 4 GB. Apabila ada sebuah perangkat lunak yang ditulis dengan menggunakan bahasa C/C++ mempunyai masalah kebocoran memori, yaitu perangkat lunak tersebut memblok area di memori sebesar 8 kb untuk sebuah variabel. Apabila variabel tersebut dipanggil dari suatu fungsi dengan sebuah pengulangan sebanyak 1×10^6 kali dan pada setiap pemanggilan fungsi tersebut area sebesar 8 kb diblok untuk variabel tersebut, maka ketika perangkat lunak tersebut memanggil fungsi tersebut sebanyak 524288 kali, maka sistem komputer akan kehabisan memori dan berhenti, sehingga mengganggu perangkat lunak lainnya. Masalah kebocoran memori komputer dapat diatasi dengan meng-*reboot* seluruh sistem komputer.

Pada bahasa pemrograman C, akses memori langsung untuk mengalokasikan memori langsung untuk sebuah variabel dilakukan dengan menggunakan fungsi *malloc()*. Maka dari itu, setiap variabel yang dihasilkan dengan memanggil fungsi *malloc()*, pembebasan memori untuk variabel tersebut harus dilakukan dengan memanggil fungsi *free()* apabila variabel tersebut tidak lagi digunakan. Dengan demikian, area memori RAM yang sudah diblok untuk variabel tersebut dapat digunakan untuk variabel lainnya.

2.3.5 Kecepatan pemrosesan data (*processing speed*)

Kecepatan komputasi suatu perangkat lunak sangat bergantung dengan jenis bahasa pemrograman yang digunakan untuk membuat perangkat lunak tersebut. Pada prinsipnya, semakin dekat suatu bahasa pemrograman kepada bahasa mesin (dalam hal ini komputer), maka akan semakin cepat perangkat lunak yang dibuat dengan bahasa pemrograman tersebut. Namun demikian, bahasa pemrograman yang dekat dengan bahasa mesin disebut dengan bahasa pemrograman tingkat rendah. Bahasa pemrograman tersebut sulit dipahami apabila dibandingkan dengan bahasa natural manusia dan bahasa tersebut akan menjadi panjang untuk suatu tugas komputasi yang simpel. Conoth

dari bahasa tingkat rendah tersebut adalah bahasa assembly.

Untuk bahasa pemrograman tingkat tinggi, yaitu bahasa pemrograman yang mempunyai gaya bahasa mendekati bahasa natural manusia, mempunyai kecepatan eksekusi yang lebih lambat dari bahasa Assembly, namun demikian bahasa tersebut lebih mudah dipahami dan lebih ringkas untuk membuat suatu perangkat lunak dengan fungsi yang sama apabila dibuat dengan bahasa Assembly. Pada saat ini, dua bahasa pemrograman tingkat tinggi yang mempunyai kecepatan eksekusi paling cepat diantara bahasa pemrograman tingkat tinggi lainnya adalah C dan Fortran. Maka dari itu, C dan Fortran pada umumnya digunakan sebagai *baseline* untuk komparasi kecepatan eksekusi berbagai macam bahasa pemrograman tingkat tinggi. Bahasa pemrograman tingkat tinggi yang mempunyai kecepatan eksekusi yang tinggi pada umumnya berbasis *compiler*.

Bahasa pemrograman tingkat tinggi lainnya yang mempunyai kecepatan eksekusi lebih rendah dari C dan Fortran adalah, misalnya Python, MATLAB, R, Ruby dan PHP. Pada umumnya bahasa tingkat tinggi tersebut berbasis *interpreter*. Pada saat ini, bahasa tingkat tinggi berbasis *interpreter* yang populer adalah Python. Python mempunyai kecepatan yang relatif lebih cepat dibandingkan bahasa berbasis *interpreter* lainnya dan mempunyai banyak fungsi-fungsi numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai macam masalah komputasi numerik dari tingkat dasar sampai tingkat yang paling rumit.

2.3.6 Optimisasi numerik

Optimisasi numerik adalah suatu proses untuk menentukan atau mengestimasi parameter-parameter dari suatu fungsi sehingga nilai fungsi tersebut minimal atau maksimal. Dari definisi tersebut, optimisasi numerik dibagi menjadi dua macam, yaitu: maksimisasi dan minimisasi. Pada umumnya optimisasi numerik dapat diselesaikan secara langsung atau dengan proses iterasi. Proses iterasi untuk optimisasi numerik adalah suatu proses berupa pengulangan kalkulasi fungsi yang dioptimisasi, dimana pada setiap pengulangan estimasi parameter-parameter yang dioptimisasi di-update dengan nilai baru yang mengoptimalkan hasil fungsi tersebut. Proses optimisasi dengan iterasi membutuhkan nilai awal sebagai nilai acuan untuk memulai proses iterasi. Untuk fungsi-fungsi numerik yang linear atau bisa dilinearkan, optimisasi numerik fungsi tersebut dapat dilakukan dengan suatu perhitungan langsung. Sedangkan, untuk fungsi non-linier, optimisasi numerik harus dilakukan dengan proses iterasi. Namun demikian, ada beberapa fungsi non-linier yang dapat diselesaikan secara langsung tanpa proses iterasi.

Bentuk umum dari optimisasi numerik adalah sebagai berikut. Apabila ada sebuah set input atau parameter $\mathbf{x}$ dan sebuah fungsi $f(\mathbf{x})$. Nama lain dari $\mathbf{x}$ adalah variabel keputusan atau variable pengontrol. Apabila kita ingin menemukan sebuah set variabel $\mathbf{x}^*$, $\mathbf{x}^* \in \mathbf{x}$, sehingga didapatkan $f(\mathbf{x}^*)$ dimana nilai $f(\mathbf{x}^*)$ adalah nilai optimal dari $f(\mathbf{x})$ (bisa maximum atau minimum dari fungsi tersebut). Bentuk umum optimisasi adalah sebagai berikut:

$$\max_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \text{ atau } \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) ; \quad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^n \quad (134)$$

Dengan atau tanpa restriksi (constraints):

$$c_i(\mathbf{x}) \leq C_1, \quad \text{dan/atau} \quad (135)$$

$$c_j(\mathbf{x}) \geq C_2, \quad \text{dan/atau} \quad (136)$$

$$c_k(\mathbf{x}) = C_3, \quad \text{dan/atau} \quad (137)$$

Persamaan (134) dinamakan fungsi objektif, yaitu fungsi yang ingin diminimalisasikan atau di maksimalkan. Persamaan-persamaan (135-137) merupakan restriksi dari fungsi objektif tersebut. Restriksi-restriksi dari suatu fungsi objektif bisa dimiliki secara bersamaan atau salah satu dari restriksi-restriksi tersebut. Tergantung dengan tipe dari fungsi objektifnya, ada fungsi yang memiliki restriksi dan ada fungsi yang tidak memiliki restriksi.

Untuk optimisasi fungsi linear, optimisasi tersebut harus mempunyai restriksi. Hal ini disebabkan karena apabila fungsi linear tersebut tidak mempunyai restriksi, maka solusi yang mungkin didapatkan menjadi tak terbatas. Berbeda dengan optimisasi fungsi non-linear, pada dasarnya fungsi non-linear mempunyai batas yang bersasal dari fungsi

tersebut, misalnya persamaan $f(x) = x^2 + x + 5$. Fungsi $f(x)$ tersebut mempunyai satu titik minimum walaupun fungsi tersebut tidak mempunyai restriksi tambahan yang diberikan. optimisasi numerik banyak digunakan dalam bidang pengukuran dimensi dan geometri. Untuk lebih jelasnya, pembaca bisa melihat bab algoritma yang akan mempresentasikan lebih detil mengenai aplikasi optimisasi numerik untuk memproses data hasil pengukuran.

Optimisasi numerik dapat dibagi menjadi beberapa kelas (Bonnans et al 2003). Pembagian-pembagian kelas tersebut dibagi menjadi tiga bagian sebagai berikut:

- Model tanpa restriksi (unconstrained problems)
 1. Model kuadratik, misalnya: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$.
 2. Model yang bukan linear dan bukan kuadratik, misalnya: $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + 2x$.
- Model linier dengan restriksi (linearly constrained problem)
 1. Model dengan *equality constraint* (persamaan (137)).
 2. Model dengan *inequality constraint* (persamaan (135-136)).
- Model non-linear
 1. Model dengan *equality constraint* (persamaan (137)).
 2. Model dengan bentuk umum dan berbagai macam restriksi.

Model non-linear membutuhkan proses iterasi dengan menentukan solusi awal. Pada bidang pengukuran, model ini sangat sering ditemui, *fitting* atau mengasosiasikan suatu geometri dari *point cloud* yang didapatkan dari suatu instrumen pengukuran untuk mendapatkan suatu nilai pengukuran yang diinginkan, misalnya pada kasus *fitting* silinder dari point cloud untuk mendapatkan diameter silinder tersebut.

BAB 3

Toleransi dimensional dan geometri

Toleransi adalah aspek yang sangat penting dalam sebuah desain produk. Karena, toleransi merupakan “bahasa” yang menjelaskan seberapa besar deviasi dari nominal suatu produk diperbolehkan sehingga produk tersebut bisa berfungsi sesuai dengan yang diinginkan. Hal ini disebabkan karena pada prinsipnya, tidak ada sebuah proses manufaktur yang sempurna, sehingga pada semua kondisi riil, setiap produk yang dihasilkan dari suatu proses manufaktur, pasti mempunyai variasi, baik dimensi dan geometri dari produk tersebut. Bab ini menjelaskan mengenai aspek-aspek toleransi, mulai dari definisi, tipe sampai dengan analisis dari toleransi. Selain itu, bab ini hanya membahas mengenai toleransi dimensi dan geometri, sedangkan toleransi tekstur permukaan tidak dibahas.

Pada bab ini, toleransi dimensional dan geometri dipresentasikan dari tingkat pengenalan sampai tingkat menengah. Toleransi dimensional dan geometri merupakan suatu subjek bahasan tersendiri yang meliputi area yang sangat luas, sehingga tidak dapat dipresentasikan hanya dalam satu bab saja. Toleransi mempunyai hubungan yang sangat erat dengan metrologi, dalam hal ini pengukuran dimensi dan geometri. Karena pada prinsipnya, pengukuran, baik dimensi maupun geometri, dilakukan untuk memverifikasi apakah suatu properti (*feature*) dari suatu produk berada di dalam atau di luar batas toleransi, sehingga pengukuran (metrologi) disebut juga sebagai verifikasi toleransi (*tolerance verification*).

3.1 Introduksi toleransi

Toleransi adalah suatu nilai yang mengkuantifikasikan seberapa besar suatu fitur boleh terdeviasi atau berbeda dengan nilai nominal yang diinginkan. Fitur-fitur tersebut dapat berupa ukuran (*size*), geometri (*form*), orientasi dan lokasi. Toleransi berfungsi untuk memperhitungkan kesalahan-kesalahan (*error*) yang berasal dari suatu proses manufaktur dan pengukuran. Yang dimaksud dengan ukuran (*size*) adalah misalnya diameter suatu silinder, tebal sebuah pelat besi, dan panjang sebuah balok. Sedangkan, yang dimaksud dengan fitur geometri (*form*) adalah misalnya *flatness*, *straightness*, lokasi, orientasi dan *run-out*. Pengukuran dimensi adalah pengukuran yang dilakukan untuk fitur ukuran (*size*) dan pengukuran geometri adalah pengukuran yang dilakukan untuk fitur geometri.

Toleransi merupakan satu dari dua parameter yang mendefinisikan geometri dari suatu komponen atau benda kerja. Dua komponen tersebut adalah deskripsi dari keadaan nominal (dimensi nominal) dan deskripsi dari deviasi yang diperbolehkan dari nominal tersebut (toleransi). Sehingga, proses dimensi adalah suatu proses untuk memberikan nilai nominal dari suatu fitur yang menggambarkan suatu kondisi yang sempurna tanpa deviasi dan proses toleransi adalah suatu proses untuk mendefinisikan deviasi yang diperbolehkan pada suatu fitur dalam satu produk atau suatu fitur antara dua atau lebih produk, misalnya jarak (*gap*) antara dua bidang dari dua produk yang berbeda.

Besarnya nilai toleransi harus didefinisikan oleh setiap disainer suatu produk. Untuk menentukan toleransi, seorang disainer produk harus memiliki pengetahuan yang luas mengenai fungsi dari produk yang didisain, efek dari setiap variasi komponen-komponen dari produk tersebut, berbagai macam proses manufaktur dan kemampuan komunikasi dengan berbagai orang atau perekrayasa pada setiap tingkat proses produksi. Dengan demikian, menentukan nilai suatu toleransi bukanlah suatu pekerjaan yang mudah. Proses untuk menentukan seberapa besar nilai suatu toleransi disebut sebagai alokasi toleransi.

Standar internasional mengenai toleransi dimensi adalah seri standard ISO 14405 (ISO 14405-1 2016, ISO 14405-2 2011, ISO 14405-3 2016). Sedangkan, untuk toleransi geometri, standar internasional yang umum adalah ASME Y14.5 (ASME Y14.5 2009) dan ISO 1101 (ISO 1101 2017). Untuk toleransi dimensi, toleransi tersebut sangat

mudah dipahami karena mempunyai bentuk ' $\pm$ ' yang dapat diinterpretasikan secara langsung, misalnya suatu dimensi $x = 90 \pm 0.1 \text{ mm}$ mempunyai arti bahwa dimensi tersebut boleh bervariasi selama nilainya $89.99 \text{ mm} \leq x \leq 90.01 \text{ mm}$. Sedangkan, untuk toleransi geometri, dibutuhkan pemahaman mendalam dan khusus untuk meninterpretasikan arti dari toleransi tersebut. Pembahasan toleransi geometri akan berbasis pada standar ASME Y14.5 dan ISO 1101 tersebut. Bab ini akan membahas arti, interpretasi dan analisis dari toleransi geometri. Selain itu, toleransi dimensional akan dibahas juga, terutama lebih ke bagaimana menganalisis suatu toleransi dimensional.

Toleransi (baik alokasi dan analisis toleransi) sangat penting untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan pada kondisi riil sebelum suatu proses manufaktur diterapkan, seperti:

- Apakah komponen-komponen yang didisain akan dapat dirakit bersama menjadi suatu produk?
- Apakah komponen-komponen yang mempunyai deviasi dari nominal masih bisa dirakit menjadi sebuah produk?
- Apakah apabila suatu komponen dibuat lebih kecil atau lebih besar dari nilai nominalnya masih bisa dirakit untuk menjadi suatu produk?
- Seberapa besar deviasi suatu fitur dari nilai nominalnya masih diperbolehkan?
- Dan lain sebagainya.

Dari sebagian kecil pertanyaan-pertanyaan tersebut, maka pentingnya toleransi dalam sebuah disain produk dapat dipahami.

Contoh riil dari toleransi dimensional, geometrik dan tekstur permukaan pada sebuah disain produk diperlihatkan pada gambar 1. Pada gambar 1, diperlihatkan sebuah komponen berupa balok solid yang diproses dengan *slot milling* dan pengeboran. Nilai-nilai dimensi pada gambar 1 diperlihatkan dengan nilai toleransi untuk masing-masing dimensi tersebut. Untuk menentukan nilai-nilai toleransi tersebut tidaklah mudah, karena untuk menentukan nilai toleransi tersebut dibutuhkan kombinasi dari pengetahuan yang mendalam mengenai keilmuan teknik dan pengalaman praktis dalam bidang manufaktur. Kesalahan dalam menentukan nilai toleransi pada sebuah produk akan sangat berakibat fatal, bukan hanya pada produk tersebut, tetapi juga pada proses manufaktur dari produk tersebut. Hal ini akan dijelaskan kemudian pada bagian alokasi dan analisis toleransi.

Gambar 1: Contoh dari jenis-jenis toleransi: toleransi dimensi, geometrik (GD&T) dan texture permukaan.

3.1.1 Sumber-sumber variasi

Setiap produk pada kondisi riil pasti mempunyai variasi atau dengan kata lain tidak akan sempurna seperti apa yang telah didisain. Misalnya, apabila kita mendisain sebuah silinder dengan panjang $l = 100 \text{ mm}$ dan diameter $d = 25 \text{ mm}$, maka pada kenyataannya, hasil silinder yang diproduksi tidaklah sama persis mempunyai ukuran panjang $l = 100 \text{ mm}$ dan diameter $d = 25 \text{ mm}$. Melainkan, silinder tersebut akan mempunyai dimensi yang berbeda dari nominal (terdeviasi), walaupun sangat dekat dengan nilai nominalnya tergantung dengan tingkat keakuratan proses produksi dan pengukuran yang dilaluinya, yaitu misalnya $l = 100.02 \text{ mm}$ dan diameter $d = 24.98 \text{ mm}$. Dengan demikian, apabila ada dua komponen yang dibuat dengan suatu proses manufaktur dengan kondisi parameter proses yang identik, kedua komponen tersebut tidaklah identik, selalu ada perbedaan dimensi dan geometri dengan derajat tertentu tergantung dengan keakuratan proses manufaktur tersebut.

Sumber-sumber variasi dari suatu komponen hasil manufaktur adalah:

- Variasi dari toleransi yang diberikan pada gambar teknik suatu disain.
Sumber pertama variasi dari suatu komponen adalah dari toleransi yang diberikan kepada komponen tersebut. Hal ini memperlihatkan bahwa sebelum suatu komponen dibuat, sudah ada potensi variasi untuk komponen tersebut.
- Variasi dari error suatu proses manufaktur.
Semua proses manufaktur memiliki derajat *error* (kesalahan), tergantung pada seberapa besar tingkat akurasi proses manufaktur tersebut. Hal ini menyebabkan kompone yang dibuat dari suatu proses manufaktur akan terdeviasi dari nilai nominalnya karena *error* dari proses manufaktur tersebut. Pada umumnya untuk mengecek apabila suatu proses manufaktur dapat digunakan untuk membuat suatu komponen dengan tingkat toleransi tertentu, test kapabilitas dilakukan yang akan dibahas pada bagian selanjutnya.
- Variasi dari suatu proses perakitan.
Pada saat suatu komponen dirakit dengan komponen lainnya untuk membentuk suatu produk dengan fungsi tertentu, maka ada faktor-faktor lain yang mempengaruhi variasi dari hasil perakitan tersebut yang berasal bukan dari variasi komponen tersebut. Faktor-faktor tersebut anatara lain efek gaya gravitas sehingga menimbulkan efek *assembly shift* (akan dibahas kemudian) dan efek dari operator, misalnya operator memberi gaya impak yang terlalu besar untuk merakit suatu komponen sehingga menyebabkan deformasi pada komponen tersebut.
- Variasi dari suatu proses pengukuran.
Variasi yang berasal dari pengukuran sangat relevan (dibahas lebih detil pada bab ketidakpastian). Variasi-variasi tersebut adalah misalnya variasi dari suatu instrumen pengukuran dan variasi dari prosedur melakukan suatu pengukuran.
- Variasi dari lingkungan.
Variasi lingkungan seperti efek variasi temperatur temat dilakukannya suatu proses pengukuran atau suatu proses perakitan, efek variasi tekanan dan efek variasi kelembapan lingkungan. Untuk pengukuran dengan berbasis laser, perubahan kecil pada kondisi lingkungan tersebut mempunyai efek yang signifikan terhadap variasi hasil pengukurannya.

Gambar 2 memperlihatkan beberapa sumber variasi dari proses manufaktur suatu produk, proses assembly dan proses pengukuran produk tersebut.

Gambar 2: Ilustrasi berbagai sumber variasi: (kiri) variasi dari suatu komponen hasil manufaktur, (tengah) variasi dari proses perakitan komponen tersebut dan (kanan) variasi dari proses pengukuran komponen tersebut.

3.1.2 Kapabilitas proses (*Process capability* C_p dan C_{pk})

Dalam suatu proses manufaktur, sebelum proses tersebut dijalankan, maka ada uji kapabilitas untuk menentukan apakah suatu proses manufaktur, dengan suatu mesin tertentu, kapabel untuk membuat suatu produk dengan tingkat toleransi tertentu. Proses tersebut dinamakan sebagai kapabilitas proses.

Definisi kapabilitas proses adalah sebuah ukuran apakah suatu proses manufaktur dapat secara efisien memproduksi sebuah komponen atau tidak. Arti efisien dalam definisi kapabilitas proses adalah karena suatu proses bisa saja menghasilkan suatu produk dengan bentuk tertentu, namun karena kurangnya tingkat akurasi mesin tersebut, maka dibutuhkan banyak proses perbaikan atau pengerjaan ulang sehingga meningkatkan biaya produksi secara signifikan. Kapabilitas suatu proses sangat bergantung secara langsung dari seberapa besar toleransi yang dimiliki oleh suatu komponen.

Ada dua indeks utama untuk mengukur suatu kapabilitas proses, yaitu C_p dan C_{pk} . Penjelasan dari kedua indeks proses kapabilitas tersebut adalah:

- Indeks C_p

C_p adalah sebuah ukuran seberapa besar dispersi dari suatu proses manufaktur dibandingkan dengan limit bawah dan limit atas dari spesifikasi toleransi yang dimiliki oleh suatu komponen yang dibuat dengan proses manufaktur tersebut. Diformulasikan sebagai berikut:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (1)$$

dimana USL adalah batas atas toleransi dan LSL adalah batas bawah toleransi. σ adalah deviasi standard dari ukuran suatu produk yang dibuat dengan proses manufaktur tersebut. Gambar 3a memperlihatkan representasi visual dari C_p .

- Indeks C_{pk}

C_{pk} adalah sebuah ukuran pergeseran (*shift*) dari nilai tengah (*centre*) dari suatu proses manufaktur. C_{pk} diformulasikan sebagai:

$$C_{pk} = \min \left[\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right] \quad (2)$$

dimana μ adalah nilai rata-rata dari dimensi produk yang dibuat dengan proses manufaktur tersebut. Gambar 3b memperlihatkan representasi visual dari C_{pk} .

Gambar 3: (a) Representasi visual dari C_p dan (b) representasi visual dari C_{pk} .

Untuk lebih jelasnya, gambar 4 memperlihatkan representasi visual dari berbagai macam nilai C_p dan C_{pk} . Pada umumnya, semakin besar nilai C_p dan C_{pk} , maka kapabilitas suatu proses semakin tinggi. Pada umumnya rekomendasi nilai tersebut adalah $C_p \geq 1.3$ dan $C_{pk} \geq 1.3$.

Gambar 4: Representasi visual dari berbagai macam nilai C_p dan C_{pk} .

3.1.3 Tipe-tipe toleransi

Berdasarkan jenis-jenis variasi yang ingin dikontrol oleh suatu toleransi, maka toleransi dibagi menjadi tiga kelas, yaitu toleransi untuk mengontrol:

- Fitur individual dari *size*, misalnya: panjang, lebar, diameter, kedalaman dan *gap*.
- Fitur geometri individu dan fitur relasi geometri antara komponen-komponen dan antara fitur-fitur perakitan (*assembly feature*). Contoh dari fitur geometri individu, misalnya: *flatness*, *roundness* dan *cylindricity*. Sedangkan contoh dari fitur relasi geometri, misalnya: *perpendicularity*, *location*, *concentricity* dan orientasi.

- Fitur dari tekstur permukaan suatu komponen, misalnya: R_a , R_a , R_z , S_a , S_q , dan S_z .

Bab ini hanya membahas mengenai toleransi yang mengontrol variasi dari fitur *size* dan geometri. Dengan demikian, bab ini membahas dua metode untuk menentukan suatu toleransi pada komponen atau produk. Dua metode toleransi tersebut adalah:

1. Toleransi dimensional “*plus/minus*”.
Toleransi dimensional adalah metode toleransi yang digunakan untuk mengontrol fitur *size* dari suatu komponen atau produk.
2. Toleransi geometri (*geometric tolerancing and dimensioning*/GD&T).
Toleransi geometri (GD&T) adalah metode toleransi yang digunakan untuk mengontrol baik fitur geometri individual dan fitur relasi geometri antara komponen-komponen dan antara fitur-fitur perakitan

Pertama-tama, metode toleransi dimensional akan dibahas. Metode toleransi dimensional adalah suatu metode toleransi yang bersifat konservatif. Toleransi jenis ini mempunyai banyak aspek-aspek inkonsistensi sehingga banyak menimbulkan ambiguitas pada suatu kondisi riil. Sehingga, metode toleransi dimensional saja tidak cukup untuk dapat merepresentasikan control variasi dari suatu produk yang semakin kompleks seperti sekarang ini. Untuk menyempurnakan metode toleransi dimensional, maka metode toleransi geometrik (GD&T) dikembangkan. Toleransi geometrik dapat merepresentasikan apa yang diinginkan oleh seorang disainer agar produk yang didisainnya dapat berfungsi seperti yang diinginkan.

3.2 Toleransi dimensional “*Plus/minus*”

Toleransi dimensional “*plus/minus*” adalah cara tradisional untuk menentukan nilai toleransi suatu fitur dengan cara menentukan batas minimum dan maximum dari nilai nominal suatu fitur. Tolernasi “*plus/minus*” dapat langsung dipahami secara intuitif, yaitu nilai dimensi suatu fitur dapat bervariasi di antara batas minimum dan maksimum yang diberikan. Bentuk dari toleransi “*plus/minus*”: $X \pm T$, dimana X adalah dimensi nominal dari suatu fitur dan T adalah nilai toleransi dari fitur tersebut. Contoh dari toleransi “*plus/minus*” adalah, misalnya:

- Panjang suatu balok adalah $(3 \pm 0.2) \text{ mm}$.
- Diameter sebuah silinder adalah $(\varnothing 5 \pm 0.01) \text{ mm}$.
- Jarak antara dua lubang adalah $(15 \pm 0.5) \text{ mm}$.
- Diameter sebuah bola adalah $(\varnothing 50 \pm 0.2) \text{ mm}$.
- Dan lain sebagainya.

Gambar 5: Ambiguitas pada toleransi dimensional.

Toleransi dimensional sangat mudah dipahami. Namun demikian, toleransi dimensional mempunyai kelemahan untuk menginterpretasikan maksud dari disainer suatu produk pada gambar teknik, yang kemudian gambar teknik ini yang merupakan landasan seorang perekayasa manufaktur untuk membuat produk yang telah didesain tersebut. Kelemahan tersebut adalah adanya ambiguitas pada toleransi dimensional.

Gambar 5 memperlihatkan ambiguitas yang terdapat pada toleransi dimensional. Pada gambar 5, diperlihatkan sebuah bentuk lingkaran ideal dengan dimensi dan toleransinya: $(\varnothing 5 \pm 0.01) \text{ mm}$. Kemudian, pada gambar 5 juga, diperlihatkan dua bentuk lingkaran yang mempunyai hasil pengukuran diameter yang sama, yaitu $\varnothing 5.008 \text{ mm}$, tetapi mempunyai bentuk yang berbeda. Hasil kedua diameter yang terukur tersebut masih dalam batas toleransi, namun hanya salah satu yang bisa diterima (gambar 5 tengah) dan yang lainnya tidak dapat diterima karena mempunyai bentuk yang terlalu oval (gambar 5 kanan). Toleransi dimensionaal tidak dapat menangkap dan merepresentasikan bentuk lingkaran tersebut secara keseluruhan, sehingga ketika lingkaran tersebut diukur dengan suatu alat ukur yang sama namun dengan orientasi yang berbeda, maka hasil pengukuran yang sama didapatkan, dengan bentuk rill lingkaran yang berbeda. Hal ini menimbulkan sebuah ambiguitas!.

3.3 Toleransi geometri (Geometric dimensioning and tolerancing/GD&T)

Toleransi geometri (GD&T) adalah sebuah bahasa desain yang digunakan oleh seorang disainer produk/perekayasa produk/penggambar teknik untuk merepresentasikan keinginan disainer/perekayasa/penggambar tersebut bagaimana fungsi produk yang didisainnya, bagaimana cara proses manufakturnya, dan bagaimana cara proses perakitannya agar setelah produk tersebut selesai dibuat, maka produk tersebut akan berfungsi sesuai dengan yang diinginkan. Referensi utama yang mengatur toleransi geometri (GD&T) adalah standard ASME Y14.5 (ASME Y14.5 2009) and ISO 1101 (ISO 1101 2012). Standard ASME Y14.5 pada umumnya digunakan di Amerika Serikat dan standar ISO 1101 pada umumnya digunakan di Eropa dan negara lainnya. Pada prinsipnya, kedua standar tersebut memberikan informasi yang sama tentang GD&T. Selanjutnya, toleransi geometri akan disebut sebagai GD&T, karena istilah GD&T lebih umum digunakan.

Kelebihan utama GD&T adalah GD&T dapat merepresentasikan bentuk sebuah produk secara keseluruhan dan dapat merepresentasikan relasi antar-fitur. Hal ini tidak dapat dilakukan dengan toleransi dimensional. Namun demikian, GD&T tidak menggantikan toleransi dimensional, melainkan GD&T melengkapi toleransi dimensional, sehingga pada penggunaannya, GD&T juga mengikutsertakan toleransi dimensionaal. Gambar 6 memperlihatkan contoh elemen-elemen dari GD&T pada sebuah gambar teknik. Pada gambar 6, elemen-elemen GD&T yang diperlihatkan adalah datum A, B, dan C, *perpendicularity*, *flatness*, *parallelism* dan toleransi dimensional pada kedua lingkaran (dalam 3D adalah sebuah lubang)

Gambar 6: Beberapa contoh elemen-elemen GD&T beserta dengan toleransi dimensional.

Tabel 1: Jenis-jenis dari toleransi geometri (GD&T).

No.	Toleransi	Karakteristik	Simbol	Datum dibutuhkan	
1	Bentuk (<i>form</i>)	<i>Straightness</i>	—	tidak	Toleransi tidak berelasi (<i>unrelated tolerance</i>)
		<i>Flatness</i>		tidak	
		<i>Roundness</i>		tidak	
		<i>Cylindricity</i>		tidak	
		Profil garis (<i>profile line</i>)		tidak	
		Profil permukaan (<i>profile surface</i>)		tidak	
2	Orientasi (<i>orientation</i>)	<i>Parallelism</i>	//	ya	Toleransi dengan relasi (<i>related tolerance</i>)
		<i>Perpendicularity</i>		ya	
		<i>Angularity</i>		ya	
		<i>Profile line (oriented)</i>		ya	
		<i>profile surface (oriented)</i>		ya	
3	Lokasi (<i>location</i>)	Posisi		ya	
		<i>Concentricity (for centre points)</i>		ya	
		<i>Coaxiality (for axes)</i>		ya	
		<i>Symetry</i>		ya	
		<i>Profile line (located)</i>		ya	
		<i>Profile surface (located)</i>		ya	
4	<i>Run-out</i>	<i>Circular run-out</i>		ya	
		<i>Total run-out</i>		ya	

Ada dua macam tipe GD&T, yaitu:

- Fitur tidak berelasi (fitur independen).
Yaitu toleransi bentuk (*form*), seperti: *straightness*, *flatness*, *roundness*, *cylindricity*, profil.
- Fitur dengan relasi (fitur dependen).
Yaitu toleransi orientasi, lokasi dan *run-out*. Toleransi orientasi contohnya: *parallelism*, *perpendicularity*, *angularity*, *oriented-profile*. Toleransi lokasi contohnya: posisi, *concentricity*, *coaxiality*, *symmetry* dan *location-profile*. Toleransi *run-out* misalnya *circular run-out* dan *total run-out*.

Untuk GD&T fitur dengan relasi (orientasi, lokasi dan *run-out*), sebuah sistem datum, yang berupa datum A, B dan C, dan datum referensi (*datum reference frame*), dibutuhkan untuk mendefinisikan koordinat asal (*origin of the coordinate system*) untuk verifikasi toleransi-toleransi tersebut. Tabel 1 memperlihatkan seluruh tipe-tipe dari GD&T tersebut.

Datum dan datum referensi (*datum reference frame*)

GD&T untuk fitur yang mempunyai relasi, dibutuhkan suatu sistem datum yang menjadi referensi dari suatu GD&T yang diberikan. Sistem datum tersebut pada umumnya datum A, B dan C (datum juga bisa dengan simbol-simbol alfabet lainnya, misalnya D dan E). Datum-datum tersebut akan beririsan dan membentuk sebuah datum referensi (*datum reference frame*). Datum referensi tersebut adalah referensi acuan dari suatu GD&T yang terdapat pada suatu komponen. Gambar 7 memperlihatkan sistem datum dan datum referensi.

Gambar 7: (Kiri) Sistem datum dan (kanan) datum referensi (*datum reference frame*).

Pada gambar 7 sebelah kiri, diperlihatkan sistem datum yang terdiri dari tiga jenis datum, yaitu datum A, datum B dan datum C. Sebuah datum bisa berupa permukaan dan axis dari suatu fitur simetri. Datum A merupakan datum pertama yang menjadi acuan utama sebuah GD&T dan juga menjadi acuan datum-datum lainnya. Datum A pada umumnya harus diterapkan pada fitur yang paling stabil di antara fitur-fitur lainnya pada suatu produk, misalnya sebuah permukaan yang paling besar pada produk tersebut. Pada gambar 7 (kiri), datum A diterapkan pada bagian

belakang balok tersebut karena mempunyai permukaan yang paling luas dan paling stabil. Jenis GD&T yang diterapkan pada datum A adalah jenis GD&T untuk fitur tidak berelasi, misalnya *flatness* dan *cylindricity*, karena datum A adalah datum pertama dan tidak mengacu pada fitur lainnya melainkan hanya mengacu pada fiturnya sendiri. Kemudian, permukaan atau fitur lainnya yang digunakan sebagai datum A harus ditempatkan terlebih dahulu pada permukaan meja pengukuran, karena datum A akan menjadi referensi utama dari datum dan fitur lainnya.

Pada gambar 7 (kanan), datum referensi (*datum reference frame*) diperlihatkan. Datum referensi adalah titik hasil dari irisan seluruh datum yang direpresentasikan dengan datum simulator (lihat gambar 7 sebelah kanan). Datum simulator adalah permukaan yang langsung bertemu dengan suatu datum, sehingga permukaan tersebut seperti mensimulasi datum yang menempel pada permukaan tersebut. Datum referensi merupakan acuan koordinat untuk memverifikasi suatu GD&T untuk fitur yang berelasi. Pada kondisi riil, simulator datum pada umumnya berupa: meja pengukuran untuk datum A dan peralatan *fixturing* untuk datum lainnya.

Gambar 8: Fungsi dari datum pada GD&T.

Penjelasan lebih jelas mengenai sistem datum diperlihatkan pada gambar 8. Pada gambar 8, datum A adalah datum utama sehingga toleransi yang diberikan kepadanya adalah toleransi untuk fitur tidak berelasi, dalam hal ini *flatness*. Hal penting yang harus diingat adalah karena datum A adalah datum yang paling penting, maka fitur yang merepresentasikan datum A tersebut haruslah mempunyai akurasi yang paling tinggi diantara fitur-fitur lainnya, sehingga nilai toleransi geometri untuk datum A haruslah paling kecil dibandingkan dengan nilai toleransi lainnya. Kemudian untuk datum B dan C, datum-datum tersebut mempunyai toleransi untuk fitur yang berelasi, karena datum A sudah ada sehingga bisa dijadikan referensi. Datum B adalah datum kedua, sehingga hanya mempunyai referensi datum A. Datum C adalah datum ketiga sehingga mempunyai dua referensi, yaitu terhadap datum B dan datum A. Sedangkan pada fitur silinder kecil (gambar 8), sumbu silinder tersebut mempunyai referensi toleransi pada datum C, B dan A.

Hal lain yang perlu diketahui adalah urutan referensi datum dan urutan penempatan produknya adalah sebagai berikut. Untuk referensi datum, referensi dibaca dari kiri-ke-kanan, sehingga untuk penempatan produknya pada meja pengukuran, dilakukan dari kanan-ke-kiri menurut penulisan datum pada gambar tekniknya. Misalnya: penulisan

datum adalah $\boxed{\text{/// } \varnothing 0.1 \text{ (M) } \boxed{\text{C}} \boxed{\text{B}} \boxed{\text{A}}}$, maka referensi untuk fitur tersebut dibaca terhadap datum C, datum C terhadap datum B dan datum B terhadap datum A. kemudian, untuk penempatan produk tersebut di meja pengukuran, dilakukan sebagai berikut: produk tersebut ditempatkan pada meja pengukuran dimulai dengan permukaan datum A, kemudian permukaan datum B dan terakhir permukaan datum C.

Dari penjelasan-penjelasan di atas, dapat dilihat bahwa GD&T mempunyai arti yang sangat mendalam dibalik simbol-simbil yang dimilikinya. Hal ini adalah untuk mengakomodasi keinginan seorang disainer produk.

Zona toleransi (tolerance zone)

Zona toleransi (*tolerance zone*) adalah zona dimana permukaan suatu fitur yang ditoleransi berada di dalamnya. Zona toleransi dapat berbentuk:

- Bidang planar.
Zona yang dibatasi antara dua bidang planar (datar) yang saling sejajar satu dengan lainnya.
- *Circular* atau *cylindrical* (nilai toleransi didahului dengan simbol “ $\varnothing$ ”).
Zona yang dibatasi antara dua lingkaran atau dua silinder yang konsentrik antara satu dengan lainnya..
- *Spherical* (nilai toleransi didahului dengan simbol “ $S\varnothing$ ”).

Selama permukaan suatu fitur masih berada pada salah satu zona toleransi tersebut (terlepas dari bentuk permukaan fitur tersebut), maka fitur tersebut dianggap masih berada pada batas toleransinya. Misalnya, suatu lingkaran dengan bentuk yang acak asalkan masih dalam zona toleransi yang didefinisikan, maka bentuk lingkaran tersebut masih dapat diterima (gambar 9). Pada gambar 9, contoh toleransi geometri *roundness* pada sebuah lingkaran diperlihatkan. Pada gambar 9, walaupun lingkaran tersebut mempunyai bentuk yang acak, tetapi lingkaran tersebut masih berda didalam zona toleransinya, sehingga lingkaran tersebut dapat diterima. Oleh karena itu, GD&T merepresentasikan suatu fitur secara keseluruhan (tidak seperti toleransi dimensional).

Gambar 9: (a) lingkaran dengan toleransi dimensional dan geometrik *roundness* dan (b) zona toleransi dan bentuk aktual lingkaran tersebut.

Gambar 10 memperlihatkan contoh zona toleransi berbentuk silinder untuk toleransi geometri *parallelism*. Pada gambar 10, sebuah komponen yang memiliki dua buah lubang dengan diameter 85 mm dan 44 mm. Lubang dengan diameter 85 mm dipilih sebagai datum A. GD&T yang diberikan adalah lubang yang kecil dengan diameter 44 mm harus parallel terhadap lubang yang besar dengan diameter 85 mm dengan nilai zona toleransinya berbentuk silinder dengan diameter 0.1 mm. Representasi dari GD&T tersebut diperlihatkan pada gambar 10 (kanan), yaitu selama axis dari lubang yang kecil tersebut berada dalam sebuah silinder dengan diameter 0.1 mm dan axis dari silinder tersebut

paralel terhadap axis dari datum A, maka lubang kecil tersebut dianggap paralel terhadap lubang yang besar tersebut dan sebaliknya.

Gambar 10: Contoh toleransi geometri *parallelism* dan zona toleransi (*tolerance zone*) berbentuk silinder.

Beberapa penjelasan dengan menggunakan contoh untuk toleransi bentuk (*form*), orientasi (*orientation*), lokasi (*location*) dan *run-out* akan dijelaskan pada bagian selanjutnya.

3.3.1 Toleransi bentuk (*form*)

Contoh pertama dan yang paling umum untuk toleransi bentuk (*form*) adalah *flatness*. Gambar 11 memperlihatkan contoh dari komponen yang mempunyai toleransi *flatness* dan arti dari toleransi tersebut. Pada gambar 11 bagian kiri, diperlihatkan sebuah balok yang sisi atasnya mempunyai toleransi *flatness* sebesar 0.5 mm. arti dari *flatness* tersebut diperlihatkan pada gambar 11 bagian kanan. Arti dari toleransi *flatness* tersebut adalah apapun bentuk dari permukaan sisi atas dari balok tersebut, asalkan permukaannya masih berada diantara dua bidang datar yang saling sejajar yang berjarak 0.5 mm antara satu dengan lainnya, maka permukaan sisi atas balok tersebut masih dianggap datar sesuai dengan toleransi *flatness* yang diberikan.

Gambar 11: Toleransi geometri *flatness*.

Contoh kedua adalah toleransi *roundness*. Gambar 12 memperlihatkan contoh dari toleransi *roundness* dari sebuah silinder. Pada gambar 12 sebelah kiri, sebuah silinder dengan toleransi *roundness* sebesar 0.3 mm diperlihatkan. Pada gambar 12 sebelah kanan, arti dari toleransi *roundness* tersebut adalah bahwa silinder tersebut akan dianggap masih dalam batas toleransi terlepas bagaimanapun bentuk permukaan selinder tersebut, asalakan permukaan cilinder tersebut seluruhnya masih berada diantara zona yang dibatasi oleh dua buah silinder yang mempunyai aksis yang sama dan kedua silinder tersebut perbedaan jari-jarinya antara silinder yang kecil dan yang besar adalah sebesar 0.3 mm.

Gambar 12: Toleransi geometri *roundness*.

3.3.2 Toleransi orientasi (*orientation*)

Mulai dari toleransi orientasi dan seterusnya, toleransi-toleransi geometri tersebut adalah toleransi yang berelasi. Dengan kata lain, dalam pendefinisian toleransi-toleransi tersebut, selalu membutuhkan datum (fitur referensi).

Contoh pertama yang dipresentasikan untuk toleransi orientasi adalah toleransi *parallelism* yang diperlihatkan pada gambar 13. Contoh tersebut dipresentasikan oleh sebuah komponen yang memiliki dua buah fitur silinder yang terdiri dari sebuah silinder yang kecil dan yang besar (gambar 13 sebelah kanan). Kedua silinder tersebut mempunyai toleransi *parallelism*. Namun demikian, yang akan dijelaskan lebih rinci adalah toleransi *parallelism* silinder dengan diameter yang lebih kecil. Toleransi *parallelism* pada silinder yang kecil tersebut adalah sebesar 0.1 mm relatif terhadap datum B dan datum A. datum B adalah axis dari silinder yang lebih besar dan datum A adalah bidang planar (datar) pada sisi bawah komponen tersebut.

Arti dari toleransi *parallelism* pada silinder yang kecil adalah bahwa silinder kecil tersebut dianggap masih sejajar dengan silinder yang besar (datum B), dimana, datum B tersebut sejajar dengan datum A, apabila seluruh axis dari silinder tersebut masih berada pada zona yang dibatasi oleh dua buah bidang datar yang sejajar yang terpisah dengan jarak 0.1 mm. Kedua bidang datar tersebut sejajar (dengan sempurna) terhadap aksis dari silinder yang besar (datum B) dan axis dari datum B tersebut sejajar (dengan sempurna) terhadap bidang datar datum A.

Gambar 13: Toleransi geometri *parallelism*.

Contoh kedua adalah toleransi *perpendicularity* yang diperlihatkan pada gambar 14. Pada gambar 14 sebelah kiri, diperlihatkan toleransi *perpendicularity* untuk sebuah lubang vertikal pada suatu komponen. Lubang vertikal tersebut mempunyai toleransi *perpendicularity* sebesar 0.01 mm terhadap datum A yang merupakan axis dari silinder horisontal. Gambar 14 sebelah kanan memperlihatkan arti dari toleransi tersebut, yaitu lubang tersebut dianggap masih tegak lurus terhadap datum A (silinder horisontal) apabila seluruh axis atau sumbu dari silinder vertikal tersebut kesemuanya berada diantara dua bidang datar yang saling sejajar dan terpisah dengan jarak 0.01 mm dan kedua bidang datar tersebut tegak lurus (secara sempurna) terhadap sumbu silinder horisontal tersebut, yaitu datum A.

Gambar 14: Toleransi geometri *perpendicularity* (ketegaklurusan).

3.3.3 Toleransi lokasi (*location*)

Toleransi lokasi merupakan salah satu toleransi geometri yang paling sering digunakan. Toleransi lokasi pada umumnya digunakan untuk mengoptimalkan posisi lubang-lubang baut untuk menggabungkan dua buah komponen atau untuk mengoptimalkan dan mengontrol komponen berporos (*shaft*). Toleransi lokasi selalu menggabungkan antara toleransi dimensional yang mengontrol jarak sumbu suatu lubang terhadap sisi-sisi suatu komponen. Gambar 15 memperlihatkan contoh dari toleransi lokasi. Pada gambar 15, diperlihatkan sebuah komponen yang memiliki sebuah fitur lubang. Lubang tersebut mempunyai jarak $L1$ dan $L2$ dari sisi kanan (datum A) dan sisi kiri (datum B). lubang tersebut mempunyai toleransi lokasi sebesar 0.08 mm.

Gambar 15 sebelah kanan memperlihatkan arti dari toleransi lokasi pada lubang tersebut. Lubang tersebut dapat disimpulkan mempunyai lokasi sumbu sesuai dengan toleransi apabila seluruh sumbu lubang tersebut berada dalam zona toleransi yang berbentuk silinder dengan diameter 0.08 mm (gambar 15 kanan). Zona toleransi tersebut harus sejajar (secara sempurna) dengan datum B dan datum A.

pada kondisi riilnya, untuk memverifikasi toleransi lokasi lubang tersebut, pertama-tama, lokasi sumbu lubang tersebut harus diukur terlebih dahulu, yaitu jarak lubang tersebut dari datum A (sisi kiri) dan datum (B) sisi kanan dari komponen tersebut. Setelah jarak sumbu lubang tersebut diketahui, kemudian toleransi lokasi lubang tersebut dapat diverifikasi. Untuk verifikasi toleransi geometri, akan dibahas pada akhir bab ini.

Gambar 15: Toleransi geometri lokasi.

3.3.4 Toleransi *run-out*

Jenis toleransi geometri (GD&T) lainnya adalah toleransi *run-out*. Toleransi jenis ini sangat berguna untuk mengontrol fitur-fitur yang berotasi pada aplikasinya, seperti poros yang berputar. Toleransi *run-out* mengontrol agar suatu fitur yang berotasi pada saat fitur tersebut beroperasi masih mempunyai deviasi sesuai dengan yang ditentukan. Gambar 16 dan 17 memperlihatkan contoh dari aplikasi toleransi *run-out*.

Pada gambar 16, toleransi *run-out* mengontrol agar permukaan suatu poros yang berputar ketika beroperasi mempunyai deviasi maksimal sebesar 0.5 mm terhadap suatu datum A-B yang merupakan sumbu putar dari poros tersebut. Poros tersebut dianggap masih dalam batas toleransi apabila seluruh permukaan poros tersebut masih berada pada zona toleransi yaitu diantara dua buah lingkaran sesumbu dengan perbedaan jari-jari sebesar 0.5 mm (gambar 16). Kedua lingkaran tersebut mempunyai titik pusat yang berhimpitan pada garis sumbu datum A-B. Pada umumnya, toleransi tersebut menjaga agar tidak ada gesekan antara poros dengan *housing*-nya ketika berputar saat beroperasi.

Gambar 16: Toleransi geometri *run-out* sebuah axis. Gambar 17: Toleransi geometri *run-out* sebuah bidang datar.

Gambar 17 memperlihatkan contoh toleransi *run-out* untuk sebuah bidang datar yang berputar. Pada gambar 17, sebuah komponen mempunyai toleransi *run-out* pada permukaan atasnya yang lebar. Toleransi tersebut mengontrol permukaan datar tersebut agar tetap datar sesuai dengan nilai toleransinya ketika komponen tersebut berputar. Nilai toleransi *run-out* dari permukaan datar tersebut adalah 0.1 mm terhadap datum D, yaitu axis dari komponen tersebut. Arti dari definisi toleransi tersebut adalah permukaan tersebut akan dianggap datar apabila selama komponen tersebut berputar, seluruh permukaan datar tersebut masih berada dalam zona toleransi yang berupa dua buah bidang datar yang saling sejajar dan terpisah dengan jarak 0.1 mm. Kedua bidang datar tersebut tegak lurus (secara sempurna) terhadap sumbu putar dari komponen tersebut yang merupakan datum D (gambar 17 kanan).

Untuk mengetahui berbagai contoh variasi dari toleransi-toleransi bentuk, orientasi, lokasi dan *run-out*, pembaca dapat merujuk ke standar ASME Y14.5 dan ISO 1101.

3.3.5 Kondisi material (*material condition*) dan bonus toleransi

Pada toleransi geometri, terdapat dua konsep penting yang perlu diketahui, yaitu kondisi material (*material condition*) dan bonus toleransi. Kedua konsep tersebut sangat penting dan sangat besar perannya pada kondisi assembly, dimana dengan adanya bonus sesuai dengan kondisi material pada saat diinspeksi, maka jumlah part yang gagal uji inspeksi dapat berkurang, karena dengan adanya bonus, sebuah komponen masih boleh mempunyai deviasi dengan besar tertentu melebihi batas toleransinya.

Kondisi material (*material condition*)

Kondisi material hanya dimiliki oleh fitur-fitur *size*, seperti silinder dan bola. Fitur yang paling sering diterapkan kondisi material pada saat fitur tersebut diberikan toleransi adalah silinder. Kondisi material adalah kondisi dimana sebuah fitur-fitur *size* tersebut diproduksi lebih besar atau lebih kecil dari ukuran atau dimensi nominalnya, misalnya sebuah silinder dibuat lebih kecil atau sebuah lubang dibor lebih besar dari nilai nominalnya.

Gambar 18: Kondisi material pada sebuah pin atau poros (silinder) dan lubang.

Dua macam kondisi material yang akan dibahas adalah:

- Kondisi material maksimum (maximum material condition/MMC).
- Kondisi material minimum (least material condition/LMC).

Pengertian dari kondisi material maksimum (MMC) adalah misalnya, ketika pin atau poros yang berbentuk silinder diproduksi dengan ukuran diameter terbesarnya (*the largest shaft*) atau ketika sebuah lubang dibor dengan ukuran diameter terkecilnya (*the smallest hole*) sesuai dengan nilai dimensi yang diberikan. Pengertian kondisi material minimum (LMC) adalah misalnya, ketika pin atau poros yang berbentuk silinder diproduksi dengan ukuran diameter terkecilnya (*the smallest shaft*) atau ketika sebuah lubang dibor dengan ukuran diameter terbesarnya (*the largest hole*) sesuai dengan nilai dimensi yang diberikan. Gambar 18 memperlihatkan contoh dari MMC dan LMC pada sebuah pin atau poros (yang berbentuk silinder) dan sebuah fitur lubang. Untuk pin tersebut, MMC adalah ketika diameternya 30 mm dan LMC adalah ketika diameternya 29.8 mm (gambar 18 kiri). Untuk lubang tersebut, MMC adalah ketika diameternya 19.9 mm dan LMC adalah ketika diameternya 20.1 mm (gambar 18 kanan).

Gambar 19: Ilustrasi dari kondisi material maksimum (MMC).

Ilustrasi dari kondisi material maksimum (MMC) sebuah pin silinder dan implikasi dari MMC tersebut pada kondisi riil silinder tersebut diperlihatkan pada gambar 19. Pada gambar 19 atas diperlihatkan sebuah desain silinder dengan nilai diameter nominalnya beserta toleransinya sebesar $100 \pm 0.5 \text{ mm}$. Secara fisik, MMC pin silinder tersebut adalah sebuah lubang dimana pin tersebut harus bisa masuk sehingga mempunyai fungsi yang diinginkan, seperti menggabungkan dua pelat yang berbeda. Dengan nominal dimensi tersebut, kondisi maksimum material (MMC) silinder tersebut adalah sebesar $100 + 0.5 = 100.5 \text{ mm}$. Pada gambar 19 tengah, ketika silinder tersebut diproduksi lebih kecil dari nilai MMC-nya dan masih lebih besar dari nilai minimum toleransinya, maka sejumlah deviasi dari bentuk silinder tersebut diperbolehkan, dengan kata lain “bonus”. Misalnya, apabila silinder tersebut diproduksi dengan diameter 99.9 mm , maka silinder tersebut diperbolehkan mempunyai deviasi sebesar $100.5 - 99.9 = 0.6 \text{ mm}$. Selama pin silinder tersebut mempunyai deviasi tidak melebihi 0.6 mm , maka pin silinder tersebut masih bisa masuk kedalam lubang tersebut. Pada gambar 19 bawah, ketika pin silinder tersebut diproduksi pada kondisi MMC-nya, yaitu mempunyai diameter 100.5 mm , maka silinder tersebut harus mempunyai bentuk yang sempurna agar bisa berfungsi sesuai dengan yang diinginkan.

Bonus toleransi

Sebelum bonus toleransi dibahas, ada dua hal penting yang harus dipahami yaitu kita harus membedakan arti dari “MMC” dan “Simbol MMC”:

- MMC (kondisi maksimum material) artinya adalah lubang terkecil atau poros/pin terbesar.
- Simbol MMC pada gambar teknik artinya adalah sebuah bonus toleransi akan didapatkan apabila sebuah fitur size terdeviasi dari nilai MMC-nya (misalnya sebuah lubang dibuat lebih besar dari diameter minimumnya atau sebuah pin/poros dibuat lebih kecil dari diameter maksimumnya).

Hal ini berlaku juga untuk simbol “LMC” dan “Simbol LMC”, yaitu:

- LMC (kondisi maksimum material) artinya adalah lubang terbesar atau poros/pin terkecil.
- Simbol LMC pada gambar teknik artinya adalah sebuah bonus toleransi akan didapatkan apabila sebuah fitur size terdeviasi dari nilai LMC-nya (misalnya sebuah lubang dibuat lebih kecil dari diameter maksimumnya atau sebuah pin/poros dibuat lebih besar dari diameter minimumnya).

Gambar 20: Contoh dari bonus toleransi pada sebuah fitur lubang (*hole*) karena MMC. Bonus memberikan zona toleransi yang lebih besar dari zona toleransi awal yang diberikan.

Gambar 21: Contoh dari bonus toleransi pada sebuah fitur lubang (*hole*) karena LMC.

Contoh MMC untuk toleransi lokasi dengan simbol $\text{Ø } 0.5 \text{ (M) A B}$ diperlihatkan pada gambar 20. Pada gambar 20, sebuah lubang mempunyai toleransi lokasi sebesar 0.5 mm terhadap datum B dan datum A. toleransi lokasi tersebut mempunyai simbol MMC “M” yang berarti apabila lubang tersebut dibuat lebih besar dari nilai diameter minimumnya (terdeviasi dari nilai MMC-nya), yaitu misalnya sebesar 60mm (nilai terukur) > 59 mm (nilai MMC – nya), maka lokasi sumbu dari lubang tersebut bisa bergeser lebih dari 0.5 mm karena adanya bonus toleransi. Dalam hal ini, bonus toleransi adalah sebesar: nilai diameter terukur – MMC, yaitu 60 – 59 = 1mm. Sehingga total zona toleransi dari sumbu lubang tersebut adalah sebesar 0.5mm + 1mm = 1.5mm. Hal ini disebabkan karena apabila lubang tersebut dibuat lebih besar dari nilai diameter minimumnya, maka apabila lubang tersebut bergeser lebih dari nilai toleransi lokasinya, maka pin yang didisain untuk masuk ke lubang tersebut masih dapat masuk karena ukuran lubang yang lebih besar tersebut.

Sedangkan, contoh LMC untuk toleransi lokasi dengan simbol $\text{Ø } 0.5 \text{ (L) A B}$ diperlihatkan pada gambar 21. Pada gambar 21, sebuah lubang mempunyai toleransi lokasi sebesar 0.5 mm terhadap datum B dan datum A. toleransi lokasi tersebut mempunyai simbol LMC “L” yang berarti apabila lubang tersebut dibuat lebih kecil dari nilai diameter maksimumnya (terdeviasi dari nilai LMC-nya), yaitu misalnya sebesar 60mm (nilai terukur) < 61 mm (nilai LMC – nya), maka lokasi sumbu dari lubang tersebut bisa bergeser lebih dari 0.5 mm karena adanya bonus toleransi. Dalam hal ini, bonus toleransi adalah sebesar: LMC - nilai diameter terukur, yaitu 61 – 60 = 1mm. Sehingga total zona toleransi dari sumbu lubang tersebut adalah sebesar 0.5mm + 1mm = 1.5mm. Hal ini disebabkan karena apabila lubang tersebut dibuat lebih besar dari nilai diameter minimumnya, maka apabila lubang tersebut bergeser lebih dari nilai toleransi lokasinya, maka ada material lebih pada lubang tersebut untuk bisa dibor untuk proses *finishing* lubang tersebut (ada material lebih untuk proses permesinan/pegeboran selanjutnya).

Contoh riil manfaat mengaplikasikan MMC dan LMC pada fitur *size* (misalnya: sebuah lubang) adalah:

- Manfaat menggunakan simbol MMC.

Simbol MMC digunakan untuk menginformasikan bahwa lubang tersebut berfungsi untuk sebagai, misalnya, lubang untuk memasukkan sebuah baut untuk mengikat dua pelat. Apabila lubang tersebut dibuat lebih besar, maka artinya, kemungkinan baut pengencang tersebut bisa masuk ke lubang tersebut akan bertambah besar. Karena hal inilah terdapat bonus toleransi pada kondisi tersebut. Hal ini sangat berguna pada proses inspeksi. Dengan adanya bonus toleransi, maka toleransi yang diinspeksi akan semakin besar yang artinya, kemungkinan komponen tersebut ditolak akan semakin kecil sehingga bisa menurunkan biaya perbaikan atau *scrap*. Dan akhirnya, biaya inspeksi kualitas akan berkurang.

- Manfaat menggunakan simbol LMC.

Simbol LMC digunakan untuk menginformasikan bahwa sejumlah material harus disisakan pada sebuah fitur, misalnya sebuah lubang, agar fitur tersebut dapat dilakukan proses permesinan, misalnya pengeboran, selanjutnya. Hal ini menjelaskan bahwa apabila, misalnya, sebuah lubang dibuat lebih kecil diameternya, maka artinya lubang tersebut mempunyai material lebih untuk proses pengeboran selanjutnya, sehingga apabila lubang tersebut dapat terdeviasi lebih dari nilai toleransi lokaisnya, karena adanya bonus toleransi, maka lubang tersebut masih menyisakan material untuk dibor pada proses selanjutnya.

Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya, kondisi material pada kondisi riilnya pada saat proses inspeksi sebuah fitur dapat memberikan sebuah bonus toleransi, sehingga toleransi yang dimiliki lebih besar dari pada toleransi yang didefinisikan dari awalnya. Hal ini akan mengurangi biaya inspeksi karena akan menurunkan jumlah komponen yang tidak lolos tes pengukuran. Namun demikian, bonus toleransi akan meningkatkan variasi dari sebuah fitur perakitan pada proses analisis akumulasi (*stack-up*) toleransi. Penjelasan lebih detil akan diperlihatkan pada bagian selanjutnya yaitu alokasi dan analisis toleransi.

3.4 Alokasi dan Analisis toleransi

Alokasi dan analisis toleransi merupakan satu kesatuan yang tidak dapat dipisahkan. Alokasi dan analisis toleransi adalah suatu proses yang berulang (*repetitive*) sampai alokasi toleransi yang optimal didapatkan. Untuk mengurangi jumlah pengulangan pada suatu proses alokasi dan analisis toleransi, maka dibutuhkan suatu pendekatan sistematis untuk proses tersebut.

Alokasi toleransi bukanlah suatu proses yang mudah. Apabila nilai suatu toleransi pada suatu fitur terlalu kecil, maka biaya produksi semakin tinggi. Biaya produksi yang semakin tinggi disebabkan karena semakin kecil nilai toleransi suatu produk, maka tingkat presisi produk tersebut akan semakin tinggi sehingga dibutuhkan suatu proses permesinan yang mahal untuk membuatnya. Dan sebaliknya, apabila nilai toleransi pada suatu fitur terlalu besar, maka fitur tersebut akan mempunyai variasi yang terlalu besar, sehingga komponen yang mempunyai fitur tersebut tidak bisa dirakit (Moroni et al 2011).

Alokasi dan analisis toleransi adalah suatu proses untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan lebih detil apabila suatu fitur yang terdeviasi dari nilai nominalnya sebelum suatu proses manufaktur dikerjakan untuk membuat fitur tersebut, misalnya:

- Apa efek yang ditimbulkan apabila posisi suatu lubang yang dibuat bergeser beberapa milimeter dari posisi nominalnya?
- Berapa banyak material yang harus disisakan dalam proses permesinan agar cukup untuk dilakukan *post-processing*, misalnya: *boring*, agar surface yang dimiliki suatu fitur menjadi sangat mulus atau dimensi suatu lubang menjadi sangat akurat?
- Apa efek apabila lubang yang dibuat lebih besar dari nilai nominalnya?
- Apa efek apabila jumlah komponen pada suatu assembly ditambah?
- Apakah suatu rotor dan stator akan bersentuhan satu sama lainnya selama beroperasi?
- Berapa variasi *gap* antar dua buah bidang setelah proses perakitan dilakukan?
- Berapa suhu optimal suatu proses perakitan produk mikro agar *gap* dari produk tersebut dapat mengikuti toleransinya?

3.4.1 Analisis akumulasi toleransi (*tolerance stack-up analysis*)

Definisi formal analisis akumulasi toleransi (*tolerance stack-up analysis*) adalah sebuah alat yang digunakan untuk mengetahui efek kumulatif dari toleransi-toleransi yang dialokasikan kepada fitur-fitur pada suatu komponen dan untuk memastikan bahwa efek kumulatif tersebut dapat diterima untuk menjamin fungsionalitas dari suatu produk setelah dilakukan suatu proses perakitan.

Dengan demikian, analisis akumulasi toleransi adalah suatu proses untuk mengalokasikan toleransi pada suatu fitur, baik toleransi dimensional maupun toleransi geometri (GD&T) dan mengkalkulasi akumulasi toleransi terhadap

suatu fitur perakitan (misalnya: *gap* atau jarak antara dua belat dan jarak antara *rotor* dan *stator*) berdasarkan toleransi yang telah dialokasikan tersebut. Tujuan dari analisis toleransi adalah untuk mengecek suatu dimensi dan toleransi yang diberikan pada suatu komponen, sehingga ketika komponen tersebut dirakit, maka total produk yang dirakit akan berfungsi sesuai dengan yang didisain. Analisis toleransi merupakan hal yang unik karena analisis toleransi adalah setengah ilmu pengetahuan dan setengah seni (*half-science* dan *half-art*).

Analisis toleransi dapat diaplikasikan untuk semua jenis komponen, dari skala besar sampai dengan skala kecil. Hal pertama yang harus dimiliki untuk menganalisis suatu toleransi adalah model dari akumulasi toleransi harus direkonstruksi terlebih dahulu.

Ada dua jenis metode untuk analisis akumulasi toleransi, yaitu:

- **Metode analisis 1D/2D**, yaitu dengan menggunakan metode *spraeed-sheet*.
- **Metode analisis matriks**, yaitu metode general secara 3D dengan memperhitungkan efek rotasi. Metode ini akan dijelaskan secara detil pada bagian bab 3.4.8

Langkah-langkah untuk melakukan analisis akumulasi toleransi adalah sebagai berikut:

1. Definisikan dimensi (fitur) kritikal yang akan dianalisis, yaitu fitur-fitur perakitan (*assembly features*), seperti *gap* antar dua pelat setelah perakitan.
2. Rekonstruksi rantai toleransi (*tolerance chain*). Dari fitur kritikal tersebut yang ingin dianalisis.
3. Definisikan atau rekonstruksi model akumulasi toleransi.
4. Pertimbangkan semua sumber-sumber variasi pada model akumulasi toleransi tersebut.
5. Jumlahkan seluruh komponen variasi, baik dengan metode *worst-case* atau metode statistik (lihat bab selanjutnya).

3.4.2 Analisis toleransi: berbasis *worst-case* and berbasis statistik

Untuk menjumlahkan seluruh komponen variasi untuk mendapatkan total variasi dari fitur perakitan suatu produk yang telah dirakit, ada dua jenis metode penjumlahan komponen variasi tersebut:

- Analisis toleransi berbasis *worst-case*.
- Analisis toleransi berbasis statistik.

Analisis toleransi berbasis *worst-case*.

Analisis berbasis *worst-case* adalah sebuah metode analisis toleransi yang menjumlahkan seluruh nilai maximum dari toleransi yang dialokasikan. Total toleransi (variasi) yang dikalkulasi dengan menggunakan metode *worst-case* adalah sebagai berikut:

$$Toleransi\ total = Tol_1 + Tol_2 + \dots + Tol_n = \sum_{i=1}^n Tol_i \quad (3)$$

dimana Tol_i adalah nilai toleransi pada dimensi ke- i dalam format *equally-bilateral* ($\pm tol_i$).

Analisis berbasis *worst-case* mempunyai karakteristik sebagai berikut:

- Metode kalkulasi *worst-case* merepresentasikan kemungkinan variasi terbesar pada suatu fitur berdasarkan nilai-nilai toleransi yang diberikan.
- Metode *worst-case* mengasumsikan bahwa semua komponen berada pada kondisi terdeviasi ekstrim pada nilai maksimum toleransinya pada saat bersamaan pada saat kondisi inspeksi kualitas (dalam kenyataannya, kondisi seperti ini akan sangat jarang terjadi).
- Metode *worst-case* mengimplikasikan bahwa semua komponen yang diproduksi harus diinspeksi satu-per-satu untuk menjamin bahwa tidak ada satu komponen pun yang berada di luar toleransi yang diberikan.
- Metode *worst-case* diaplikasikan untuk suatu produksi dengan jumlah sedikit (*low-volume*) dan untuk komponen-komponen yang sangat mahal dan penting, misalnya untuk komponen mesin jet pesawat.

Analisis toleransi berbasis statistik.

Analisis berbasis statistik adalah sebuah metode analisis toleransi yang menjumlahkan seluruh nilai-nilai toleransi secara akar kuadrat dari jumlah kuadrat seluruh nilai toleransi tersebut (*sum-of-squared*). Metode ini menentukan kemungkinan variasi yang paling memungkinkan untuk suatu dimensi dan fitur perakitan. Total toleransi (variasi) yang dikalkulasi dengan menggunakan metode statistik adalah sebagai berikut:

$$Toleransi\ total = k\sqrt{Tol_1^2 + Tol_2^2 + \dots + Tol_n^2} = k\sqrt{\sum_{i=1}^n Tol_i^2} \quad (4)$$

dimana Tol_i adalah nilai toleransi pada dimensi ke- i dalam format *equally-bilateral* ($\pm tol_i$). k adalah faktor keamanan untuk memperhitungkan variasi dari komponen-komponen yang disuplai dari tempat atau perusahaan lain. Pada umumnya, nilai $k = 1.5$. tetapi, apabila semua komponen dibuat pada suatu tempat yang sama, maka nilai $k = 1$.

Analisis berbasis statistik mempunyai karakteristik sebagai berikut:

- Metode kalkulasi statistik berbasiskan pada asumsi bahwa semua dimensi yang diukur akan cenderung pada nilai nominal mereka (dengan berasumsi variasi-variasi dari fitur tersebut terdistribusi normal).
- Metode kalkulasi statistik akan mempunyai nilai toleransi total lebih kecil dari *worst-case*. Hal ini merupakan hasil yang sangat berguna karena nilai toleransi pada setiap fitur menjadi lebih besar sehingga biaya produksi fitur tersebut dapat dikurangi.
- Metode kalkulasi statistik meingimplikasikan bahwa tidak perlu untuk menginspeksi semua komponen, sehingga yang dibutuhkan adalah hanya sejumlah sampel komponen, yang diambil dari seluruh komponen, untuk dilakukan suatu proses inspeksi kualitas.
- Metode kalkulasi statistik berbasis pada beberapa restriksi tertentu, yaitu:
 1. Semua proses manufaktur suatu komponen harus dalam kondisi terkontrol. Maka dari itu, sebelum melakukan produksi, studi kapabilitas proses (*process capability study*) harus dilakukan terlebih dahulu (C_p). Studi kapabilitas proses akan menunjukkan kondisi riil dari suatu proses manufaktur.
 2. Semua proses manufaktur harus “centered” atau berada pada nilai rata-ratanya (tidak ada *mean-shift*). Hal ini menunjukkan bahwa proses tersebut tidak mempunyai pergeseran dari proses rata-ratanya (C_{pk}). Apabila terjadi pergeseran proses, maka proses manufaktur tersebut harus diset ulang.
 3. Sampel komponen-komponen yang akan diinspeksi haruslah diambil secara acak (*random*). Sampel acak ini berbasis pada ide untuk kemampuan-tukar/*interchangeability* (dari sudut pandang mekanik) dan berbasis apda ide dari variabel independen (dari sudut pandang statistik).
 4. Hal penting yang harus dipahami adalah dengan metode statistik untuk menghitung nilai toleransi total, maka akan ada kemungkinan beberapa komponen atau produk akan ditolak (di luar batas toleransinya). Hal ini tergantung dari seberapa besar nilai keamana k diterapkan untuk menghitung nilai toleransi total.

Dapat dilihat bahwa, dari persamaan (3) dan (4), analisis toleransi berbasis statistik akan mempunyai nilai toleransi total yang lebih kecil dari analisis toleransi berbasis *worst-case*. Hal ini menyebabkan, dengan menggunakan metode statistik, maka setiap fitur dapat diberikan nilai toleransi yang lebih besar sehingga mempermudah proses manufaktur dan inspeksi fitur tersebut.

3.4.3 Analisis toleransi dimensional “plus/minus”

Untuk analisis toleransi dimensional “plus/minus” pada umumnya menggunakan metode 1D/2D. Penjelasan mengenai analisis toleransi tersebut diperlihatkan dengan menggunakan bebera contoh kasus.

Contoh 1: Analisis akumulasi toleransi dimensionaal “plus/minus” dengan metode 1D/2D untuk komponen tunggal.

Untuk contoh 1, terdapat sebuah disain baut dengan dimensi serta toleransinya. Gambar 22 memperlihatkan model 3D dan gambar teknik (2D) serta dimensi dan toleransi dari disain baut tersebut. Pada contoh ini, fitur yang ingin dianalisis dimensinya dengan metode analisis akumulasi toleransi adalah jarak (*gap*) antara titik A dan B (gambar 22 bawah). Untuk menganalisis akumulasi toleransi pada fitur tersebut, rantai toleransi (*tolerance chain*) dari fitur tersebut harus direkonstruksi. Rantai toleransi merepresentasikan perambatan toleransi dan dimensi pada suatu fitur yang dimulai dari fitur tersebut, melewati seluruh dimensi fitur-fitur lain yang berpengaruh terhadap fitur yang sedang dianalisis tersebut, dan kembali ke fitur tersebut.

Oleh karena itu, rantai toleransi untuk baut tersebut harus direkonstruksi. Gambar 23 memperlihatkan rantai toleransi dari fitur jarak A dan B pada baut tersebut. Pada gambar 23, kepala baut tidak mempengaruhi fitur jarak antara A dan B tersebut, sehingga kepala baut dapat dihiraukan untuk menyederhanakan rantai toleransi. Pada gambar 23, rantai toleransi tersebut direpresentasikan dengan panah merah. Rantai toleransi tersebut dimulai dari titik B, kemudian mengikuti seluruh dimensi fitur pada baut tersebut yang berpengaruh, kemudian kembali ke titik A. Untuk kasus ini, dan secara umum untuk kasus analisis dengan metode 1D/2D, model akumulasi toleransi dengan mudah dapat direkonstruksi, yaitu:

$$\text{Toleransi total} = Tol_1 - Tol_2 - Tol_3 + Tol_4 + Tol_5, \text{ untuk analisis } worst\text{-}case \quad (5)$$

$$\text{Toleransi total} = k\sqrt{Tol_1^2 + Tol_2^2 + Tol_3^2 + Tol_4^2 + Tol_5^2}, \text{ untuk analisis statistik} \quad (6)$$

Dimana secara konvensi umum, arah kanan dan atas adalah “positif”, dan arah kiri dan bawah adalah “negatif”. Nilai diasumsikan sebagai $k = 1$.

Gambar 22: Model 3D baut dan gambar teknik (2D)-nya. Only toleransi dimensional (*plus/minus*).

Rantai toleransi (*tolerance chain*)

Gambar 23: Rantai toleransi dari contoh baut.

Pada umumnya, untuk analisis akumulasi toleransi berbasis 1D/2D, model persamaan seperti pada persamaan (5) dan (6) tidak diperlihatkan, melainkan langsung direpresentasikan dalam suatu tabel. Hanya dengan metode analisis matriks (yang akan dijelaskan pada bab 3.4.8) model persamaan analisis akumulasi toleransi diperlihatkan. Untuk contoh kasus baut ini, perhitungan akumulasi toleransinya diperlihatkan pada tabel 2 untuk analisis *worst-case* dan tabel 3 untuk analisis statistik.

Pada tabel 2, total akumulasi toleransi jarak A dan B dijumlahkan langsung dari nilai maksimum toleransinya (dimana nilai toleransi tersebut harus dalam format *equally-bilateral*). Total akumulasi toleransi (yang merepresentasikan total variasi dari jarak A dan B) dengan metode *worst-case* adalah 1.2 mm.

Pada tabel 3, total akumulasi toleransi jarak A dan B di-*sum-squared*-kan dari nilai maksimum toleransinya (dimana nilai toleransi tersebut harus dalam format *equally-bilateral*). Total akumulasi toleransi untuk jarak A dan B tersebut dengan metode statistik adalah 0.73 mm.

Dari kedua hasil akumulasi toleransi tersebut, total akumulasi toleransi dengan metode statistik adalah lebih kecil 39 %. Hal ini menunjukkan bahwa perhitungan akumulasi toleransi dengan metode statistik memungkinkan untuk memberikan nilai toleransi yang lebih besar pada setiap fitur dibandingkan dengan metode *worst-case*. Dengan nilai toleransi yang lebih besar, maka biaya produksi dan biaya inspeksi kualitas akan semakin berkurang.

Sebagai contoh adalah sebagai berikut. dengan metode *worst-case*, nilai toleransi baut tersebut (pada rantai toleransi pada gambar 23) adalah 50 ± 0.2 mm, 20 ± 0.5 mm dan 73 ± 0.5 mm. Perhitungan akumulasi toleransi dengan metode statistik menghasilkan total toleransi sebesar 0.73 mm. Untuk mencapai total akumulasi sebesar 1.2 mm (seperti hasil perhitungan dengan metode *worst-case*), maka toleransi baut tersebut dapat direalokasikan lagi sebagai berikut: 50 ± 0.5 mm, 20 ± 0.5 mm dan 73 ± 0.7 mm. Dari nilai toleransi yang baru tersebut, maka persyaratan proses manufaktur dan proses inspeksi kualitas dari baut tersebut akan semakin mudah. Dengan demikian, biaya produksi dan biaya inspeksi baut tersebut akan semakin murah.

Tabel 2: Analisis akumulasi toleransi berbasis *worst-case* untuk contoh baut.

No	Deskripsi	Dims /mm	Tol /mm	Sumber Dim/Tol & kalkulasi	% Kontribusi
1	Dimensi (arah kanan)	20	0.5	Dari gambar teknik	41.67
2	Dimensi (vertikal)	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan	0
3	Dimensi (arah kiri)	-73	0.5	Dari gambar teknik	41.67
4	Dimensi (vertikal)	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan	0
5	Dimensi (arah kanan)	50	0.2	Dari gambar teknik	16.67
	Total jarak A dan B	3	1.2		

Tabel 3: Analisis akumulasi toleransi berbasis statistik untuk contoh baut.

No	Deskripsi	Dims	Tol	Squared Tol.	Sumber Dim/Tol & kalkulasi
1	Dimensi (arah kanan)	20	0.5	0.25	Dari gambar teknik
2	Dimensi (vertikal)	0	0	0	Arah vertikal tidak diperhitungkan
3	Dimensi (arah kiri)	-73	0.5	0.25	Dari gambar teknik
4	Dimensi (vertikal)	0	0	0	Arah vertikal tidak diperhitungkan
5	Dimensi (arah kanan)	50	0.2	0.04	Dari gambar teknik
	Total jarak A dan B	3		0.73	

Contoh 2: Analisis akumulasi toleransi dimensionaal “*plus/minus*” dengan metode 1D/2D untuk komponen tunggal.

Contoh berikutnya adalah analisis akumulasi toleransi untuk sebuah fitur slot pada sebuah komponen yang dibuat dengan suatu proses perkakas (*milling*). Gambar 24 memperlihatkan dimensi dan toleransi dari fitur-fitur komponen tersebut dalam dua bentuk format presentasi, yaitu format *unequal bilateral* dan *equal bilateral*. Analisis akumulasi toleransi dengan metode 1D/2D dan metode matriks, baik berbasis *worst-case* maupun statistik, menggunakan format toleransi *equal bilateral*. Maka dari itu, toleransi yang berformat *unequal bilateral* harus dikonversi menjadi format *equal bilateral*. Format dimensi dan toleransi *equal bilateral* ($\pm$) adalah sebagai berikut:

$$X \pm T \quad (7)$$

dimana X adalah dimensi nominal suatu fitur dan T adalah toleransi dari dimensi X fitur tersebut.

Gambar 24: (kiri) toleransi dengan format *unequal bilateral* dan (kanan) toleransi dengan format *equal bilateral*.

Untuk mengkonversi suatu dimensi dan toleransi dari *unequal bilateral* ke *equal bilateral* sebagai berikut:

$$X = \frac{\min + \max}{2} \quad (8)$$

$$T = \frac{\max - \min}{2} \quad (9)$$

dimana *min* adalah dimensi minimum dan *max* adalah dimensi maksimum dari suatu fitur pada suatu komponen. Pada gambar 24 (kiri), fitur-fitur komponen tersebut mempunyai dimensi dalam format *unequal bilateral*, sehingga pada gambar 24 (kanan), fitur-fitur tersebut memiliki format toleransi *equal bilateral* setelah dilakukan konversi menggunakan persamaan (8) dan (9).

Langkah selanjutnya, adalah menentukan rantai toleransi yang menggambarkan perambatan akumulasi toleransi untuk jarak A dan B (lihat gambar 25). Gambar 25 memperlihatkan rantai toleransi pada komponen yang di-miling tersebut. Berdasarkan rantai toleransi tersebut, analisis akumulasi toleransi 1D/2D berbasis *worst-case* dan statistik dapat dilakukan.

Tabel 4 memperlihatkan analisis akumulasi toleransi berbasis *worst-case*. Arah perambatan toleransi yang berpengaruh hanyalah arah horisontal. Hasil dari analisis akumulasi toleransi berbasis *worst-case* adalah jarak A ke B mempunyai akumulasi toleransi, yang merupakan variasi dari jarak tersebut, sebesar 5.325 mm dengan nominal dimensi sebesar 50.33 mm.

Sedangkan hasil analisis akumulasi toleransi berbasis statistik diperlihatkan pada tabel 5. Pada tabel 5, total dimensi nominal jarak A ke B adalah 50.33 mm dan total akumulasi toleransinya adalah sebesar 2.82 mm. Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya, bahwa total akumulasi toleransi yang dikalkulasi berdasarkan metode statistik akan mempunyai nilai yang lebih rendah dari hasil kalkulasi *worst-case*. Untuk kasus ini, total akumulasi toleransi berbasis statistik mempunyai nilai lebih rendah 47 % dari nilai yang dikalkulasi dengan berbasis *worst-case*.

Rantai toleransi (*tolerance chain*)

Gambar 25: Rantai toleransi untuk jarak A-B.

Tabel 4: Analisis akumulasi toleransi berbasis *worst-case* untuk contoh 2.

No	Deskripsi	Dims /mm	Tol /mm	Sumber Dim/Tol & kalkulasi	% Kontribusi
1	Dimensi (vertikal)	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan	0
2	Dimensi (arah kanan)	44	1	Dari gambar teknik	18.78
3	Dimensi (vertikal)	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan	0
4	Dimensi (arah kiri)	-165	2	Dari gambar teknik	37.56
5	Dimensi (vertikal)	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan	0
6	Dimensi (arah kanan)	30.5	1.5	Dari gambar teknik	28.17
7	Dimensi (vertikal)	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan	0
8	Dimensi (arah kanan)	40.17	0.825	Dari gambar teknik	15.49
9	Dimensi (vertikal)	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan	0
	Total jarak A dan B	50.33	5.325		

Tabel 5: Analisis akumulasi toleransi berbasis statistik untuk contoh 2.

No	Deskripsi	Dims	Tol	Squared Tol.	Sumber Dim/Tol & kalkulasi
1	Dimensi (vertikal)	0	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan
2	Dimensi (arah kanan)	44	1	1	Dari gambar teknik
3	Dimensi (vertikal)	0	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan
4	Dimensi (arah kiri)	-165	2	4	Dari gambar teknik
5	Dimensi (vertikal)	0	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan
6	Dimensi (arah kanan)	30.5	1.5	2.25	Dari gambar teknik
7	Dimensi (vertikal)	0	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan
8	Dimensi (arah kanan)	40.17	0.825	0.68	Dari gambar teknik
9	Dimensi (vertikal)	0	0	0	Arah vertical tidak diperhitungkan
	Total jarak A dan B	50.33	2.82		

Contoh 3: Analisis akumulasi toleransi dimensionaal “plus/minus” dengan metode 1D/2D untuk sebuah assembly (komponen multipel).

Contoh ini memperlihatkan kasus berbeda dengan contoh-contoh sebelumnya. Pada contoh ini, kasus analisis akumulasi toleransi pada sebuah produk yang merupakan hasil perakitan dari lebih dari satu komponen diperlihatkan. Kasus tersebut lebih merepresentasikan kondisi riil karena pada prinsipnya tidak ada produk yang dapat berfungsi hanya dengan satu komponen saja, melainkan produk tersebut dirakit dari beberapa komponen yang berbeda.

Gambar 26: Contoh kasus dengan dua buah komponen.

Gambar 26 memperlihatkan sebuah produk yang terdiri dari dua buah komponen yang dirakit bersama. Kedua komponen tersebut dapat dirakit melalui dua buah fitur perakitan dalam bentuk pin dan lubang. Gambar teknik beserta dimensi dan toleransi dimensionalnya diperlihatkan pada gambar 27 dan 28. Pada gambar 27, dimensi nominal dan toleransi dimensionalnya diperlihatkan untuk komponen 1, sedangkan untuk komponen 2 diperlihatkan pada gambar 28. Nilai toleransi dimensional seluruh dimensi pada kedua komponen tersebut adalah sebesar $\pm 0.2 \text{ mm}$.

Komponen 1

Gambar 27: Dimensi nominal dan toleransi untuk komponen 1.

Komponen 2

Gambar 28: Dimensi nominal dan toleransi untuk komponen 2.

Hal yang sangat penting yang ingin diperlihatkan pada contoh ini adalah suatu konsep yang bernama *assembly-shift*. *Assembly-shift* adalah suatu variasi berupa sebuah pergeseran yang muncul dari fitur-fitur sambungan pin/poros dan lubang. Pergeseran tersebut dapat disebabkan oleh beberapa hal, seperti gaya gravitasi dan gaya impact yang diberikan oleh seorang operator ketika merakit komponen-komponen.

Gambar 29: *Assembly-shift* pada sebuah fitur pin dan lubang.

Gambar 30: Rantai toleransi untuk contoh kasus sebuah perakitan produk dengan dua komponen.

Konsep *assembly-shift* adalah sebagai berikut. ketika dua buah komponen disambung dengan fitur-fitur pin dan lubang, maka ketika lubang tersebut dibuat lebih besar atau pin tersebut dibuat lebih kecil dari nilai nominalnya, maka ketika kedua komponen tersebut dirakit, akan ada pergeseran yang diakibatkan dari terdeviasinya fitur pin dan lubang tersebut dari nilai nominalnya. Pergeseran tersebut disebabkan, misalnya, oleh gaya gravitasi karena komponene tersebut dirakit dengan posisi vertikal atau gaya yang diberikan untuk mengeset atau mengepaskan kedua komponen tersebut pada saat kedua komponen tersebut dirakit. Hal yang penting untuk diingat adalah *assembly-shift* selalu mempunyai nilai dimensi nominal sebesar 0, karena pada prinsipnya dalam keadaan ideal atau sempurna (yaitu suatu pin atau lubang mempunyai diameter yang sama persis), *assembly-shift* tidak muncul. Gambar 29 memperlihatkan konsep *assembly-shift* dari yang disebabkan oleh gaya gravitasi yang bekerja pada komponen-komponen tersebut.

Langkah berikutnya adalah menentukan rantai toleransi dari contoh kasus tersebut. fitur yang ingin dianalisis akumulasi toleransinya pada contoh kasus ini adalah tinggi (jarak) titik A dari dasar komponen 2, yaitu titik B. Rantai toleransi tersebut diperlihatkan pada gambar 30. Pada gambar 30, diperlihatkan toleransi tambahan, nomor 2, yang disebabkan karena *assembly-shift*. Sumber toleransi lain berasal dari fitur-fitur yang mempunyai dimensi dan toleransi yang telah ditentukan pada gambar teknik komponen-komponen tersebut (gambar 27 dan gambar 28).

Hasil analisis akumulasi toleransi pada contoh kasus ini diperlihatkan pada tabel 6 untuk perhitungan berbasis *worst-case* dan tabel 7 untuk perhitungan berbasis statistik. Hasil akumulasi toleransi yang dikalkulasi berdasarkan metode *worst-case* (tabel 7) adalah jarak A-B akan mempunyai dimensi dan toleransi total yaitu $(70 \pm 1.4)mm$.

Sedangkan, hasil dari kalkulasi berdasarkan metode statistik, jarak A-B mempunyai dimensi dan toleransi total sebesar $(70 \pm 1.04)mm$. Untuk contoh kasus ini, total akumulasi toleransi yang dikalkulasi berdasarkan statistik adalah 25.7 % lebih kecil dari hasil kalkulasi berdasarkan metode *worst-case*.

Tabel 6: Analisis akumulasi toleransi berbasis *worst-case* untuk contoh 3: *assembly*.

No	Deskripsi	Dims /mm	Tol /mm	Sumber Dim/Tol & kalkulasi	% Kontribusi
1	Dimensi vertikal (arah atas)	35	0.2	Dari gambar teknik	14.28
2	<i>Assembly-shift</i>	0	1	Assembly-shift karena gaya gravitasi, lubang terbesar – pin/silinder terkecil = $10.5 - 9.5 = 1$ mm	71.43
3	Dimensi vertikal (arah atas)	35	0.2	Dari gambar teknik	14.28
	Total jarak A dan B	70	1.4		

Tabel 7: Analisis akumulasi toleransi berbasis statistik untuk contoh 3: *assembly*.

No	Deskripsi	Dims	Tol	Squared Tol.	Sumber Dim/Tol & kalkulasi
1	Dimensi vertikal (arah atas)	35	0.2	0.04	Dari gambar teknik
2	<i>Assembly-shift</i>	0	1	1	Assembly-shift karena gaya gravitasi, lubang terbesar – pin/silinder terkecil = $10.5 - 9.5 = 1$ mm
3	Dimensi vertikal (arah atas)	35	0.2	0.04	Dari gambar teknik
	Total jarak A dan B	70		1.04	

3.4.5 Analisis toleransi geometri

Analisis akumulasi toleransi dengan memperhitungkan toleransi geometri (GD&T) lebih tepat dianalisis dengan metode matriks secara 3D dimana *error* rotasi juga dapat dikalkulasi dengan metode matriks tersebut (metode matriks akan dijelaskan kemudian). Namun demikian pada bagian ini, analisis akumulasi toleransi geometri (GD&T) akan dipresentasikan dengan metode 1D/2D.

Dengan memperhitungkan toleransi geometri (GD&T), maka akumulasi toleransi akhir akan menjadi lebih besar. Hal ini disebabkan karena adanya tambahan toleransi yang diakibatkan dari toleransi geometri, seperti adanya bonus toleransi. Namun demikian, analisis akumulasi toleransi dengan memperhitungkan toleransi geometri lebih merepresentasikan kondisi riil suatu proses manufaktur, sehingga hasil analisis akumulasi toleransi dengan memperhitungkan toleransi geometri akan lebih akurat.

Hal penting yang perlu diingat adalah toleransi geometri adalah toleransi satu sisi, dalam artian nilainya dari 0 sampai dengan nilai toleransi yang diberikan (selalu merupakan nilai positif). Pada tabel akumulasi toleransi, dimensi dari toleransi geometri selalu 0 (seperti *assembly-shift*). Hal ini disebabkan karena, pada kondisi ideal atau sempurna ketika geometri semua komponen sempurna, maka nilai toleransi geometri komponen-komponen tersebut akan menjadi 0.

Gambar 31: Contoh kasus dengan dua buah komponen dengan memperhitungkan toleransi geometri (GD&T).

Gambar 31 memperlihatkan dua buah komponen yang sama dengan contoh sebelumnya, namun pada kasus ini toleransi geometri (GD&T) juga diperhitungkan. Detil dan nilai dimensi nominal, toleransi dimensional dan toleransi geometri kedua komponen tersebut diperlihatkan pada gambar 32 untuk komponen 1 dan pada gambar 33 untuk komponen 2. Dapat dilihat dari gambar 32 dan 33, karena toleransi geometri berelasi juga digunakan, maka datum-datum sebagai referensi yang akan membentuk datum reference frame harus didefinisikan terlebih dahulu.

Datum A merupakan datum pertama dan utama sehingga pada umumnya permukaan yang dipilih untuk sebagai datum A adalah permukaan yang paling stabil, yang bisa sebagai permukaan yang paling luas atau permukaan yang paling mudah diakses atau yang bisa dijadikan landasan suatu komponen. Pada komponen 1 (gambar 32), Datum A dipilih yaitu permukaan paling atas dari komponen tersebut dan diberikan toleransi *flatness*, yaitu toleransi yang tidak berelasi. Datum B dan C dialokasikan pada permukaan-permukaan disamping permukaan datum A. Datum B dan C mempunyai toleransi *perpendicularity*, yaitu toleransi yang berelasi, yaitu datum B tegak lurus terhadap datum A, dan datum C tegak lurus terhadap datum B dan tegak lurus terhadap datum A. Semua toleransi geometri berelasi pada komponen ini akan mempunyai referensi pada datum C, B dan A.

Komponen 1

Gambar 32: Dimensi nominal dan toleransi dimensional dan geometri untuk komponen 1.

Toleransi lokasi juga mengikutsertakan *cylindricity error*. Hal inilah yang menyebabkan toleransi lokasi sering digunakan untuk fitur lubang atau pin/poros.

Gambar 33: Dimensi nominal dan toleransi dimensional dan geometri untuk komponen 2.

Pada komponen 2, datum A dialokasikan pada permukaan bawah komponen tersebut karena permukaan tersebut merupakan permukaan yang paling luas dan paling stabil. Kemudian, datum B dan C dialokasikan pada permukaan-permukaan disamping permukaan datum A tersebut. Pengalokasian toleransi untuk datum A, B dan C tersebut sama seperti pengalokasian toleransi geometri untuk datum A, B dan C pada komponen 1. Hal yang perlu diperhatikan adalah datum A, pada komponen 1 dan 2, memiliki nilai toleransi yang paling kecil, karena datum A harus dibuat seakurat mungkin (lebih akurat dari fitur-fitur lainnya).

Rantai toleransi (*Tolerance stack-up chain*)

Gambar 34: Rantai toleransi untuk contoh kasus sebuah perakitan produk dengan dua komponen dengan memperhitungkan toleransi geometri (GD&T).

Untuk toleransi geometri sebuah fitur lubang atau pin, toleransi lokasi (*location tolerance*) pada umumnya digunakan dari pada menggunakan toleransi *cylindricity*. Hal ini disebabkan bahwa toleransi lokasi juga mengontrol bentuk silinder (*cylindricity*) dari suatu lubang atau pin atau poros, selain juga mengontrol lokasi titik tengah lubang atau pin atau poros tersebut. Sehingga, dengan menggunakan toleransi lokasi, toleransi ini mengontrol posisi dan bentuk silinder secara bersamaan.

Gambar 34 memperlihatkan rantai toleransi untuk contoh kasus dua buah komponen dengan memperhitungkan toleransi geometri tersebut. dari gambar 34, dapat dilihat bahwa dengan memperhitungkan toleransi geometri, sumber-sumber variasi akan semakin banyak. Hal ini dapat dilihat pada komponen-komponen variasi pada gambar 34, yaitu nomor 1,3,4,5,6 dan 7. Pada contoh ini, fitur perakitan yang ingin dianalisis adalah jarak vertikal A-B (lihat gambar 34).

Tabel 8 memperlihatkan hasil analisis akumulasi toleransi berbasis *worst-case* dan tabel 9 memperlihatkan hasil analisis berbasis statistik untuk contoh kasus tersebut. Dari tabel 8 dan tabel 9 tersebut, dapat dilihat, selain *assembly shift*, bonus toleransi juga didapatkan yang diakibatkan suatu fitur lubang atau pin terdeviasi dari nilai MMC-nya. Hasil dari analisis akumulasi toleransi untuk dimensi dan toleransi akhir jarak A-B tersebut (lihat gambar 34) adalah $(70 \pm 2.485)mm$ dengan kalkulasi berdasarkan metode *worst-case*. Sedangkan, Hasil dari analisis akumulasi toleransi untuk dimensi dan toleransi akhir jarak A-B tersebut dengan kalkulasi berdasarkan metode statistik adalah $(70 \pm 1.26)mm$.

Pada contoh kasus ini, dengan kalkulasi *worst-case*, hasil akhir akumulasi toleransi dengan memperhitungkan toleransi geometri adalah lebih besar 43.6 % daripada hasil kalkulasi *worst-case* dengan hanya memperhitungkan toleransi dimensional “*plus/minus*” saja. Sedangkan, dengan kalkulasi statistik, hasil akhir akumulasi toleransi dengan memperhitungkan toleransi geometri adalah lebih besar 17.5 % daripada hasil kalkulasi statistik dengan hanya memperhitungkan toleransi dimensional “*plus/minus*” saja.

Tabel 8: Analisis akumulasi toleransi berbasis *worst-case* untuk contoh toleransi geometri.

No	Deskripsi	Dims /mm	Tol /mm	Sumber Dim/Tol & kalkulasi	% Kontribusi
1	<i>Flatness</i>	0	0.005	<i>Error</i> dari <i>flatness</i> = $0.01/2 = 0.005$	0.2
2	Dimensi	35	0.2	Dari gambar teknik	8
3	Toleransi lokasi (pada komponen 2)	0	0.04	<i>Error</i> dari lokasi = $0.08/2 = 0.04$	1.6
4	Bonus toleransi karena MMC (pada komponen 2)	0	0.5	$(\text{max. diameter-MMC})/2 = (10.5-9.5)/2 = 0.5$	20.1
5	<i>Assembly-shift</i>	0	1	<i>Assembly-shift</i> karena gaya gravitasi, lubang terbesar – silinder terkecil = $10.5 - 9.5$	40.2
6	Toleransi lokasi (pada komponen 1)	0	0.04	<i>Error</i> dari lokasi = $0.08/2 = 0.04$	1.6
7	Bonus toleransi karena MMC (pada komponen 1)	0	0.5	$(\text{max. diameter-MMC})/2 = (10.5-9.5)/2 = 0.5$	20.1
8	Dimensi	35	0.2	Dari gambar teknik	8
	Total jarak A dan B	70	2.485		

Tabel 9: Analisis akumulasi toleransi berbasis statistik untuk contoh toleransi geometri.

No	Deskripsi	Dims	Tol	Squared Tol.	Sumber Dim/Tol & kalkulasi
1	<i>Flatness</i>	0	0.005	0.000025	<i>Error</i> dari <i>flatness</i> = $0.01/2 = 0.005$
2	Dimensi	35	0.2	0.04	Dari gambar teknik
3	Toleransi lokasi (pada komponen 2)	0	0.04	0.0016	<i>Error</i> dari lokasi = $0.08/2 = 0.04$
4	Bonus toleransi karena MMC (pada komponen 2)	0	0.5	0.25	$(\text{max. diameter-MMC})/2 = (10.5 - 9.5)/2 = 0.5$
5	<i>Assembly-shift</i>	0	1	1	<i>Assembly-shift</i> karena gaya gravitasi, lubang terbesar – silinder terkecil = $10.5 - 9.5$
6	Toleransi lokasi (pada komponen 1)	0	0.04	0.0016	<i>Error</i> dari lokasi = $0.08/2 = 0.04$
7	Bonus toleransi karena MMC (pada komponen 1)	0	0.5	0.25	$(\text{max. diameter-MMC})/2 = (10.5 - 9.5)/2 = 0.5$
8	Dimensi	35	0.2	0.04	Dari gambar teknik
	Total jarak A dan B	70		1.26	

3.4.6 Matriks *homogenous* dan matriks roto-translasi

Untuk menganalisis akumulasi toleransi secara 3D dengan menggunakan metode matriks, pemahaman mengenai dasar-dasar matriks harus dimiliki. Maka dari itu, sebelum metode matriks untuk analisis toleransi secara 3D dilakukan, penjelasan mengenai matriks *homogenous* berukuran 4×4 dan matriks roto-translasi, akan dipresentasikan. Manfaat utama dari matriks *homogenous* adalah dua operasi transformasi matriks berupa translasi dan rotasi koordinat titik dapat direpresentasikan dengan sebuah matriks *homogenous* berukuran 4×4 .

Matriks *homogenous*.

Jika matriks **M** adalah sebuah matriks *homogenous* (Folley et al 1994), maka:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & k \end{bmatrix} \quad (7)$$

dimana c_{ij} adalah element matriks ke- i, j dan k adalah sebuah konstanta yang merupakan skala dari elemen-elemen matriks tersebut. Pada umumnya, seluruh nilai elemen matriks **M** dibagi dengan nilai k tersebut, sehingga nilai k pada element terakhir matriks **M** tersebut menjadi 1.

Dalam sistem kalkulasi transformasi koordinat suatu titik P dengan menggunakan matriks *homogenous*, titik P tersebut juga harus direpresnetasikan dalam bentuk koordinate *homogenous*, yaitu:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Matriks rotasi dan translasi.

Matriks transformasi translasi $\mathbf{Tr}$ dari sebuah koordinat titik adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{Tr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

dimana t_x adalah translasi searah sumbu - x , t_y adalah translasi searah sumbu - y dan t_z adalah translasi searah sumbu - z .

Matriks transformasi rotasi terhadap sumbu x , y dan z direpresentasikan dengan simbol R_x untuk rotasi terhadap sumbu x , R_y untuk rotasi terhadap sumbu y dan R_z untuk rotasi terhadap sumbu z . Matriks rotasi R_x , R_y dan R_z dari sebuah titik adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x & 0 \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

dimana θ_i adalah besar sudut putaran terhadap sumbu ke $-i$.

Matriks roto-translasi.

Matriks roto-translasi adalah sebuah matriks yang merepresentasikan transformasi translasi dan rotasi dari sebuah titik terhadap suatu sumbu putaran. Matriks roto-translasi tersebut digunakan untuk merepresentasikan variasi atau *error* geometrik suatu fitur karena nilai toleransinya (Whitney 2004). Sering kali, matriks roto-translasi tersebut disebut sebagai matriks *error*.

Matriks *error* berupa matriks roto-translasi dari kordinat i ke koordinat j disimbolkan sebagai $\mathbf{T}_{ij}$. Matriks berisi *error* karena rotasi dan translasi pada suatu fitur karena suatu nilai toleransi yang dialokasikan kepada fitur tersebut. Matriks $\mathbf{T}_{ij}$ adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{T}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{Rot} & \mathbf{Trans} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d\theta_z & d\theta_y & d_x \\ d\theta_z & 1 & d\theta_x & d_y \\ -d\theta_y & d\theta_x & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

dimana **Rot** adalah dan **Trans** adalah. d_i adalah komponen translasi searah axis i pada matriks **Trans**. $d\theta_i$ adalah komponen rotasi terhadap sumbu i (dalam radian) pada matriks **Rot**.

Matriks *error* $\mathbf{T}_{ij}$ pada persamaan (13) tidak mempunyai elemen *sin* dan *cos*. Hal ini disebabkan karena elemen-elemen pada matriks $\mathbf{T}_{ij}$ merepresentasikan *error* yang secara umum diasumsikan mempunyai nilai yang sangat kecil. Sehingga, untuk sudut yang sangat kecil (< 0.3 radian) nilai *sin*-nya mendekati nilai sudutnya (dalam radian) dan nilai *cos*-nya mendekati 1. Hal ini dapat dijelaskan dengan proses limit dalam matematik, yaitu:

$$\lim_{d\theta \rightarrow 0} \sin d\theta = d\theta \quad (14)$$

$$\lim_{d\theta \rightarrow 0} \cos d\theta = 1 \quad (15)$$

Matriks roto-translasi yang memiliki dua komponen transformasi (translasi dan rotasi) beroperasi sebagai berikut. Matriks roto-translasi tersebut pertama-tama melakukan translasi suatu koordinat P terlebih dahulu, kemudian melakukan rotasi pada koordinat P tersebut.

3.4.7 Transformasi matriks

Selain konsep matrik *homogenous*, konsep transformasi matriks juga harus dipahami untuk mengimplementasikan metode matriks untuk analisis akumulasi toleransi secara 3D. Dengan merujuk pada matriks roto-translasi $\mathbf{T}_{ij}$ sebelumnya yang merepresnetasikan transformasi dari suatu koordinat i ke koordinat j , maka konvensi simbol untuk merepresentasikan suatu titik P dan proses transformasinya adalah sebagai berikut:

- P_i merepresentasikan suatu titik P yang merujuk pada sistem koordinat i .
- P_j merepresentasikan suatu titik P tersebut yang merujuk pada sistem koordinat j .
- $\mathbf{T}_{ij}$ adalah transformasi koordinat dari sistem koordinat i ke sistem koordinat j .
- Representasi matematik yang memodelkan adalah:

$$P_i = \mathbf{T}_{ij} \cdot P_j \quad (16)$$

Persamaan (16) tersebut diartikan sebagai berikut: suatu titik P yang merujuk pada koordinat i adalah hasil transformasi titik P yang merujuk pada koordinat j oleh suatu matriks transformasi $\mathbf{T}_{ij}$ dari koordinat i ke j . Untuk mendapatkan titik P yang merujuk pada koordinat j , P_j , maka:

$$P_j = \mathbf{T}_{ij}^{-1} \cdot P_i \quad (17)$$

dimana $\mathbf{T}_{ij}^{-1} = \mathbf{T}_{ji}$. Untuk memudahkan penghitungan transformasi koordinat, maka indeks dari titik P dan matriks tersebut dapat digunakan sebagai pedoman. Matriks transformasi yang menggambarkan variasi suatu fitur ke- i adalah:

$$\mathbf{T}_{ii'} \quad (18)$$

Gambar 35: Ilustrasi dari sebuah transformasi koordinat dari sistem koordinat 1 ke 2.

Gambar 35 memperlihatkan penjelasan mengenai transformasi koordinat suatu titik. Pada gambar 35, titik P_1 adalah suatu titik yang merujuk atau mempunyai asal pada pusat koordinat 1. Sedangkan, P_2 adalah suatu titik yang merujuk pada pusat koordinat 2. Representasi matematik dari transformasi titik P tersebut adalah $P_1 = T_{12} \cdot P_2$. Dan sebaliknya, apabila titik P yang merujuk ke sistem koordinat 2, maka titik P_2 didapatkan dengan mengalikan inverse matriks T_{12} dengan P_1 , yaitu $P_2 = T_{12}^{-1} \cdot P_1$.

3.4.8 Analisis 3D toleransi geometri

Metode analisis akumulasi toleransi (*tolerance stack-up analysis*) dengan metode matriks merupakan sebuah metode yang sangat berguna dan sangat kuat. Dengan metode matriks ini, analisis toleransi dapat dilakukan secara 3D dan seluruh tipe *error*, yaitu *error* linier dan rotasional, dapat diikutsertakan dan dianalisis.

Metode matriks untuk analisis toleransi 3D adalah sebagai berikut:

- Sebuah metode analisis toleransi yang digunakan untuk merepresentasikan akumulasi toleransi dengan *rantai transformasi koordinat*.
- Koordinat transformasi tersebut, yang merepresentasikan perambatan toleransi secara nilai dimensi nominal dan nilai variasinya, direpresentasikan sebagai sebuah matriks *homogenous* 4×4 . Matriks tersebut adalah sebuah matriks roto-translasi.
- Dengan metode matriks, analisis akumulasi toleransi akan lebih akurat karena metode tersebut memperhitungkan juga variasi rotasioanal setiap fiturnya (analisis 3D).

Ilustrasi rantai toleransi nominal dan variasi yang dipresentasikan dengan transformasi koordinatnya diperlihatkan pada gambar 36. Pada gambar 36 (kiri), rantai toleransi nominal mengikuti dimensi nominal setiap fitur yang dilalui oleh rantai toleransinya. Sedangkan pada gambar 3 (kanan), karena ada variasi pada setiap fiturnya sesuai dengan nilai toleransinya, maka ketika suatu koordinat transformasi mencapai suatu fitur, maka koordinat tersebut memiliki tambahan transformasi yang menggambarkan variasi dari fitur tersebut.

Penjelasan lebih detail mengenai transformasi variasi tersebut adalah sebagai berikut. Pada gambar 36 (kanan), matriks T_{12} mengtransformasikan sistem koordinat 1 (pada fitur 1) ke sistem koordinat 2 (pada fitur 2). Karena ada variasi dalam fitur 2 (direpresentasikan dengan nilai dan jenis toleransi yang dialokasikan kepadanya), maka ada transformasi tambahan yang menggambarkan variasi pada fitur 2, yaitu $T_{22'}$. Dan seterusnya, yaitu ketika transformasi T_{23} mencapai fitur 3, maka karena ada toleransi pada fitur tersebut, maka ada tambahan transformasi yaitu $T_{33'}$. Dan seterusnya sampai pada transformasi ke fitur yang terakhir pada rantai toleransi tersebut. Hal penting yang perlu diingat adalah pergeseran karena transformasi $T_{ii'}$ variasi adalah sangat kecil.

Gambar 36: Ilustrasi perbedaan antara rantai transformasi nominal (kiri) dan rantai transformasi variasi (kanan).

Contoh kasus:

Untuk contoh kasus analisis akumulasi toleransi 3D dengan metode matriks, produk yang sama dengan dua buah komponen, yang dirakit bersamaan, digunakan lagi. Detil produk tersebut dan gambar tekniknya yang digunakan untuk contoh kasus ini dapat dilihat pada gambar 31 (untuk gambar produk tersebut), dan gambar 32 dan gambar 33 (untuk gambar tekniknya). Fitur perakitan yang akan dianalisis adalah jarak vertikal dari A ke B yang dapat dilihat pada gambar 37.

Rantai toleransi 3D untuk analisis akumulasi toleransi kasus ini diperlihatkan pada gambar 37. Pada gambar 37, rantai toleransi mempunyai representasi yang lebih kompleks karena rantai toleransi tersebut menjelaskan perambatan toleransi secara 3D. Hal penting yang perlu diingat adalah dalam menentukan suatu rantai toleransi sebuah produk, yang memiliki dua buah atau lebih komponen, rantai toleransi tersebut harus melewati seluruh fitur yang berfungsi untuk menyambungkan komponen-komponen tersebut. Proses untuk menentukan rantai toleransi adalah suatu proses yang bersifat ilmu pengetahuan dan juga bersifat seni. Karena, akan ada berbagai macam pilihan rantai toleransi. Sehingga, penentuan rantai toleransi yang paling tepat harus mengikuti bagaimana produk itu akan berfungsi pada prakteknya atau kondisi riil nantinya.

Setelah rantai toleransi ditentukan, maka ada dua model transformasi matriks yang harus direkonstruksi berdasarkan rantai toleransi yang telah ditentukan tersebut, yaitu untuk rantai toleransi nominal dan untuk rantai toleransi variasi.

Rantai transformasi nominal (*nominal transformation chain*) adalah:

$$T_{1.12} = T_{1.2} \cdot T_{2.3} \cdot T_{3.4} \cdot T_{4.5} \cdot T_{5.6} \cdot T_{6.7} \cdot T_{7.8} \cdot T_{8.9} \cdot T_{9.10} \cdot T_{10.11} \cdot T_{11.12} \quad (19)$$

dimana elemen-elemen dari matriks-matriks *homogenous* tersebut terdiri dari d_x , d_y , d_z , $d\theta_x$, $d\theta_y$, $d\theta_z$. Untuk lebih jelasnya bagaimana menentukan nilai-nilai varianel tersebut pada setiap matriksnya, representasi dengan menggunakan sebuah tabel digunakan.

Gambar 37: Rantai toleransi untuk contoh kasus dengan dua buah komponen.

Tabel 10 memperlihatkan dengan detail bagaimana cara untuk menentukan nilai elemen-elemen matriks transformasi untuk rantai toleransi nominal tersebut. Pada tabel 10, setiap barisnya menggambarkan jenis transformasi dari satu sistem koordinat (suatu fitur) ke sistem koordinat lainnya (fitur lainnya) dan menjelaskan juga nilai setiap elemen d_x , d_y , d_z , $d\theta_x$, $d\theta_y$, $d\theta_z$ untuk setiap matriks transformasinya.

Setelah seluruh nilai elemen matriks transformasi pada rantai toleransi nominal tersebut telah ditentukan, maka seluruh matriks transformasi tersebut dikalikan sehingga menghasilkan suatu matriks yang mempunyai nilai-nilai elemen matriksnya yang merupakan hasil perkalian tersebut. Hasil dari perkalian matriks pada rantai transformasi nominal tersebut diperlihatkan pada gambar 38. Pada gambar 38, dari hasil kalkulasi rantai transformasi nominal tersebut, dihasilkan sebuah matriks $T_{1,12}$ hasil yang juga berukuran 4×4 dimana, pada matriks ini kita mempunyai semua informasi mengenai jarak A ke B dan orientasi dari jarak A ke B.

Pada gambar 38, jarak nominal A ke B adalah 70 mm , yang merupakan elemen ke (3,4) dari matriks $T_{1,12}$. elemen ke (1,4) dan (2,4) merupakan informasi jarak searah sumbu X dan Y . Dan, elemen ke (1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1) dan (3,2) dari matriks tersebut merupakan nilai rotasi dari jarak A ke B, dalam hal ini orientasi dari jarak tersebut.

$T_{112} =$

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	70
0	0	0	1

Jarak A dan B
pada arah Z

Gambar 38: Matriks akhir hasil dari perkalian matriks transformasi untuk rantai toleransi nominal.

Tabel 10: Rantai transformasi nominal.

Urutan perambatan toleransi	Deskripsi	matriks Roto-translation						Sumber dan kalkulasi Dim/Tol
		Translasi (nilai max)			Rotasi (nilai max.)			
		d_x	d_y	d_z	$d\theta_x$	$d\theta_y$	$d\theta_z$	
12	Dimensi nominal	30	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
23	Dimensi nominal	70	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
34	Dimensi nominal	0	0	10	0	0	0	Dari gambar teknik
45	Dimensi nominal	-60	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
56	Dimensi nominal	0	10	0	0	0	0	Dari gambar teknik
67	Dimensi nominal	0	0	25	0	0	0	Dari gambar teknik
78	Dimensi nominal	-10	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
89	Dimensi nominal	0	0	15	0	0	0	Dari gambar teknik
910	Dimensi nominal	0	-10	0	0	0	0	Dari gambar teknik
1011	Dimensi nominal	0	0	20	0	0	0	Dari gambar teknik
1112	Dimensi nominal	-30	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik

Perhitungan rantai toleransi nominal adalah untuk memverifikasi apakah desain dari rantai toleransi yang kita disain sudah benar atau tidak. Apabila hasil dari perhitungan rantai toleransi nominal memberikan hasil yang sesuai dengan yang kita harapkan pada suatu fitur yang ingin dianalisis, maka disain dari rantai toleransi yang kita buat sudah benar.

Langkah selanjutnya adalah merekonstruksi model transformasi dari rantai toleransi variasi dari rantai toleransi yang telah didisain sebelumnya. Rantai transformasi variasi (*variance transformation chain*) adalah:

$$\mathbf{T}_{1.12} = \mathbf{T}_{1.2} \cdot \mathbf{T}_{2.2'} \cdot \mathbf{T}_{2.3} \cdot \mathbf{T}_{3.3'} \cdot \mathbf{T}_{3.4} \cdot \mathbf{T}_{4.4'} \cdot \mathbf{T}_{4.5} \cdot \mathbf{T}_{5.5'} \cdot \mathbf{T}_{5.6} \cdot \mathbf{T}_{6.6'} \cdot \mathbf{T}_{6.7} \cdot \mathbf{T}_{7.7'} \cdot \mathbf{T}_{7.8} \cdot \mathbf{T}_{8.8'} \cdot \mathbf{T}_{8.9} \cdot \mathbf{T}_{9.9'} \cdot \mathbf{T}_{9.10} \cdot \mathbf{T}_{10.10'} \cdot \mathbf{T}_{10.11} \cdot \mathbf{T}_{11.11} \cdot \mathbf{T}_{11.12} \cdot \mathbf{T}_{12.12'} \quad (20)$$

dimana elemen-elemen dari matriks-matriks *homogenous* tersebut terdiri dari d_x , d_y , d_z , $d\theta_x$, $d\theta_y$, $d\theta_z$. Representasi dengan menggunakan sebuah tabel digunakan untuk menjelaskan nilai setiap elemen matriks transformasi tersebut.

Tabel 11 memperlihatkan detail bagaimana cara menentukan elemen-elemen matriks transformasi untuk rantai toleransi variasi. Setiap baris pada tabel 11 memperlihatkan jenis transformasi (nominal atau variasi), elemen-elemen matriks transformasi tersebut dan penjelasannya. Setiap baris yang menunjukkan transformasi nominal diikuti baris yang menunjukkan transformasi variasinya. Hal yang perlu diperhatikan adalah nilai elemen-elemen matriks nominal

jauh lebih besar dari nilai variasinya dan elemen-elemen $d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$ adalah dalam satuan radian.

Untuk matriks-matriks transformasi variasi (tabel 11), misalnya $22', 33', \dots$, dan $1212'$, elemen-elemen d_x, d_y, d_z pada umumnya berasal dari nilai toleransi dimensional fitur-fitur tersebut atau bonus toleransi. Sedangkan, elemen-elemen $d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$ membutuhkan suatu kalkulasi yang berhubungan dengan ukuran dimensi fitur-fitur tersebut. Pada umumnya, nilai $d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$ adalah 0 untuk matriks transformasi nominal.

Penjelasan detail mengenai cara menentukan nilai dari elemen-elemen $d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$ adalah sebagai berikut. Pada prinsipnya, penentuan dari nilai $d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$ adalah dengan menentukan zona toleransi geometri terbesar suatu toleransi geometri pada suatu fitur (zona toleransi tersebut dapat berupa silinder atau dua bidang datar sejajar). Untuk lebih jelasnya, perhatikan gambar 39. Untuk zona toleransi berupa dua bidang sejajar, nilai $d\theta_i$ adalah besarnya zona toleransi dibagi dengan panjang atau lebar permukaan suatu fitur. Sedangkan untuk zona toleransi berupa silinder, nilai $d\theta_i$ adalah besarnya zona toleransi dibagi dengan tinggi suatu fitur silinder. Untuk mengikuti format equal bilateral, maka nilai $d\theta_i$ yang terkalkulasi dibagi 2.

Gambar 39: Cara menentukan besarnya nilai $d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$ dari suatu toleransi geometri.

Tabel 11: Rantai transformasi variasi.

Urutan perambatan toleransi	Deskripsi	Translasi (nilai max)			Rotasi (nilai max.) dalam radian			Sumber dan kalkulasi Dim/Tol
		d_x	d_y	d_z	$d\theta_x$	$d\theta_y$	$d\theta_z$	
12	Dimensi nominal	30	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
22'	Toleransi dimensional + <i>perpendicularity</i>	0.2	0	0	0	0.0002	0.0003	dx dari toleransi di gambar ± 0.2 , $d\theta_y = (0.02/50)/2 = 2 \times 10^{-4}$, $d\theta_z = (0.02/40)/2 = 2.5 \times 10^{-4}$, dibagi 2 untuk mendapatkan $\pm$ (toleransi equal-bilateral).
23	Dimensi nominal	70	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
33'	Toleransi dimensional + <i>perpendicularity</i>	0.2	0	0	0	0.001	0.0003	Lihat 22' (kecuali perubahan pada denominator)
34	Dimensi nominal	0	0	10	0	0	0	Dari gambar teknik
44'	Toleransi dimensional	0	0	0.2	0	0	0	dz dari gambar teknik. Tidak ada toleransi geometri.
45	Dimensi nominal	-60	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
55'	Toleransi dimensional	0.2	0	0	0	0	0	dx dari gambar teknik. Tidak ada toleransi geometri.
56	Dimensi nominal	0	10	0	0	0	0	Dari gambar teknik
66'	Tidak ada toleransi	0	0	0	0	0	0	-
67	Dimensi nominal	0	0	25	0	0	0	Dari gambar teknik

77'	Toleransi lokasi + bonus toleransi (karena MMC)	0	0.54	0.54	0	0.054	0.054	<p>Toleransi lokasi+bonus: $(0.08+10.5-9.5[\text{bonus}])/2$ [equal-bilaterally]= 0.54 untuk dy dan dz. $d\theta_y = d\theta_z = (0.08+10.5-9.5/10)/2 = 0.054$.</p> <p>Catatan: MMC memberikan “bonus” toleransi, tetapi menyebabkan “sumber error” tambahan pada akumulasi toleransi. (pada komponen 2)</p>
78	Dimensi nominal	-10	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
88'	Assembly shift+ location tolerance + bonus	0	1.04	1.04	0	0.104	0.104	<p>location+bonus+ assembly shift: $(0.08+10.5-9.5[\text{bonus}]+10.5-9.5[\text{shift}])/2 = 1.04$ for dz and dy. $d\theta_y = d\theta_z = ((0.08+10.5-9.5+10.5-9.5)/10)/2 = 0.104$. (pada komponen 1)</p>
89	Dimensi nominal	0	0	15	0	0	0	Dari gambar teknik
99'	Tidak ada toleransi	0	0	0	0	0	0	-
910	Dimensi nominal	0	-10	0	0	0	0	Dari gambar teknik
1010'	Tolernasi perpendicularity	0	0.01	0	0.0002	0	0.0003	<p>$dy = 0.02/2 = 0.01$. <i>Flatness error</i> dari datum C pada komponen 1. $d\theta_x = (0.02/50)/2 = 0.0002$. $d\theta_z = (0.02/30)/2 = 0.000333$</p>
1011	Dimensi nominal	0	0	20	0	0	0	Dari gambar teknik

1111'	Toleransi <i>flatness</i>	0	0	0.005	0.00013	0.00017	0	$dz=0.01/2 = 0.005$. $d\theta_x=(0.01/40)/2=0.00125$. $d\theta_y=(0.01/30)/2=0.00167$
1112	Dimensi nominal	-30	0	0	0	0	0	Dari gambar teknik
1212'	Toleransi dimensional	0.2	0	0	0	0	0	dx dari gambar teknik. Tidak ada toleransi geometri.

Pada gambar 39 mengenai cara penentuan nilai $d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$, hal penting yang harus dipahami adalah *error* rotasi akan mempunyai nilai yang besar apabila suatu fitur lubang, yang digunakan untuk memasukkan pin, dibuat terlalu pendek atau fitur permukaan datar, yang biasanya digunakan untuk kontak antar dua permukaan komponen yang berbeda, dibuat terlalu kecil. Hal ini disebabkan karena pembai untuk menentukan nilai *error* sudut menjadi kecil, sehingga nilai *error* sudut tersebut menjadi besar.

Pada tabel 11, elemen-elemen matriks variasi 77', yaitu $\mathbf{T}_{77}'$, mempunyai *error* sudut yang paling besar karena efek dari panjang lubang yang terlalu pendek. Begitu juga dengan elemen-elemen matriks 88', yaitu $\mathbf{T}_{88}'$, matriks variasi tersebut mempunyai *error* sudut yang besar yang disebabkan oleh hal yang sama pada matriks variasi 77', yaitu $\mathbf{T}_{77}'$. Hal penting yang bisa diambil dari kasus ini adalah, apabila sebuah lubang atau pin (fitur silinder) mempunyai bentuk yang pendek, maka toleransi geometri yang dialokasikan kepada fitur tersebut haruslah kecil.

Langkah selanjutnya adalah menganalisis rantai toleransi 3D dengan mengalikan seluruh rangkain matriks yang merepresentasikan perambatan toleransi pada produk contoh kasus ini, baik matriks transformasi nominal maupun matriks transformasi variasi seperti yang terdapat pada persamaan (20). Analisis tersebut dilakukan dengan cara simulasi Monte-Carlo, yaitu, dengan cara mengsample elemen-elemen *error* $d_x, d_y, d_z, d\theta_x, d\theta_y, d\theta_z$ pada matriks-matriks variasi dari suatu distribusi Normal dengan nilai rata-rata 0 dan deviasi standar dengan nilai besarnya elemen-elemen *error* di bagi dengan 3 (untuk mendapatkan 1σ), yaitu $N(0, \sigma^2), \sigma = \frac{d_i}{3}$ atau $\frac{d\theta_i}{3}$. Pembaca bisa mereferensi bab 2 untuk mengingat kembali aspek-aspek statistik, terutama mengenai distribusi statistik.

Untuk mengaplikasikan analisis toleransi 3D ini, dengan simulasi Monte-Carlo, maka perhitungan untuk mendapatkan matriks $\mathbf{T}_{1.12}$ pada persamaan (20), dilakukan berulang-ulang dengan jumlah yang banyak. Setiap pengulangan, elemen-elemen *error* disampel dan mempunyai nilai yang baru. Pada setiap pengulangan, hasil kalkulasi matriks $\mathbf{T}_{1.12}$ disimpan. Dari seluruh hasil kalkulasi $\mathbf{T}_{1.12}$ yang disimpan tersebut, parameter statistik, berupa rata-rata, deviasi standar, dan nilai maksimum dan minimum dimensi totalnya dapat diketahui. Pemrograman MATLAB digunakan untuk mengaplikasikan analisis toleransi 3D tersebut. Tabel 12 memperlihatkan kode pemrograman MATLAB tersebut.

Hasil 10000 pengulangan untuk analisis 3D dengan metode matriks tersebut diperlihatkan pada gambar 40. Pada gambar 40, rotasi searah sumbu Z tidak dikalkulasi karena *error* orientasi cukup dipresetasikan dengan dua jenis rotasi saja, dalam hal ini rotasi searah sumbu X dan Y. lagi pula, *error* rotasi pada sumbu Z untuk jarak A-B tersebut tidak mempunyai pengaruh. Histogram setiap data $d_x, d_y, d_z, d\theta_x, d\theta_y$ yang dikumpulkan pada setiap pengulangan kalkulasi $\mathbf{T}_{1.12}$ direkonstruksi untuk mengkarakterisasi parameter statistik dari setiap *error* tersebut, yaitu: nilai rata-rata, deviasi standa, dan batas minimum dan maksimum variasi dari setiap dimensi searah sumbu X, Y dan Z, dan variasi dari setiap rotasi pada sumbu X dan Y. dari hasil tersebut, variasi jarak A ke B yang merupakan jarak vertikal searah sumbu Z adalah $(69.99 \pm 3.82) \text{ mm}$, yaitu $66.18 \text{ mm} - 73.81 \text{ mm}$.

Gambar 40: Hasil simulasi analisis akumulasi toleransi 3D dengan metode matriks.

Tabel 12: Kode pemrograman MATLAB untuk simulasi analisis akumulasi toleransi 3D dengan metode matriks.

Kode pemrograman MATLAB
Fungsi Utama: clear all; close all; clc; %RANTAI TRANSFORMASI NOMINAL T12=transmat('x',[30]); T23=transmat('x',[70]); T34=transmat('z',[10]); T45=transmat('x',[-60]); T56=transmat('y',[10]); T67=transmat('z',[25]); T78=transmat('x',[-10]); T89=transmat('z',[15]); T910=transmat('y',[-10]); T1011=transmat('z',[20]); T1112=transmat('x',[-30]); T112_nominal=T12*T23*T34*T45*T56*T67*T78*T89*T910*T1011*T1112 %RANTAI TRANSFORMASI VARIASI ns= 10000; %number of simulation run for i=1:ns %variance components T22b=Dtransmat([0 0],[0 0],[0 0.95*0.2/3],[0 0],[0 0.95*0.0002/3],[0 0.95*0.0003/3]); T33b=Dtransmat([0 0],[0 0],[0 0.95*0.2/3],[0 0],[0 0.95*0.001/3],[0 0.95*0.0003/3]); T44b=Dtransmat([0 0],[0 0],[0 0.95*0.2/3],[0 0],[0 0],[0 0]); T55b=Dtransmat([0 0.95*0.2/3],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0]); T66b=Dtransmat([0 0],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0]); T77b=Dtransmat([0 0],[0 0.95*0.54/3],[0 0.95*0.54/3],[0 0],[0 0.95*0.054/3],[0 0.95*0.054/3]); T88b=Dtransmat([0 0],[0 0.95*1.04/3],[0 0.95*1.04/3],[0 0],[0 0.95*0.104/3],[0 0.95*0.104/3]); T99b=Dtransmat([0 0],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0]); T1010b=Dtransmat([0 0],[0 0.95*0.01/3],[0 0],[0 0.95*0.0002/3],[0 0],[0 0.95*0.0003/3]); T1111b=Dtransmat([0 0],[0 0],[0 0.95*0.005],[0 0.95*0.00013/3],[0 0.95*0.00017],[0 0]); T1212b=Dtransmat([0 0.95*0.2/3],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0]); T112_with_variation=T12*T22b*T23*T33b*T34*T44b*T45*T55b*T56*T66b*T67*T77b*T78*T88b*T89*T99b*T910*T1010b*T1011*T1111b*T1112*T1212b;

```

kc1(i)=T112_with_variation(1,4); %X-distance clearance
kc2(i)=T112_with_variation(2,4); %Y-distance clearance
kc3(i)=T112_with_variation(3,4); %Z-distance clearance
kc4(i)=asin(T112_with_variation(1,3))*180/pi; %Rotation Angle from X-axis
kc5(i)=asin(T112_with_variation(1,2))*180/pi; %Rotation Angle from Y-axis
kc6(i)=asin(T112_with_variation(1,1))*180/pi; %Rotation Angle from Z-axis
end

%PLOT HASIL
[muhat,sigmahat]=normfit(kc1);
kcmin=muhat-3*sigmahat;
kcmax=muhat+3*sigmahat;
text1=sprintf('%.2f +- %.2f\n',muhat,3*sigmahat);
text2=sprintf('(% .2f,% .2f)',kcmin,kcmax);
textTotal=sprintf('%s%s',text1,text2);

subplot(3,2,1);
histfit(kc1,20)
text(kcmax,ns/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center')
xlabel('X-distance');

[muhat,sigmahat]=normfit(kc2);
kcmin=muhat-3*sigmahat;
kcmax=muhat+3*sigmahat;
text1=sprintf('%.2f +- %.2f\n',muhat,3*sigmahat);
text2=sprintf('(% .2f,% .2f)',kcmin,kcmax);
textTotal=sprintf('%s%s',text1,text2);

subplot(3,2,2);
histfit(kc2,20)
text(kcmax,ns/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center')
xlabel('Y-distance');

[muhat,sigmahat]=normfit(kc3);
kcmin=muhat-3*sigmahat;
kcmax=muhat+3*sigmahat;
text1=sprintf('%.2f +- %.2f\n',muhat,3*sigmahat);
text2=sprintf('(% .2f,% .2f)',kcmin,kcmax);

```

```

textTotal=sprintf('%s%s',text1,text2);

subplot(3,2,3);
histfit(kc3,20)
text(kcmax,ns/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center')
xlabel('Z-distance');

[muhat,sigmahat]=normfit(kc4);
kcmin=muhat-3*sigmahat;
kcmax=muhat+3*sigmahat;
text1=sprintf('%.2f +- %.2f\n',muhat,3*sigmahat);
text2=sprintf('(% .2f,% .2f)',kcmin,kcmax);
textTotal=sprintf('%s%s',text1,text2);

subplot(3,2,4);
histfit(kc4,20)
text(kcmax,ns/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center')
xlabel('X-rotation');

[muhat,sigmahat]=normfit(kc5);
kcmin=muhat-3*sigmahat;
kcmax=muhat+3*sigmahat;
text1=sprintf('%.2f +- %.2f\n',muhat,3*sigmahat);
text2=sprintf('(% .2f,% .2f)',kcmin,kcmax);
textTotal=sprintf('%s%s',text1,text2);

subplot(3,2,5);
histfit(kc5,20)
text(kcmax,ns/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center')
xlabel('Y-rotation');

```

Fungsi “transmat”

```

function T=transmat(which, values) %Fungsi untuk merekonstruksi matriks transformasi
% which="xyzabc"
% values=vector berisi nilai
T=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1]; %initialisation T as identity matrix
for h=1:length(which)
    if which(h)=='x'

```

```

    T(1,4)=values(h);
elseif which(h)=='y'
    T(2,4)=values(h);
elseif which(h)=='z'
    T(3,4)=values(h);
elseif which(h)=='a'
    T(2,2)=cos(degtorad(values(h)));
    T(2,3)=-sin(degtorad(values(h)));
    T(3,2)=sin(degtorad(values(h)));
    T(3,3)=cos(degtorad(values(h)));
elseif which(h)=='b'
    T(1,1)=cos(degtorad(values(h)));
    T(1,3)=sin(degtorad(values(h)));
    T(3,1)=-sin(degtorad(values(h)));
    T(3,3)=cos(degtorad(values(h)));
elseif which(h)=='c'
    T(1,1)=cos(degtorad(values(h)));
    T(1,2)=-sin(degtorad(values(h)));
    T(2,1)=sin(degtorad(values(h)));
    T(2,2)=cos(degtorad(values(h)));
end
end
end

```

Fungsi Dtransmat

```

function DT=Dtransmat(dTx,dTy,dTz, dx,dy,dz) %Fungsi untuk merekonstruksi matriks variasi
% input element adalah sebagai 2-elements vector, ex: dx=[mu,sigma]
Dx=normrnd(dx(1),dx(2));
Dy=normrnd(dy(1),dy(2));
Dz=normrnd(dz(1),dz(2));
DTx=normrnd(dTx(1),dTx(2));
DTy=normrnd(dTy(1),dTy(2));
DTz=normrnd(dTz(1),dTz(2));
DT=[1 -Dz Dy DTx; Dz 1 -Dx Dty; -Dy Dx 1 DTz; 0 0 0 1];
end

```

Gambar 41: Contoh kompleks analisis toleransi 3D pada sebuah kompresor udara. Dengan melakukan analisis toleransi 3D tersebut, sebuah disain dari kompresor tersebut dapat dianalisis dan ditingkatkan sebelum kompresor tersebut diproduksi.

Contoh lain dari analisis akumulasi toleransi 3D, yang dilakukan dengan metode matriks, untuk komponen riil yang kompleks diperlihatkan pada gambar 41. Penentuan elemen-elemen matriks dan perhitungan matriks transformasi nominal dan variasinya tidak dibahas dalam buku ini. Penjelasan singkat mengenai contoh ini adalah sebagai berikut. Pada contoh gambar 41, terdapat sebuah disain dari *rotary-compressor* udara. *Rotary-compressor* tersebut mempunyai fitur perakitan yang kritis, yaitu gap antara titik A dan B (lihat gambar 41) yang merupakan gap antara rotor dan stator kompresor.

Pada kasus kompresor tersebut, analisis akumulasi toleransi 3D digunakan untuk menganalisis akumulasi toleransi pada fitur perakitan tersebut pada disain pertama. Hasil dari analisis toleransi 3D tersebut digunakan untuk mengrealokasikan toleransi dan mengoptimalkan toleransi pada disain pertama untuk kemudian merevisi disain tersebut untuk mendapatkan disain kedua yang lebih bagus. Pada gambar 41 (kiri), disain pertama dari kompresor tersebut diperlihatkan. Pada disain pertama tersebut, terdapat komponen pengusir kompresor tersebut. Hasil analisis toleransi 3D tersebut menghasilkan bahwa pada disain pertama tersebut, berikut alokasi toleransinya, akan ada kemungkinan komponen rotor dan statornya akan bersentuhan, karena gap minimum antara rotor dan statornya adalah -0.63 mm (gambar 41 kiri).

Dari hasil analisis toleransi 3D tersebut, maka pada disain kedua (gambar 41 kanan), jumlah komponen kompresor tersebut dikurangi, dari 6 menjadi 4 komponen, dengan memodifikasi disain pertama untuk mengurangi panjang dari rantai toleransi. Setelah jumlah komponen dikurangi, pada disain kedua realokasi toleransi dilakukan. Hasil analisis untuk disain kedua tersebut menunjukkan bahwa dengan nilai toleransi yang baru pada disain kedua, gap minimum antara rotor dan stator yang dapat terjadi adalah 0 mm . Hal ini menunjukkan bahwa, selama komponen-komponen kompresor tersebut dalam batas toleransinya, maka tidak ada sentuhan antara rotor dan stator.

3.4.9 Keuntungan apabila model toleransi *stack-up* diketahui

Sangat banyak keuntungan-keuntungan yang didapatkan apabila model dan analisis akumulasi toleransi suatu produk dikonstruksi dan dilakukan. Hal yang sangat berguna apabila kita mempunyai dan menganalisis model dari akumulasi toleransi tersebut adalah:

- Analisis akumulasi toleransi dapat dilakukan.
- Informasi lebih dapat dimasukkan ke dalam model akumulasi toleransi suatu produk untuk juga mengikutsertakan efek lingkungan terhadap perakitan produk tersebut. Informasi tersebut adalah misalnya deformasi yang disebabkan oleh temperatur. Dengan melakukan pemodelan ini, maka kondisi perakitan untuk suatu komponen yang sangat sensitif, misalnya perakitan mesin jet pesawat, akan diketahui, misalnya: pada temperatur berapa perakitan mesin jet tersebut akan optimal. Temperatur lingkungan untuk suatu proses perakitan produk sangat penting terutama untuk produk-produk berskala mikro.
- Sumber-sumber variasi dari produk yang dirakit dapat dikorelasikan dengan kemampuan suatu proses manufaktur yang dimiliki. Dengan demikian, kita dapat mengalokasikan toleransi sesuai dengan mesin manufaktur yang kita miliki. Misalnya, kita dapat mengalokasikan toleransi yang lebih besar untuk suatu proses yang memiliki tingkat presisi yang tidak tinggi dan mengurangi nilai toleransi suatu fitur lain dalam suatu produk yang sama untuk diproses dengan suatu mesin manufaktur yang lebih presisi.
- Toleransi perakitan akan dapat diprediksi. Hal ini berguna untuk memilih jenis instrumen pengukuran, misalnya mesin pengukur koordinat (CMM), yang paling tepat untuk menginspeksi suatu produk yang telah dirakit.
- *Error budgetting* pada suatu desain produk dapat dilakukan karena pada esensinya, model akumulasi toleransi adalah suatu proses *error budgetting*.

3.5 Verifikasi toleransi

Pada prinsipnya, metrologi atau pengukuran dimensi dan geometri adalah verifikasi toleransi, yaitu proses untuk mengecek apakah suatu fitur komponen berada di dalam batas toleransinya atau tidak. Maka dari itu, toleransi dan pengukuran dimensi dan geometri tidak dapat dipisahkan dan harus dibahas dan dianalisis secara bersamaan. Untuk masing-masing jenis toleransi dimensi dan geometri, metode dan jenis alat ukurnya juga berbeda. Namun demikian, terdapat alat ukur universal yang dapat digunakan untuk mengukur baik dimensi dan geometri, yaitu mesin pengukur koordinat (CMM). Bab 4 menjelaskan dengan detail mengenai pengukuran (verifikasi) dimensi dan geometri, dan bab 5 membahas detail mengenai mesin pengukur koordinat (CMM/*Coordinate Measuring Machine*).

3.5.1 Verifikasi toleransi dimensional

Toleransi dimensional merupakan suatu jenis toleransi yang paling pertama digunakan. Alat-alat ukur yang digunakan untuk memverifikasi toleransi dimensional pada umumnya tidak rumit dan sudah umum diketahui, seperti: *gauge block*, jangka sorong (*vernier caliper*) dan mikrometer. Gambar 42 memperlihatkan alat-alat ukur tersebut yang paling umum digunakan untuk memverifikasi suatu toleransi dimensional. Tidak banyak perkembangan yang signifikan untuk alat-alat ukur tersebut. pada umumnya, pengembangan alat-alat ukur tersebut, seperti untuk jangka sorong dan mikrometer, adalah pada penggunaan alat pembaca digital sehingga memudahkan operator untuk melihat suatu hasil pengukuran dimensi dan mendapatkan hasil bacaan yang lebih akurat. Pengukuran dimensi akan dibahas dengan detail pada bab 4.

Gambar 42: Contoh alat yang digunakan untuk memverifikasi dimensi suatu fitur. (a) *Gauge block*, (b) jangka sorong/*vernier caliper* dan (c) mikrometer.

3.5.2 Verifikasi toleransi geometri (GD&T)

Proses verifikasi toleransi geometri, terutama untuk toleransi geometri yang berelasi, seperti *perpendicularity*, *coaxiality* dan *run-out*, membutuhkan suatu alat dan prosedur yang lebih kompleks daripada proses verifikasi toleransi dimensional. Untuk memverifikasi suatu toleransi geometri, ada dua jenis alat ukur yang dapat digunakan, yaitu alat ukur konvensional dan modern. Alat ukur konvensional untuk memverifikasi toleransi geometri adalah *dial-gauge* dan alat ukur modern dan universal (bisa digunakan untuk memverifikasi baik toleransi geometri maupun dimensional) adalah alat pengukur koordinat (CMM).

Pengukuran dengan *dial-gauge*.

Pengukuran yang dilakukan untuk memverifikasi suatu toleransi geometri dengan menggunakan *dial-gauge* adalah metode yang konvensional. Namun demikian metode ini masih dan sering dipakai oleh para teknisi, yang berpengalaman dan terlatih, di rantai produksi karena metode ini (dengan tingkat keahlian teknisi yang tinggi) dapat memberikan hasil pengukuran yang akurat dan cepat. Dengan menggunakan *dial-gauge*, pengukuran tersebut dilakukan dengan cara menggerakkan (memindahkan) *dial-gauge* tersebut untuk mengcover sebanyak mungkin suatu permukaan yang ditoleransi dan membaca perubahan jarum yang ada di *dial-gauge* tersebut mempunyai nilai kurang dari nilai toleransi geometri pada fitur tersebut. Suatu fitur dikatakan berada dalam batas toleransi geometrinya apabila selama menggerakkan *dial-gauge* tersebut, perubahan maksimal jarumnya masih kurang dari atau sama dengan nilai toleransi geometri yang diberikan. Misalnya, apabila suatu permukaan diberikan toleransi *flatness* sebesar 0.1 mm , maka selama menggerakkan *dial-gauge* pada seluruh permukaan tersebut, jarum *dial-gauge* tersebut hanya menunjukkan nilai maksimum (*full indicator movement*) $\leq 0.1\text{ mm}$.

Gambar 43 memperlihatkan pengukuran berbagai macam toleransi geometri dengan menggunakan *dial-gauge* yang diaplikasikan atau dipraktekkan di rantai produksi oleh seorang operator yang terlatih dan berpengalaman. Gambar 43 hanya memperlihatkan sebagian kecil dari aplikasi *dial-gauge* untuk memverifikasi toleransi geometri. Pada prakteknya, di industri, banyak metode dan teknik serta prosedur untuk memverifikasi berbagai macam toleransi geometri dengan menggunakan *dial-gauge*.

Gambar 43: Penggunaan dial-gauge untuk menverifikasi berbagai macam toleransi geometri. (a) *flatness*, (b) *perpendicularity* dan (c) *run-out*.

Pengukuran dengan alat pengukur koordinat (CMM).

Alat pengukur kooridnat (CMM) adalah metode modern untuk melakukan verifikasi geometri. Tidak hanya verifikasi geometri, CMM juga dapat digunakan untuk melakukan verifikasi dimensional. Maka dari itu, CMM merupakan alat universal yang dapat digunakan untuk semua jenis pengukuran dimensi dan geometri.

Gambar 44 memperlihatkan salah satu contoh CMM yang digunakan untuk pengukuran dimensi dan geometri. Pada umumnya, CMM yang paling umum dan menjadi standar instrumen yang digunakan untuk verifikasi geometri dan dimensional di industri-industri adalah kontak (*tactile*) CMM. Kontak CMM mempunyai berbagai macam konfigurasi, seperti: *kantilever*, *bridge* dan *gantry*. Pengukuran dengan menggunakan CMM akan dibahas dengan detail pada bab 5.

Gambar 44: Contoh CMM untuk memverifikasi berbagai macam toleransi geometri dan dimensional (3D and 2D).

BAB 4

Pengukuran dimensi dan geometri

Bab ini membahas mengenai pengertian dan konsep dasar dari pengukuran dimensi dan geometri beserta jenis-jenis alat pengukurannya. Jenis pengukuran lain, yaitu pengukuran tekstur permukaan untuk mendapatkan kuantitas seperti R_a , R_q , S_a , dan S_q tidak dibahas dalam buku ini. Pada prinsipnya, pengukuran dimensi dan geometri, dan pengukuran tekstur permukaan mempunyai data mentah (*raw data*) yang sama, yaitu berupa *point cloud* yang berisi titik-titik koordinat diskrit dari suatu permukaan. Yang membedakan kedua jenis pengukuran tersebut adalah langkah-langkah pemrosesan data dan beberapa prosedur pengukuran.

Tipe pengukuran dimensi dan geometri pada umumnya merupakan jenis pengukuran yang paling sering ditemui baik di industri-industri manufaktur maupun di industri-industri lainnya. Maka dari itu, pemahaman dan aplikasi pengukuran dimensi dan geometri sangat penting untuk mendukung dan meningkatkan fungsi industri-industri tersebut. Dalam buku ini, pembahasan mengenai pengukuran dimensi dan geometri tersebut difokuskan dan dikonteksikan pada industri-industri manufaktur.

Pengukuran dimensi dan geometri adalah dua jenis pengukuran yang berbeda dan keduanya mempunyai peran yang sangat penting untuk menjaga kualitas dari suatu produk. Kedua jenis pengukuran tersebut tidak dapat dipisahkan satu sama lainnya, melainkan saling melengkapi untuk mendapatkan informasi bentuk suatu produk secara lengkap. Hanya dengan suatu produk yang berkualitas, baik secara fungsi dan reliabilitas, maka suatu industri manufaktur akan dapat bersaing di zaman modern sekarang ini. Bukan hanya produk yang berkualitas, efisiensi yang tinggi pada suatu industri manufaktur harus dicapai agar biaya manufaktur suatu produk dapat ditekan sehingga harga jual produk tersebut dapat tetap kompetitif dipasaran. Pengukuran dimensi dan geometri, yang tepat dan efisien, sangat dibutuhkan oleh industri-industri manufaktur untuk mencapai tujuan: produk yang berkualitas tinggi dan proses dengan efisiensi yang tinggi.

4.1 Prinsip dasar pengukuran

Pada prinsipnya, pengukuran adalah suatu proses komparasi suatu besaran suatu fitur yang diukur menggunakan suatu alat dengan suatu besaran referensi sehingga menghasilkan suatu kuantitas yang merepresentasikan besaran dari fitur tersebut. Dalam proses komparasi tersebut, terdapat *error* atau kesalahan, yang berasal dari berbagai macam sumber, yang mengurangi akurasi proses komparasi (pengukuran) tersebut. Gambar 1 memperlihatkan diagram dari prinsip dasar pengukuran.

Pada gambar 1, terdapat komponen-komponen yang berkontribusi terhadap suatu proses komparasi, yang merupakan suatu proses pengukuran. Komponen-komponen tersebut adalah:

- Fitur atau properti yang diukur.
Adalah suatu kuantitas atau besaran fisik yang ingin diukur, misalnya: panjang, radius, sudut dan *flatness*.
- Alat komparasi (alat ukur).
Alat yang digunakan untuk membandingkan besaran fisik suatu fitur dengan suatu besaran standar atau besaran yang telah diketahui untuk mengevaluasi pengukuran tersebut.
- Referensi.
Suatu besaran fisik yang digunakan untuk membandingkan suatu besaran pada suatu fitur.
- Error atau kesalahan.
Faktor-faktor yang mengurangi akurasi suatu proses komparasi suatu besaran dengan suatu besaran referensi,

misalnya: *error* geometri dari alat ukur, efek temperatur pengukuran dan kesalah seorang operator yang melakukan suatu pengukuran.

- Kuantitas yang terukur.

Adalah hasil dari suatu proses pengukuran dengan satuan tertentu.

Contoh pengukuran yang dikaitkan kepada komponen-komponen tersebut adalah sebuah pengukuran panjang suatu balok. Pada pengukuran ini, pengukuran dilakukan dengan cara membandingkan panjang balok tersebut dengan sebuah skala pada sebuah besi, yaitu skala sebuah jangka sorong (*vernier caliper*).

Gambar 1: Prinsip dasar pengukuran.

4.2 Tipe pengukuran: dimensi dan geometri

Jenis-jenis pengukuran suatu produk dalam industri manufaktur ada tiga jenis. Ketiga jenis pengukuran tersebut adalah sebagai berikut:

- Pengukuran dimensi.
Pengukuran dimensi (*size measurement*) adalah pengukuran yang mengukur panjang, diameter, sudut, kedalaman, lebar dan lain sebagainya. Pada prinsipnya, pengukuran dimensi adalah pengukuran *size*. Sifat dasar dari pengukuran dimensi adalah properti yang diukur akan secara proporsional bertambah seiring dengan peningkatan temperatur pada material yang diukur pada saat pengukuran dilaksanakan.
- Pengukuran geometri.
Pengukuran geometri (*form measurement*) adalah pengukuran yang dilakukan untuk memverifikasi toleransi geometri (lihat bab 3 mengenai toleransi geometri) atau *geometric, dimensioning and tolerancing* (GD&T). contoh dari pengukuran geometri adalah *flatness, perpendicularity, orientation, location*, dan *run-out*.
- Pengukuran tekstur permukaan.
Pengukuran tekstur permukaan adalah pengukuran yang mengukur dan mengkarakterisasi topografi suatu permukaan komponen. Pengertian dari tekstur permukaan adalah data dari suatu permukaan komponen yang sudah dihilangkan komponen bentuknya (*form*) melalui sebuah proses *form filtering* dari data *point cloud* suatu permukaan komponen. Contoh dari pengukuran tekstur permukaan adalah pengukuran kekasaran, seperti $R_a, R_q, P_t, P_a, R_z, S_a, S_z$ dan S_q .

Gambar 2 memperlihatkan jenis-jenis pengukuran tersebut dan beberapa contoh dari tiap-tiap jenis pengukuran tersebut. Pada gambar 2 tersebut, pengukuran dimensi dan geometri digabungkan menjadi satu kelompok dan sering disebut dengan *dimensional metrology*.

Gambar 2: Jenis-jenis pengukuran suatu produk.

4.3 Pengukuran koordinat (*coordinate measurement*)

Pengukuran koordinat adalah suatu pengukuran yang mengukur koordinat spasial (3D) dari suatu komponen atau benda kerja. Data-data dari pengukuran koordinat adalah poin-poin 3D dari suatu permukaan komponen yang didapatkan dari instrumen-instrumen pengukuran, baik kontak maupun non-kontak. Data-data dari hasil pengukuran koordinat diproses lebih lanjut untuk pengukuran dimensi dan geometri. Maka dari itu, pengukuran koordinat sering disamakan atau direlasikan dengan pengukuran dimensi dan geometri atau *dimensional metrology*.

Alat ukur utama untuk pengukuran koordinat adalah mesin pengukur koordinat (*coordinate measuring machine/CMM*). CMM merupakan standar “*de facto*” untuk alat ukur dimensi dan geometri. Berbagai macam bentuk komponen dan jenis pengukuran, seperti panjang, lebar, *flatness*, *location* dan *orientation*, dapat diukur dengan CMM. CMM sangat sering ditemui baik di industri-industri manufaktur maupun di laboratorium-laboratorium. Bab 5 membahas dengan detail mengenai CMM.

4.4 Jenis-jenis kesalahan umum dalam pengukuran (*error*)

Pada suatu pengukuran, terdapat berbagai macam sumber kesalahan (*error*) yang menyebabkan berkurangnya tingkat akurasi dari hasil pengukuran tersebut. Jenis kesalahan pengukuran dapat dibagi menjadi dua kelas: kesalahan yang berhubungan dengan prosedur pengukuran (Raghavendra dan krishnamurthy 2013) dan kesalahan yang berhubungan dengan struktur suatu instrumen pengukuran (Slocum 1992, Leach 2010, Mekid 2009). Kesalahan yang berhubungan dengan prosedur pengukuran adalah seperti *error* Abbe, *error sine* dan *cosine*, *error* referensi dan datum, *error nol*, efek *misalignment*, efek kekasaran permukaan, dan efek debu. Sedangkan, kesalahan yang berhubungan dengan struktur suatu instrumen pengukuran adalah seperti *error* geometri, *error non-kinematic design* atau join, efek dinamika instrumen, ekspansi termal material, *error* simetrisitas dan *error* yang berkaitan dengan *structural loop*.

4.4.1 Error Abbe (*The first principle*)

Error Abbe adalah sumber error yang paling fundamental dalam pengukuran dan rekayasa presisi (*precision engineering*). *Error Abbe* merupakan kesalahan yang dapat dikategorikan sebagai kesalahan karena prosedur pengukuran atau kesalahan karena struktur atau geometri instrumen pengukuran. Sesuai namanya, kata “Abbe” berasal dari nama orang pertama yang menemukan sumber kesalahan tersebut, yaitu Ernst Abbe, yang merupakan perekayasa pertama yang bekerja di perusahaan Carl Zeiss.

Error Abbe adalah *error* yang didapatkan karena sumbu pergerakan tidak berhimpit atau koinciden dengan sumbu pengukuran, sehingga setiap *error* angular yang kecil akan teramplifikasi dan menjadi *error Abbe* (gambar 3). Besarnya amplifikasi tersebut bergantung pada seberapa besar *offset* Abbe pada suatu pengukuran atau instrument. *Offset* Abbe adalah jarak antara sumbu pergerakan dan sumbu pengukuran. Sumbu pergerakan adalah sumbu yang merupakan arah dilakukannya suatu pengukuran dan sumbu pengukuran adalah skala pembacaan dari pengukuran tersebut. Gambar 3 memperlihatkan ilustrasi dari *error Abbe*, *offset* Abbe, sumbu pengukuran, sumbu pergerakan dan *error* angular. Besarnya *error Abbe* (gambar 3) adalah:

$$\varepsilon_{Abbe} = \varepsilon_{offset} \cdot \tan \theta \quad (1)$$

dimana ε_{offset} adalah *offset* Abbe dan θ adalah *error* angular.

Pada gambar 3, suatu pengukuran yang menggunakan “tangan pengukuran” sepanjang L dan mempunyai *stylus* untuk menyentuh permukaan suatu benda yang diukur. Pada pengukuran tersebut, sumbu pergerakan tidak berhimpit dengan sumbu pengukuran (yang pada umumnya berupa encoder linier), sehingga terdapat *offset* Abbe. Sehingga, ketika pengukuran bergerak ke arah kanan, terdapat *error* angular θ karena geometri suatu instrumen yang digunakan tidak sempurna. Dengan adanya *offset* Abbe tersebut, kesalahan pembacaan pada sumbu pengukuran teramplifikasi, sehingga menimbulkan *error Abbe*. *Error Abbe* tersebut menyebabkan panjang yang sebenarnya pada benda tersebut terbaca berbeda pada alat baca instrumen yang digunakan.

ε_{Abbe} = error

L = Panjang tangan pengukuran

θ = Error angular dari tangan pengukuran

Gambar 3: *Error Abbe* dan *offset* Abbe.

Gambar 4: Contoh riil *error* Abbe yang dimiliki oleh instrument pengukuran berbasis mikroskop. Sumbu sebelah atas adalah sumbu pergerakan dan sumbu sebelah bawah adalah sumbu pengukuran (*encoder* linier). *Offset* Abbe adalah jarak antara sumbu pergerakan dan sumbu pengukur tersebut.

Contoh riil dari *error* Abbe yang terdapat pada suatu instrument pengukuran berbasis mikroskop diperlihatkan pada gambar 4. Pada gambar 4, sumbu pergerakan yang merupakan aksis optikal dari instrument tersebut tidak berhimpit dan mempunyai *offset* dengan sumbu pengukurannya yang merupakan *encoder* linier.

4.4.2 *Error sine* dan *error cosine*

Error sine dan *cosine* merupakan salah satu *error* pengukuran yang paling umum dan berhubungan dengan kesalahan penjarangan (*alignment*) pada suatu pengukuran (atau suatu instrumen pengukuran). Gambar 5 memperlihatkan ilustrasi dari *error sine* dan *cosine*. *Error sine* mempunyai kemiripan dengan *error* Abbe. *Error cosine* paling umum ditemukana pada suatu pengukuran menggunakan interferometri laser. Interferometri laser akan dijelaskan pada bagian berikutnya dalam bab ini.

Gambar 5: (a) *error cosine* dan (b) *error sine*.

Pada gambar 5, *error cosine* didapatkan pada suatu pengukuran dimana sumbu pergerakan dan sumbu pengukuran berhimpit. Tetapi, arah pengukuran tidak tegak lurus dengan suatu fitur yang diukur karena misalnya ada sedikit ketidaksejajaran antara suatu instrumen pengukuran pada saat proses setup instrumen tersebut. Sedangkan, *error sine* adalah *error* yang serupa dengan *abbe error*.

4.4.3 Error referensi dan datum

Error referensi atau datum adalah *error* yang disebabkan karena kesalahan pemilihan datum pengukuran. Misalnya, sesuai dengan bab 3 mengenai toleransi geometri, apabila suatu toleransi geometri ingin diukur, misalnya pengukuran *perpendicularity*, maka hal pertama yang dilakukan adalah memilih datum. Apabila datum yang dipilih tidak sesuai dengan yang diberikan pada gambar tekniknya, maka akan ada *error* tambahan pada hasil pengukuran *perpendicularity* tersebut.

Contoh lain adalah suatu pengukuran jarak. Untuk pengukuran suatu jarak, pada umumnya titik referensi harus ditentukan sebagai acuan seberapa besar jarak yang diukur tersebut. Apabila penentuan titik referensi tersebut tidak benar, maka jarak yang diukur adalah berbeda dengan jarak sebenarnya yang ingin diukur. Hal ini adalah untuk pengukuran absolut, yaitu pengukuran yang mempunyai titik awal atau referensi tetap.

4.4.4 Error nol (Zeroing error)

Error nol adalah *error* yang terjadi karena nilai bacaan awal suatu instrumen pengukuran mempunyai nilai yang bukan nol. Misalnya, suatu pengukuran panjang dengan menggunakan jangka sorong digital, nilai bacaan pada jangka sorong tersebut harusnya bernilai nol. Apabila tidak bernilai nol, maka skala pembacaan jangka sorong digital tersebut haruslah di-*reset* menjadi nol.

Apabila nilai bacaan jangka sorong tersebut tidak bernilai nol, misalnya 0.001 mm , maka akan terdapat kesalahan tetap, yaitu nilai bacaan ter-*offset*-kan sebesar 0.001 mm untuk semua pengukuran yang menggunakan jangka sorong digital tersebut pada kondisi tersebut. *error* yang disebabkan karena skala bacaan tidak di-*reset* menjadi nilai nol merupakan kesalahan yang sistematis dan bersifat tetap untuk setiap pengukuran.

4.4.5 Efek misalignment

Efek *misalignment* akan mengurangi tingkat akurasi suatu pengukuran karena efek tersebut akan terimplementasi dalam bentuk *error sine* dan atau *error cosine*. Efek *misalignment* adalah efek yang bisa disebabkan oleh beberapa sumber, baik yang berasal dari prosedur pengukuran yang dilakukan atau berasal dari suatu instrumen pengukuran yang digunakan. Sumber yang berasal dari prosedur pengukuran adalah misalnya kesalahan penempatan suatu benda kerja yang akan diukur, tidak tepat dalam mengkonfigurasi *fixture* yang digunakan untuk memegang benda kerja dan tidak tepatnya memilih koordinat benda kerja pada suatu pengukuran dengan CMM. Cara ideal untuk memegang part adalah dengan mengikuti konsep 3-2-1 (kontak 6 titik). Sedangkan sumber yang berasal dari instrument pengukuran adalah rusaknya permukaan *anvil* suatu mikrometer, rusaknya permukaan jangka sorong dan ketidaklurusan antara dua axis suatu alat gerak linier (*linear motion stage*).

4.4.6 Efek kekasaran permukaan (roughness effect)

Kondisi kekasaran permukaan suatu benda yang diukur mempengaruhi hasil pengukuran, terutama untuk pengukuran pada skala mikro dan yang lebih kecil. Pengukuran dengan CMM dengan stylus mikro akan dapat mengukur tingkat kekasaran permukaan, sehingga dapat mempengaruhi hasil pengukuran dimensi dan geometri dengan CMM tersebut. Misalnya, suatu pengukuran diameter silinder mikro menggunakan stylus mikro, maka hasil kalkulasi diameter silinder tersebut akan terpengaruh dengan kekasaran permukaan silinder tersebut. Selain itu, kekasaran permukaan sangat berpengaruh untuk pengukuran berbasis optik karena cahaya yang direfleksikan dari suatu permukaan benda yang diukur sangat dipengaruhi oleh kekasaran permukaan benda tersebut.

Ilustrasi dari efek kekasaran permukaan pada suatu pengukuran berbasis kontak maupun non-kontak diperlihatkan pada gambar 6. Pada gambar 6a, diperlihatkan suatu stylus mikro mengukur suatu permukaan datar.

Karena permukaan tersebut tidak mulus, maka stylus mikro tersebut membaca data kekasaran permukaan tersebut, sehingga mengurangi tingkat akurasi pengukuran kedataran (*flatness*) permukaan benda tersebut. Pada gambar 6b, diperlihatkan efek kekasaran permukaan terhadap suatu pengukuran berbasis non-kontak (optik). Pada pengukuran berbasis non-kontak, pengukuran tersebut menggunakan cahaya yang diiluminasikan pada suatu permukaan benda yang diukur. Apabila permukaan benda tersebut sangat mulus, maka cahaya yang datang akan dipantulkan satu arah dan pantulan tersebut mengikuti hukum “Snell”. Sedangkan, apabila permukaan tersebut kasar, maka cahaya yang datang akan dipantulkan menyebar ke berbagai arah. Pantulan cahaya yang menyebar tersebut akan mempengaruhi hasil pengukuran berbasis non-kontak (optik).

Gambar 6: (a) efek kekasaran permukaan pada pengukuran berbasis kontak dan (b) efek kekasaran permukaan pada pengukuran berbasis non-kontak (optik).

4.4.7 Efek debu

Pada pengukuran skala mikro atau yang lebih kecil, efek debu akan menyebabkan bacaan pengukuran menjadi salah. Misalnya, suatu pengukuran dengan menggunakan CMM dengan *stylus*, maka suatu debu yang menempel pada stylus mikro tersebut akan mengurangi akurasi hasil pengukuran karena debu tersebut berada di antara *stylus* tersebut dan suatu permukaan benda kerja yang diukur. Gambar 7 memperlihatkan efek debu akan menyebabkan sensor suatu CMM menandakan stylusnya sudah menyentuh permukaan suatu benda kerja, padahal pada kondisi riilnya, stylus tersebut belum menyentuh permukaan benda tersebut, sehingga menyebabkan kesalahan pengukuran. Maka dari itu, kebersihan suatu instrumen pengukuran dan suatu benda yang diukur harus dijaga untuk mendapatkan hasil pengukuran yang akurat.

Gambar 7: efek debu pada pengukuran dengan CMM yang dilengkapi dengan *stylus* berukuran mikro.

4.4.8 Error struktur instrumen pengukuran

Error yang berasal dari suatu instrument pengukuran mempunyai kontribusi yang besar pada jumlah total *error* yang terdapat pada suatu hasil pengukuran. Pada umumnya, untuk mengurangi *error* yang berasal dari struktur suatu instrumen, diperlukan komponen dengan tingkat akurasi dan presisi yang tinggi, sehingga biaya produksi untuk komponen-komponen tersebut menjadi mahal. Hal ini yang menjadi penyebab utama mengapa suatu instrumen pengukuran mempunyai harga yang sangat tinggi. Jenis *error* struktur yang akan dibahas singkat pada bab ini meliputi: *error* geometri, deviasi dari desain kinematik, dinamika struktur, material, ekspansi termal, deformasi struktur dan kompresi elastik, simetri, *loop* struktur. Namun demikian, Pada bab ini, *error-error* yang berasal dari struktur suatu instrumen pengukuran dijelaskan secara singkat. Untuk lebih detailnya, pembaca bisa merujuk pada (Leach 2010, Slocum 1992 dan Mekid 2009).

- **Error geometri**

Komponen utama dari suatu instrumen pengukuran dimensi dan geometri adalah penggerak aksis yang membawa sensor untuk mengukur suatu benda. *Error* geometri dari penggerak aksis tersebut secara langsung mempengaruhi hasil pengukuran dimensi dan geometri. Pada kondisi riil, *error-error* geometri tersebut adalah pada skala mikro atau bahkan lebih kecil lagi. Walaupun *error* geometri aksis tersebut berada dalam skala mikro atau kurang, untuk pengukuran yang membutuhkan presisi yang sangat tinggi, baik pengukuran makro dan mikro, *error-error* tersebut sangat berpengaruh. Selain itu, *error-error* tersebut juga sangat mempengaruhi ketidakpastian suatu hasil pengukuran, sehingga akan berakibat sangat merugikan untuk jenis-jenis pengukuran yang mempunyai toleransi yang sangat kecil, walaupun benda yang diukur mempunyai ukuran makro, sebagai contoh komponen pesawat terbang yang memiliki dimensi besar, tetapi mempunyai toleransi yang sangat kecil.

Gambar 8: Enam jenis *error* untuk setiap aksis pergerakan: satu *error* skala, dua *error straightness* dan tiga *error* rotasi (*roll*, *pitch* dan *yaw*).

Untuk setiap aksis pergerakan, terdapat enam jenis *error* geometri yang selalu ditemukan pada kondisi riil, yaitu satu *error* skala, dua *error straightness* dan tiga *error* rotasi. Gambar 8 memperlihatkan enam jenis *error* tersebut. Pada gambar 8, diperlihatkan contoh sebuah aksis pergerakan pada sumbu-*x*. Untuk sumbu-*x*, *error* skala terdapat pada arah pergerakan aksis, yaitu sumbu-*x* ($\epsilon_{x-scale}$). Dua *error straightness* adalah pada arah sumbu-*y* (ϵ_y) dan -*z* (ϵ_z).

Dan terakhir, tiga error rotasi adalah error rotasi terhadap sumbu- x (ϵ_{θ_x}), $-y$ (ϵ_{θ_y}) dan $-z$ (ϵ_{θ_z}). Error geometri untuk aksis lainnya adalah tetap memiliki enam komponen error hanya berbeda pada arah error-nya saja.

Pada umumnya, alat-alat pengukuran dimensi dan geometri untuk 3D membutuhkan minimal konfigurasi tiga aksis pergerakan (*3-axes configuration*), yaitu pergerakan pada sumbu- x , $-y$ dan $-z$. Untuk sebuah instrumen dengan tiga aksis pergerakan, total error geometri yang berasal dari ketiga aksis tersebut adalah total sebanyak 21 error. Total 21 error tersebut adalah enam error untuk masing-masing aksis seperti gambar 8 (total 18 error) dan tiga error *perpendicularity* (ketegaklurusan) antara aksis XY , XZ dan YZ . Untuk mengurangi error-error geometri tersebut, dua cara dapat digunakan, yaitu dengan membuat geometri komponen penyusun aksis-aksis seakurat mungkin dengan biaya sangat tinggi atau dengan kompensasi error yang pada umumnya membutuhkan biaya yang jauh lebih rendah. Kompensasi error adalah sebuah metode untuk mengkuantifikasi error-error pada suatu aksis kemudian mengkompensasinya secara numerik, biasanya melalui perangkat lunak (*software*) yang mengontrol pergerakan instrumen tersebut, untuk mengkoreksi error-error tersebut. cara ini pada umumnya digunakan untuk instrumen-instrumen pengukuran komersial, seperti CMM. Bab 8 akan membahas detail mengenai kompensasi error.

- **Deviasi dari desain kinematik**

Sebuah instrument pengukuran pasti terdiri dari banyak komponen yang dirakit menjadi suatu kesatuan sistem yang berfungsi. Kondisi ideal untuk menyambung dua komponen yang berbeda adalah dengan menggunakan metode paksaan kinematik (*kinematic constraint*). Paksaan kinematik merupakan bagian dari keimuan desain kinematik.

Suatu sambungan, idealnya hanya membatasi atau menahan komponen tersebut agar tidak bergerak pada arah selain dari arah yang diinginkan untuk bergerak. Misalnya, sebuah aksis yang bergerak pada sumbu- x haruslah bergerak hanya pada arah sumbu- x dan tidak dapat bergerak (*rigid*) pada arah lainnya. Sebuah sambungan yang baik adalah sambungan yang bisa menahan komponen-komponen untuk tidak bergerak ke arah selain dari arah yang diinginkan dan tidak memberikan beban (*force*) tambahan pada komponen-komponen tersebut (Slocum 1992).

Gambar 9: paksaan kinematik (kinematic constraint)

Apabila suatu sambungan bertujuan untuk menahan komponen-komponennya agar tidak bergerak ke segala arah, maka sambungan ideal adalah sambungan yang menerapkan paksaan kinematik. Paksaan kinematik adalah paksaan yang menahan suatu komponen pada enam titik seperti yang diperlihatkan gambar 9. Pada gambar 9, suatu paksaan kinematik yang terdiri dari 6 titik dibagi-bagi sebagai berikut:

- 3-titik pada bagian bawah komponen (permukaan yang paling stabil atau luas).
Paksaan ini akan menahan suatu komponen untuk 1 arah pergerakan linier (sumbu- z) dan 2 arah pergerakan rotasi (rotasi terhadap sumbu- x dan $-y$).

- 2-titik pada bagian samping yang panjang.
Paksaan ini akan menahan suatu komponen untuk 1 arah pergerakan linier (sumbu-y) dan 1 arah pergerakan roatsi (terhadap sumbu-z)
- 1-titik pada bagian samping yang pendek.
Paksaan ini akan menahan suatu komponen untuk 1 arah pergerakan linier (sumbu-x)

Perlu diingat bahwa paksaan untuk 3- dan 2-titik harus diposisikan sedemikian rupa sehingga bisa menjangkau area yang luas pada permukaan yang ditahannya agar mempunyai tingkat stabilitas yang baik. Pada kondisi riil, kontak titik tidaklah praktis karena akan menyebabkan tekan permukaan yang besar, sehingga pada kondisi riil, paksaan pada umumnya mempunyai bentuk sehingga bagian yang menyentuh permukaan berupa garis (bukannya titik).

Setiap sambungan yang terdeviasi dari konfigurasi paksaan kinematik akan menyebabkan beban tambahan terhadap komponen-komponen yang disambungannya, sehingga bisa menyebabkan deformasi pada skala mikro dan menyebabkan *error* geometri pada komponen-komponen tersebut. Namun demikian, pada kondisi tertentu, deviasi dari paksaan kinematik pada suatu komponen dengan lebih dari 6 titik (*over-constraint*) diperlukan untuk menambah tingkat kekakuan (*stiffness*) dari komponen tersebut (slocum 1992), contohnya adalah *pre-load bearing* dan *planetary gear*.

Gambar 10:

• Dinamika struktur dan vibrasi

Pada suatu pengukuran dengan tingkat akurasi yang sangat tinggi, efek vibrasi lingkungan sangat berpengaruh kepada hasil pengukuran walaupun besarnya vibrasi tersebut sangat kecil, seperti vibrasi yang berasal dari lantai (*ground vibration*). Bahkan, pada suatu laboratorium dengan kondisi terkontrolpun masih terdapat vibrasi yang dapat mengganggu suatu proses pengukuran dengan tingkat akurasi yang sangat tinggi (Barker et al 2016). Masalah vibrasi bukanlah hal yang mudah untuk diatasi, apalagi kalau vibrasi tersebut merupakan vibrasi dengan banyak arah (lebih dari dua derajat kebebasan) dan merupakan vibrasi multi-modal (Schmitz and Smith 2012). Vibrasi juga disebabkan

karena dinamika struktur suatu instrument pengukuran, yaitu yang disebabkan oleh percepatan (*acceleration*) dan perlambatan (*deceleration*) dari instrument tersebut.

Gambar 10 memperlihatkan suatu pengukuran vibrasi dengan menggunakan sensor *accelerometer* dan hasil bacaan pengukuran tersebut. Pada gambar 10a, sebuah pengukuran vibrasi dengan metode kontak menggunakan sebuah *accelerometer* diperlihatkan. Setiap pergerakan sekecil apapun akan dikonversi menjadi suatu arus listrik dengan kekuatan yang sangat kecil, sehingga sebuah *signal amplifier* dibutuhkan untuk dapat membaca data hasil dari pergerakan tersebut oleh sebuah *oscilloscope* (gambar 10b). Pada gambar 10c, analisis signal hasil pengukuran vibrasi tersebut dianalisis dalam domain frekuensi, sehingga komponen-komponen setiap signal dalam data getaran tersebut dapat dianalisis. Tipe analisis tersebut berguna untuk menginvestigasi dari mana sumber getaran yang terjadi tersebut. ada beberapa metode lain yang digunakan untuk mengukur suatu vibrasi atau getaran, seperti *inductance* sensor dan vibrometer laser (Schmitz and Smith 2012).

- **Material**

Jenis material yang digunakan sebagai struktur sebuah instrumen pengukuran sangatlah mempengaruhi tingkat akurasi instrumen pengukuran tersebut. Jenis material yang dipilih harus dapat menahan beban dari struktur instrument tersebut dan beban dari benda-benda yang akan diukurnya. Apabila material yang digunakan tidak cukup kuat, maka akan terdapat deformasi elastik, dan bahkan, deformasi plastik ketika suatu benda diletakkan pada meja suatu instrumen pengukuran. Sehingga, deformasi tersebut akan menyebabkan error (pada umumnya *error sine* dan *cosine*) pada instrumen tersebut dan mengurangi tingkat akurasi dari hasil pengukurannya.

- **Ekspansi termal**

Setiap pengukuran dimensi sebuah benda yang dilakukan pada suhu selain suhu standar yaitu pada 20 °C, maka hasil pengukuran tersebut harus dikoreksi terhadap suhu standar tersebut sesuai dengan koefisien ekspansi termal material benda yang diukur tersebut (Leach 2010, Mekid 2009). Setiap material, apabila berada pada temperatur > 20 °C, material tersebut akan terekspansi. Sedangkan, setiap material, apabila berada pada temperatur < 20 °C, material tersebut akan mengecil.

Ekspansi material langsung dipengaruhi oleh jenis material yang digunakan. Idealnya, material yang digunakan untuk merekonstruksi suatu instrumen pengukuran adalah material yang mempunyai koefisien ekspansi termal nol. Material Zerodour mempunyai koefisien ekspansi termal yang paling dekat dengan nol, namun material ini mempunyai harga yang sangat mahal, sehingga tidak cocok digunakan untuk instrumen-instrumen komersial karena harga jual instrumennya akan sangat tinggi. Material yang paling sering digunakan untuk merekonstruksi instrumen-instrumen pengukuran adalah: Invar ($\alpha = \text{koefisien ekspansi termal}/\mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1} = 0.8 / ^\circ\text{C}$), 440C stainless steel ($\alpha = 10.2 / ^\circ\text{C}$) dan Aluminium alloy cast 201 ($\alpha = 19.3 / ^\circ\text{C}$). Salah satu cara untuk mengurangi efek ekspansi termal adalah dengan menggunakan konsep **bi-material**, dimana dua jenis material yang berbeda didempatkan satu sama lain untuk saling mengkompensasi termal ekspansi yang terjadi pada material tersebut.

- **Deformasi struktur dan kompresi elastik**

Setiap benda pejal yang diberikan beban akan mengalami kompresi, walaupun beban yang diberikan sangat kecil. Sehingga, setiap instrumen pengukuran akan mengalami kompresi yang termanifestasi dalam bentuk deformasi elastik, dalam skala mikro atau nano. Kompresi tersebut berasal dari struktur instrumen itu sendiri, walaupun belum ada beban dari sebuah benda yang akan diukur. Deformasi yang kecil tersebut akan menyebabkan suatu *error* geometri pada instrumen tersebut.

Maka dari itu, setiap deformasi struktur yang terdapat pada setiap instrumen pengukuran harus sudah diestimasi sehingga *error* geometri yang dihasilkan akan dapat dikoreksi untuk mendapatkan suatu hasil pengukuran yang sangat akurat. Metode yang paling umum untuk mengestimasi deformasi tersebut adalah dengan menggunakan simulasi elemen hingga. Gambar 11 memperlihatkan contoh dari analisis elemen hingga untuk mengetahui besarnya deformasi elastik pada suatu struktur instrumen pengukuran.

Gambar 11: Simulasi berbasis elemen hingga untuk mengetahui besarnya deformasi statik sebuah struktur instrumen pengukuran.

- **Simetri**

Desain struktur simetri mempunyai keuntungan yang bisa mengurangi *error* geometri suatu instrumen pengukuran. Keuntungan desain simetri adalah seperti distribusi beban yang merata. Selain itu, dengan menggunakan metode desain simetri, pusat termal dan pusat rotasi suatu struktur dapat dibuat berhimpit, sehingga apabila terjadi ekspansi termal, maka *error* geometri yang muncul dapat diminimalisasi atau dihilangkan. Sebagai contoh seperti yang diperlihatkan pada gambar 12. Pada gambar 12, desain yang diperlihatkan memiliki simetrisitas sehingga pusat termal dan pusat rotasi berhimpit satu sama lain, sehingga apabila terjadi ekspansi termal, maka *error* geometri yang menyebabkan perpindahan pada bidang XY dapat diminimalisasi atau dihilangkan.

Gambar 12: Keuntungan desain simetri sehingga pusat termal dan pusat rotasi berhimpit pada titik yang sama.

- **Siklus gaya (*force loop*)**

Struktur suatu instrumen pengukuran mempunyai tiga jenis siklus gaya (*force loop*), yaitu siklus struktur (*structural loop*), siklus pengukuran (*metrology loop*) dan siklus termal (*thermal loop*). Ketiga siklus tersebut bisa sama satu dengan lainnya atau pun berbeda (Leach 2010). Kondisi idealnya, desain suatu instrumen yang diinginkan adalah siklus pengukuran terpisah dengan siklus struktur dan siklus termal. Karena, apabila siklus struktur dan termal terpisah dari siklus metrologinya, maka efek-efek *error* geometri, seperti deformasi statik, dan efek-efek ekspansi termal terhadap keakuratan proses pengukuran akan dapat diminimalisasi.

Siklus struktur adalah sebuah siklus (*path*) gaya yang melewati susunan dari komponen-komponen mekanik yang menentukan posisi relatif antara dua objek, misalnya antara sebuah *stylus* dengan sebuah benda yang diukur. Siklus termal adalah sebuah siklus yang melewati susunan dari komponen-komponen mekanik yang menentukan posisi relatif antara dua objek yang terpengaruhi oleh perubahan temperatur. Siklus metrology adalah siklus yang melewati komponen-komponen mekanik yang merupakan referensi untuk membaca suatu perpindahan (siklus yang melewati semua elemen antara sebuah sensor dan benda kerja yang mempengaruhi proses pengukuran). Dalam kondisi riilnya, siklus metrology adalah siklus yang melewati *encoder*, baik linear maupun rotasi, yang memnaca perbindahan suatu aksis yang bergerak. Gambar 13 memperlihatkan suatu desain yang mempunyai siklus metrology dan siklus struktur yang terbisah, sehingga apabila ada deformasi statik pada struktur tersebut karena beban dari suatu benda kerja yang diukur, maka deformasi tersebut tidak akan mempengaruhi pengukuran dengan instrumen tersebut. tetapi, desain tersebut masih mempunyai siklus termal yang berhimpit dengan siklus struktur dan metrologi, sehingga setiap ekspansi termal akan mempengaruhi proses pengukuran dengan instrumen tersebut.

Gambar 13: Jenis-jenis siklus gaya (*force loop*) pada struktur instrumen pengukuran: siklus struktur, siklus pengukuran dan siklus termal.

4.4.9 Error pengontrolan instrumen pengukuran

Suatu instrumen pengukuran yang mempunyai tingkat akurasi tinggi pasti menggunakan teknik kompensasi *error*. Teknik kompensasi *error* terdiri dari dua macam: *off-line* dan *on-line*. Sistem kompensasi *error* dengan metode *off-line* dilakukan dengan cara mengkuantifikasi *error* sistematis (*systematic error*) suatu instrumen dengan proses kalibrasi dengan nilai ketidakpastian tertentu. Metode ini umum digunakan untuk meningkatkan nilai akurasi suatu instrumen dengan mengkompensasi, misalnya *error* geometri instrumen tersebut.

Namun demikian, dengan kompensasi *error* secara *off-line*, hanya *error* sistematis yang dapat dikompensasi dan dikoreksi, sedangkan *error* acak (*random error*) tidak dapat dikompensasi dengan metode *off-line*. *Error* acak hanya

dapat dikompensasi dengan menggunakan metode kontrol *real-time* dan *close-loop*. Metode kontrol *real-time* adalah suatu metode kontrol posisi yang membaca posisi komponen (dalam hal ini wahana pergerakan/*motion stage*) pada saat itu dan memberikan informasi balik ke kontroler untuk segera mengkoreksi posisi komponen tersebut agar sesuai dengan posisi yang diinginkan. Hal ini adalah proses yang tidak mudah. Untuk kontrol posisi dengan akurasi mikro atau lebih kecil, dinamika dari instrumen, karena percepatan dan perlambatan, membuat proses kontrol tersebut sangat sulit sehingga, pada kondisi akhir, posisi komponen yang bergerak masih berbeda dari posisi yang diinginkan, walaupun hanya dalam besaran yang sangat kecil, misalnya sub-mikrometer. Hal ini merupakan salah satu kontributor pada total *error* suatu proses pengukuran.

4.4.10 Error non-teknis

Error non-teknis adalah *error* yang disebabkan kesalahan operator atau orang yang melakukan suatu pengukuran dengan suatu instrumen tertentu. Jenis *error* non-teknis yang paling sering terjadi adalah *error* pembacaan dan *error* paralaks. Maka dari itu, pelatihan yang baik dan proses suatu pengukuran harus diterapkan oleh orang yang melakukan pengukuran tersebut.

Error pembacaan adalah *error* yang terjadi karena operator atau seseorang salah membaca hasil pengukuran dari suatu instrumen, misalnya kesalahan pembacaan skala jangka sorong atau mikrometer. Untuk mengurangi hal ini, skala pembacaan berbasis digital digunakan pada instrumen-instrumen pengukuran.

Error paralaks adalah *error* yang terjadi karena penglihatan tidak tegak lurus terhadap skala pembacaan suatu instrumen pengukuran, dengan kata lain, seseorang membaca skala pengukuran dari sudut tertentu. Hal ini paling sering terjadi pada instrumen yang skala pembacaannya berupa garis-garis skala, seperti penggaris, jangka sorong dan mikrometer. Selain itu, *error* paralaks juga dapat disebabkan karena seseorang atau operator yang membaca suatu skala pengukuran memakai kacamata sehingga terjadi paralaks terhadap hasil bacaan skala pengukuran tersebut.

4.5 Jenis-jenis alat ukur dimensi dan geometri

Pada bagian ini, berbagai macam instrumen pengukuran dimensi dan geometri yang selalu atau paling umum ditemukan di industri-industri dibahas. Bukan hanya berbagai macam instrumen pengukuran, tetapi juga beberapa perlengkapan pembantu untuk mendukung fungsi dari suatu instrumen pengukuran akan dibahas.

4.5.1 Standar *End* dan standar *line*

Pengukuran dimensi dan geometri bermula dengan standar *end* dan standar *line*. Pentingnya standar untuk pengukuran dimensi dan geometri (dan untuk pengukuran tekstur permukaan) adalah:

- Sebagai nilai referensi untuk mengkomparasi atau memverifikasi hasil suatu pengukuran, sehingga menghasilkan sebuah hasil pengukuran yang bermakna.
- Sebagai nilai satuan terdefinisi yang disepakati secara internasional.
- Sebagai referensi untuk keterlacakan ke definisi “meter” yang telah ditetapkan oleh GCWM pada tahun 1983 (lihat bab 1).

Gambar 14 memperlihatkan contoh riil dari standar *line* dan standar *end*. Pada gambar 14a, bentuk dari standar *line* adalah seperti penggaris yang digunakan sehari-hari. Akan tetapi, standar *line* mempunyai skala dengan tingkat akurasi yang sangat tinggi dan terbuat dari material yang sangat stabil dalam jangka waktu yang sangat lama. Sedangkan standar *end*, bentuk dari standar *end* adalah *gauge block* yang mempunyai berbagai macam panjang yang bisa dikombinasikan (*wringing*) untuk menghasilkan suatu panjang tertentu. Kedua standar tersebut terkalibrasi pada suatu kondisi pengukuran terkontrol dengan temperatur sekitar $(20 \pm 0.5) ^\circ\text{C}$ atau dengan variasi temperatur yang lebih kecil lagi.

Gambar 14: (a) Standar *line* dan (b) standar *end*. Kedua standar ini (dan berbagai macam standar lainnya untuk pengukuran dimensi dan geometri) dikalibrasi pada temperatur (20 ± 0.5) °C.

Standar *end*.

Standar *end* adalah suatu standar panjang yang menggunakan jarak antara dua permukaan datar yang saling paralel untuk mengukur suatu panjang, contohnya *gauge block* dan *slip gauge*. Standar end adalah standar yang sangat akurat dan sangat cocok untuk suatu pengukuran dengan tingkat toleransi yang sangat ketat. Kedua permukaan datar tersebut akan menjadi aus seiring dengan waktu penggunaan standar tersebut karena adanya gaya gesekan dengan permukaan suatu benda yang diukur.

Penggunaan standar end, misalnya *gauge block*, untuk mengukur suatu panjang membutuhkan waktu yang lama karena sebuah standar *end* hanya mengukur satu jenis dimensi pada satu waktu dan apabila dimensi yang akan diukur tidak tersedia oleh salah satu standar *end*, maka standar end tersebut harus dikombinasikan untuk dapat mengukur panjang yang diinginkan tersebut. proses kombinasi tersebut merupakan salah satu sumber *error* dan merupakan sumber ketidakpastian dari hasil pengukuran dengan menggunakan metode kombinasi tersebut.

Kelebihan standar *end* adalah standar tersebut memiliki datum yang terintegrasi, yaitu datum yang berasal dari kedua permukaan datar yang saling paralel tersebut. kemudian, standar ini tidak mempunyai *error* paralaks yang terdapat pada standar *line*. Akurasi dari standar *end* dapat mencapai tingkat sub-mikrometer, sehingga cocok digunakan untuk pengukuran panjang dengan tingkat toleransi yang sangat ketat.

Gambar 15: contoh dari set standar end berupa gauge block yang memiliki berbagai macam panjang yang dapat saling dikombinasikan untuk menghasilkan panjang yang lain.

Gambar 15 memperlihatkan contoh standar *end* berupa *gauge block* dalam suatu kesatuan set yang terdiri dari berbagai macam jenis satuan panjang. Pada kondisi riil di lantai produksi, para teknisi selalu menggunakan *gauge block* untuk mengukur panjang dan mengeset alat-alat permesinan agar mempunyai konfigurasi yang presisi sebelum suatu proses permesinan dimulai.

Proses manufaktur dan kalibrasi standar *end* berupa *gauge block* menggunakan suatu metode yang diajukan oleh AJC Brookes pada tahun 1920. Proses tersebut menggunakan sebuah standar master yang jauh lebih akurat dari *gauge block* yang akan dimanufaktur dan dikalibrasi sebagai referensi. Standar referensi tersebut adalah master *gauge block* dengan tingkat akurasi yang tinggi. Gambar 16 memperlihatkan proses manufaktur dan kalibrasi suatu *gauge block*. Pada gambar 16, sebuah *gauge block* dan sebuah master *gauge block* ditempatkan pada sebuah meja dengan permukaan yang sangat rata. Kemudian, posisi dari kedua *gauge block* tersebut dibalik dengan memutar meja tersebut sebesar 180° untuk memisahkan *error* yang berasal dari ketidakrataan meja tersebut. Proses pemisahan *error* tersebut menggunakan sebuah *spirit level* untuk mengukur suatu tingkat ketidakteraturan relatif.

Gambar 16: proses manufaktur dan kalibrasi *gauge block* dengan metode Brook. Adalah *error* ketidak rataan yang berasal dari meja dan *gauge block* yang diproduksi sehingga harus dipisahkan antara *error* dari meja atau *error* dari *gauge block* yang diproduksi

Selain dapat dikombinasikan antar-*gauge block*, *gauge block* tersebut dapat dikombinasikan dengan berbagai macam instrumen pengukuran dasar lainnya, seperti *sine gauge* untuk menghasilkan suatu sudut yang presisi. Gambar 17 memperlihatkan contoh dari kombinasi *gauge block* dengan *sine bar* untuk menghasilkan suatu derajat kemiringan yang sangat presisi. Pada gambar 17, *sine bar* tersebut memiliki jarak terkalibrasi l pusat-ke-pusat dari kedua kakinya yang berbentuk silinder. Jarak pusat-ke-pusat tersebut merupakan jarak yang terkalibrasi dengan nilai ketidakpastian yang sangat kecil. *Sine bar* tersebut juga terbuat dari material yang sangat stabil, terutama terhadap variasi temperatur, seperti material yang digunakan untuk membuat *gauge block*. Material tersebut misalnya adalah *hardened steel*.

Untuk mendapatkan sudut kemiringan θ yang presisi, salah satu kaki *sine bar* tersebut disisipkan satu atau beberapa *gauge block* dengan panjang (dalam hal ini ketinggian) tertentu sesuai dengan seberapa besar derajat kemiringan yang diinginkan. Sehingga, kemiringan θ yang dihasilkan dari kombinasi *sine bar* dan *gauge block* tersebut dapat dikalkulasi sebagai arcsin dari jarak pusat-ke-pusat l kedua kaki *sine gauge* tersebut dan ketinggian h dari kombinasi *gauge block* tersebut.

Gambar 17: kombinasi *sine bar* dan *gauge block* untuk menghasilkan suatu derajat kemiringan yang sangat presisi.

Standar *line*.

Standar *line* adalah suatu standar panjang yang menggunakan jarak antara dua garis untuk mengukur suatu panjang, contohnya adalah penggaris. Gambar 18 memperlihatkan contoh dari standar *line*. Seperti yang terlihat pada gambar 18, standar *line* adalah sangat mirip dengan penggaris yang kita gunakan sehari-hari. Yang berbeda adalah, standar *line* mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang jauh lebih tinggi dari penggaris biasa dan terbuat dari material yang sangat stabil pada lingkungan dengan temperatur yang sangat bervariasi.

Gambar 18: Contoh dari standar *line*.

Dibandingkan dengan standar *end*, standar *line* mempunyai tingkat akurasi yang lebih rendah karena garis skala pada standar *line* mempunyai ketebalan yang menyebabkan sulit untuk menentukan dimana letak pembacaan skala yang sebenarnya. Selain itu, kelemahan dari standar *line* adalah skala garis pada standar *line* dapat rusak atau aus sehingga dapat menyebabkan susuhnya pembacaan suatu pengukuran, tidak mempunyai datum internal sehingga pengepasan antara aksis pengukuran dan garis skala lebih sulit dilakukan, skala pada standar *line* mempunyai efek *error* paralaks dan lensa pembesar diperlukan untuk meningkatkan tingkat akurasi pengukuran. Namun demikian, standar *line* mempunyai kelebihan-kelebihan yaitu pengukuran dengan standar *line* lebih cepat dari pada pengukuran dengan standar *end* dan pengukuran dengan sebuah standar *line* dapat mencakupi berbagai macam panjang tanpa diperlukan kombinasi standar seperti pada standar *end*.

Perbandingan antara standar *end* dan standar *line* diperlihatkan pada tabel 1. Pada tabel 1, kelebihan dan kelemahan dari standar *end* dan standar *line* dijabarkan dengan lebih jelas dalam bentuk perbandingan *head-to-head*.

Tabel 1: Perbandingan antara standar *line* dan standar *end*.

Karakteristik	Standar <i>line</i>	Standar <i>end</i>
Prinsip pengukuran	Jarak antara dua garis skala	Jarak antara dua permukaan datar yang saling paralel
Akurasi pengukuran	$\pm 0.2 \text{ mm}$ (dibutuhkan sebuah kaca pembesar atau mikroskop untuk melihat skala garis sehingga mempunyai tingkat akurasi yang lebih tinggi)	$\pm 0.0005 \text{ mm}$
Kemudahan penggunaan dan waktu pengukuran	Pengukuran dapat dilakukan dengan mudah dan cepat	Pengukuran membutuhkan operator yang terlatih dan membutuhkan waktu yang lebih lama (misalnya harus mengkombinasikan beberapa <i>gauge block</i>)
Tingkat keausan	Keausan dapat muncul pada garis skala (yang menyebabkan <i>under-sizing</i>)	Dua permukaan datar dari permukaan standar akan aus karena gesekan dengan suatu permukaan benda yang diukur
Pengepasan (<i>alignment</i>)	Tidak mempunyai datum internal, susah untuk mengepaskan dengan aksis pengukuran	Mempunyai datum internal yaitu dua permukaan datar yang saling paralel
Manufaktur	Proses manufakturnya mudah	Proses manufakturnya jauh lebih rumit karena harus melalui berbagai macam proses untuk mendapatkan permukaan datar yang sangat akurat
Biaya	Biaya rendah	Biaya tinggi
Efek paralaks	ya	tidak
<i>Wringing</i>	Tidak ada	Standar <i>end</i> dapat dikombinasikan (<i>wrung</i>) untuk mendapatkan satu panjang yang diinginkan
Contoh	Penggaris, yard, meteran	<i>Gauge block</i> , <i>slip gauge</i> , <i>end bar</i> , jangka sorong (<i>vernier caliper</i>), mikrometer

4.5.2 Standar 2D

Sesuai dengan namanya, standar 2D adalah standar yang digunakan untuk mengukur dimensi dan geometri dalam 2D. Pada umumnya, standar 2D digunakan untuk mengukur *straightness* dari suatu permukaan. Alat standar 2D yang paling umum digunakan adalah *straight edge*. Gambar 19 memperlihatkan contoh dari *straight edge*. *straight edge* mempunyai bentuk seperti *gauge block*, namun memiliki panjang yang lebih besar. Kedua sisi *straight edge* yang paling luas mempunyai tingkat kedataran (*straightness*) yang sangat akurat. Seperti *gauge block*, *straight edge* terbuat dari material yang sangat stabil pada kondisi temperatur yang bervariasi. *straight edge* dibagi menjadi empat tingkatan: tingkat 00, 0, 1 dan 2. Tabel 2 memperlihatkan jenis-jenis tingkatan tersebut berikut dengan nilai toleransi *straightness*-nya. Pada tabel 2, *straight edge* tingkat 00 mempunyai tingkat akurasi yang paling tinggi, yaitu sebesar $1 + \left(\frac{L}{150}\right) \mu\text{m}$, dimana L dalam mm .

Gambar 19: Contoh dari standar 2D: *straight edge*.Tabel 2: Spesifikasi dari *straight edge*. L adalah panjang *straight edge* dalam mm.

	Tingkat 00	Tingkat 0	Tingkat 1	Tingkat 2
Toleransi flatness/ μm	$1 + (L/150)$	$2 + (L/100)$	$4 + (L/60)$	$8 + (L/40)$
Toleransi parallelism/ μm	$2[1 + (L/150)]$	$2[2 + (L/100)]$	$2[4 + (L/60)]$	$2[8 + (L/40)]$

4.5.3 Alat bantu pengukuran dimensi

- **Permukaan datar (*surface plate*)**

Permukaan datar digunakan untuk dijadikan sebagai referensi utama untuk suatu pengukuran dimensi dan geometri. Permukaan datar selalu dimiliki oleh instrumen-instrumen pengukuran dimensi dan geometri dengan akurasi tinggi, seperti CMM. Gambar 20 memperlihatkan contoh dari permukaan datar. Permukaan datar tersebut memiliki empat kaki dimana tiga dari empat kaki tersebut dapat diatur ketinggiannya.

Permukaan datar tersebut pada umumnya terbuat dari besi tuang (*cast iron*) atau granit (sejenis keramik). Permukaan datar yang terbuat dari besi tuang memiliki biaya atau harga yang lebih murah daripada permukaan datar yang terbuat dari granit. Namun demikian, tingkat akurasi dari permukaan datar yang terbuat dari besi tuang tidak sebaik dengan tingkat akurasi dari permukaan datar yang terbuat dari granit. Selain itu, permukaan datar dari besi tuang memiliki tingkat stabilitas terhadap variasi dari kondisi lingkungan yang lebih rendah dari tingkat stabilitas permukaan datar yang terbuat dari granit. Table 3 memperlihatkan spesifikasi permukaan datar dari besi tuang dan tabel 4 memperlihatkan spesifikasi permukaan datar dari Granit.

Tabel 3: Spesifikasi permukaan datar yang terbuat dari besi tuang (*cast iron*).

Size/mm	Error flatness/ μm			Massa/Kg
	Tingkat 0	Tingkat 1	Tingkat 2	
300 × 300	4	7	15	21
400 × 400	4.5	9	17	50
450 × 300	4	8	16	39
450 × 450	4.5	9	18	62
600 × 450	5	10	20	79
630 × 400	5	10	20	96
600 × 600	5	10	20	128
630 × 630	5	10	21	156
900 × 600	6	12	23	204
1500 × 1200	8	16	33	986

Gambar 20: Permukaan datar (*surface plate*) yang umum ditemukan di lantai produksi dan laboratorium pengukuran.

Tabel 4: Spesifikasi permukaan datar yang terbuat dari Granit.

Size/mm	Error flatness/ μm			Massa/Kg
	Tingkat 00	Tingkat 0	Tingkat 1	
300 × 300 × 100	2	3	5	27
450 × 300 × 100	2	3	6	40
750 × 500 × 130	3	5	9	146
1500 × 1000 × 200	4	8	16	900
3000 × 2000 × 500	7	14	27	900

• Balok-V (*V-block*)

Balok-V digunakan untuk memegang atau menahan sebuah benda berbentuk silinder secara kinematik. Balok-V merupakan salah satu alat bantu wajib untuk suatu pengukuran dimensi dan geometri di lantai produksi. Dengan menggunakan balok-V untuk memegang atau menahan sebuah benda yang berbentuk silinder, maka kontak antara balok-V dan permukaan silinder tersebut akan berupa dua buah garis. Sehingga, balok-V ini dapat menahan sebuah benda berbentuk silinder secara kinematik dan silinder tersebut hanya mempunyai dua derajat kebebasan dalam pergerakannya (empat derajat kebebasan dapat ditahan), yaitu rotasi terhadap sumbu silinder tersebut dan pergerakan linier searah sumbu silinder tersebut. Dengan menahan sebuah silinder secara kinematik, maka beban berlebih yang disebabkan karena *over-constraint* tidak dirasakan oleh silinder tersebut.

Gambar 21 memperlihatkan balok-V dan sebuah silinder yang ditahan oleh balok-V tersebut. pada gambar 21, balok-V mempunyai alur berbentuk huruf “V”, dimana alur “V” tersebut mempunyai sudut 90 °. Apabila sebuah silinder

diletakkan pada balok-V tersebut, maka silinder tersebut mempunyai kontak dengan balok-V tersebut berupa garis disebelah sisi kanan dan kirinya. Dengan demikian, tekanan permukaan pada permukaan silinder tersebut dapat dkecilkan (dibandingkan apabila menggunakan metode kontak titik, dimana dengan metode kontak titik, tekanan permukaan yang dialami oleh silinder tersebut akan sangat besar dan dapat menyebabkan kerusakan pada permukaan silinder tersebut).

Gambar 21: Balok-V dan sebuah silinder yang ditahan dengan balok-V tersebut.

- ***Sine bar dan angle gauge.***

Sine bar merupakan alat bantu dan ukur sudut yang sangat penting pada rantai produksi, terutama dengan mesin-mesin perkakas. *Sine bar*, yang dikombinasikan dengan *gauge block*, dapat memberikan dan mengukur suatu sudut kemiringan secara akurat. Tabel 5 memperlihatkan bagaimana kombinasi *sine bar* dan *gauge block* (*slig gauge*) dapat memberikan suatu sudut kemiringan dengan tingkat *error* yang sangat kecil (lihat gambar 17).

Tabel 5: Error sudut yang didapatkan dengan menggunakan *sine bar* dan *slip* atau *gauge block*.

Sudut yang diinginkan/°	Panjang <i>sine bar</i> /mm	Tinggi <i>slip</i> atau <i>gauge block</i>	Sudut aktual	<i>error</i> /°
30	100	50	30	
		50.1	30.066	0.066
45	100	70.71	45	
		70.81	45.08	0.08
60	100	86.6	60	
		86.7	60.112	0.112

Selain *sine bar*, *angle gauge* juga merupakan alat ukur (dan bantu) untuk mendapatkan suatu sudut tertentu. Seperti *gauge block*, *angle gauge* terdiri dari berbagai macam plat dengan berbagai kemiringan sudut terkalibrasi. *Angle gauge* dapat saling dikombinasikan untuk mendapatkan suatu sudut kemiringan tertentu. Gambar 22 memperlihatkan dua buah *angle gauge* yang saling dikombinasikan untuk mendapatkan dua jenis sudut yang berbeda. Pada gambar 22, setiap kombinasi dapat dikonfigurasi untuk saling menambahkan atau saling mengurangi sudut dari kedua *angle gauge* tersebut.

Gambar 22: Contoh kombinasi dari dua buah *angle gauge*.

4.5.4 Jangka sorong (*vernier caliper*)

Awal mula ditemukannya jangka sorong adalah dimulai dari ditemukannya sebuah sistem skala yang mempunyai kemampuan untuk mengamplifikasi tingkat resolusi suatu skala. Sistem skala tersebut ditemukan oleh seorang matematikawan Prancis yang bernama Pierre Vernier pada tahun 1631, sehingga sistem skala tersebut dinamakan skala Vernier. Kemudian, dalam jangka waktu dua abad dari ditemukannya skala Vernier, seorang perekayasa dari Amerika yang bernama Joseph Brown menemukan jangka sorong (*Vernier Calliper*).

Gambar 23: Sebuah jangka sorong dengan dua jenis skala: skala *mm* (skala utama) dan skala sub-*mm* (skala vernier).

Jangka sorong mempunyai dua jenis skala, yaitu skala dengan resolusi 1 *mm* (skala *mm*) dan skala dengan resolusi sub-*mm* (skala Vernier). Resolusi dari skala Vernier sebuah jangka sorong pada umumnya adalah 0.05 *mm* (50 μm) dan skala Vernier tersebut dapat mencapai 0.01 *mm* (10 μm). Jangka sorong memiliki dua buah sisi datar yang saling paralel satu dengan lainnya, sehingga jangka sorong termasuk jenis alat ukur standar *end*.

Gambar 23 memperlihatkan sebuah jangka sorong. Pada gambar 23, bagian utama dan sekaligus sebagai rangka utama jangka sorong tersebut adalah sebuah metal yang berbentuk “L”. terdapat dua jenis *jaw*, jenis pertama adalah *jaw* yang tetap dan jenis kedua adalah *jaw* yang bergerak. *Jaw* yang bergerak juga membawa skala Vernier yang dapat digeser sepanjang skala *mm* (skala utama). Pada gambar 23 juga terlihat sebuah baut pengencang (*clamping screw*) yang berfungsi untuk menahan *jaw* yang bergerak agar memudahkan untuk pembacaan skala pengukuran Vernier tersebut.

Banyak variasi dari jangka sorong yang terdapat di industri, seperti jangka sorong dengan skala pembacaan digital dan jangka sorong dengan skala pembacaan berupa *dial gauge*. Jangka sorong dengan skala pembacaan digital sudah umum ditemui di industri-industri karena jangka sorong jenis ini sangat mudah untuk digunakan. Dengan skala pembacaan digital, seorang operator sangat mudah untuk langsung mengetahui hasil suatu pengukuran. Jangka sorong dengan *dial gauge* mempunyai resolusi yang tinggi, namun memiliki resiko kerusakan yang lebih besar karena sistem *dial gauge* yang lebih kompleks.

4.5.5 Mikrometer

Mikrometer adalah suatu alat pengukuran panjang berbasis metode sekrup. Mikrometer pertama kali ditemukan oleh William Gascoigne pada abad ke-17 di daerah Yorkshire, Inggris. Pada saat itu, William menggunakan mikrometer temuannya untuk alat bantu pengukuran sudut antar-bintang yang dilihat dengan sebuah teleskop. Namun demikian, komersialisasi mikrometer baru terjadi lebih dari seabad setelahnya, yaitu pada tahun 1867, yang dilakukan oleh perusahaan Browne and Sharpe.

Gambar 24: Sebuah mikrometer dengan dua jenis skala: mm dan μm .

Mikrometer mempunyai resolusi yang lebih baik dari jangka sorong. Pada umumnya, mikrometer memiliki resolusi 2 – 10 μm . Resolusi yang lebih tinggi dari pada resolusi jangka sorong didapatkan dari mekanisme sekrup. Mikrometer mempunyai dua permukaan datar yang saling paralel pada bagian pemegang suatu benda yang diukur, sehingga mikrometer juga dikelompokkan sebagai standar *end*.

Gambar 24 memperlihatkan contoh sebuah mikrometer. Pada gambar 24, terlihat bahwa suatu benda yang akan diukur dipegang atau dijepit oleh dua buah silinder yang mempunyai permukaan datar dan saling paralel. Ada dua jenis skala pada mikrometer, yaitu skala utama yang mempunyai resolusi 1 mm dan skala mikro yang mempunyai resolusi 2-10 μm . Rangka utama dari mikrometer berbentuk huruf “C”. Salah satu silinder pemegang suatu benda yang ingin diukur mempunyai posisi tetap dan satu silinder lainnya dapat bergeser dengan memutar sekrup pada pegangan mikrometer tersebut. Salah satu hal penting yang harus diingat ketika seseorang menggunakan mikrometer adalah sekrup mikrometer tersebut harus diputar sampai kedua permukaan datar untuk memegang suatu benda yang diukur menyentuh benda yang diukur dan sampai terdengar 2-3 kali bunyi “klik”.

Seperti halnya jangka sorong, mikrometer juga mempunyai banyak jenis. Jenis-jenis mikrometer dapat dibedakan dari bentuk dua permukaan yang berfungsi untuk memegang suatu benda yang ingin diukur dan jenis dari skala pembacaan (berupa alur garis, digital atau *dial gauge*).

4.5.6 Perbedaan fundamental antara jangka sorong (*vernier caliper*) dan mikrometer

Jangka sorong dan mikrometer merupakan dua alat yang selalu ditemukan di lantai produksi dan di laboratorium untuk pengukuran suatu panjang dengan tingkat akurasi yang tinggi, yaitu pada tingkat akurasi sub- mm sampai μm . mikrometer mempunyai tingkat akurasi yang lebih tinggi dibandingkan dengan jangka sorong. Tingkat akurasi mikrometer yang lebih tinggi dari jangka sorong bukan hanya disebabkan karena resolusi mikrometer lebih tinggi dari jangka sorong, tetapi juga disebabkan oleh perbedaan fundamental antara mikrometer dan jangka sorong.

Perbedaan fundamental antara mikrometer dan jangka sorong adalah, konfigurasi mikrometer mempunyai sumbu pengukuran dan sumbu skala pembacaan yang saling berhimpit, sehingga tidak menimbulkan *error Abbe*. Lain halnya dengan jangka sorong, pada konfigurasi jangka sorong, sumbu pengukuran dan sumbu skala pembacaan tidak berhimpit satu sama lain, melainkan memiliki offset atau jarak tertentu. Dengan tidak berhimpitnya antara sumbu

pengukuran dan sumbu skala pembacaan, maka terdapat *error Abbe* pada jangka sorong. Karena konfigurasi mikrometer yang meminimalisasi (atau idealnya menghilangkan) *error Abbe*, mikrometer menghasilkan pengukuran panjang yang lebih akurat dibandingkan dengan jangka sorong.

Gambar 25 memperlihatkan dengan jelas mengenai perbedaan mendasar antara mikrometer dan jangka sorong. Pada gambar 25, terlihat bahwa

Gambar 25: Perbedaan fundamental dari mikrometer dan jangka sorong. Pada jangka sorong, terdapat *offset Abbe* yang menyebabkan *error Abbe* karena sumbu pengukuran tidak berhimpit dengan sumbu skala pembacaan.

4.5.7 Komparator

Komparator adalah sebuah instrumen yang digunakan untuk melakukan pengukuran relatif. Pengukuran relatif berlawanan dengan pengukuran langsung. Hasil pengukuran dengan komparator (pengukuran relatif) tidak memberikan hasil seberapa besar panjang atau properti suatu fitur yang diukur, melainkan memberikan informasi seberapa jauh deviasi suatu benda yang diukur tersebut dari suatu nilai referensinya. Dengan kata lain, komparator adalah suatu instrumen untuk membandingkan suatu kuantitas yang tidak diketahui dengan suatu kuantitas yang diketahui (pada umumnya berupa standar atau nilai kalibrasi). Gambar 26 memperlihatkan perbedaan antara suatu pengukuran langsung (absolut) dan pengukuran relatif (komparasi). Pada gambar 26, pada pengukuran langsung, hasil pengukuran yang didapatkan adalah besarnya nilai suatu fitur atau benda yang diukur. Sedangkan, pada pengukuran relatif, hasil pengukuran yang didapatkan adalah besarnya perbedaan atau deviasi dari suatu nilai referensi.

Ada berbagai macam komparator yang sering ditemui di lantai produksi. Klasifikasi dari komparator dapat dibagi berdasarkan sistem mekanikal, mekanikal-optikal, elektrik dan elektronik, pneumatic dan tipe lainnya (seperti komparator berbasis proyektor). Jenis-jenis dari komparator yang akan dibahas pada bagian ini adalah *dial gauge*, proyektor optik, *linear variable differential transformer* (LVDT), komparator panjang dan komparator 3D. Sifat-sifat penting yang harus dimiliki oleh komparator adalah mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang tinggi (karena pengukuran relatif dengan komparator harus mempunyai akurasi dan presisi yang lebih tinggi dari pada pengukuran langsung), mempunyai skala pembacaan yang linier, memiliki skala pembacaan dengan jangkauan yang lebar, mempunyai tingkat amplifikasi yang tinggi sehingga memudahkan pembacaan perubahan skala pengukuran yang sangat kecil, mempunyai resolusi yang tinggi dan mempunyai fleksibilitas dalam artian mempunyai jangkauan pengukuran yang bisa dipilih.

Gambar 26: Perbedaan antara pengukuran langsung (absolut) dan pengukuran relatif (komparasi).

- **Dial gauge.**

Dial gauge merupakan jenis komparator yang paling sederhana dan paling banyak digunakan dilantai produksi. Walaupun *dial gauge* merupakan instrumen yang sederhana, *dial gauge* mempunyai performansi yang sangat baik untuk pengukuran relatif dengan tingkat akurasi dan presisi yang tinggi. *Dial gauge* terdiri dari sebuah komponen dengan skala pembacaan melingkar, komponen untuk kontak dengan permukaan suatu benda dan skala pembacaan yang membaca perpindahan linier dari komponen kontak tersebut. *Dial gauge* sering digunakan untuk memverifikasi toleransi geometrik, seperti *flatness*, *perpendicularity*, *orientation*, *location* dan *run out*.

Gambar 27 memperlihatkan contoh dari *dial gauge*. Pada gambar 27, diperlihatkan beberapa jenis *dial gauge*, yaitu *dial gauge* dengan skala pembacaan digital dan skala pembacaan mekanikal. Selain itu, gambar 27 memperlihatkan berbagai macam jenis komponen kontak pada *dial gauge* yang menyentuh permukaan suatu benda yang akan diukur. *Dial gauge* adalah instrumen dengan tingkat resolusi dan presisi yang tinggi, namun demikian instrumen tersebut sangat sensitif terhadap benturan yang diterimanya. Bentuk benturan dari luar yang dirasakan oleh *dial gauge* akan mengganggu sistem *dial* yang kompleks sehingga akan mengurangi tingkat akurasi *dial gauge*.

Gambar 27: Indikator dial dengan berbagai macam kontaknya.

• Proyektor optik.

Proyektor optik merupakan suatu instrumen yang digunakan untuk menginspeksi sebuah *cutting tool*, sehingga instrumen tersebut masih sering ditemui di dalam ruang *tool*. Proyektor optik terdiri dari tiga komponen utama, yaitu proyektor (terdiri dari lampu, lensa, lensa proyeksi dan telesentrik), meja kerja untuk menempatkan benda atau tool yang ingin diukur dan layar transparan untuk komparasi benda yang diukur dengan suatu nilai toleransi. Proyektor optik bekerja dengan memproyeksikan gambar 2D yang diperbesar dari suatu benda atau tool yang diukur ke sebuah layar transparan untuk melakukan suatu pengukuran. Proyektor optik juga dapat digunakan untuk melakukan pengukuran langsung (pengukuran absolut), seperti panjang dan diameter.

Gambar 28: Skema dan contoh dari suatu proyeksi optik.

Gambar 28 memperlihatkan skema dan contoh dari suatu proyeksi optik. Pada gambar 28 (kiri), skema dari sebuah proyektor optik diperlihatkan. Skema tersebut terdiri dari lampu dan lensa yang bertujuan untuk menghasilkan sumber pencahayaan yang homogen (*collimated*), kemudian lensa proyeksi dan telesentrik yang diletakkan dibawah meja pengukuran yang transparan untuk memproyeksikan bayangan benda yang diukur ke layar, cermin yang memantulkan hasil proyeksi ke layar dan layar yang memperlihatkan hasil gambar 2D yang diperbesar dari suatu benda yang diukur untuk kemudian dilakukan komparasi atau pengukuran. Gambar 28 (kanan), diperlihatkan contoh riil dari sebuah proyektor optik yang sangat umum ditemukan di ruang *tool*.

Proyektor optik pada rantai produksi, pada umumnya digunakan untuk mengukur:

- Inspeksi *cutting tool*, sekrup dan roda gigi (*gear*).
- Pengukuran titik tanah suatu lingkaran pada suatu komponen.
- Pengukuran dan suetu fitur dengan bentuk yang kompleks, seperti fitur dengan bentuk involut atau *cycloidal*.
- Pengukuran tingkat keausan *cutting tool* dengan cara mengkomparasi antara gambar *cutting tool* yang diproyeksikan dengan gambar teknik *cutting tool* tersebut pada kondisi nominalnya, sehingga deviasi dari gambar teknik nominanya merupakan tingkat keausan dari *cutting tool* tersebut.

• *Linear variable differential transformer*.

Linear variable differential transformer (LVDT) diklasifikasikan ke dalam komparator elektrikal yang mempunyai kelebihan seperti konversi langsung dari perpindahan mekanikal ke dalam tegangan listrik secara proporsional (dalam suatu batasan tertentu), tidak dapat diberikan beban berlebih secara mekanikal, mempunyai tingkat sensitifitas yang tinggi, mempunyai sistem magnifikasi sinyal yang besar, tidak terlalu sensitif terhadap

perubahan temperatur, dapat digunakan kembali dan mempunyai tingkat ekonomi pengukuran yang baik (perbandingan antara fungsi dan harga LVDT).

LVDT bekerja dengan cara menghasilkan suatu tegangan listrik yang proporsional dengan perpindahan sebuah inti yang berbentuk silinder terhadap sepasang kumparan elektrik. LVDT mempunyai tingkat pembesaran sinyal tegangan listrik tersebut. LVDT sangat populer karena mudah untuk digunakan dan mempunyai resolusi perpindahan linier yang tinggi. Pada LVDT, ketika inti silinder dari LVDT tersebut bergerak dari posisi awalnya (posisi seimbang), tegangan, yang dihasilkan dari perubahan medan listrik pada kumparan LVDT tersebut, menghasilkan sinyal tegangan listrik yang berbeda dari tegangan awalnya. LVDT mengikuti prinsip induktansi.

Gambar 29: Kurva karakteristik dari sebuah LVDT dan contoh riil dari sebuah LVDT.

Gambar 29 memperlihatkan kurva karakteristik dan contoh riil dari sebuah LVDT. Pada kurva karakteristik LVDT, terlihat bahwa pergerakan inti silinder dari sebuah LVDT dibatasi dalam jangkaun jarak tertentu, yaitu zona linier, dimana sinyal tegangan listrik yang dihasilkan masih proporsional secara linier terhadap perpindahan dari inti silinder LVDT tersebut. Suatu LVDT harus digunakan hanya dalam zona liniernya. Gambar 29 kanan, diperlihatkan sebuah contoh LVDT yang inti silindernya dilindungi oleh sebuah lembaran metal (*casing*).

• Komparator panjang.

Komparator panjang merupakan komparator mekanikal-elektrikal. Komparator panjang mempunyai dua permukaan datar yang saling paralel untuk memegang suatu benda yang ingin diukur. Komparator panjang terdiri dari bagian yang tetap dan bagian yang bergerak untuk menyesuaikan panjang suatu benda yang diukur. Dengan kombinasi dengan suatu sistem elektronik, komparator panjang memiliki resolusi yang sangat tinggi yang dapat mencapai resolusi 10 nm . Selain pengukuran komparasi, komparator panjang dapat digunakan untuk melakukan pengukuran langsung (absolut). Selain resolusi yang tinggi, komparator panjang mempunyai tingkat presisi yang sangat tinggi karena tersusun dari suatu sistem mekanik yang mempunyai bentuk geometri yang sangat akurat. dengan tingginya tingkat akurasi dan resolusi dari sebuah komparator panjang, komparator tersebut sering juga digunakan untuk mengkalibrasi dan mengecek suatu *gauge block*.

Gambar 30 memperlihatkan sebuah komparator panjang. Pada gambar 30, komparator tersebut mempunyai dua wahana, yaitu wahana tetap dan wahana bergerak. Sebuah benda yang ingin diukur ditempatkan pada sebuah meja pengukuran dan benda tersebut dijepit oleh dua buah permukaan datar yang saling paralel. Komparator panjang dilengkapi dengan skala pembacaan dijital untuk memudahkan operator membaca hasil perpindahan dari wahana bergerak tersebut dengan tingkat resolusi mencapai 10 nm . Sebuah komparator panjang harus ditempatkan pada suatu ruangan yang terkontrol ($20 \pm 0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$, $RH\ 50\%$) karena resolusi dan tingkat akurasi dari sebuah komparator panjang.

Gambar 30: Komparator panjang yang dapat mencapai resolusi 0.01 μm .

- **Komparator 3D.**

Jenis komparator yang sudah dibahas sebelumnya merupakan komparator 1D dan 2D. Sedangkan, jenis komparator yang lain adalah komparator 3D. Dengan komparator 3D, pengukuran komparatif dapat dilakukan pada benda yang mempunyai geometri yang kompleks. Komparator 3D adalah instrumen yang mirip dengan CMM. Yang membedakan antara komparator 3D dan CMM adalah komparator 3D hanya melakukan pengukuran relatif suatu geometri benda dengan suatu geometri benda referensi.

Gambar 31: Contoh dari sebuah komparator 3D yang diproduksi oleh Renishaw (www.renishaw.com).

Gambar 31 memperlihatkan contoh dari komparator 3D yang diproduksi oleh Renishaw. Komparator 3D tersebut bernama Equator. Equator (komparator 3D) tersebut mempunyai konfigurasi paralel kinematik dan mempunyai 6-derajat-kebebasan dalam pergerakan stylus yang dimilikinya. Sebuah stylus pada Equator mempunyai fungsi yang sama dengan stylus pada CMM yaitu untuk menyentuh permukaan sebuah benda yang diukur. Ketika stylus Equator (komparator 3D) menyentuh permukaan suatu benda, Sistem sensor pada stylus tersebut akan mengirimkan sinyal ke

sistem pergerakan Equator untuk berhenti bergerak dan menyimpan posisi 3D (dalam bentuk koordinat spasial X, Y dan Z) dari ujung stylus tersebut (*stylus tip*).

4.5.8 Laser interferometer

Interferometri laser (*laser interferometer*) merupakan suatu alat pengukuran panjang yang sangat penting dalam pengukuran dimensi dan geometri. Beberapa alasan yang menyebabkan interferometri laser sangat penting dan fundamental adalah laser interferometri mempunyai resolusi yang sangat tinggi, tingkat akurasi yang sangat tinggi dan merupakan instrumen yang digunakan untuk merealisasikan rantai keterlacakan hasil suatu pengukuran dimensi dan geometri. Sehingga, laser interferometri selalu dibutuhkan ketika rantai keterlacakan suatu hasil pengukuran ingin direalisasikan (Hansen et al 2006, Harding 2013).

Realisasi dari definisi meter (bab 1) adalah dengan menggunakan laser Iodin dengan frekuensi yang terstabilkan (*frequency-stabilised Iodine laser*). Laser tersebut merupakan standar panjang primer. Seluruh laser-laser industri mempunyai panjang gelombang yang dikalibrasi dengan membandingkan panjang gelombang laser-laser tersebut dengan panjang gelombang laser yang dihasilkan dari laser Iodin tersebut. Laser-laser industri tersebut, misalnya laser merah dan laser hijau, digunakan untuk merekonstruksi suatu sistem interferometri laser, dimana sistem tersebut digunakan untuk mengukur panjang dan mengkalibrasi instrumen-instrumen pengukuran dimensi dan geometri.

Sesuai dengan namanya interferometri laser, laser merupakan komponen utama pada sistem tersebut. Laser adalah salah satu sistem berbasis foton dan optikal yang paling penting dalam sejarah pengembangannya selama lebih dari 50 tahun yang dimulai pada tahun 1960-an (Pedrotti et al 1993). Perkembangan pesat keilmuan optik untuk pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sangat bergantung pada teknologi laser. Laser memiliki aplikasi yang sangat luas di bidang teknologi, seperti teknologi radar, teknologi manufaktur *cutting* (*material removal manufacturing*), teknologi *additive manufacturing* berbasis laser sampai dengan teknologi untuk pengukuran dimensi dengan tingkat presisi dan akurasi yang sangat tinggi, yaitu interferometri laser.

Definisi laser adalah cahaya yang teramplifikasi oleh emisi radiasi yang terstimulasi. Laser merupakan gelombang berupa kumpulan foton yang dihasilkan dari suatu medium laser yang terstimulasi oleh suatu emisi radiasi. Gambar 32 memperlihatkan proses terbentuknya foton-foton yang membentuk suatu laser. Pada gambar 32, suatu foton yang berasal dari suatu radiasi terstimulasi dengan energi $h\nu$ (h = konstanta Plank dan ν = frekuensi foton yang meradiasi tersebut) menabrak atau masuk ke suatu media laser, maka sebuah atom di dalam media laser tersebut tereksitasi dari keadaan energi E_0 ke energi E_1 , dimana $E_1 > E_0$. Kemudian, atom tersebut kembali dari keadaan energi E_1 ke energi E_0 , yaitu keadaan seimbang (*equilibrium*). Ketika atom tersebut berpindah dari keadaan energi E_1 ke energi E_0 , atom-atom tersebut melepaskan sebuah foton dengan energi $h\nu = E_1 - E_0$. Foton yang dilepaskan tersebut mempunyai karakteristik-karakteristik tertentu yaitu foton tersebut mempunyai energi, arah, fase dan polarisasi (keadaan-keadaan tersebut adalah *coherent*) yang sama dengan foton yang menstimulasi atom tersebut (yaitu foton yang berasal dari emisi radiasi yang terstimulasi). Sehingga, hasil akhir proses tersebut adalah dua buah foton yang identik satu sama lain (foton yang menstimulasi dan foton yang dihasilkan dari perpindahan keadaan energi tersebut) dan kedua foton tersebut menghasilkan intensitas yang lebih tinggi dari hanya satu foton saja (Pedrotti et al 1993). Kemudian, proses amplifikasi dalam suatu medium resonator, yaitu medium yang merefleksikan berulang-ulang foton-foton hasil dari proses stimulasi tersebut, dilakukan sebelum suatu laser dihasilkan.

Gambar 32: Proses terbentuknya suatu laser karena suatu stimulasi emisi radiasi.

Dari proses pembentukan laser yang telah dijelaskan sebelumnya, ada tiga komponen utama suatu sistem laser, yaitu: sumber emisi radiasi, media laser dan resonator (gambar 33). Penjelasan gambar 33 adalah sebagai berikut. Sumber emisi radiasi tersebut adalah suatu “pompa” yang memberikan energi foton kepada suatu medium laser sehingga atom-atom di dalam medium laser tersebut tereksitasi ke dalam tingkat energi yang lebih tinggi. Media laser adalah suatu material, seperti zat gas atau zat padat yang menampung atom-atom yang bisa tereksitasi oleh suatu stimulasi emisi radiasi. Resonator adalah suatu rongga (*cavity*), yang terdiri dari dua buah cermin (yang satu dapat merefleksikan seluruh radiasi foton/*full-reflection* dan yang satu hanya merefleksikan sebagian foton/*half-reflection*), yang berfungsi untuk memantulkan berkali-kali foton-foton yang dihasilkan sehingga foton-foton tersebut teramplifikasi sebelum keluar dari rongga tersebut dan kemudian menjadi laser. Pada umumnya, sumber emisi radiasi untuk medium laser solid adalah lampu “flash” (*flash lamp*) dan sumber emisi radiasi untuk medium laser gas adalah *electric arc*.

Gambar 33: Suatu sistem laser: sumber radiasi, medium laser dan resonator.

Sifat-sifat laser adalah:

- Monokromatik.
Laser memiliki satu jenis panjang gelombang, yaitu laser memiliki satu warna saja tergantung panjang gelombang yang dihasilkan.
- Koheren.
Laser memiliki derajat koheren yang tinggi, yaitu laser memiliki foton-foton dengan fase yang sama pada lokasi dan waktu yang berbeda dengan jangkaun tertentu.
- Dapat diarahkan.
Laser dapat diarahkan dengan mudah, yaitu dengan menggunakan komponen-komponen optik seperti cermin. Properti ini dimiliki laser karena laser bersifat monokromatik dan koheren.
- Dapat difokuskan.
Laser dapat difokuskan sehingga ukuran diameter suatu laser dapat dibuat sangat kecil.
- Memiliki intensitas yang tinggi.
Karena laser dapat difokuskan, energi laser dapat dikonsentrasikan sehingga mempunyai intensitas yang tinggi dibandingkan sebelum difokuskan.

Tipe-tipe laser dibagi berdasarkan jenis medium untuk menghasilkan laser tersebut, seperti Rubi, Helium-neon, Nd-Yag laser, Argond, Krypton, ion Xenon, Nitrogen, CO₂ laser, eximer dan Fiber laser. Tipe laser yang paling umum digunakan untuk sistem interferometri laser adalah Helium-Neon laser.

Interferometri laser untuk mengukur suatu panjang adalah suatu sistem yang terdiri dari laser dan seperangkat optik yang dikonfigurasi sedemikian rupa sehingga sistem interferometri tersebut dapat merekam interferensi dua buah laser yang berasal dari dua jalur (*path*) yang berbeda. Maka dari itu, konsep interferensi dua buah gelombang yang saling koheren harus dimengerti terlebih dahulu.

Gambar 34 memperlihatkan dua jenis interferensi dari dua gelombang koheren, yaitu interferensi positif dan negatif. Pada gambar 34 sebelah atas, apabila dua gelombang yang koheren dan mempunyai fase yang sama, maka kedua gelombang tersebut akan bersuperposisi positif menghasilkan intensitas yang lebih besar dari kedua gelombang tersebut. Dan sebaliknya, pada gambar sebelah bawah, apabila kedua gelombang koheren tersebut mempunyai fase yang berlawanan, maka kedua gelombang tersebut akan bersuperposisi negatif dan saling melemahkan.

Super-posisi dua buah sinyal
dengan fase yang sama

Super-posisi dua buah sinyal
dengan fase yang berlawanan

Gambar 34: Interferensi positif dan negatif dari dua buah laser.

Intensitas dari dua gelombang, yaitu gelombang 1 dan gelombang 2, yang saling berinterferensi, baik interferensi positif maupun negatif, dapat diformulasikan sebagai berikut (Harding 2013):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi) \quad (2)$$

dimana I adalah intensitas hasil interferensi dua buah gelombang dengan intensitas I_1 , untuk gelombang 1, dan I_2 , untuk gelombang 2. $\Delta\varphi$ adalah perbedaan fase dari kedua gelombang tersebut. $\Delta\varphi$ diformulasikan sebagai:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (3)$$

dimana φ_1 adalah fase dari gelombang 1 dan φ_2 adalah fase dari gelombang 2. Fase suatu gelombang menunjukkan dimana “posisi foton saat itu” pada gelombang tersebut.

Dengan memanfaatkan sifat interferensi dua gelombang yang saling koheren, maka interferometri laser dapat direkonstruksi untuk mengukur jarak dengan tingkat akurasi yang sangat tinggi. Gambar 35 memperlihatkan konfigurasi utama dari suatu interferometri laser. Pada gambar 35 (sebelah atas), suatu interferometri laser terdiri dari sebuah sumber laser, elemen optik (retroreflektor) tetap sebagai “beam” referensi dan retroreflektor bergerak sebagai “beam” pengukuran. Sumber laser tersebut bisa mempunyai frekuensi satu atau dua jenis. Apabila sumber laser tersebut memiliki satu jenis frekuensi, maka interferometri tersebut dinamakan interferometri *homodyne*, sedangkan apabila sumber laser tersebut memiliki dua jenis frekuensi, maka interferometri tersebut dinamakan interferometri *heterodyne* (Haitjema 2008). Laser yang dihasilkan bisa berupa laser yang terpolarisasi ataupun tidak. Namun, konfigurasi yang paling umum adalah laser terpolarisasi. Konfigurasi dari interferometer tersebut dinamakan interferometri Michelson yang merujuk pada nama seseorang yang pertama kali merekonstruksi interferometri tersebut.

Gambar 35 sebelah bawah memperlihatkan contoh riil dari sistem interferometer laser modern yang sedang

mengukur pergerakan satu aksis oleh sebuah *2D motion stage*. Sistem interferometri modern mempunyai resolusi antara 10 dan 0.1 *nm*. Resolusi tersebut merupakan resolusi pada arah perambatan laser. Total jarak yang dapat diukur bergantung pada panjang koheren dari laser yang digunakan dan bisa mencapai sampai 80 *m*.

Gambar 35: Diagram cara kerja interferometri laser (atas) dan contoh riil suatu instrument interferometri laser (bawah).

Laser terkombinasi yang terekam pada sensor cahaya (*photo detector*) pada suatu interferometri laser diperlihatkan pada gambar 36. Jarak yang terukur dengan interferometri laser tersebut didapatkan dari menganalisis sinyal gelombang yang terekam tersebut. Pada gambar 36, jarak antara puncak-ke-puncak atau jarak satu periode sinyal dari data intensitas yang terekam merepresentasikan jarak perpindahan dari retroreflektor bergerak pada “*beam*” pengukuran adalah sebesar $\lambda/2$. Sebab dari besarnya jarak perpindahan dari retroreflektor tetap tersebut $\lambda/2$ dan direpresentasikan dengan satu periode gelombang pada sinyal terekam tersebut didapatkan karena panjang lintasan laser pada “*beam*” pengukuran adalah bolak-balik.

Gambar 36: Analisis sinyal intensitas piksel pada suatu detektor cahaya (*photo detector*) yang menangkap sinyal balik laser terkombinasi (lihat gambar 35).

Berdasarkan analisis sinyal terekam dari data intensitas dari interferensi dua gelombang (gambar 36), maka suatu jarak d dapat diukur sebagai berikut (Haitjema 2008):

$$d = \frac{\lambda}{2} \cdot \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \quad (4)$$

dimana λ adalah panjang gelombang dari suatu jenis laser yang digunakan. N adalah jumlah periode penuh (misal jumlah puncak-ke-puncak atau banyaknya transisi gelap-terang) dari sinyal yang terekam, yaitu jumlah dari $\frac{\lambda}{2}$. $\Delta\varphi$ adalah perubahan atau perbedaan fase yang merupakan fraksi dari jumlah periode penuh dari sinyal terekam tersebut. merupakan komponen yang menyebabkan jarak yang terukur dengan interferometri laser mempunyai resolusi yang sangat tinggi.

Dari persamaan (4) yang digunakan untuk mengukur jarak oleh suatu interferometri laser, dapat langsung dilihat bahwa sumber *error* utama (dan yang merupakan sumber ketidakpastian atau *uncertainty* utama) dari suatu pengukuran interferometri laser adalah panjang gelombang laser λ , jumlah periode penuh yang dihitung N dan perbedaan fase $\Delta\varphi$. Perlu diketahui bahwa pada jarak yang terukur d pada persamaan 4 adalah berdasarkan panjang gelombang di dalam medium pengukuran, dalam hal ini udara, sehingga $\lambda = \lambda_a$. λ_a adalah panjang gelombang laser yang digunakan pada medium udara.

Pada kenyataannya, sebuah interferometri laser hanya mengetahui panjang gelombang sesuai dengan laser yang dihasilkan, dengan kata lain interferometri tersebut hanya mengetahui panjang gelombang lasernya pada medium vakum (ruang hampa) λ_v . Panjang gelombang pada medium vakum tersebut, λ_v , adalah panjang gelombang yang digunakan untuk mengkalkulasi suatu jarak d yang diukur dengan interferometri tersebut.

Sehingga, untuk menghasilkan suatu pengukuran jarak d dengan suatu interferometri laser, indeks refraktif udara n_a harus diukur untuk dapat mengkompensasi λ_v . Karena, pada kondisi riilnya, panjang gelombang suatu laser

di vakum λ_v , yang digunakan untuk mengkaliskulasi jarak d , adalah berbeda dengan panjang gelombang laser tersebut pada medium udara λ_a . Hubungan λ_a dan λ_v dapat diturunkan dari persamaan-persamaan berikut:

$$\lambda_a = \frac{c}{n_a \cdot f} \quad (5)$$

$$\lambda_v = \frac{c}{f} \quad (6)$$

dimana c adalah kecepatan cahaya di ruang vakum, f adalah frekuensi dari laser yang digunakan dan n_a adalah indeks refraktif dari udara tempat pengukuran berlangsung. Dengan membandingkan persamaan (5) dan persamaan (6), maka didapatkan:

$$\lambda_a = \frac{\lambda_v}{n_a} \quad (7)$$

Sehingga, perhitungan jarak d dari persamaan (4) menjadi:

$$d = \frac{\lambda_a}{2} \cdot \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) = \frac{\lambda_v}{2n_a} \cdot \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \quad (8)$$

$$d = \frac{1}{n_a} \left[\frac{\lambda_v}{2} \cdot \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \right] \quad (9)$$

$$d = \frac{1}{n_a} \cdot L_{Meas} \quad (10)$$

dimana L_{Meas} adalah hasil perhitungan jarak yang dihasilkan oleh suatu interferometri laser. Dapat dilihat bahwa d dipengaruhi oleh indeks refraktif udara n_a , karena λ_a dipengaruhi oleh n_a .

Indeks refraktif udara n_a adalah fungsi dari T_a , kelembapan relatif pada suatu tempat pengukuran Rh dan tekanan atmosfer P_a pada tempat pengukuran tersebut (Bonsch dan Potulski 1998). Dengan kata lain, $n_a = f(T_a, Rh, P_a)$. Maka dari itu, untuk dapat menghasilkan suatu pengukuran interferometri laser dengan tingkat akurasi yang tinggi, maka pengukuran-pengukuran parameter T_a , Rh dan P_a tersebut harus dilakukan untuk dapat mekompensasi efek lingkungan dan untuk mengkalkulasi secara akurat panjang gelombang λ_a dari laser yang digunakan. Gambar 37 memperlihatkan konfigurasi lengkap dari sebuah pengukuran dengan interferometri laser yang dilengkapi dengan sensor pembaca kondisi lingkungan (atmosfir). Dari laporan yang diterbitkan oleh Bonsch dan Potulski tersebut, sebuah rumus empirik yang panjang dibutuhkan untuk dapat mengestimasi n_a . Untuk memudahkan estimasi pada kondisi riil, pengetahuan dari sensitifitas dari jarak yang diukur terhadap variasi kondisi lingkungan (atmosfer) dapat digunakan seperti yang diperlihatkan pada tabel 6. Gambar 38 memperlihatkan contoh *error* pada suatu wahana bergerak (*linear stage*) yang diukur dengan menggunakan sebuah interferometri laser.

Tabel 6: Sensitifitas dari suatu jarak yang diukur d terhadap variasi kondisi lingkungan.

Kondisi lingkungan	Perubahan atau ketidakpastian	Perubahan atau ketidakpastian pada suatu jarak yang terukur d per metre.
Temperatur udara, T_a	1 °C	0.93 μm
Tekanan udara, p_a	1 hPa	-0.27 μm
kelembapan Rh	1 % Rh	0.009 μm

Gambar 37: Konfigurasi lengkap dari interferometri laser dengan sensor pengukur keadaan lingkungan (temperatur udara, tekanan udara dan kelembapan relatif udara).

Gambar 38: Contoh *error* skala pada sebuah wahan bergerak (*motion stage*) yang diukur dengan sebuah interferometri laser.

Model pengukuran panjang dari sebuah interferometri laser.

Untuk dapat mengestimasi ketidakpastian (*uncertainty*) dari hasil pengukuran panjang dengan menggunakan suatu interferometri laser, maka model pengukuran panjangnya harus dikonstruksi terlebih dahulu. Model pengukuran panjang yang diukur menggunakan sebuah interferometri laser adalah:

$$d = d_{meas} + d_{meas} \cdot \alpha \cdot (T_m - 20^\circ \text{C}) \quad (11)$$

$$d = \frac{L_{Meas}}{n_a} + \frac{L_{Meas}}{n_a} \cdot \alpha \cdot (T_m - 20^\circ \text{C}) \quad (12)$$

$$d = \frac{L_{Meas}}{n_a} [1 + \alpha \cdot (T_m - 20^\circ \text{C})] \quad (13)$$

$$d = \frac{L_{Meas}}{n_a(T_a, P_a, R_h)} [1 + \alpha \cdot (T_m - 20^\circ \text{C})] \quad (14)$$

dimana α adalah koefisien ekspansi termal dari sebuah material yang diukur dan T_m adalah temperatur dari material tersebut.

Maka, sumber-sumber ketidakpastian (*uncertainty*) dari hasil pengukuran jarak/panjang dengan interferometri laser adalah: $T_a, P_a, R_h, \alpha, T_m$ dan *repeatability* dari pengukuran tersebut.

4.5.9 Mesin pengukur coordinate (*coordinate measuring machine /CMM*)

Mesin pengukur koordinat (*coordinate measuring machine/CMM*) adalah sebuah instrumen yang mendeteksi (mengukur) koordinat spasial (posisi titik dalam ruang 3D) pada suatu permukaan benda yang diukur, baik dengan metode kontak (*tactile*) maupun metode non-kontak (optikal). Sesuai dengan definisinya, CMM adalah jenis instrumen untuk pengukuran 3D. Bab 5 akan membahas secara khusus dan detail mengenai CMM.

CMM pertamakali dibuat pada kisaran akhir tahun 1950-an sampai dengan awal 1960-an. CMM pertama yang dibangun adalah CMM buatan perusahaan Ferranti Ltd di Skotlandia. Awal mula motivasi dibuatnya CMM adalah untuk mendukung otomatisasi sistem manufaktur sebagai instrumen untuk mendukung mesin-mesin produksi berbasis kontrol numerik (*computer numerical controlled/CNC*). CMM buatan Ferranti belum merepresentasikan CMM seperti zaman sekarang karena belum terintegrasi dengan sistem CNC dan belum sepenuhnya dapat digunakan untuk

pengukuran 3D. Pada tahun 1963, seorang perekayasa dari Italia yang bernama Franco Sartorio (yang bekerja pada perusahaan FIAT pada saat itu) mempunyai ide untuk membuat sebuah CMM sebagai alat ukur universal yang dapat mengukur berbagai macam jenis pengukuran dimensi dan geometri. Kemudian, Sartorio membentuk perusahaan Digital Electronic Automation (DEA) di Torino (Italia) dan membuat pertama kali CMM 3D dengan konstruksi *bridge*. Sampai saat ini, perusahaan DEA eksis sebagai salah satu manufaktur CMM terkemuka dunia, disamping Zeiss dan Leitz.

CMM merupakan instrumen fundamental untuk pengukuran dimensi dan geometri. Secara khusus untuk GD&T (Bab 3), salah satu tujuan utama penggunaan CMM adalah untuk memverifikasi GD&T (toleransi geometrik). Pada saat ini, CMM digunakan untuk mengukur suatu komponen dari ukuran makro sampai mikro, yaitu dari ukuran sebuah bus sampai ukuran sebuah roda gigi mikro yang mempunyai diameter sekitar $> 100 \mu\text{m}$. Tipe-tipe aplikasi umum dari penggunaan CMM adalah seperti pengukuran diameter suatu lingkaran atau silinder, pengukuran *flatness* suatu permukaan, pengukuran *roundness* suatu silinder, pengukuran orientasi suatu permukaan datar, pengukuran ketegak-lurusan dari suatu permukaan benda, pengukuran lokasi dari titik tengah suatu silinder pada suatu komponen, pengukuran *run-out* suatu komponen dan pengukuran suatu permukaan benda yang mempunyai bentuk yang kompleks (*free-form surface*).

Standar ISO utama yang mengatur mengenai CMM adalah seri ISO 10360 dan ISO 15530. Seri ISO 10360 adalah standar ISO yang mengatur mengenai verifikasi performansi CMM (baik kartesian maupun non-kartesian dan baik kontak maupun non kontak) untuk mengetahui atau mengecek apakah suatu CMM berfungsi sesuai dengan tingkat akurasi yang berada pada spesifikasinya. Seri ISO 15530 adalah standar ISO yang mengatur bagaimana menentukan nilai ketidakpastian dari suatu hasil pengukuran menggunakan CMM (yang bisa diaplikasikan untuk berbagai macam instrumen pengukuran non-CMM). Selain itu, standar Jerman mengenai CMM yang umum digunakan (terutama pada manufaktur yang berasal dari Jerman) adalah VDI/VDE 2630 mengenai CT-Scan dan VDI/VDE 2634 mengenai sistem pengukuran CMM berbasis optik.

Berdasarkan sistem koordinat, CMM dibagi menjadi dua kelas, yaitu:

- Sistem Kartesian
CMM berbasis sistem kartesian pada umumnya terdiri dari 3-, 4- dan 5-aksis untuk sistem pergerakannya (*motion stage*). Sistem pergerakan tersebut berbasis sistem koordinat kartesian dimana sistem pergerakan tersebut mempunyai suatu titik referensi sebagai titik nolnya. CMM berbasis kartesian dapat terbagi menjadi CMM berbasis kontak dan non-kontak (termasuk CMM yang dilengkapi pemindaian berbasis laser/*laser scanner*). Tipe-tipe CMM berbasis kartesian adalah seperti (ISO 10360-1): CMM berbasis kantilever, CMM berbasis *moving-bridge*, CMM berbasis gantry, CMM berbasis *bridge* bentuk-'L' dan CMM berbasis *fixed bridge*.

Gambar 39 memperlihatkan contoh dari CMM berbasis kartesian yang sering ditemui di industri. Pada gambar 39, jenis CMM yang diperlihatkan adalah CMM berbasis *moving-bridge*, kantilever, gantry dan *fixed-bridge*. Masing-masing jenis konfigurasi CMM tersebut memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing. Jenis CMM tersebut mempunyai kecocokan untuk suatu situasi pengukuran tertentu. *Moving bridge* CMM sangat cocok untuk pengukuran suatu benda pada skala medium sampai besar. Tipe CMM *moving bridge* adalah yang paling umum digunakan. Tingkat akurasi CMM jenis *moving bridge* merupakan salah satu yang paling tinggi setelah CMM jenis *fixed-bridge*. Tipe CMM jenis kantilever mempunyai tingkat akurasi yang lebih rendah. Namun demikian, jenis CMM ini mempunyai tingkat aksesibilitas yang tinggi, sehingga umum digunakan untuk pengukuran *body* mobil. Jenis CMM gantry mempunyai kelebihan dapat mengukur benda yang sangat besar, bahkan benda seukuran bus. Namun, tingkat akurasi CMM jenis ini lebih rendah dibandingkan CMM lainnya. CMM jenis *fixed-bridge* merupakan CMM dengan tingkat akurasi yang paling tinggi. Kelemahan jenis CMM ini adalah CMM tersebut mempunyai kecepatan pengukuran yang rendah dibandingkan dengan jenis CMM kartesian lainnya.

Gambar 39: CMM berbasis kartesian.

- Sistem Non-kartesian
CMM berbasis non kartesian adalah CMM yang tidak berdasarkan sistem koordinat spasial (X, Y and Z). pada umumnya, CMM dengan sistem kartesian berdasarkan sistem koordinat silinder atau *spherical*. Jenis lain CMM non kartesian adalah CMM tersebut tidak bergerak melainkan tetap pada satu posisi ketika melakukan pengukuran. Seperti sistem kartesian, CMM dengan sistem non-kartesian juga terdiri dari sistem kontak dan non-kontak. Contoh CMM berbasis non-kartesian adalah CMM berbasis *articulated arm*, CMM berbasis *photogrammetry*, CMM berbasis *fringe projection* dan CMM berbasis *laser-tracker*.

Gambar 40 memperlihatkan beberapa jenis CMM non-kartesian, yaitu CMM berbasis *articulated arm*, *laser tracker*, *photogrammetry* dan *fringe projection*. CMM berbasis *articulated arm* mempunyai sistem koordinat silinder, sedangkan CMM berbasis *laser tracker* mempunyai sistem koordinat spherical. CMM berbasis *photogrammetry* dan *fringe projection* pada umumnya berada pada lokasi tetap ketika pengukuran berlangsung. Pada umumnya, CMM berbasis non-kartesian adalah berbasis optik, kecuali CMM berbasis *articulated arm* yang berbasis kontak (*tactile*). CMM berbasis non-kartesian pada umumnya mempunyai tingkat akurasi yang lebih rendah dari pada CMM berbasis kartesian, kecuali CMM berbasis *laser tracker* yang merupakan CMM berbasis non-kartesian dengan tingkat akurasi yang tinggi.

Gambar 40: CMM berbasis non-kartesien.

4.6 Analisis sistem pengukuran (*Gauge R&R*)

Contoh analisis sistem pengukuran (GR&R) ini memperlihatkan salah satu contoh riil dari aplikasi analisis tersebut pada sebuah pengukuran menggunakan jangka sorong. Landasan teori dan rumus-rumus kalkulasi untuk analisis GR&R diperlihatkan pada bab 2. GR&R adalah salah satu metode analisis yang paling sering digunakan pada industri-industri manufaktur, sehingga sangat penting untuk memahami metode tersebut.

Seperti yang sudah dijelaskan pada bab 2, analisis sistem pengukuran (GR&R) adalah sebuah metode yang digunakan untuk mengevaluasi sebuah sistem pengukuran dan untuk menentukan apabila sistem pengukuran tersebut dapat digunakan (efektif) untuk mengukur suatu *measurand* (properti dari suatu fitur yang ingin diukur). Yang termasuk dengan “sistem pengukuran” adalah suatu instrumen pengukuran yang akan dianalisis, operator yang menggunakan sistem pengukuran tersebut dan prosedur yang digunakan untuk melakukan suatu pengukuran. Maka dari itu, metode GR&R merupakan suatu metode yang komprehensif untuk menganalisis suatu instrumen berikut dengan faktor-faktor yang terlibat langsung dengan penggunaan instrumen tersebut.

Ada dua konsep dasar yang perlu dipahami dalam melakukan analisis GR&R, yaitu:

- GR&R mengevaluasi sebuah sistem pengukuran (instrumen, operator dan prosedur pengukuran) dan bukan mengevaluasi suatu produk atau komponen.
- GR&R memberikan informasi total variasi yang berkaitan dengan seluruh faktor-faktor pada sebuah sistem pengukuran yang dianalisis, yaitu variasi yang berasal dari instrumen dan operator.

Ada lima hal yang diperlukan untuk mengaplikasikan analisis GR&R pada suatu sistem pengukuran. Kelima hal tersebut adalah:

- Lima atau sepuluh komponen dengan dimensi yang sengaja divariasikan dari batas bawah sampai batas atas toleransinya. Hal ini bertujuan untuk mengevaluasi apakah suatu sistem pengukuran (instrumen, operator dan prosedur pengukuran) yang digunakan dapat membaca variasi dari komponen tersebut, karena pada intinya, suatu sistem pengukuran dikatakan efektif apabila sistem tersebut dapat membaca variasi dari suatu komponen yang diukur dengan sistem tersebut dan bukan variasi yang berasal dari sistem pengukuran tersebut.
- Dua atau lebih operator yang melakukan pengukuran dengan sistem yang akan dianalisis. Hal ini bertujuan untuk memperhitungkan variasi yang berasal dari operator yang berbeda.
- Sebuah instrumen pengukuran yang akan dianalisis.

- Tiga atau lebih pengulangan pengukuran untuk setiap komponen dan setiap operator.

Tabel 7: Komponen-komponen (sumber-sumber) variasi dalam analisis GR&R.

Tipe variasi	Penjelasan	Aksi
Komponen (<i>part</i>)	Perbedaan antara tiap-tiap komponen (<i>part-to-part variation</i>)	-
Operator (<i>reproducibility</i>)	Variasi pengukuran dari operator yang berbeda pada komponen yang sama dan instrumen yang sama	Jika variasinya lebih dari variasi yang bersumber dari instrumen, maka operator tersebut harus di- <i>training</i> lagi.
Instrumen (<i>repeatability</i>)	Repeatability dari instrumen yang dianalisis dengan mengukur komponen yang sama oleh operator yang sama	Jika variasinya lebih dari variasi yang bersumber dari operator, maka instrumennya harus diperbaiki atau di- <i>maintenance</i> ulang.

Penjelasan dari komponen-komponen variasi dalam analisis GR&R (tabel 7) adalah sebagai berikut. Apabila variasi dari instrumen dan operator (total nilai GR&R) dibandingkan dengan total variasi analisis:

- < 10 %: Instrumen yang dianalisis dapat digunakan untuk pengukuran yang diinginkan. Nilai 10 % tersebut merupakan kesepakatan bahwa suatu instrumen pengukuran dikatakan dapat digunakan untuk mengukur apabila variasi instrumen tersebut lebih kecil satu magnitud dari variasi komponen yang diukur. Dengan kata lain, variasi dari suatu instrumen tidak lebih dari 10 % dari variasi komponen-komponen yang diukur.
- < 20 %: Instrumen yang dianalisis masih cukup digunakan untuk pengukuran yang diinginkan walaupun efisiensi pengukuran tersebut akan berkurang.
- > 20 %: Instrumen yang dianalisis tidak dapat digunakan untuk pengukuran yang diinginkan. Pada umumnya, hal tersebut menunjukkan bahwa instrumen tersebut harus diperbaiki atau suatu instrumen lain yang lebih akurat harus digunakan untuk menggantikan instrumen tersebut.

Contoh kasus 1 analisis sistem pengukuran (GR&R): Total nilai GR&R > 20 %, yaitu sistem pengukuran tidak dapat (tidak efektif) digunakan.

Sebuah pengukuran dengan menggunakan jangka sorong dilakukan untuk mengukur suatu benda berbentuk silinder yang mempunyai nilai diameter antara 49 mm – 51 mm. Sebelum jangka sorong tersebut digunakan untuk mengukur, jangka sorong tersebut dilakukan tes GR&R. Tes tersebut dilakukan dengan dua orang operator, dengan lima jenis ukuran silinder yang sengaja divariasikan dan tiga pengulangan pada setiap pengukuran. Tabel 8 memperlihatkan data hasil pengukuran untuk tes GR&R tersebut.

Tabel 8: Hasil-hasil pengukuran diameter silinder dengan sebuah jangka sorong oleh dua operator.

Operator	Diameter nominal silinder	Hasil pengukuran
1	49	49.1
1	49	49.05
1	49	48.99
1	49.5	49.4
1	49.5	49.4
1	49.5	49.6
1	50	50.1
1	50	50.05
1	50	50.1
1	50.5	50.6
1	50.5	50.55
1	50.5	50.53
1	51	51.1
1	51	49.95
1	51	50.95
2	49	49.03
2	49	49.05
2	49	48.99
2	49.5	49.6
2	49.5	49.4
2	49.5	49.6
2	50	50.1
2	50	50.1
2	50	50.1
2	50.5	50.6
2	50.5	50.52
2	50.5	50.53
2	51	51.02
2	51	49.95
2	51	50.95

Proses detil dari kalkulasi data-data tersebut telah dijelaskan pada Bab 2, dimana formula yang digunakan untuk mengalkulasi data tersebut telah diperlihatkan. Untuk memudahkan perhitungan, sebuah perangkat lunak komersial Minitab digunakan untuk menganalisis data tersebut. Hasil analisis GR&R dengan perangkat lunak tersebut diperlihatkan pada gambar 41 dan 42. Pada gambar 41, diperlihatkan bahwa total variasi GR&R adalah 38.3 %. Total variasi GR&R tersebut lebih dari 20 %, sehingga dapat disimpulkan bahwa instrumen tersebut tidak bisa dipakai untuk melakukan pengukuran silinder tersebut. Gambar 42 memperlihatkan kontribusi variasi dari berbagai sumber

pada pengukuran silinder tersebut dengan tes GR&R.

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 × SD)	%Study Var (%SV)
Total Gage R&R	0.279964	1.67979	38.37
Repeatability	0.279964	1.67979	38.37
Reproducibility	0.000000	0.00000	0.00
Part-To-Part	0.673802	4.04281	92.35
Total Variation	0.729650	4.37790	100.00

Number of Distinct Categories = 3

*Jumlah akar kuadrat
(Sum of square)*

Gambar 41: Hasil analisis GR&R dengan menggunakan Minitab untuk data pada tabel 8.

Gambar 42: Komponen-komponen variasi hasil dari Minitab untuk data pada tabel 8.

Contoh kasus 2 analisis sistem pengukuran (GR&R): Total nilai GR&R < 10 % (sistem pengukuran dapat (efektif) digunakan)

Contoh 2 mempresentasikan contoh kasus yang sama dengan contoh 1 namun dengan menggunakan jangka sorong yang berbeda dengan tingkat akurasi yang tinggi. Jangka sorong tersebut dilakukan tes GR&R dan hasilnya diperlihatkan pada tabel 9. Prosedur test GR&R tersebut sama dengan contoh 1.

Gambar 43 dan 44 memperlihatkan hasil tes GR&R tersebut. pada gambar 43, diperlihatkan bahwa total variasi GR&R adalah sebesar 4 %. Hal ini mengindikasikan bahwa jangka sorong tersebut dapat digunakan untuk mengukur silinder tersebut. Gambar 44 memperlihatkan kontribusi variasi dari berbagai sumber pada pengukuran silinder tersebut dengan tes GR&R. Dari gambar 44, dapat terlihat bahwa sumber variasi dari pengukuran tersebut sebagian besar berasal dari variasi dari silinder yang diukur.

Tabel 9: Hasil-hasil pengukuran diameter silinder dengan sebuah jangka sorong oleh dua operator.

Operator	Diameter nominal silinder	Hasil pengukuran
1	49	49.05
1	49	49.08
1	49	49.08
1	49.5	49.51
1	49.5	49.53
1	49.5	49.54
1	50	50.04
1	50	50.02
1	50	50.02
1	50.5	50.53
1	50.5	50.54
1	50.5	50.53
1	51	49.95
1	51	49.85
1	51	49.85
2	49	48.99
2	49	48.99
2	49	48.99
2	49.5	49.55
2	49.5	49.55
2	49.5	49.55
2	50	50.08
2	50	50.04
2	50	50.08
2	50.5	50.51
2	50.5	50.55
2	50.5	50.55
2	51	50.98
2	51	50.97
2	51	50.95

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 × SD)	%Study Var (%SV)
Total Gage R&R	0.023094	0.13856	4.08
Repeatability	0.023094	0.13856	4.08
Reproducibility	0.000000	0.00000	0.00
Part-To-Part	0.565654	3.39392	99.92
Total Variation	0.566125	3.39675	100.00

Gambar 43: Hasil analisis GR&R dengan menggunakan Minitab untuk data pada tabel 9.

Gambar 44: Komponen-komponen variasi hasil dari Minitab untuk data pada tabel 9.

4.7 Aspek-aspek penting dalam pengukuran pada skala mikro/nano

Pengukuran dimensi dan geometri pada skala mikro/nano mempunyai beberapa karakteristik penting yang perlu selalu diperhitungkan. Karakteristik-karakteristik tersebut tidak terdapat pada pengukuran dengan skala makro/meso. Maka dari itu, pengukuran dimensi dan geometri pada skala mikro/nano membutuhkan tingkat ketelitian dan presisi serta prosedur khusus untuk mendapatkan hasil pengukuran yang akurat.

Hal-hal penting yang harus diperhatikan secara khusus untuk pengukuran dimensi dan geometri pada skala mikro/nano adalah:

- Rasio antara ketidakpastian dan toleransi.
Suatu pengukuran pada suatu fitur akan dikatakan efisien apabila nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran tersebut tidak lebih dari seperlima ($< 20\%$) dari nilai toleransi fitur tersebut. dengan kata lain, suatu pengukuran secara umum dikatakan efisien apabila nilai rasio antara ketidakpastian pengukuran tersebut dan nilai toleransinya $< 20\%$. Maka dari itu, pada skala mikro/nano, nilai toleransinya akan semakin kecil dan nilai ketidakpastian dari pengukuran tersebut akan lebih kecil lagi untuk menjaga nilai rasio antara ketidakpastian dan toleransi $< 20\%$, sehingga tingkat keakuratan suatu instrumen pengukuran yang digunakan akan semakin tinggi
- Efek *size*.
Komponen pada skala mikro/nano mempunyai properti khusus dibandingkan apabila komponen tersebut mempunyai ukuran pada skala makro/meso, seperti: efek dari gaya gravitasi menjadi tidak relevan dan ukuran diameter *stylus* yang sangat kecil pada kontak CMM akan menempel pada permukaan yang diukurnya karena gaya tensi permukaan semakin relevan.

- Penanganan komponen (*part handling*).
Penanganan komponen pada skala mikro/nano haruslah dilakukan secara otomatis dan tidak dilakukan oleh seorang operator. Hal ini disebabkan komponen-komponen pada skala mikro/nano sangat kecil dan sensitif.
- Metode pengukuran.
Pengukuran dengan metode kontak pada skala mikro/nano akan mencapai limitnya, sehingga pengukuran dengan metode kontak menjadi tidak efisien untuk pengukuran pada skala mikro/nano. Beberapa contoh limitasi instrumen kontak untuk pengukuran skala mikro/nano adalah *stylus* yang menempel pada permukaan yang diukurnya, gaya kontak Hertian yang dihasilkan dari *stylus* yang kecil sehingga merusak permukaan suatu komponen dan masalah akses fitur-fitur yang kecil. Pengukuran dengan metode non-kontak (berbasis optik) merupakan suatu solusi yang menjanjikan untuk pengukuran pada skala mikro/nano.
- Prosedur pengukuran.
Berbeda metode pengukuran, maka berbeda pula prosedur untuk melakukan pengukurannya. Sebagai contoh, proses *alignment* untuk menentukan sistem koordinat komponen hanya dilakukan pada instrumen berbasis kontak. Selain itu, pengukuran suatu fitur dengan sudut 90° , sampai saat ini tidak bisa dilakukan dengan metode non-kontak.
- Aksesibilitas fitur yang ingin diukur pada suatu komponen.
Contoh masalah aksesibilitas suatu fitur dengan instrumen berbasis kontak adalah sebuah *stylus* suatu instrumen kontak dengan diameter $125\ \mu\text{m}$ tidak dapat digunakan untuk mengukur diameter suatu lubang yang mempunyai diameter $100\ \mu\text{m}$.
- Rasio dengan aspek tinggi (*high aspect ratio*).
Fitur dengan aspek rasio yang tinggi adalah fitur yang mempunyai tinggi yang jauh lebih besar dari lebarnya. Pengukuran suatu fitur dengan rasio aspek yang tinggi merupakan suatu tugas pengukuran yang sulit, baik untuk instrumen berbasis kontak maupun non-kontak. Untuk instrumen berbasis kontak, pada umumnya masalah pengukuran fitur dengan rasio aspek yang tinggi adalah masalah aksesibilitas. Sedangkan, untuk instrumen non-kontak berbasis optik, pada umumnya masalahnya adalah cahaya yang direfleksikan balik dari suatu fitur yang ingin diukur adalah sangat kecil, sehingga pengukuran sulit untuk digunakan.
- Efek kondisi lingkungan.
Untuk pengukuran pada skala mikro, efek variasi kondisi lingkungan yang kecil pun mempengaruhi hasil pengukuran tersebut. Misalnya, efek debu yang kecil sangat mempengaruhi tingkat akurasi instrumen kontak karena ukuran *stylus*-nya hampir sama dengan ukuran debu tersebut, variasi temperatur menyebabkan komponen mikro/nano yang diukur berekspansi dan gangguan vibrasi yang kecil mendominasi hasil pengukuran pada skala sub-mikro/nano-meter.

Sedangkan, untuk pengukuran pada skala nano, terdapat fenomena-fenomena fisik yang hanya terjadi pada pengukuran skala nano tersebut. Fenomena-fenomena khusus tersebut sangat mempengaruhi pengukuran pada skala nano. Beberapa contoh fenomena khusus tersebut adalah (Raghavendra dan Krishnamurthy 2013):

- Besi akan kehilangan sifat magnetiknya pada skala nano-meter.
- Emas tidak akan bersinar dan mempunyai sifat netral pada skala $1\ \text{nm}$.
- Partikel-partikel dengan ukuran $< 50\ \text{nm}$ tidak menunjukkan sifat dan perilaku yang sama apabila komponen-komponen tersebut dalam skala makro dan mikro.
Gambar 45 memperlihatkan bagaimana sifat dan perilaku suatu partikel pada skala nano dan skala makro/mikro. Pada gambar 45, suatu partikel akan selalu bergerak (vibrasi) ketika partikel tersebut berukuran $< 10\ \text{nm}$ dan partikel tersebut akan stabil apabila ukuran partikel tersebut $> 50\ \text{nm}$. Tabel 10 memperlihatkan beberapa jenis dari material nano.

Gambar 45: Sifat dan perilaku suatu partikel pada berbagai macam skala ukuran.

Tabel 10: Berbagai macam tipe material nano.

Tippe-tipe matrial nano	Material	Ukuran/nm
<i>Nanocrystals</i>	Metal, material inorganik	1 - 50
<i>Nanofilms</i>	Lapisan-lapisan dari quantum <i>dots</i> (e.g. indium arsenide)	1 - 10
<i>Nanowires</i>	Metal, oxida, nitrida, sulfur, etc	1 - 100
<i>Nanotubes</i>	Karbon, material inorganik, metal	1 - 1000
<i>Nanosurfaces</i>	Berbagai macam material (metal, polimer, etc)	1 - 100

Tabel 11: Jenis-jenis pengukuran pada skala nano dan metode-metode pengukurannya.

Properti yang diukur (<i>measurand</i>)	Metode pengukuran
Morfologi: ukuran, bentuk, cacat pada skala atomik, informasi kristalografi.	TEM
Topografi permukaan: pengukuran kualitatif dari tekstur permukaan, elemen-elemen pada suatu permukaan, informasi kristalografi.	SEM
Topografi permukaan 3D: ukuran, bentuk, kekasaran, cacat, struktur, elastisitas permukaan.	AFM (dan metode <i>scanning-probe microscopy</i> lainnya)
Informasi kristalografi: Tipe struktur kristal, ketebalan film, kekasaran antarmuka.	XRD

Instrumen-instrumen yang digunakan untuk pengukuran pada skala nano yang umum adalah:

- *Scanning electron microscope* (SEM).
- *Atomic force microscope* (AFM).
- *Transmission electron microscope* (TEM).

- *X-ray diffraction system* (XRD).

Jenis-jenis pengukuran pada skala nano dan metode pengukuran dari instrument-instrumen di atas diperlihatkan pada tabel 11.

BAB 5

Coordinate measuring machine (CMM)

Coordinate measuring machine (CMM) adalah sebuah instrumen pengukuran yang bisa mengukur berbagai macam jenis pengukuran dimensi dan geometri dengan menentukan koordinat spasial (X, Y, Z) pada permukaan sebuah benda (objek). CMM merupakan instrument yang paling umum digunakan untuk pengukuran universal baik di industri-industri maupun di laboratorium *metrology*. CMM dapat melakukan pengukuran 2D dan 3D suatu produk dengan cara merekam koordinat spasial titik-titik pada suatu permukaan benda yang diukur.

CMM merupakan instrumen utama yang digunakan untuk melakukan verifikasi GD&T (lihat Bab 3). Dengan satu jenis CMM, berbagai macam jenis GD&T, seperti *flatness*, *perpendicularity*, *orientation*, *location* dan *run-out*, dapat diukur dan diverifikasi. Selain itu, CMM pada umumnya mempunyai tingkat akurasi yang tinggi sehingga sering digunakan sebagai instrumen referensi untuk mengecek suatu hasil pengukuran dimensi dan geometri yang dilakukan dengan instrumen lain.

Perkembangan teknologi CMM terus berlanjut sampai sekarang. Mulai dari jenis CMM manual tanpa kontrol numerik. Pada awal dibuatnya CMM, sampai dengan jenis CMM yang terkontrol penuh secara numerik (terotomatisasi) dan memiliki berbagai macam jenis sensor (*multi-sensor*), seperti kontak (*tactile*), Pemindai laser (*laser scanning*) dan sensor optik (*optical sensor*) dalam satu mesin CMM. Tingkat akurasi CMM juga semakin meningkat pada zaman sekarang. Pada tahun 2017, mesin CMM dapat mencapai tingkat akurasi tertinggi sebesar $0.3 \mu\text{m}$ dengan penurunan tingkat akurasi sebesar $1 \mu\text{m}$ per meter.

Awal mula cikal bakal CMM adalah sebuah instrumen yang dibuat untuk mendukung sebuah mesin perkakas dengan kontrol numerik. Instrumen tersebut dibuat oleh perusahaan Feranti di Skotlandia. Namun, awal mula CMM yang merepresentasikan CMM zaman sekarang adalah CMM yang dibuat oleh Franco Sartorio, yang merupakan perancang/engineer di Fiat-Italia. CMM buatan Sartorio tersebut merupakan bridge-type CMM yang terotomatisasi dengan kontrol numerik yang bisa mengambil titik-titik koordinat spasial pada permukaan suatu benda yang diukur secara 3D (Hocken dan Pereira 2012).

Sampai saat ini, banyak variasi-variasi CMM yang dibuat untuk tujuan yang spesifik, misalnya untuk menyesuaikan dengan bentuk komponen-komponen yang akan diukur, untuk menyesuaikan dengan ukuran komponen-komponen yang diukur, untuk menyesuaikan dengan tempat beroperasinya CMM (di lantai produksi atau dilaboratorium) dan untuk menyesuaikan dengan tingkat akurasi yang diinginkan. Standar internasional utama yang mengatur CMM adalah seri ISO-10360 untuk verifikasi performansi CMM dan seri ISO-15530 untuk estimasi ketidakpastian hasil pengukuran dengan CMM.

5.1 Introduksi tentang CMM

Sebelum CMM dibuat, pengukuran dimensi dan geometri di industri-industri merupakan suatu pekerjaan yang kompleks dan berulang-ulang. Selain itu, tanpa CMM, pengukuran dimensi dan geometri tersebut membutuhkan banyak pekerja. Sebelum dibuatnya CMM, pengukuran dimensi dan geometri membutuhkan alat-alat pengukuran konvensional, seperti meja datar, *dial gauge*, *gauge block*, *slip gauge*, *sine bar* dan instrumen konvensional lainnya. Alat-alat pengukuran konvensional tersebut saling dikombinasikan satu sama lain untuk mengukur suatu dimensi atau geometri tertentu. Dibutuhkan konfigurasi yang berbeda dari kombinasi alat-alat ukur konvensional tersebut untuk setiap jenis pengukuran yang berbeda. Hal-hal tersebut menyebabkan rumitnya dan lamanya pengukuran dimensi dan geometri sebuah produk di lantai produksi. Penyebab lain rumitnya pengukuran dimensi dan geometri suatu produk tanpa CMM adalah kombinasi dari alat-alat konvensional tersebut tidak dapat diotomatisasi.

5.1.1 Jenis-jenis CMM

Jenis-jenis CMM tergantung berdasarkan dari karakteristik yang digunakan untuk mengklasifikasikan berbagai jenis CMM. Pada umumnya ada dua jenis klasifikasi CMM, yaitu berdasarkan sistem koordinat yang digunakan dan berdasarkan metode interaksi dengan permukaan suatu benda.

Jenis-jenis CMM berdasarkan sistem koordinat yang digunakan adalah:

- CMM berbasis kartesian (*Cartesian CMM*)
Adalah CMM yang menggunakan sistem koordinat kartesian dan terdiri dari minimal 3-aksis (sumbu X , Y dan Z) sampai dengan sistem 4- atau 5-axis. Tipe CMM ini mempunyai titik referensi nol absolut. Gambar 1 memperlihatkan berbagai jenis konfigurasi dari CMM kartesian. Dari gambar 1, CMM kartesian terbagi menjadi lima kategori: *moving-bridge*, *fixed-bridge*, *cantilever*, *gantry* dan *L-shaped*.
- CMM berbasis non-kartesian (*Non-cartesian CMM*)
Adalah CMM yang menggunakan selain sistem koordinat kartesian, seperti menggunakan sistem koordinat silinder atau bola. Pada umumnya, jenis CMM ini adalah optical, seperti sistem photogrammetry, *fringe projection* dan *laser tracker*. CMM kontak untuk tipe non-kartesian adalah *articulated-arm CMM*.

Gambar 1: Berbagai-macam konfigurasi CMM kartesian.

Jenis-jenis CMM berbasis kartesian tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut (Lihat gambar 1):

- *Moving-bridge* CMM
CMM jenis ini merupakan jenis CMM yang paling umum ditemui di industri-industri maupun laboratorium metrologi. Populernya jenis CMM ini disebabkan karena jenis CMM tersebut mempunyai keseimbangan antara tingkat akurasi yang tinggi, kecepatan pengukuran yang relatif cepat (dibandingkan jenis CMM kartesian lainnya), dan kemampuan mengukur berbagai ukuran benda. CMM jenis ini mempunyai dua kaki yang bergerak secara bersamaan untuk memberikan pergerakan satu aksis. Pergerakan dua aksis lainnya adalah pada bagian *bridge*-nya dan bagian aksis vertikalnya (sumbu-Z)
- *Fixed-bridge* CMM
CMM jenis ini merupakan CMM dengan tingkat akurasi yang paling tinggi dibandingkan dengan CMM kartesian lainnya. Per tahun 2017, tingkat akurasi CMM ini bisa mencapai $\pm(0.3 + L/1000) \mu m$ dan L dalam milimeter. CMM jenis ini mempunyai dua tiang yang tetap (tidak bergerak-*fixed bridge*), sehingga meja CMM tersebut yang dapat bergerak untuk menghasilkan satu aksis pergerakan. Pergerakan dua aksis lainnya adalah pada bagian *bridge*-nya dan bagian aksis vertikalnya (sumbu-Z). CMM jenis ini merupakan CMM dengan kecepatan pengukuran yang paling rendah.
- *Cantilever* CMM
CMM jenis ini sangat populer ditemui pada industri-industri otomotif untuk mengukur *body* suatu mobil dalam kondisi sudah dirakit. *CMM cantilever dengan horisontal arm* mempunyai *arm*/tangan yang panjang yang dapat menjangkau sudut-sudut suatu komponen dengan ukuran besar, seperti mobil. Namun demikian, tingkat akurasinya menurun karena adanya efek lendut (*bending*) pada *cantilever arm*-nya.
- *Gantry* CMM
CMM jenis ini merupakan CMM dengan ukuran yang sangat besar. Pada umumnya, jenis CMM ini digunakan untuk mengukur benda-benda dengan ukuran $> 10 m$. Namun demikian, tingkat akurasi CMM ini merupakan yang terendah dibandingkan dengan CMM kartesian lainnya karena efek *error* geometri yang besar seiring dengan besarnya ukuran komponen-komponen CMM ini.
- *L-shaped* CMM
CMM jenis ini merupakan CMM yang paling jarang ditemui di industri-industri. CMM jenis ini didesain untuk mengukur benda-benda dengan bentuk tertentu. Kaki dengan bentuk 'L' berfungsi untuk mengurangi lendutan dari *cantilever arm*-nya.

Sedangkan, jenis-jenis CMM berdasarkan metode interaksi dengan permukaan suatu benda adalah:

- CMM berbasis kontak (*Tactile* CMM)
Adalah CMM yang menyentuh secara mekanik permukaan suatu benda yang diukur. Contoh CMM kartesian jenis kontak adalah *moving-bridge*, *cantilever* dan *gantry* CMM. Sedangkan, contoh CMM non-kartesian jenis kontak adalah *articulated-arm* CMM.

Keuntungan CMM berbasis kontak adalah CMM tersebut menyentuh permukaan suatu benda secara mekanik. Proses ini dapat dimodelkan secara analitik, sehingga *error* yang dihasilkan dapat dengan mudah diprediksi atau diverifikasi. Pada umumnya, CMM berbasis kontak selalu dijadikan referensi untuk memverifikasi hasil pengukuran dengan CMM non-kontak.

Kerugian CMM berbasis kontak adalah terdapat risiko rusaknya permukaan suatu benda karena sentuhan dari stylus CMM tersebut, apalagi apabila stylus tersebut sangat kecil, maka tekanan yang diberikan kepada permukaan benda tersebut semakin besar (yang disebabkan oleh gaya Hertzian). Selain itu, CMM berbasis kontak mempunyai proses pengukuran yang lambat dan jumlah keluaran data dari titik-titik permukaan suatu benda yang diukur sangat sedikit dibandingkan dengan CMM berbasis non-kontak (sebagai perbandingan, CMM berbasis kontak dapat membutuhkan waktu dalam hitungan jam untuk menghasilkan ribuan titik data, sedangkan CMM berbasis non-kontak hanya membutuhkan satu atau dua menit untuk menghasilkan jutaan data). Kerugian lainnya juga adalah aksesibilitas suatu fitur yang diukur dengan CMM berbasis kontak terbatas pada ukuran diameter dari stylus yang digunakan (misalnya dengan stylus berdiameter 1 mm, CMM kontak tidak dapat mengukur diameter internal silinder dengan diameter $< 1 mm$).

- CMM berbasis non-kontak/optik (*Optical CMM*)

Adalah CMM yang tidak menyentuh permukaan benda yang diukur. CMM jenis ini menggunakan metode berbasis optik untuk meraba permukaan suatu benda. Contoh CMM non-kontak adalah sistem photogrammetry, *fringe projection* dan *laser tracker*.

Keuntungan CMM berbasis non-kontak adalah CMM tersebut dapat menghasilkan data dengan jumlah yang sangat banyak dalam hitungan beberapa menit, dapat menghasilkan data berupa titik-titik koordinat suatu permukaan tanpa menyentuh permukaan suatu benda sehingga tidak ada resiko rusaknya permukaan benda tersebut, walaupun benda tersebut mempunyai permukaan yang lunak. Selain itu CMM berbasis non-kontak dapat mengakses fitur-fitur pada suatu benda dengan ukuran yang sangat kecil. Limitasi ukuran fitur yang dapat diukur adalah batas difraksi optik yang dimiliki dari suatu sistem optik yang digunakan CMM tersebut.

Kerugian yang paling mendasar dari CMM berbasis non-kontak adalah CMM tersebut mendeteksi permukaan suatu benda dengan cara menyinari permukaan tersebut dan menganalisis refleksi cahaya yang dipantulkan oleh permukaan tersebut. Proses mendeteksi permukaan tersebut dengan analisis cahaya yang terrefleksikan merupakan suatu proses yang sangat kompleks, sehingga sangat sulit untuk memverifikasi seberapa akurat hasil pendeteksian permukaan tersebut. Selain itu, CMM berbasis non-kontak sangat dipengaruhi oleh jenis material yang diukur (hal ini tidak demikian dengan CMM berbasis kontak). Material yang berbeda akan memberikan refleksi yang berbeda terhadap CMM non-kontak, sehingga performansi CMM tersebut berbeda antara satu material dengan material lainnya. Kerugian lainnya CMM berbasis non-kontak adalah kemampuan untuk mengukur permukaan yang miring. CMM non-kontak tidak dapat mengukur permukaan dengan kemiringan yang sangat tinggi, apalagi untuk mengukur permukaan dengan sudut kemiringan 90° , hal ini karena keterbatasan apertur numerik (*numerical aperture/NA*) dari sistem optik yang digunakan (CMM berbasis kontak dapat mengukur suatu permukaan dengan sudut kemiringan hingga 90°).

Pada bab ini, penjelasan CMM dibagi berdasarkan kontak (*tactile*) dan non-kontak (*optical*).

5.1.2 Pertimbangan untuk aplikasi CMM

Terdapat berbagai macam jenis CMM yang terdapat dipasaran, sehingga memilih CMM yang paling tepat untuk suatu aplikasi pengukuran dimensi dan geometri tidaklah mudah. Hal-hal yang harus dipertimbangkan dalam memilih CMM untuk suatu aplikasi tertentu adalah:

- Tingkat akurasi CMM.
- Karakteristik instrumen CMM.
- Kemampuan perangkat lunak CMM.
- Strategi pengukuran (*sampling strategy*) CMM.
- Hal-hal lainnya.

Tingkat akurasi CMM

Hal pertama yang harus dipertimbangkan adalah tingkat akurasi yang dibutuhkan untuk mengukur suatu fitur. Tingkat akurasi ini bisa didapatkan dari seberapa besar nilai toleransi dari fitur tersebut. Untuk CMM, menurut ISO 10360, akurasi CMM dapat direpresentasikan dengan nilai *error* maksimum yang diizinkan (*maximum permissible error/MPE*). Berdasarkan ISO 10360, MPE didefinisikan sebagai $\pm(X + L/K)$, dimana X adalah tingkat akurasi sebuah CMM dengan unit μm , K adalah sebuah konstanta dan L adalah panjang yang diukur dengan unit mm . Hal penting yang harus diingat adalah adanya variabel panjang suatu fitur yang diukur L yang berkontribusi terhadap tingkat akurasi suatu CMM. Untuk menentukan nilai MPE suatu CMM, verifikasi performansi suatu CMM berdasarkan ISO 10360 harus dilakukan.

Selain tingkat akurasi, nilai ketidakpastian (*uncertainty*) dari suatu hasil pengukuran dengan CMM juga harus diperhitungkan (lihat Bab 9 untuk pembahasan detail mengenai ketidakpastian suatu hasil pengukuran). Hasil suatu pengukuran memiliki suatu nilai ketidakpastian yang merepresentasikan ketidaktahuan kita terhadap proses

pengukuran tersebut. Hal-hal yang berkontribusi terhadap nilai ketidakpastian hasil suatu pengukuran adalah seperti variasi temperatur pada saat sebuah pengukuran berlangsung, variasi strategi dari pengambilan data (*sampling strategy*), *error* geometri dari suatu CMM, dan variasi bentuk suatu benda yang berasal dari variasi dari proses manufaktur benda tersebut. Maka dari itu, ketika memilih CMM mana yang paling tepat untuk suatu pengukuran, tidak hanya tingkat akurasi yang memadai yang perlu diperhitungkan, tetapi juga estimasi nilai ketidakpastian yang dihasilkan dari suatu pengukuran tersebut. Dengan kata lain, tingkat akurasi CMM yang dibutuhkan harus lebih tinggi dari tingkat akurasi yang dibutuhkan untuk memberikan ruang kepada nilai ketidakpastian dari suatu pengukuran.

Salah satu contoh menentukan tingkat akurasi dari sebuah CMM adalah sebagai berikut. apabila kita ingin mengukur suatu fitur berupa diameter sebuah silinder dengan spesifikasi $(500 \pm 0.01) \text{ mm}$. Dari spesifikasi tersebut, kita dapatkan nilai jangkaun toleransi sebesar $0.01 \times 2 = 0.02 \text{ mm}$. CMM yang tepat untuk mengukur silinder tersebut adalah CMM yang mempunyai tingkat akurasi (termasuk nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran silinder tersebut) maksimal 10 % dari 0.04 mm total toleransi tersebut. Dengan demikian, tingkat akurasi pengukuran termasuk estimasi nilai ketidakpastian dari pengukuran tersebut adalah sebesar $0.002 \mu\text{m}$ untuk panjang $L = 500 \text{ mm}$. Sehingga, tingkat akurasi CMM yang dibutuhkan adalah sebesar $\leq 0.002 \mu\text{m}$ untuk panjang $L = 500 \text{ mm}$ untuk memberikan ruang terhadap nilai ketidakpastian suatu pengukuran tersebut.

Selanjutnya adalah memilih sebuah CMM yang mempunyai tingkat akurasi $\leq 0.002 \mu\text{m}$ untuk panjang $L = 500 \text{ mm}$. Misalnya suatu CMM jenis A mempunyai spesifikasi akurasi sebesar $\pm(1.2 + L/5000) \mu\text{m}$. Tingkat akurasi CMM jenis A tersebut tidak cukup untuk digunakan mengukur silinder tersebut, karena total akurasi CMM jenis A tersebut adalah $= (1.2 + 500/500) = 2.2 \mu\text{m}$. Misalkan jenis CMM lainnya, yaitu CMM jenis B, mempunyai tingkat akurasi sebesar $\pm(1.3 + L/1000) \mu\text{m}$. Maka, tingkat akurasi CMM jenis B tersebut untuk pengukuran silinder tersebut adalah $= (1.3 + 500/1000) = 1.8 \mu\text{m}$. Sehingga, CMM jenis B adalah CMM yang tepat untuk pengukuran silinder tersebut.

Dari contoh diatas, nilai ketidakpastian berperan penting untuk menentukan jenis CMM mana yang paling tepat digunakan untuk suatu pengukuran dimensi dan geometri. Maka dari itu, *budget* nilai ketidakpastian suatu pengukuran harus dilakukan terlebih dahulu untuk dapat menentukan jenis CMM yang paling tepat. Selain itu, dengan adanya *budget* nilai ketidakpastian suatu pengukuran, *budget* tersebut dapat digunakan sebagai alat bantu untuk menentukan bagian mana dari suatu proses inspeksi produk yang butuh perhatian lebih atau yang butuh perbaikan. Misalnya, apabila dari *budget* nilai ketidakpastian tersebut memperlihatkan bahwa sumber ketidakpastian terbesar adalah dari variasi temperatur pada saat pengukuran berlangsung, maka solusi terbaik adalah temperatur ruangan tempat pengukuran tersebut dapat lebih dikontrol, daripada membeli CMM dengan tingkat akurasi yang lebih tinggi dengan harga yang jauh lebih mahal.

Karakteristik instrumen CMM

Karakteristik CMM yang paling penting untuk dipertimbangkan ketika memilih CMM adalah volume pengukuran CMM, konfigurasi CMM, massa benda yang diukur, kecepatan pengukuran dan tipe *probing* (sensor). Penjelasan dari karakteristik CMM adalah sebagai berikut:

- **Volume pengukuran CMM**

Volume pengukuran suatu CMM adalah area dimana sensor (*probing*) CMM dapat menjangkaunya untuk mengambil data permukaan suatu benda. Volume pengukuran CMM berbentuk balok yang menggambarkan maximum panjang, lebar dan tinggi suatu benda untuk diukur dengan CMM tersebut. Gambar 2 memperlihatkan ilustrasi dari volume pengukuran CMM. Pada gambar 2, diperlihatkan volume pengukuran untuk CMM jenis *moving-bridge* dan *gantry*. CMM jenis *gantry* memiliki volume pengukuran yang paling besar yang mencapai puluhan meter untuk ukuran panjang, lebar dan tinggi suatu benda yang dapat diukur. Sedangkan *moving bridge* CMM pada umumnya mempunyai volume pengukuran sebesar 1-2 meter. Volume pengukuran CMM yang paling kecil dapat mencapai hanya $(100 \times 100 \times 100) \text{ mm}$ yang digunakan untuk pengukuran benda pada skala mikro.

Gambar 2: Volume pengukuran CMM yang menggambarkan ukuran maksimum benda yang dapat diukur.

- Konfigurasi CMM

Konfigurasi CMM yang paling umum adalah dengan aksis pengukuran (measuring arm) vertikal, karena konfigurasi tersebut tidak dipengaruhi oleh gaya gravitasi pada berbagai macam posisi yang berbeda. Sedangkan, CMM dengan aksis pengukuran horizontal dipengaruhi gaya gravitasi ketika aksis pengukuran tersebut memanjang.

Konfigurasi CMM sangat penting untuk dipertimbangkan dalam memilih CMM yang paling tepat untuk suatu aplikasi. Pentingnya konfigurasi CMM diperlihatkan pada gambar 3. Pada gambar 3, diperlihatkan bagaimana konfigurasi sebuah CMM dapat menentukan fleksibilitas CMM tersebut dalam mengukur suatu benda dengan ukuran tertentu. *Cantilever* CMM (gambar 3 kanan) adalah jenis CMM dengan fleksibilitas tinggi dalam hal kemampuan menampung berbagai ukuran benda. *Cantilever* CMM mempunyai halangan minimum karena hanya mempunyai satu tiang untuk menyangga aksis pengukuran sehingga mempunyai banyak ruang untuk meletakkan suatu benda.

Selain itu, konfigurasi CMM juga menentukan fleksibilitas CMM tersebut untuk menjangkau suatu benda yang diukur. Misalnya, untuk pengukuran *body* mobil, jenis CMM yang paling sering digunakan adalah *cantilever* CMM dengan aksis pengukuran horizontal, sehingga dapat menjangkau bagian *body* mobil tersebut.

Gambar 3: Konfigurasi CMM menentukan fleksibilitas untuk mengukur suatu benda dengan berbagai ukuran.

- Massa benda yang diukur

Setiap jenis CMM memiliki kapasitas maksimum untuk menahan benda dengan massa tertentu. Apabila

massa benda yang diukur melebihi batas maksimum kemampuan meja CMM, maka akan terjadi deformasi (dalam ukuran mikro- atau milimeter), sehingga tingkat akurasi CMM tersebut akan berkurang. Kondisi terburuk adalah, konstruksi CMM akan rusak apabila massa benda yang diletakkan jauh lebih tinggi dari maksimum massa benda yang dapat ditahan suatu CMM.

- Kecepatan pengukuran

Ada bermacam-macam ukuran kecepatan CMM, yaitu kecepatan pergerakan CMM, akselerasi dan deselerasi dan pengambilan titik per menit. Ada dua jenis utama pengambilan titik permukaan suatu benda dengan CMM dengan metode kontak, yaitu *point-to-point* dan *scanning* (gambar 4). Pada gambar 4, kontak *point-to-point* mempunyai kecepatan pengukuran yang lambat, tetapi pada umumnya tingkat akurasinya lebih tinggi dibandingkan dengan kontak *scanning*, karena efek dinamika dari pergerakan CMM kecil. Sedangkan, kontak *scanning* mempunyai kecepatan pengambilan titik suatu permukaan dengan cepat, tetapi dengan tingkat akurasi yang lebih rendah dibandingkan dengan kontak *point-to-point* karena efek dinamika pergerakan CMM yang tinggi.

Ada beberapa hal penting yang harus diingat dalam menggunakan CMM jenis kontak adalah melakukan perbandingan pengukuran suatu benda dengan suatu referensi (misalnya supplier suatu CMM) untuk mengetahui efisiensi program CMM dalam mengukur benda tersebut, mengevaluasi waktu yang dibutuhkan untuk mengambil satu titik data permukaan (termasuk akselerasi dan deselerasi *probing*) dan mengevaluasi kecepatan pergerakan CMM untuk mengukur suatu benda yang sangat besar (untuk suatu benda dengan ukuran besar, waktu yang dibutuhkan untuk pergerakan perpindahan CMM menjadi signifikan)

Gambar 4: Dua jenis utama pengukuran CMM: (kiri) *point-to-point* dan (kanan) *scanning*.

- Tipe *probing* (sensor)

Probing adalah bagian CMM yang merupakan sensor untuk mengetahui apabila *stylus/scanning head* sudah menyentuh permukaan benda dan merekam (mengambil) koordinat spasial titik-titik permukaan suatu benda. Untuk CMM, ada dua jenis *probing*: kontak (*tactile*) dan non-kontak (optikal). Gambar 5 memperlihatkan *probing* kontak dengan dilengkapi sebuah *stylus* untuk menyentuh suatu permukaan benda dan *probing* non-kontak yang dilengkapi dengan *laser-scanning head*. *Probing* kontak mempunyai tingkat *throughput* (kemampuan merekam titik-titik koordinat permukaan) yang lebih kecil dari *probing* non-kontak, tetapi *probing* kontak mempunyai tingkat resolusi dan akurasi yang jauh lebih tinggi dari *probing* non-kontak.

Probing kontak mempunyai kelemahan untuk mengukur suatu permukaan yang lunak, misalnya *sheet metal*, dan menjangkau fitur-fitur yang kecil. Sedangkan, *probing* non-kontak dapat mengukur suatu permukaan benda yang lunak karena tidak ada resiko merusak permukaan benda tersebut (tidak ada gaya permukaan). Untuk *probing* non-kontak, pada umumnya menggunakan laser-scanning head. Laser scanning head tersebut mempunyai kelemahan utama ukuran diameter spot laser yang cukup besar, yaitu sekitar 0.2 mm , sehingga membatasi ukuran suatu fitur yang dapat diukur. Selain itu, *probing* non-kontak tidak dapat mengukur suatu

permukaan benda yang vertikal karena tidak ada laser atau cahaya yang dapat direfleksikan balik ke sistem *probing* non-kontak tersebut. Sedangkan, *probing* kontak (*tactile*) dapat mengukur suatu permukaan dengan sudut kemiringan berapapun, termasuk permukaan vertikal gambar 6 memperlihatkan kemampuan *probing* kontak untuk mengukur permukaan vertikal suatu silinder dengan menggunakan *stylus* horisontal.

Gambar 5: (kanan) *probing* tipe kontak dan (kanan) *probing* tipe non-contact (optikal).

Gambar 6: *Stylus* CMM dengan konfigurasi horisontal.

Kemampuan perangkat lunak CMM

Kemampuan perangkat lunak CMM yang paling penting untuk dipertimbangkan ketika memilih CMM adalah cara pemrograman CMM, antarmuka perangkat lunak dengan operator, sistem evaluasi data, antarmuka data dan format keluaran data. Penjelasan dari kemampuan perangkat lunak CMM adalah sebagai berikut:

- Cara pemrograman CMM

Salah satu keuntungan utama CMM adalah kemampuan CMM untuk diprogram sehingga dapat melakukan pengukuran secara otomatis. Biaya pengukuran CMM otomatis biasanya lebih kecil dari setengah biaya pengukuran manual atau non-otomatis (Hocken dan Pereira 2012). Namun demikian, tidak semua CMM dapat diprogram untuk mengukur secara otomatis. Hanya CMM yang dilengkapi dengan kontrol-numerik dan perangkat lunak yang memadai yang dapat diprogram untuk bekerja secara otomatis.

Selain itu, CMM yang dapat bekerja secara otomatis mempunyai hasil yang lebih konsisten karena mengurangi efek operator. CMM yang terprogram dapat bekerja secara otomatis dan dapat menyentuh target

yang sama adalah jangkaun $0.005\text{ mm} - 0.05\text{ mm}$ (tergantung kecepatan, akselerasi dan deselerasi yang diprogram), sehingga meminimalkan efek dari variasi lokal pada *alignment* dan suatu benda yang diukur. Manual CMM, pada umumnya mempunyai variasi menyentuh target yang sama dalam kisaran 5 mm .

Ada tiga jenis cara pemrograman CMM, yaitu Pemrograman berbasis *teaching*, pemrograman berbasis parametrik dan pemrograman berbasis *off-line*.

- Pemrograman berbasis *teaching* adalah pemrograman dimana operator memposisikan secara manual *probing* untuk mencapai target posisi pada suatu permukaan. Kemudian, pergerakan tersebut direkam oleh komputer suatu CMM untuk kemudian dapat bekerja secara otomatis.
 - Pemrograman berbasis parametrik adalah pemrograman yang berbasis pada tingkat similaritas suatu benda yang diukur. Pemrograman jenis ini pada umumnya dikembangkan dari suatu program CMM berbasis *teaching* yang kemudian dikembangkan berdasarkan tingkat similaritas suatu benda sehingga tidak perlu dilakukan *re-teaching* lagi.
 - Pemrograman berbasis *off-line* adalah pemrograman CMM berbasis model CAD dari suatu benda. Dari model CAD tersebut, berbagai fitur, misalnya suatu permukaan, benda tersebut dapat ditentukan. Posisi dan pengukuran CMM pada benda tersebut dapat ditentukan berdasarkan model CAD tersebut, sehingga manual *teaching* tidak perlu dilakukan. Selain itu, dengan adanya CAD data, perbandingan bentuk nominal benda tersebut dengan hasil pengukurannya dapat dibandingkan, sehingga deviasi dari nominal benda tersebut dapat langsung divisualisasikan.
- Antarmuka perangkat lunak dengan operator
Terdapat berbagaimacam perangkat lunak untuk sistem CMM karena terdapat berbagai jenis produsen pembuat CMM komersial, seperti Zeiss, Mitutoyo, DEA, Leitz, Brawn and Sharpe, Nikon metrology, Werth dan lain sebagainya. Pada umumnya, setiap produsen mempunyai perangkat lunak untuk sistem CMM mereka masing-masing, walaupun ada perangkat lunak CMM yang dapat digunakan untuk berbagai macam jenis CMM, seperti PC Demis. Maka dari itu, pertimbangan seberapa mudah dan intuitif suatu antarmuka perangkat lunak CMM sangat penting untuk memudahkan operator belajar dan menggunakan suatu CMM.
 - Sistem evaluasi data
Kemampuan evaluasi data perangkat lunak suatu CMM adalah kemampuan untuk mengolah titik-titik koordinat spasial (X , Y dan Z) suatu permukaan benda yang direkam agar dari titik-titik tersebut, suatu pengukuran dapat dilakukan, seperti diameter, panjang, *flatness*, *perpendicularity* dan *position*. Kemampuan tersebut yang paling utama adalah *fitting*, yaitu mengasosiasikan suatu geometri pada kumpulan titik-titik koordinat spasial suatu permukaan benda.
Setiap perangkat lunak CMM minimal mempunyai fungsi dasar untuk fitting lingkaran, bidang, konik, silinder, bola dan elips. Proses *fitting* tersebut dapat dilakukan dengan berbagai metode (untuk detailnya lihat bab 7 mengenai algoritma), misalnya *least-square* (yang paling umum), maximum inscribe feature, *minimum circumscribe* feature sampai dengan fitting permukaan *free-form* dengan metode NURBS. Untuk perangkat lunak suatu CMM yang sudah mapan, perangkat lunak mereka sudah dites, sehingga algoritma tersebut stabil dan melakukan kalkulasi yang benar (Shakarji 2002).
 - Antarmuka data
Pengertian antarmuka data adalah bagaimanakah data hasil pengukuran suatu CMM dapat ditransfer dan di-*import* untuk keperluan lainnya dengan suatu perangkat lunak lainnya. Transfer data tersebut adalah untuk keperluan, misalnya untuk kontrol proses berbasis statistik (*statistical process control/SPC*), untuk perbandingan dengan suatu CAD, untuk keperluan kontrol suatu proses manufaktur dan untuk keperluan pengambilan keputusan.
 - Format keluaran data
Format keluaran data hasil pengukuran suatu CMM mempunyai berbagai macam bentuk. Hal pertama adalah format data titik-titik suatu permukaan yang diukur ke dalam suatu format *text file*. Format data tersebut bisa

berupa hanya posisi X , Y dan Z atau bisa berupa informasi yang lebih lengkap, misalnya posisi X , Y dan Z dan vektor arah pendekatan suatu *probe*. Selain itu, kemampuan perangkat lunak untuk merepresentasikan data dalam bentuk suatu laporan formal merupakan suatu fitur perangkat lunak yang sangat bermanfaat.

Strategi pengukuran (*sampling strategy*) CMM

Strategi pengukuran CMM adalah prosedur yang digunakan untuk mengambil data permukaan suatu benda yang akan diukur. Strategi pengukuran dengan CMM terbagi menjadi dua macam, yaitu strategi pengambilan titik-titik permukaan benda dan strategi seberapa sering suatu benda diukur (Hocken dan Pereira 2012). Penjelasan dari dua jenis strategi pengukuran CMM tersebut adalah sebagai berikut:

- Strategi pengambilan titik-titik permukaan benda (strategi *sampling*)
Hasil pengukuran suatu CMM adalah berdasarkan suatu proses *fitting* suatu geometri terhadap titik-titik koordinat spasial suatu permukaan yang diukur dengan CMM tersebut. Untuk mendapatkan titik-titik tersebut, berbagai macam strategi *sampling* dapat dilakukan seperti yang diperlihatkan oleh gambar 7. Pada gambar 7, sebuah contoh untuk mengukur suatu bidang datar dengan mengambil titik-titik koordinat dari bidang tersebut dengan *probing* kontak, mulai dari minimum tiga titik untuk menentukan suatu bidang, *grid sampling*, *random sampling* dan *scanning sampling*. Berbeda jenis *sampling*, maka berbeda pula tingkat akurasi dari hasil pengukuran tersebut, sehingga strategi *sampling* sangat mempengaruhi hasil pengukuran CMM (Phillips et al 2003, Weckenmann et al 1998). Selain itu, berapa banyak jumlah titik yang harus diambil untuk melakukan suatu pengukuran juga sangat penting untuk dipertimbangkan, misalnya untuk melakukan pengukuran suatu diameter silinder yang besar hanya dengan menambil beberapa titik pada suatu area yang kecil, maka error hasil pengukuran diameter tersebut akan sangat besar (Phillips et al 1998, Hocken et al 1993).

Gambar 7: Berbagai macam strategi *sampling*.

- Strategi seberapa sering suatu benda diukur
Seberapa banyak suatu komponen harus diinspeksi dengan CMM (atau dengan instrumen lainnya) adalah tergantung seberapa kritis komponen tersebut pada suatu produk. Pada umumnya, komponen yang diproduksi dengan jumlah sedikit dan mempunyai fungsi yang sangat kritis, misalnya komponen mesin jet

pesawat, komponen-komponen tersebut selalu dilakukan cek satu-per-satu. Untuk komponen dengan produksi masal, pada umumnya tidak semua komponen di inspeksi, melainkan hanya beberapa komponen di-*sampling* dari setiap kelompok produksi untuk diinspeksi. Dari seberapa seringnya suatu komponen harus di cek, maka total waktu yang dibutuhkan untuk inspeksi dapat dikalkulasi. Dari kalkulasi waktu inspeksi tersebut, jenis CMM yang tepat untuk digunakan dapat dipilih sesuai dengan berapa kecepatan CMM yang diperlukan untuk memenuhi syarat waktu inspeksi.

Hal-hal lainnya

Hal-hal lainnya yang perlu diperhatikan ketika memilih CMM adalah hal-hal yang berhubungan dengan waktu pelatihan operator, sistem *jig* dan *fixture* untuk memegang benda yang diukur, kondisi lingkungan, garansi dan dukungan purna jual CMM dan sub-kontraktor pengukuran CMM.

- Waktu pelatihan operator
Pengoperasian suatu CMM adalah sangat rumit. Sehingga, waktu yang banyak harus diinvestasikan untuk melatih operator untuk dapat menggunakan CMM dengan benar. Bukan hanya itu, waktu yang lama juga harus diinvestasikan pada operator untuk mengerti mengenai bagaimana cara pengukuran yang tepat dan efisien dan bagaimana cara memahami estimasi ketidakpastian (lihat Bab 9) dari suatu hasil pengukuran CMM.
- Sistem *jig* dan *fixture* untuk memegang benda yang diukur
Setiap produsen CMM melengkapi mesin-mesin CMM mereka dengan berbagai macam *jig* dan *fixture*. *Jig* dan *fixture* adalah suatu instrumen yang sangat penting untuk melakukan pengukuran dengan CMM karena instrumen tersebut sangat penting untuk dapat memposisikan dan memegang suatu benda yang diukur secara tepat.
- Kondisi lingkungan
Kondisi lingkungan dimana suatu CMM akan diletakkan menjadi penting untuk memilih CMM. Misalnya, CMM untuk diletakkan di laboratorium mempunyai spesifikasi yang berbeda untuk CMM yang diletakkan di lantai produksi. CMM yang dilengkapi dengan *air bearing* hanya cocok untuk CMM di dalam laboratorium dengan kondisi lingkungan terkontrol, sedangkan CMM yang dilengkapi dengan *ball bearing* cocok untuk CMM di lantai produksi.
- Garansi dan dukungan purna jual CMM
Garansi dan dukungan purna jual merupakan hal penting untuk memilih vendor CMM, karena pada prakteknya, dukungan dan garansi apabila terjadi masalah pada CMM dari vendor selalu dibutuhkan.
- Sub-kontraktor pengukuran CMM
Investasi untuk CMM membutuhkan dana yang sangat besar, sebagai contoh, pada umumnya harga moving-bridge CMM adalah dikisaran £250000. Dengan demikian, apabila volume pengukuran rendah dan dukungan operator terlatih yang tidak ada, mungkin cara yang lebih tepat adalah untuk menggunakan jasa servis pengukuran untuk komponen-komponen suatu perusahaan yang tidak memiliki CMM.

5.1.3 Aplikasi umum CMM

CMM pada umumnya dianggap sebagai “*cost center*” di industri-industri karena tidak menghasilkan suatu produk seperti misalnya bagian produksi. Namun demikian, CMM pada kenyataannya merupakan “*profit center*” apabila diterapkan dengan tepat dan efisien. Dengan CMM, berbagai macam jenis dan bentuk suatu komponen atau produk (dalam artian komponen-komponen yang telah dirakit bersama) dapat diinspeksi, sehingga kualitas dari komponen atau produk tersebut dapat dijaga. Dengan kualitas yang terjamin tersebut, perusahaan dapat berkompetisi di pasar global dan mengurangi komponen atau produk cacat yang lolos ke konsumen. Selain itu, data hasil dari pengukuran CMM dapat digunakan untuk meningkatkan proses produksi sehingga lebih efisien yang menyebabkan biaya produksi menurun dan dapat digunakan untuk meningkatkan desain suatu komponen agar berfungsi lebih baik.

CMM dapat digunakan untuk pengukuran yang sangat sederhana, misalnya pengukuran diameter dan panjang, sampai dengan pengukuran yang sangat kompleks, seperti pengukuran permukaan *free-form*, pengukuran mesin mobil,

pengukuran turbin mesin jet dan lain-lain. Beberapa contoh pengukuran CMM di industri-industri, seperti pengukuran lokasi pusat dari lubang pendinginan pada aerofoil turbin mesin jet, pengukuran roda gigi, pengukuran turbin udara dengan ukuran skala $> 10\text{ m}$, pengukuran komponen metal yang di casting, pengukuran implant medis, pengukuran *sculpture surface*, pengukuran komponen-komponen optik, pengukuran artifak referensi dengan presisi yang sangat tinggi, pengukuran presisi komponen-komponen pada skala mikro dan lain sebagainya. Gambar 8 memperlihatkan berbagai macam pengukuran dengan CMM dari pengukuran yang sederhana, yaitu diameter suatu silinder, sampai pengukuran yang sangat kompleks, yaitu mesin silinder 2-tak.

Gambar 8: Contoh-contoh aplikasi CMM: (a) pengukuran diameter, (b) pengukuran *flatness*, (c) pengukuran profilroda gigi, (d) pengukuran lokasi pusat bola, (e) pengukuran lokasi pusat bola pada berbagai ketinggian, (f) pengukuran lokasi pusat bola dengan berbagai ketinggian dan orientasi dan (g) pengukuran mesin mobil.

5.2 Cartesian tactile CMM

Komponen-komponen yang merekonstruksi CMM diperlihatkan pada gambar 9. Pada gambar 9, komponen-komponen CMM tersebut diperlihatkan dengan suatu CMM berjenis *moving-bridge*, karena CMM jenis ini merupakan jenis CMM yang paling umum di industri dan laboratorium metrologi. Pada prinsipnya, CMM terbagi menjadi tiga bagian besar, yaitu: struktur mekanik, sensor (*probe*), dan kontroler dan komputer.

Gambar 9: Konstruksi dasar CMM.

Struktur mekanik

Pada gambar 9, struktur mekanik CMM adalah meja pengukuran, sumbu X , Y dan Z , sistem *fixture* dan rangka struktur. Bagian-bagian dari struktur mekanik CMM dijelaskan sebagai berikut.

Sistem pergerakan aksis terdiri dari sumber pergerakan dan transfer pergerakan. Sumber pergerakan adalah motor listrik yang terbagi menjadi dua, yaitu motor rotasi dan motor linear. Pada umumnya, motor rotasi lebih cocok untuk CMM karena posisinya bisa diletakkan jauh dari aksis pergerakan sehingga dapat mengurangi efek panas dari motor tersebut. Sedangkan, motor linier selalu diletakkan pada sumbu pergerakan, sehingga panas yang dihasilkan lebih besar. Selain itu, linear motor selalu membutuhkan arus listrik untuk menahan posisi tertentu, sehingga hal ini dapat menghasilkan panas yang tinggi ke sistem CMM. Keuntungan motor linier adalah dapat menghasilkan kecepatan pergerakan yang tinggi dan tidak membutuhkan sistem *drive* yang kompleks.

Di lain pihak, motor rotasi membutuhkan sistem *drive* untuk mentransfer pergerakan dari pergerakan rotasi ke pergerakan linier. Tipe-tipe *drive* tersebut adalah *rack-and-pinion*, *belt*, *friction* dan *leadscrew drive*. *Leadscrew drive* adalah jenis *drive* yang paling umum untuk mentransfer pergerakan rotasi ke linier.

Bearing merupakan komponen yang vital pembentuk sistem pergerakan (Slocum 1992). Ada dua jenis bearing yang paling umum, yaitu *air bearing* (non-kontak) dan *mechanical-contact bearing* (kontak). Contoh *mechanical-contact bearing* adalah *ball bearing* dan *roller bearing*. Untuk memilih jenis bearing yang tepat untuk suatu CMM, kriteria desain yang paling utama adalah: kekakuan dinamik (*dynamic stiffness*), kemampuan menahan beban, *damping* vibrasi dan efek friksi atau gesekan. *Air bearing* menggunakan suatu lapisan tipis udara (*thin-film layer*) dengan suatu tekanan tertentu (pada umumnya 6 bar) untuk dapat menahan beban. Lapisan tipis tersebut adalah sebesar (1 – 10) μm . *Mechanical-contact bearing* mempunyai kemampuan menahan beban yang jauh lebih tinggi daripada *air bearing*, tetapi juga memiliki gesekan yang lebih tinggi daripada *air bearing* yang dapat menyebabkan munculnya sumber panas. Untuk mengurangi panas tersebut, kecepatan pergerakan suatu aksis yang menggunakan *mechanical-contact bearing* adalah rendah. *Air bearing* digunakan untuk CMM yang diletakkan di dalam laboratorium terkontrol, sedangkan *mechanical-contact bearing* digunakan untuk CMM yang diletakkan pada kondisi lingkungan yang berat, seperti lantai produksi. Untuk pemeliharaan, *air bearing* tidak membutuhkan pelumas, tetapi membutuhkan sumber tekanan udara terkompresi. *Mechanical-contact bearing* membutuhkan pelumas, tetapi tidak membutuhkan tekanan udara terkompresi.

Sistem sensor untuk membaca pergerakan aksis (*displacement transducer*) juga merupakan komponen vital dari CMM, karena dengan sensor tersebut, posisi *stylus* CMM dapat ditentukan. Terdapat berbagai jenis sistem sensor untuk membaca pergerakan, yaitu: *encoder* linier, *encoder* rotasi, *inductosyns*, *magnetic scale* dan interferometri laser. Sistem sensor yang paling sering digunakan adalah *encoder* linier, interferometri laser dan *encoder* rotasi (apabila suatu CMM mempunyai aksis rotasi). Untuk *encoder*, baik linier maupun rotasi, *encoder* terdiri dari dua komponen utama, yaitu *transmission scale* dan *reading head* (untuk membaca skala pada *transmission scale* tersebut). Sistem *transmission scale* dan *reading head* tersebut terdiri dari berbagai jenis, yaitu: *phototransmission scale* (yang paling umum), *reflection scale*, *interferential scale* dan *laser interferometer scale*. Gambar 10 memperlihatkan contoh-contoh dari sistem *encoder* (sistem sensor untuk membaca pergerakan aksis) yang diproduksi oleh Renishaw. Pada gambar 10, terdapat dua jenis *encoder*, yaitu *encoder* dengan skala pitch 20 μm dan 40 μm . Karena skala *pitch encoder* tersebut adalah pada tingkat micrometer, maka untuk mendapatkan resolusi mencapai nanometer, dibutuhkan sebuah interpolator yang akan membagi skala *pitch* tersebut menjadi jauh lebih kecil.

Gambar 10: Contoh jenis-jenis sistem *encoder*.

Meja pengukuran pada umumnya terbuat dari granite (mempunyai koefisien ekspansi termal yang sangat kecil), karena sangat stabil terhadap variasi temperatur dalam jangka yang sangat lama. Ada juga beberapa jenis CMM yang menggunakan komposit sebagai material meja pengukurannya.

Rangka struktur CMM merupakan penyangga utama agar struktur CMM tetap utuh dan tidak terjadi deformasi. Properti yang utama untuk sebuah struktur CMM adalah stabilitas dimensi dalam jangka waktu pendek dan panjang, kekakuan struktur (*stiffness*) yang tinggi, massa struktur yang rendah, kapasitas *damping* vibrasi dari struktur yang tinggi, koefisien termal ekspansi yang rendah dan konduktivitas termal yang tinggi. Pada kenyataannya, sangat sulit membuat struktur CMM yang memenuhi semua kriteria tersebut, maka dari itu selalu ada *trade-off* antara kriteria-kriteria tersebut untuk suatu kasus tertentu. Kestabilan dimensi suatu struktur CMM dalam jangka waktu yang lama dalam berbagai variasi temperatur dan tekanan udara sangat penting. Kestabilan dimensi tersebut juga bergantung pada koefisien ekspansi termal material struktur CMM tersebut yang harus bernilai kecil. Untuk mengurangi efek gangguan vibrasi, struktur CMM harus mempunyai *damping* vibrasi yang besar serta tingkat kekakuan yang tinggi. Sumber-sumber panas pada suatu CMM yang berasal dari, misalnya: motor pergerakan sumbu dan gesekan pada *guide* suatu sumbu pergerakan harus dihilangkan dengan cepat, maka dari itu material suatu struktur CMM harus mempunyai koefisien konduktivitas yang tinggi agar bisa mentransfer panas dari struktur tersebut ke lingkungan.

Untuk struktur CMM, dua material umum yang dipertimbangkan adalah granit dan aluminium. Aluminium mempunyai koefisien termal ekspansi yang besar dibandingkan dengan granit, tetapi aluminium juga mempunyai koefisien konduktivitas termal yang jauh lebih tinggi dari granit (aluminium = $120 - 167 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, granit = $1 - 2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$), sehingga bagus untuk disipasi panas dari dalam struktur (misalnya yang disebabkan oleh friksi) ke lingkungan. Struktur yang terbuat dari aluminium dapat dengan cepat mencapai kestabilan termal yang disebabkan oleh temperatur dari lingkungan.

Sensor (probe)

Sensor (*probe*) adalah bagian dari CMM yang berfungsi untuk mendeteksi titik-titik pada permukaan suatu benda yang diukur. Sensor tersebut merupakan suatu kesatuan sistem yang terdiri dari beberapa komponen penyusunnya. Sensor pada CMM terbagi menjadi dua bagian utama, yaitu *probe (probing head)*, *stylus* dan elektronik (lihat gambar 9). Probe adalah suatu komponen berbasis mekanikal dan elektronik yang berfungsi mendeteksi apakah permukaan suatu benda sudah dicapai dan merekam posisi titik pada permukaan tersebut ke dalam memori komputer di dalam kontroler suatu CMM. Stylus, baik yang berbasis kontak/mekanikal dan non-kontak, adalah komponen yang berinteraksi dengan permukaan suatu benda yang diukur.

Gambar 11 memperlihatkan *probe* yang terdiri dari *probing head* dan *stylus* kontak, dimana *stylus* kontak tersebut mempunyai gerakan rotasi dua-aksis. Dengan tambahan *stylus* dengan rotasi dua-aksis, maka suatu CMM yang menggunakan sensor atau *sistem probing* tersebut akan mempunyai kemampuan pergerakan 5-aksis. Jenis *stylus* tersebut dilengkapi dengan dua buah motor dipangkal *stylus* tersebut (yang tersambung pada *probing head*) untuk melakukan rotasi dua aksis. Dengan dapatnya stylus diposisikan pada berbagai macam orientasi, maka kemampuan aksesibilitas permukaan suatu benda akan semakin tinggi. Pada gambar 11, diperlihatkan *stylus* kontak dua aksis REVO yang diproduksi oleh Renishaw.

Gambar 12 memperlihatkan *probe* yang terdiri dari *probing head* dan *stylus* non-kontak. *Stylus* non-kontak tersebut bisa berupa *laser scanning* atau sensor visi. Pada umumnya, stylus non-kontak mempunyai kemampuan untuk berotasi pada berbagai macam orientasi untuk dapat menjangkau permukaan suatu benda yang diukur. Suatu *probing head* yang sama dapat digunakan untuk kedua jenis *stylus* tersebut, baik *stylus* kontak maupun non-kontak. Pada gambar 12, berbagai macam jenis *stylus* non-kontak dari berbagai manufaktur diperlihatkan. *Stylus* non-kontak dapat menghasilkan deteksi titik-titik permukaan yang sangat banyak dibandingkan dengan *stylus* kontak, namun demikian *stylus* kontak mempunyai tingkat akurasi yang jauh lebih tinggi dibandingkan dengan *stylus* non-kontak.

Gambar 11: Sistem *probing* dengan dua aksis rotasi. Gambar 12: Sistem probing komersial dengan stylus non-contact (*virtual stylus*) dari berbagai produsen.

Kontroler dan komputer

Sistem kontrol pergerakan dan pendeteksian titik-titik permukaan suatu benda terdiri dari kontroler dan komputer. Sistem kontrol tersebut mengatur dan mensinkronisasikan berbagai komponen pada CMM, seperti sistem pergerakan aksis (*drive system*), sensor perpindahan (*displacement sensor*), sistem probing dan komponen-komponen lainnya.

Jenis kontrol suatu CMM dapat diklasifikasikan menjadi tiga jenis:

- CMM dengan pengoperasian manual.
- CMM dengan pengoperasian berdasarkan kontrol numerik (CMM otomatis)
- CMM yang dapat terhubung dengan CAD dan terintegrasi dengan sistem manufaktur.

Pada umumnya, jenis CMM otomatis merupakan baik CMM dengan pengoperasian berbasis kontrol numerik yang dapat terhubung dengan CAD dan sistem manufaktur.

Proses utama sistem kontrol numerik tersebut adalah mensinkronisasikan pergerakan sistem aksis, pembacaan skala dari sensor perpindahan dan komunikasi data dari sistem *probing* ke kontroler dan komputer CMM. CMM dengan kontrol numerik dapat menentukan jenis strategi pendeteksian titik-titik pada permukaan suatu benda, yaitu: kontrol titik-ke-titik, kontrol lintasan kontinu dan kontrol vektor. Untuk kontrol lintasan kontinu, kontrol tersebut terdiri dari dua aktivitas kontrol: kontrol scanning, yang sudah ditentukan sebelumnya (kecepatan, jumlah titik, akselerasi/deselerasi, dan lain sebagainya), dan kontrol adaptif (kecepatan, jumlah titik dan parameter lainnya dapat berubah-ubah tergantung fitur suatu permukaan yang diukur).

CMM dengan kemampuan berfungsi secara otomatis sangat memudahkan operator, terutama apabila benda dengan bentuk yang serupa ingin diukur berjumlah banyak, karena suatu program pengukuran dapat disimpan dan dapat dipakai berulang-ulang. Keuntungan-keuntungan pengukuran dengan CMM dibandingkan dengan pengukuran dengan surface plate (konvensional) diperlihatkan pada tabel 1.

Tabel 1: Perbandingan pengukuran dengan *surface plate* dan CMM.

Pengukuran dengan <i>surface plate</i> (konvensional)	Pengukuran dengan CMM
alignment benda yang diukur dilakukan secara manual	Alignment manual tidak diperlukan
Proses alignment membutuhkan waktu yang lama	Proses alignment membutuhkan waktu yang singkat
Setiap <i>setup</i> hanya untuk satu pengukuran tertentu	Fleksibel untuk mengukur berbagai macam bentuk benda dengan perangkat lunak
Pengukuran dilakukan dengan membandingkan suatu benda yang diukur dengan suatu artifak referensi: gauge block, ring gauge, slip gauge, etc	Pengukuran dilakukan dengan membandingkan suatu benda yang diukur dengan suatu model numerik (matematik) hasil dari proses <i>fitting</i>
Setiap jenis pengukuran geometri, misalnya form, location, run-out dan perpendicularity, membutuhkan setup berbeda	Berbagai jenis pengukuran geometri dilakukan dengan satu setup CMM dengan satu sistem referensi
Membutuhkan operator yang berpengalaman dan sangat ahli untuk melakukan setiap jenis pengukuran	Apabila program pengukuran sudah ada, maka tidak diperlukan operator yang ahli dan berpengalaman
Produktifitas pengukuran rendah	produktifitas pengukuran tinggi karena bisa diotomatisasi

5.3 Pengoperasian CMM

Pengoperasia CMM yang akan dijelaskan pada bagian ini adalah fokus pada CMM kontak (*tactile CMM*). Pada CMM kontak, titik-titik (*points*) pada suatu permukaan benda dideteksi secara individual, sedangkan CMM non-kontak mendeteksi kumpulan titik-titik (*point cloud*) dimana kumpulan titik-titik tersebut akan diproses kemudian untuk memilih titik-titik yang relevan. Pada prakteknya, setiap industri atau laboratorium mungkin mempunyai prosedur khusus yang dikostumasi untuk kebutuhan mereka yang spesifik, sedangkan pada bagian ini, pengoperasian CMM secara umum akan dijelaskan. Gambar 13 memperlihatkan proses pengukuran dengan CMM kontak untuk mengukur dimensi dan geometri suatu benda.

Gambar 13: Prosedur umum proses pengukuran dimensi dan geometri dengan CMM.

Pada gambar 13, prosedur umum proses pengukuran dimensi dan geometri dengan CMM terbagi menjadi tiga proses utama, dengan urutan sebagai berikut (lihat gambar 13):

- Pendeteksian titik-titik pada suatu permukaan benda sesuai dengan rencana pengukuran (*measurement planning*) yang sudah ditetapkan sebelumnya. Proses ini dilakukan oleh mesin CMM.
- Proses mengasosiasikan titik-titik permukaan tersebut pada suatu elemen geometri (proses *fitting*) yang diinginkan, misalnya bidang datar, silinder dan bola. Proses ini dilakukan oleh komputer yang terhubung dengan CMM tersebut. Gambar 14 memperlihatkan contoh *fitting* titik-titik sebuah permukaan benda pada elemen geometri lingkaran. Pada gambar 14, dapat dilihat bahwa dengan menggunakan metode *fitting* yang berbeda, jari-jari (*radius*) dan titik pusat lingkaran yang didapatkan juga berbeda-beda. Metode *fitting* yang tepat yang harus digunakan tergantung pada jenis verifikasi geometri dan fungsi desain dari suatu produk. Bab 7 (algoritma) membahas secara detail mengenai berbagai macam proses *fitting*.

Gambar 14: Proses *fitting* untuk mengasosiasikan titik-titik pada suatu elemen geometri. Pada contoh ini diperlihatkan contoh ***fitting lingkaran*** dari titik-titik suatu permukaan benda yang dideteksi dari sebuah CMM.

- Proses verifikasi geometri yang dilakukan dengan mengkalkulasi dimensi dan geometri yang ingin diketahui dari benda yang diinspeksi tersebut dan membandingkannya dengan gambar teknik benda tersebut. setelah itu, proses pembuatan laporan inspeksi dapat dibuat. Proses ini dilakukan oleh komputer yang terhubung dengan CMM tersebut.

Proses pembuatan rencana pengukuran (*measurment planning*), proses mengasosiasikan titik-titik permukaan tersebut pada suatu elemen geometri (proses *fitting*) dan proses verifikasi geometri dilakukan oleh perangkat lunak yang spesifik mengontrol suatu CMM yang digunakan untuk pengukuran. Contoh-contoh perangkat lunak tersebut adalah Calypso untuk CMM Zeiss, Quindos untuk CMM Leitz dan PC-Demis untuk CMM DEA dan lainnya.

Untuk pengoperasian CMM, pengoperasian tersebut dibagi menjadi dua tahap:

- Persiapan pengukuran.

Proses persiapan yang harus dipertimbangkan dan dilakukan sebelum mengoperasikan CMM adalah proses

pengondisian mesin CMM, mengecek gambar teknik suatu benda yang akan diukur, memilih *probe* dan *stylus*, memilih *fixture*, pembuatan laporan dan keamanan.

2. Pembuatan program pengukuran.

Program pengukuran terbagi menjadi kualifikasi *stylus*, alignment, inspeksi, analisis, laporan, tes program pengukuran, dan revisi dan perbaikan program pengukuran tersebut.

Persiapan pengukuran

Sebelum menggunakan CMM, CMM tersebut harus dikondisikan agar berada dalam kondisi operasi terbaiknya. Debu-debu yang melekat pada CMM, terutama permukaan *bearing* harus dibersihkan dengan prosedur khusus. Untuk CMM dengan *air bearing*, suplai udara terkompresi harus dipastikan sesuai dengan spesifikasi yang dibutuhkan CMM. *Stylus* dan *probe* referensi untuk proses kualifikasi *stylus* harus selalu dibersihkan, biasanya menggunakan alkohol. Sebelum CMM digunakan, CMM tersebut harus diposisikan pada *home position*-nya. Memposisikan CMM pada posisi *home*-nya adalah penting karena skala pengukuran adalah inkremental dan agar pengaplikasian peta *error* (*error map*) dapat dilakukan dengan benar di dalam volume pengukuran CMM tersebut.

Gambar teknik suatu benda yang akan diukur harus dicek terlebih dahulu untuk mengetahui jenis pengukuran apa yang akan dilakukan dan untuk menentukan program pengukuran yang paling efektif dan efisien. Pemrogram CMM yang baik adalah yang mengetahui GD&T (Lihat Bab 3) dan perangkat lunak suatu CMM. Pemrogram CMM harus mempertimbangkan hal-hal berikut dalam membuat rencana pengukuran: datum apa saja yang harus diukur untuk melakukan pengukuran geometri, apakah pengukuran akan dilakukan dengan satu jenis atau lebih setup, apa saja grup fitur-fitur yang akan diukur dan bagaimana caranya untuk mendapatkan nilai ketidakpastian hasil pengukuran CMM sekecil mungkin (Lihat Bab 9).

Pemilihan *probe* dan *stylus* adalah sangat tergantung kepada jenis fitur pada suatu benda yang akan diukur. Hal pertama yang harus dipertimbangkan dalam memilih *stylus* adalah kemampuan untuk mengakses permukaan suatu benda yang akan diukur. Untuk *probe*, pemilihannya bergantung pada apakah pengukuran membutuhkan kemampuan mengatur besarnya gaya menyentuh suatu permukaan benda atau tidak. Pada umumnya, penggunaan satu jenis *stylus* untuk melakukan suatu pengukuran lebih baik daripada menggunakan beberapa jenis *stylus*, karena apabila menggunakan beberapa jenis *stylus*, nilai ketidakpastian hasil pengukuran akan meningkat (akurasi berkurang) karena ada proses pergantian *stylus*. Kadang-kadang, merubah posisi suatu benda yang diukur untuk dapat diakses dengan suatu *stylus* yang digunakan lebih baik daripada mengganti *stylus* untuk mengakses fitur pada benda tersebut (dengan tidak merubah posisi atau orientasi benda tersebut). Terdapat *stylus* dengan konfigurasi *star* dengan berbagai orientasi *stylus* yang dapat digunakan untuk mengukur berbagai jenis fitur suatu benda.

Fixture untuk pengukuran CMM tidak membutuhkan gaya tahan yang besar seperti *fixture* untuk suatu benda pada mesin-mesin perkakas dan bubut. Gaya tahanan untuk menahan posisi benda harus tidak berlebihan agar benda yang ditahan tersebut tidak terdeformasi. *Fixture* juga harus digunakan tidak secara berlebihan karena *fixture* yang berlebihan akan menghalangi akses *stylus* untuk menjangkau suatu permukaan benda yang diukur. Tips untuk menahan benda yang kecil adalah dengan menggunakan *super glue*.

Menyiapkan jenis laporan yang dibutuhkan untuk pengukuran adalah penting. Laporan tersebut terbagi menjadi dua jenis, laporan untuk mendokumentasikan proses pengukuran dan laporan untuk mempresentasikan hasil pengukuran.

Keamanan pengoperasian CMM sangat penting untuk diperhatikan layaknya keamanan untuk pengoperasian mesin-mesin bubut dan perkakas. Keamanan tersebut untuk operator dan fungsionalitas CMM. Operator harus memperhatikan benda-benda yang berada di meja CMM jangan sampai menghalangi pergerakan aksis CMM sehingga menyebabkan benda-benda tersebut jatuh. Permukaan *bearing* CMM juga harus dijaga jangan sampai rusak karena bergesekan dengan benda-benda. Tombol *emergency stop* CMM harus selalu diletakkan dalam jangkauan operator.

Pembuatan program pengukuran

Tahapan pembuatan program pengukuran CMM diperlihatkan pada gambar 15. Tahapan-tahapan tersebut adalah kualifikasi *probe* dan *stylus*, alignment, proses inspeksi, analisis data (*fitting* dan verifikasi), desain laporan hasil

pengukuran, tes program pengukuran, dan revisi dan perbaikan program pengukuran. Tahapan-tahapan tersebut harus dilakukan untuk setiap pengoperasian CMM kontak.

Program CMM sering disebut juga sebagai rencana pengukuran (*measurement planning*). ASME B89.7.2-1999 (ASME 1999) memberikan petunjuk yang baik untuk membuat suatu program atau rencana pengukuran CMM. Penjelasan untuk tiap-tiap tahapan tersebut adalah sebagai berikut:

Gambar 15: Tahapan pembuatan program pengukuran CMM.

1. Kualifikasi *probe* dan *stylus*.

Proses kualifikasi *probe* dan *stylus* adalah proses untuk mengetahui diameter efektif dari *stylus tip* yang berbentuk bola dan untuk mengetahui bentuk atau orientasi dari *stylus* tersebut. Beberapa perangkat lunak komersial menyebut proses ini sebagai kalibrasi *probe* atau *stylus*, dimana penamaan ini tidak tepat. Gambar 16 memperlihatkan contoh dari kualifikasi *probe* dan *stylus* CMM. Proses kualifikasi tersebut membutuhkan tiga elemen: bola referensi (*reference sphere*) yang terkalibrasi dan diketahui diameter (ukurannya), stylus referensi yang terkalibrasi yang diketahui diameter *tip*-nya dan panjangnya dan *stylus* yang akan dikualifikasi untuk digunakan pada proses pengukuran.

Dua tahapan utama proses kualifikasi adalah:

1. Pengukuran posisi absolut titik tengah dari bola referensi tersebut dengan menggunakan stylus referensi tersebut.
2. Pengukuran bola referensi dengan menggunakan stylus yang ingin dikualifikasi (*stylus* yang akan digunakan pada pengukuran). Proses ini pada umumnya mengambil 25 titik pada permukaan bola referensi tersebut. kemudian, dengan proses kalkulasi numerik, orientasi (bentuk) *stylus* dan diameter efektif *stylus tip* tersebut akan didapatkan. Detil dari proses ini akan dijelaskan pada bagian berikutnya.

Apabila terdapat multipel *stylus* pada satu probe dan akan digunakan pada suatu pengukuran, sebaiknya semua *stylus* pada probe tersebut dikualifikasi dalam satu proses kualifikasi yang sama (posisi bola referensi sama) untuk mengurangi sumber ketidakpastian untuk proses kualifikasi *stylus* CMM.

Gambar 16: Kualifikasi *probe* dan *stylus*.

2. Alignment.

Proses alignment adalah suatu proses untuk mentransformasi sistem koordinat pengukuran dari sistem koordinat absolut mesin CMM (*machine coordinate system/MCS*) ke sistem koordinat benda kerja (*part coordinate system/WCS*). MCS adalah sistem koordinat absolut yang bersifat tetap untuk setiap mesin CMM. MCS sudah terdefinisikan waktu suatu CMM direkonstruksi. Gambar 17 memperlihatkan transformasi sistem koordinat dari MCS ke WCS. Untuk menentukan pusat dari WCS, beberapa fitur (biasanya tiga jenis bidang datar dengan orientasi yang berbeda pada suatu benda yang ingin diukur) diambil titik-titiknya, kemudian dengan kalkulasi numerik, pusat dari WCS akan ditentukan.

Proses alignment pada umumnya terbagi menjadi dua tahap:

1. Proses pengambilan secara manual titik-titik permukaan fitur-fitur pada sebuah benda yang diukur. Untuk mesin CMM dengan sistem kontrol otomatis, titik-titik tersebut direkam kedalam memori controller CMM tersebut. proses ini sering dinamakan sebagai *coarse alignment*, yaitu *alignment* tahap awal yang belum presisi.
2. Proses pengambilan secara otomatis titik-titik permukaan fitur-fitur tersebut. proses ini dinamakan *precise* atau *fine alignment* karena pada saat titik-titik permukaan tersebut diambil, pergerakan CMM dapat dikontrol secara konstan, sehingga mempunyai tingkat akurasi yang lebih tinggi dalam mendeteksi titik-titik permukaan tersebut.

Penjelsan lebih detail mengenai proses alignment CMM akan dijelaskan pada bagian selanjutnya.

Gambar 17: Proses alignment CMM.

3. Proses inspeksi.

Proses ini merupakan proses untuk menentukan strategi pengukuran, misalnya mengukur posisi suatu silinder pada suatu benda terhadap suatu datum. Pada umumnya, desain proses pengukuran ditentukan dengan mengukur fitur-fitur yang saling berdekatan terlebih dahulu. Hal ini bertujuan untuk mengurangi jarak pergerakan CMM, sehingga mengurangi efek dinamis CMM tersebut dan untuk menghemat waktu pengukuran. Pada proses ini, semua fitur-fitur yang berhubungan untuk memberikan hasil suatu pengukuran geometri dan dimensi harus didefinisikan. Strategi pengambilan titik-titik permukaan suatu benda (*sampling strategy*) juga didefinisikan pada tahap ini, misalnya dengan menggunakan strategi *point-to-point* atau *point scanning*.

4. Analisis data (*fitting* dan verifikasi).

Proses ini adalah suatu proses untuk memproses data (berupa titik-titik koordinat spasial pada permukaan suatu fitur yang diukur) hasil pengukuran. Pada proses ini, kalkulasi numerik yang kompleks untuk mengasosiasikan suatu elemen geometri ideal (misalnya bidang datar, lingkaran dan silinder) pada titik-titik permukaan benda yang diukur (proses *fitting*), sehingga dari hasil rekonstruksi elemen-elemen geometri tersebut, sebuah dimensi (misalnya panjang dan diameter) dan geometri (misalnya *flatness*, orientasi, posisi dan *run-out*) dapat ditentukan dan diverifikasi dengan nilai yang terdapat pada gambar teknik. Pada umumnya, perangkat lunak sebuah CMM memberikan kemungkinan operator untuk memilih jenis fitting apa yang akan digunakan, misalnya *least-square* atau *minimum-zone fitting*. Proses fitting akan dijelaskan dengan detail pada bab 7 mengenai algoritma.

5. Desain laporan hasil pengukuran.
Proses ini adalah proses untuk menentukan jenis dan format laporan hasil pengukuran yang akan ditampilkan. Laporan hasil pengukuran dapat didesain dari berupa laporan yang sederhana hanya berupa teks, misalnya diameter suatu silinder, sampai dengan laporan yang sangat kompleks dengan berbagai macam grafik. Pada umumnya, di industri-industri volume laporan hasil pengukuran sangat banyak, sehingga otomatisasi untuk menghasilkan dan menampilkan laporan hasil pengukuran sangatlah penting.
6. Tes program pengukuran.
Setelah program pengukuran CMM selesai, maka langkah selanjutnya adalah mengetes apakah program tersebut dapat berjalan dan memberikan hasil-hasil pengukuran sesuai dengan yang diharapkan atau tidak. Hal utama yang harus diperhatikan pada tahap ini adalah untuk mengecek agar tidak terjadi tabrakan antara stylus dengan benda yang diukur. Selain itu, kecepatan pergerakan CMM juga dapat diobservasi apakah terlalu cepat atau terlalu lambat. Pada umumnya, ketika pertama kali program CMM di tes, kecepatan CMM (yang dapat diset dari *joystik* CMM) diset lambat.
7. Revisi dan perbaikan program pengukuran.
Setelah suatu program CMM selesai dan sudah dites dan memberikan hasil-hasil pengukuran sesuai dengan yang diharapkan, program CMM yang telah dibuat tersebut dapat dioperasikan secara berulang-ulang. Sepertihalnya membuat program suatu perangkat lunak, setelah suatu program selesai dibuat, selalu terdapat celah-celah dari program tersebut yang dapat direvisi, sehingga program tersebut dapat menjadi lebih efisien ketika dijalankan. Untuk mendapatkan satu jenis hasil pengukuran, terdapat sangat banyak kemungkinan-kemungkinan program yang berbeda untuk menghasilkan pengukuran yang sama tersebut. Maka dari itu, revisi program dapat dilakukan secara periodik, minimal mendokumentasikan setiap langkah program CMM yang telah dibuat sebelumnya.

5.4 Sistem *probing* CMM

Sistem *probing* adalah suatu komponen pada suatu CMM yang berfungsi sebagai sensor untuk mendeteksi suatu *stylus* ketika menyentuh permukaan suatu benda dan merekam koordinat spasial titik-titik permukaan tersebut ke dalam memori sistem kontrol CMM tersebut. Sistem *probing* merupakan bagian penting dan integral dari suatu CMM karena sistem tersebut adalah sistem yang menghubungkan antara mesin CMM dan suatu benda yang diukur (Weckenmann et al 2004).

Sejarah singkat sistem *probing* CMM

Pada awalnya, sistem *probing* adalah hanya terdiri dari sebuah stylus yang merupakan sebuah komponen mekanikal. Pada saat itu, sistem *probing* belum mempunyai komponen elektornik. Stylus tersebut diposisikan secara manual oleh seorang operator untuk menyentuh sebuah permukaan benda dan secara manual menekan sebuah tombol untuk membaca posisi ketiga aksis CMM sebagai posisi koordinat spasial titik pada permukaan tersebut. Proses *probing* manual yang dilakukan oleh seorang operator merupakan sebuah proses yang lambat, subjektif dan tidak akurat.

Revolusi sistem *probing* bermula pada tahun 1972, yaitu pada saat Sir David McMurtry menemukan sistem *probing* berbasis resistansi kinematik yang merupakan sebuah *touch-trigger probe*. Motivasi McMurtry untuk membuat sistem *probing* tersebut adalah ketika dia ingin mengukur geometri dari pipa-pipa bahan bakar yang berukuran kecil. Penemuan sistem *probing* tersebut adalah sebuah faktor yang mendorong berkembangnya sistem *probing* modern dan mesin-mesin CMM modern pada saat ini.

Dalam sejarah, tidak berselang lama dari ditemukannya sistem *probing* revolusioner oleh Sir David McMurtry tersebut, perusahaan ZEISS memproduksi sistem CMM pertama mereka UMM500 pada tahun 1973. Sistem *probing* UMM500 tersebut merupakan sistem *probing* dengan kemampuan menghasilkan gaya *probing* aktif (*active force*

probing), sehingga besarnya gaya sentuh stylus yang diberikan pada suatu permukaan benda dapat diatur sesuai dengan tingkat kekerasan dan kekakuan permukaan tersebut. *Touch-triggered probe* hasil temuan Sir McMurtry dan *active-force probe* hasil temuan ZEISS yang menjadi landasan sistem probing modern pada saat ini.

Konfigurasi dasar dan mekanisme sistem *probing* CMM dengan metode kontak

Sistem probing terbagi menjadi dua bagian: probe head (sensor) dan stylus. Gambar 18 memperlihatkan konfigurasi dasar dari sebuah sistem *probing*. Konfigurasi pada gambar 18 adalah sebuah konfigurasi *touch-trigger probe* dan *force generating probe*. Pada gambar 18, konfigurasi dasar dari sistem probing adalah:

Gambar 18: Konsep dari konfigurasi probe head dan stylus.

1. *Stylus tip* (tip ball).
Komponen ini berfungsi untuk berinteraksi (menyentuh) suatu permukaan benda yang diukur. *Stylus tip* pada umumnya terbuat dari material ruby (berwarna merah) dan pada umumnya mempunyai karakteristik sebagai berikut: mempunyai tingkat kekakuan yang tinggi, daya tahan aus yang tinggi, mempunyai deviasi geometri yang sangat kecil dan stabil dalam kondisi temperatur dan variasi tekanan lingkungan yang besar.
2. *Stylus stem* (*stylus shaft*).
Komponen ini berfungsi untuk mentransfer informasi kontak dengan suatu permukaan benda (misalnya gaya sentuhan atau defleksi) ke sensor yang berada didalam probe head. Karakteristik utama untuk sebuah *stylus shaft* adalah mempunyai ekspansi termal yang kecil, tingkat kekakuan yang tinggi, kekuatan yang tinggi dan massa yang rendah. Material yang sering dipakai untuk *stylus shaft* adalah *hardened steel*, keramik, serat

karbon, *tungtes carbide*.

3. Sensor.
Komponen ini berfungsi untuk mengevaluasi informasi kontak. Beberapa metode sensor tersebut adalah berbasis *electrical switch*, gaya sentuh, atau sensor perpindahan. Sensor-sensor probing modern sekarang ini pada umumnya bisa membaca besarnya perpindahan *stylus* dan arah pergerakan pengukuran *stylus*.
4. Antarmuka atau koneksi ke sistem CMM.
Komponen ini berfungsi untuk mentransfer informasi, yang dihasilkan dari sensor yang mendeteksi bersentuhannya *stylus tip* dengan suatu permukaan benda, ke sistem kontrol CMM untuk kemudian diproses lebih lanjut, seperti mengtransformasi posisi titik *probe* ke dalam *machine coordinate system* (MCS).
5. Generator gaya.
Komponen ini berfungsi untuk memberikan *pre-load* pada *stylus* dan, untuk sistem probin gaktif, dapat menghasilkan gaya sentuh pada *stylus tip* ke permukaan suatu benda dan mengontrol agar gaya sentuh yang diberikan ke permukaan tersebut konstan. Pada umumnya gaya tersebut dihasilkan dengan mekanisme aktuator berbasis *voice coil*. Komponen ini biasanya hanya terdapat untuk sistem *probing* aktif (yang akan dijelaskan kemudian). Pada aplikasinya, generator gaya ini dapat berupa *spring* atau pun *flexure*.

Mekanisme umum dari sistem *probing* adalah sebagai berikut. Terdapat sebuah sistem kinematik yang terdiri dari tiga bola yang duduk pada suatu pelat metal. Pada kondisi *stylus* tidak menyentuh suatu permukaan, maka ketiga bola tersebut bersentuhan dengan pelat tersebut. Sistem ketiga bola tersebut adalah seperti *electrical switch*. Apabila *stylus* bersentuhan dengan permukaan tersebut, maka salah satu bola tersebut akan terlepas dari dudukannya sehingga tidak ada kontak dengan pelat tersebut. Keadaan ini akan memicu informasi ke sistem kontrol bahwa *stylus* sudah menyentuh permukaan tersebut. Komponen *spring* pada gambar 18 memungkinkan untuk memberikan *pre-load* kepada *stylus*, sehingga gaya kontak *stylus tip* dengan permukaan tersebut dapat dibatasi dan juga untuk memungkinkan *over-travel stylus* ketika menyentuh benda (memberikan waktu untuk deselerasi atau perlambatan CMM). *Spring* tersebut bisa berupa *spring* atau sistem *flexure*. Dengan sistem *flexure*, kemampuan tambahan sistem probing adalah dapat merekam arah sentuh permukaan benda tersebut, dengan menempel suatu sistem *strain gage* pada *flexure* tersebut.

Pada sistem *probing* modern, terdapat dua jenis sistem *probing*, yaitu sistem *probing* pasif dan sistem *probing* aktif. Sistem probing pasif dan aktif diperlihatkan pada gambar 19. Penjelasan dari kedua sistem probing tersebut adalah sebagai berikut:

- Sistem *probing* pasif
Pada sistem *probing* pasif, sistem *probing* tersebut tidak dapat menghasilkan gaya dan hanya bisa mendeteksi arah sentuh ke suatu permukaan benda. Sistem *probing* ini menggunakan sistem *flexure* (sistem elastik) dengan menempel sensor *strain gage* untuk merasakan sentuhan pada arah X, Y dan Z. *Strain gage* tersebut mengukur defleksi dari sistem *flexure*/elastik tersebut karena gaya yang dirasakan proporsional terhadap defleksi sistem *flexure* tersebut. pada gambar 19 kiri, gaya sentuh pada suatu permukaan benda dengan sistem pasif adalah tidak konstan.
- Sistem *probing* aktif
Pada sistem *probing* aktif, terdapat kemampuan untuk menghasilkan gaya pada *stylus* ketika menyentuh suatu permukaan benda. Dengan sistem ini, gaya yang dihasilkan dapat dikontrol untuk menyesuaikan dengan gaya respon dari suatu permukaan benda. Dengan sistem ini, sistem *probing* dapat meraba suatu permukaan yang belum pernah disentuh sebelumnya. Pada gambar 19 kanan, dengan sistem aktif, gaya yang dihasilkan pada permukaan dapat dikontrol secara konstan.

Pada gambar 20, diperlihatkan dua sistem *probing* komersial dari ZEISS, yaitu sistem pasif dan aktif. Pada gambar 20, kedua sistem *probing* tersebut adalah berdasarkan sistem *flexure*/elastik. Pada gambar 20, diperlihatkan bahwa sistem *probing* aktif mempunyai komponen tambahan untuk menghasilkan gaya (secara fisik, *probe head*-nya lebih panjang karena adanya tambahan komponen penghasil gaya tersebut).

Gambar 19: (kiri) sistem *probing* pasif dan (kanan) sistem *probing* aktif. Pada sistem *probing* aktif, gaya sentuh ke permukaan suatu benda adalah konstan.

Gambr 20: Contoh *probing* sistem dari ZEISS. (kiri) sistem *probing* pasif dan (kanan) sistem *probing* aktif.

Hal penting yang perlu diingat adalah jarak antara sensor kontak di dalam *probe head* dan *stylus tip* (ujung *stylus*) idealnya adalah sependek mungkin untuk mengurangi efek Abbe dan defleksi dari *stylus stem*. Namun demikian, *stylus stem* yang terlalu pendek akan mengurangi aksesibilitas *stylus* untuk mencapai fitur tertentu pada suatu permukaan benda yang diukur.

Aspek-aspek dari sistem probing

1. Langkah-langkah proses probing

Proses *probing* dapat menjadi empat tahapan, yaitu:

- Pergerakan *stylus tip* dengan kecepatan tertentu ke suatu permukaan benda yang diukur.
- Kontak antara *stylus tip* dengan permukaan tersebut.
- Identifikasi dari koordinat spasial titik kontak antara *stylus tip* dan permukaan tersebut.
- Pergerakan menjauhi titik kontak tersebut (menuju posisi referensi atau menuju posisi titik lain permukaan tersebut).

2. Prinsip operasional sistem probing

Pada CMM modern sekarang ini, sistem probing terbagi menjadi dua jenis utama: *touch-triggered probe* dan *measuring probe*. *Touch-triggered probe* adalah *probe* yang pertama kali ditemukan oleh Sir McMurtry dan hanya mempunyai respon kontak atau tidak kontak. Sedangkan *measuring probe* mempunyai kemampuan tambahan selain respon kontak atau non-kontak, yaitu respon vektor arah *probing* (arah menyentuh permukaan suatu benda). *Measuring probe* dibagi menjadi: *probe* aktif dan *probe* non-aktif (telah dijelaskan sebelumnya).

Keunggulan *touch-triggered probe* adalah sistem tersebut lebih sederhana, sehingga ukuran dan massa *probe* menjadi kecil dan ringan. Selain itu, *touch-triggered probe* mempunyai biaya produksi yang jauh lebih rendah. *Touch-triggered probe* cocok untuk pengukuran dimensi dan geometri yang sederhana. *Measuring probe* terdiri dari sistem *flexure* yang dipasang *strain-gages*, sehingga *measuring probe* dapat mendeteksi vektor arah pada saat menyentuh suatu permukaan benda (gambar 19). *Measuring probe* sangat cocok untuk mengukur permukaan *free-form*.

Gambar 21: Metode *point-to-point* dan *scanning probing*.

3. Moda operasi

Moda operasi probing terbagi menjadi dua: *point-to-point probing* dan *scanning probing*. *Point-to-point probing* adalah pendeteksian titik-titik suatu permukaan benda satu-demi-satu. Sedangkan, *scanning probing* beroperasi dengan mengikuti suatu permukaan (tetap menyentuh permukaan tersebut) sambil mengumpulkan titik-titik koordinat spasial permukaan tersebut. *Scanning probing* hanya dapat dilakukan oleh *measuring*

probe.

Point-to-point probing mempunyai nilai ketidakpastian hasil pengukuran yang lebih kecil dibandingkan dengan *scanning probing*. Karena, dengan *scanning probing*, efek dinamik dari CMM mempunyai efek signifikan terhadap hasil pengukuran. *Scanning probing* dapat mendeteksi titik-titik suatu permukaan benda jauh lebih banyak dari *point-to-point probing*. Gambar 21 memperlihatkan contoh metode *point-to-point* dan *scanning probing*.

4. Kinematik

Konfigurasi sistem probing terdiri dari dua jenis, yaitu: kinematik serial dan parallel. Serial kinematik mempunyai konfigurasi *stack* dari komponen-komponen yang mengukur pergerakan aksis-aksis. Konfigurasi kinematik serial biasanya digunakan untuk jenis measuring probe (seperti dicontohkan pada gambar 20). Sedangkan, *touch-triggered probe* pada umumnya menggunakan konfigurasi kinematik parallel, karena tidak penting untuk memisahkan pergerakan aksis-aksis, sehingga *touch-triggered probe* tidak memberikan informasi mengenai vektor probing (arah kontak stylus tip dengan suatu permukaan benda).

5. Gaya probing dan tekanan kontak Hertzian

Gaya probing mempunyai efek yang signifikan terhadap *repeatability* titik-titik suatu permukaan benda yang diukur. Hal ini disebabkan karena gaya probing sangat mempengaruhi bending dari stylus, deformasi (baik elastik maupun plastik) dari stylus tip dan *linearity* dari sensor kontak di dalam probe head. Maka dari itu, *measurement probing* aktif sangat berguna untuk mengurangi ketidakpastian yang berasal dari sistem probing karena dapat menghasilkan gaya probing yang konstan ke suatu permukaan benda yang diukur.

Selain itu, ukuran dari stylus tip sangat mempengaruhi gaya kontak antara stylus tip dan suatu permukaan benda yang diukur. Untuk kasus-kasus umum untuk pengukuran konvensional pada skala makro, seperti pengukuran roda gigi, komponen-komponen mesin dan komponen-komponen mekanikal lainnya, pada umumnya, stylus tip yang digunakan adalah sebesar (1 – 8) mm dengan gaya probing statik yang besarnya antara 50 mN sampai 200 mN. Nilai *repeatability* dari satu titik koordinat spasial pada umumnya berada pada 0.1 µm – 10 µm.

CMM kontak juga dapat mengukur komponen-komponen pada skala meso dan nano, seperti lensa mikro, roda gigi mikro dan nozzle dari injektor bahan bakar pada mesin kendaraan (Weckenmann et. al. 2006). Solusi CMM kontak untuk mengukur komponen-komponen pada skala mikro tersebut adalah dengan menggunakan stylus tip dengan diameter yang sangat kecil, biasanya dengan diameter (0.1 – 0.5) mm, dan menggunakan gaya probing yang sangat kecil juga. Dengan stylus tip yang sangat kecil tersebut, maka tekanan stylus tip pada suatu permukaan benda akan menjadi sangat besar, sehingga akan mempengaruhi topografi permukaan yang diukur tersebut. Tekanan stylus tersebut dinamakan tekanan kontak Hertzian (yang dapat mempunyai nilai yang sangat besar walaupun gaya kontak yang diberikan sangat kecil). Tekanan kontak Hertzian σ diformulasikan sebagai:

$$\sigma = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1.5 \times FE^2}{r^2(1-\nu^2)^2}} \quad (1)$$

Sedangkan, deformasi elastis w_0 dari stylus tip pada saat kontak dengan suatu permukaan diformulasikan sebagai:

$$w_0 = \sqrt[3]{\frac{2.25 \times (1-\nu^2)^2 F^2}{E^2 r}} \quad (2)$$

Dimana: F adalah gaya kontak, r adalah jari-jari stylus tip, E adalah modulus Young efektif dari material stylus tip, ν adalah rasio Poisson, E_1 dan E_2 adalah modulus Young untuk stylus tip dan benda yang diukur. E dikalkulasi sebagai berikut:

$$E = 2 \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad (3)$$

6. Defleksi stylus stem

Selain efek gaya Hertzian *stylus tip* pada suatu permukaan benda, defleksi pada stylus stem juga dapat mengurangi tingkat akurasi sistem *probing*. Defleksi tersebut diakibatkan karena momen *bending* yang mempunyai besaran proporsional pada panjang suatu stylus stem. *Bending stylus* W_s pada arah normal probing (arah sentuhan pada suatu permukaan benda) diformulasikan sebagai:

$$W_s = \frac{64 \cdot F \cdot l^3}{3\pi \cdot E \cdot d^4} \quad (4)$$

dimana F = gaya probing, l = panjang stylus, E = modulus Young material *stylus stem* dan d = diameter stylus stem (pada umumnya berupa diameter silinder). Semakin panjang stylus stem, maka akan semakin besar bending pada stylus stem tersebut dan semakin besar diameter stylus stem, maka akan semakin kecil besar bending pada stylus stem tersebut.

7. Efek lingkungan

Kondisi lingkungan diaman suatu pengukuran dilakukan sangat mempengaruhi performansi sistem *probing*. Debu yang tersebar di atmosfer dan menempel pada permukaan suatu benda dan atau stylus tip dapat secara signifikan mengurangi tingkat akurasi pengukuran tersebut. Untuk sistem *probing* berbasis optik (atau non-kontak), getaran pada permukaan benda dapat mengakibatkan efek *blur* pada gambar yang diterima sensor optik tersebut, sehingga bisa menyebabkan *false trigger*, yaitu situasi dimana sistem probing berbasis optik tersebut salah mendeteksi permukaan yang diukur karena efek perpindahan (pada skala mikro) posisi permukaan tersebut yang diakibatkan oleh gangguan getaran dari lingkungan. Variasi dan perbedaan temperatur akan menyebabkan ekspansi termal pada sistem *probing*, baik komponen-komponen di dalam *probe head* maupun komponen-komponen pada *stylus stem* and *tip*.

Gambar 22: Deformasi plastik pada suatu permukaan akibat tekanan *stylus tip*.

8. Aus dan deformasi plastik

Efek aus dan deformasi plastik lebih dominan pada sistem *probing* berbasis kontak. *Stylus tip* akan mengalami deformasi plastik karena efek aus yang disebabkan secara berulang-ulang bersentuhan dan bergesekan dengan suatu permukaan benda yang diukur. Aus akan sangat signifikan apabila suatu *stylus tip* digunakan untuk mengukur suatu permukaan yang keras dan kasar dengan metode *scanning*. Selain itu, *stylus*

tip yang berukuran kecil dan terbuat dari material yang keras mempunyai kecenderungan untuk menyebabkan suatu deformasi plastis pada bagian suatu permukaan yang disentuhnya. Contoh dari deformasi plastik pada suatu permukaan akibat efek tekanan Hertzian dari *stylus tip* diperlihatkan pada gambar 22. Pada gambar 22, terlihat suatu permukaan yang tercoak kedalam akibat tekana yang diberikan oleh suatu *stylus tip*.

9. *Pre-travel* dan *over-travel*

Pre-travel adalah disposisi sebuah *stylus* ketika menyentuh suatu permukaan benda sebelum deteksi kontak aktif (*triggered*). Sedangkan, *over-travel* adalah disposisi sebuah *stylus* ketika menyentuh suatu permukaan benda setelah deteksi kontak aktif (*triggered*).

Pre-travel mempunyai variasi yang dipengaruhi oleh suspensi *stylus* yang asimetrik, momen inersia dari *stylus*, sensor, penaturan aksis CMM dan gaya *probing*. Besarnya *pre-travel* harus dikuantifikasi dan harus dikompensasi. Proses kuantifikasi dan kompensasi *stylus* dilakukan pada proses kualifikasi sistem *probing* yang akan dijelaskan pada bagian selanjutnya.

Over-travel diperlukan untuk memberikan waktu deselerasi suatu CMM ketika sistem *probing*-nya sudah menyentuh dan mendeteksi suatu permukaan benda. Pada prinsipnya, *over-travel* harus lebih besar apabila kecepatan mendekati suatu permukaan besar. *Over-travel* pada umumnya mempunyai besar *sub – mm* atau kurang dari itu.

10. Sumber-sumber error proses *probing*

Sumber error utama dari sistem *probing* terbagi menjadi dua jenis, yaitu *error* yang berhubungan dengan fitur suatu benda yang diukur dan *error* yang berhubungan dengan konstruksi sistem *probing* (Sladek 2016). *Error-error* yang berhubungan dengan fitur suatu benda yang diukur adalah: kondisi dari suatu permukaan yang diukur (kekasaran dan deviasi geometrinya), deformasi *stylus tip* ketika kontak dengan suatu permukaan, defleksi *stylus* karena gaya kontak dengan suatu permukaan, efek dari deviasi geometri dari *stylus tip*. Sedangkan, *error-error* yang berhubungan dengan konstruksi sistem *probing* adalah: efek non-linier dari transducer untuk mengukur defleksi *stylus*, efek dari sensitivitas transducer tersebut, reaksi dari distribusi beban *probe head* yang tidak merata dan antarmuka antara *probe head* dengan *stylus* ketika mengganti *stylus*.

ISO 10360-4 memberikan petunjuk untuk mengevaluasi error *probing* untuk pengukuran dengan metode *scanning* dan ISO 10360-5 untuk pengukuran dengan metode *point-to-point*. Histerisis dari sistem *probing* juga harus dikuantifikasi. Kuantifikasi dari histerisis sistem *probing* biasanya dilakukan dengan menggunakan tiga *gauge block* yang disambung secara bersamaan. Ketiga *gauge block* tersebut diatur sedemikian rupa sehingga *gauge block* yang ditengah mempunyai fitur panjang eksternal dan internal. Histerisis tersebut dikuantifikasi dengan cara mengukur panjang eksternal dan internal tersebut yang membutuhkan dua jenis arah *probing* untuk mengukur kedua panjang tersebut (lihat gambar 23).

Gambar 23: Proses kuantifikasi histerisis dari sistem *probing* dengan menggunakan tiga *gauge block*.

Diagram vektor dari sistem probing

Untuk dapat mengerti cara kerja mesin CMM, diagram vektor dari sistem probing harus diketahui. Untuk mengetahui dan mengerti diagram vektor tersebut, dasar-dasar matriks homogenous dan operasinya, dan transformasi sistem koordinat harus dimengerti terlebih dahulu (lihat bab 3 bagian 3.4.7). Gambar 24 memperlihatkan secara umum diagram vektor dari sistem CMM dengan *probing* kontak.

Pada gambar 24, terdapat tiga sistem koordinat pada pengukuran CMM dengan *probing* kontak, yaitu:

1. *Machine coordinate system* (MCS).
2. *Workpiece coordinate system* (WCS).
3. *Probing coordinate system* (PCS).

Pada prinsipnya, pengukuran dengan CMM mempunyai referensi atau berdasarkan WCS. Namun demikian, kontroller mesin CMM tersebut membaca semua posisi encoder pada aksis *X*, *Y* dan *Z* berdasarkan MCS. Oleh karena itu, terdapat transformasi sistem koordinat dari MCS ke WCS (dan sebaliknya) melalui sistem koordinat *probing* PCS.

Berdasarkan gambar 24, proses-proses transformasi sistem koordinat tersebut dijelaskan sebagai berikut. Tujuan utama dari berbagai transformasi sistem koordinat tersebut adalah untuk mengetahui posisi titik kontak O antara suatu permukaan dan stylus tip terhadap MCS. Posisi O terhadap MCS yang direpresentasikan dengan T_{MO} . Sedangkan, semua pengukuran CMM, setelah melalui proses *alignment* (yang akan dijelaskan pada bagian berikutnya), posisi O mempunyai referensi pada WCS yang direpresentasikan dengan T_{WO} . Maka dari itu, rangkaian transformasi sistem koordinat dari MCS ke WCS harus dibangun terlebih dahulu.

Proses membangun rangkain transformasi sistem koordinat dari MCS ke WCS dijelaskan sebagai berikut. Transformasi koordinat dari MCS ke O dibangun terlebih dahulu dan diformulasikan sebagai:

$$T_{MO} = T_{MP} + T_{PO} \quad (5)$$

$$T_{MO} = T_{MP} + T_{Pb} + T_{bO} \quad (6)$$

Dimana T_{MP} adalah transformasi koordinat dari MCS ke PCS pada *probe head*, T_{PO} transformasi koordinat dari PCS ke titik O, T_{Pb} adalah transformasi koordinat dari PCS ke pusat *stylus tip* dan T_{bO} adalah transformasi koordinat dari pusat *stylus tip* ke titik O. Rangkaian transformasi koordinat tersebut terbangun setelah proses kualifikasi stylus dan probe head dilakukan (akan dijelaskan pada bagian berikut).

Setelah rangkaian transformasi koordinat dari MCS ke titik O melalui sistem probing terbangun, rangkaian transformasi koordinat dari MCS ke WCS, yang dipresentasikan sebagai T_{MW} , dapat dibangun. Rangkaian transformasi koordinat dari MCS ke WCS tersebut dapat terbangun dengan proses *alignment*. Proses tersebut dapat diformulasikan sebagai:

$$T_{MO} = T_{MW} + T_{WO} \quad (7)$$

$$T_{MW} = T_{MO} - T_{WO} \quad (8)$$

dimana T_{MW} adalah transformasi koordinat dari MCS ke WCS dan T_{WO} adalah transformasi koordinat dari WCS ke titik O.

dengan demikian, untuk membangun rangkain transformasi koordinat yang saling terhubung antara MCS, PCS dan WCS, proses kualifikasi stylus dan probe head, dan proses *alignment* adalah dua proses yang harus dilakukan agar pengukuran dengan CMM dapat dilakukan.

MCS = Machine coordinate system
WCS = Workpiece coordinate system
PCS = Probing coordinate system

Gambar 24: Detil dari diagram vektor dari sistem probing kontak CMM.

Proses kualifikasi sistem probing

Proses kualifikasi sistem probing adalah suatu proses untuk mengetahui secara kuantitatif karakteristik dari *stylus* dan *probing head*. Sama seperti diagram vektor sistem probing, untuk dapat mengerti proses kualifikasi tersebut, dasar-dasar matriks homogenous dan transformasi sistem koordinat harus dipahami terlebih dahulu (lihat bab 3 bagian 3.4.7).

Tujuan utama dari kualifikasi sistem probing (*stylus* dan *probe head*) adalah untuk mengetahui panjang dan orientasi stem dari suatu stylus dan besar diameter dari stylus tip tersebut. dengan kata lain, proses kualifikasi tersebut bertujuan untuk menentukan nilai matriks transformasi T_{pb} , yaitu transformasi dari PCS ke pusat bola dari *stylus tip* (panjang dan orientasi *stylus stem*), dan T_{bo} , yaitu transformasi dari pusat bola dari *stylus tip* ke titik **O** (diameter *stylus tip*), seperti yang diperlihatkan pada gambar 24.

Gambar 25: Detil dari proses kualifikasi sistem probing kontak CMM.

Gambar 25 memperlihatkan rantai transformasi pada sistem probing untuk menghubungkan MCS dan titik **O**. Hasil dari proses kualifikasi sistem probing adalah untuk menentukan nilai $T_{PO} = T_{pb} + T_{bo}$. Ada dua tahap utama dari proses kualifikasi sistem probing, yaitu:

- Tahap 1: untuk mengetahui posisi titik tengah bola referensi (lihat gambar 26). Bola referensi tersebut terkalibrasi dan diameternya diketahui).
- Tahap 2: untuk mengetahui panjang dan orientasi *stem*, dan diameter *stylus tip* (lihat gambar 27).

Tahap 1:

Tahap 1 dari proses kualifikasi sistem probing adalah mengkalkulasi posisi atau lokasi titik pusat dari bola referensi yang terkalibrasi. Pada tahap ini, panjang stylus dan orientasinya (T_{pb}), diameter stylus tip (T_{bo}), serta diameter bola referensi sudah diketahui (terkalibrasi dengan nilai ketidakpastian yang sangat kecil). Pada proses ini, stylus yang digunakan adalah stylus spesial yang selalu ada di setiap CMM. Stylus terkalibrasi tersebut terbuat dari material yang lebih kuat dan lebih stabil terhadap variasi lingkungan untuk jangka waktu yang sangat lama. Karena panjang dan orientasi stylus stem diketahui, maka transformasi dari MCS ke titik **O** (dalam kasus ini adalah titik kontak antara stylus tip dan permukaan bola referensi) melalui PCS sudah terbentuk, yang direpresentasikan sebagai $T_{PO} = T_{pb} + T_{bo}$ (lihat gambar 24 dan 25).

Gambar 26: Proses kualifikasi tahap 1: untuk mengetahui posisi titik tengah bola referensi (yang terkalibrasi dan diameternya diketahui).

Gambar 26 memperlihatkan proses kualifikasi sistem probing tahap 1. Pada gambar 26, proses kualifikasi tersebut dilakukan dengan mengambil titik-titik pada permukaan bola referensi sebanyak 32 titik-titik yang meliputi setengah luas permukaan bola tersebut. karena proses ini menggunakan stylus referensi yang diketahui panjang dan orientasi stem-nya, dan diameter stylus tip-nya, maka titik-titik tersebut dapat diketahui lokasinya berdasarkan MCS

dari CMM. Dari titik-titik tersebut, untuk menentukan lokasi titik pusat bola referensi tersebut, proses *fitting* untuk geometri bola berbasis *least-square* dilakukan. Setelah proses *fitting* bola tersebut dilakukan, informasi lokasi titik pusat bola tersebut dapat ditentukan. Proses *fitting* tersebut adalah proses optimisasi dari persamaan:

$$\arg \min_p F(\mathbf{p}, \mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^n d_i^2(\mathbf{p}) \quad (9)$$

$$\arg \min_{\mathbf{x}_0, r} F(\mathbf{x}_0, r, \mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0\| - r \quad (10)$$

$$\arg \min_{\mathbf{x}_0, r} F(\mathbf{x}_0, r, \mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} - r \quad (11)$$

dimana $\mathbf{x}_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$ adalah pusat bola, r adalah jari-jari dari bola dan $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ adalah titik ke- i . proses fitting akan dijabarkan lebih detil pada bab 7 mengenai algoritma.

Tahap 2:

Pada proses kualifikasi sistem *probing* tahap 2, tujuan utama dari proses tersebut adalah untuk menentukan panjang dan orientasi *stylus*, dan diameter tip-nya dari suatu *stylus* yang ingin digunakan untuk suatu pengukuran. Dengan kata lain, transformasi T_{pb} dan T_{bo} (lihat gambar 24 dan 25) untuk *stylus* yang akan digunakan untuk suatu pengukuran akan ditentukan. dari hasil proses tahap 1, lokasi dari pusat bola referensi terhadap MCS sudah diketahui. Kemudian, *stylus* referensi yang digunakan pada tahap 1 diganti dengan *stylus* yang akan dikualifikasi untuk tahap 2 ini.

Gambar 27 memperlihatkan proses tahap 2 dari kualifikasi sistem *probing*. Ketika *stylus* referensi diganti dengan *stylus* yang ingin dikualifikasi, transformasi T_{pb} dan T_{bo} menjadi tidak diketahui lagi karena panjang dan orientasi *stylus*, dan diameter tip-nya tidak diketahui. Pada gambar 27, T_{pb} dan T_{bo} direpresentasikan sebagai T_{pb1} dan T_{pb2} . Namun demikian, lokasi dari titik pusat bola referensi sudah diketahui. Proses selanjutnya adalah mengukur ulang, yaitu mengambil 32 titik-titik pada permukaan bola referensi tersebut, dengan menggunakan *stylus* yang ingin dikualifikasi tersebut. Kemudian, proses *fitting* suatu geometri bola pada 32 titik tersebut dilakukan lagi. Proses *fitting* dikalkulasi dengan menggunakan persamaan 11 di atas. Ke-32 titik-titik tersebut, pada saat ini, adalah posisi PCS (lihat gambar 24 dan 25) yang direkam dan disimpan dalam memori controller CMM berdasarkan MCS mesin CMM. Hal ini disebabkan karena pada saat ini, panjang dan orientasi serta diameter *stylus* yang sedang dikualifikasi belum diketahui, sehingga lokasi titik $\mathbf{O}$ (lihat gambar 24 dan 25) berdasarkan MCS tidak dapat diketahui.

Setelah proses *fitting* tersebut dilakukan, maka lokasi dan diameter pusat bola referensi tersebut dapat diketahui. Lokasi dan diameter dari bola referensi hasil dari pengukuran dengan *stylus* referensi dan *stylus* yang sedang dikualifikasi berbeda. Dari perbedaan tersebut, maka panjang dan orientasi serta diameter *stylus* yang sedang dikualifikasi dapat diketahui.

Pertama, jari-jari (dan juga diameter) T_{bo} *stylus*-tip yang sedang dikualifikasi ditentukan sebagai perbedaan antara jari-jari bola referensi hasil dari pengukuran dengan *stylus* referensi r_0 dengan jari-jari bola referensi hasil dari pengukuran dari *stylus* yang sedang dikualifikasi r_s , yaitu (lihat gambar 24 dan 27):

$$T_{bo} = T_{pb2} = r_s - r_0 \quad (12)$$

Kedua, panjang dan orientasi dari *stylus* yang sedang dikualifikasi T_{pb} dapat diketahui sebagai offset posisi dari pusat bola referensi tersebut hasil dari pengukuran dengan menggunakan *stylus* referensi dan *stylus* yang sedang dikualifikasi, yaitu:

$$T_{pb} = T_{pb1} = T_{po} - T_{bo} \quad (13)$$

Akhirnya, panjang dan orientasi serta diameter *stylus* yang dikualifikasi dapat diketahui.

Gambar 27: Proses kualifikasi tahap 2: untuk mengetahui panjang dan orientasi stem, dan diameter stylus tip.

5.5 Alignment pengukuran CMM

Alignment adalah proses wajib yang harus dilakukan setelah proses kualifikasi sistem *probing* sebelum melakukan pengukuran dengan CMM. Seperti halnya proses kualifikasi sistem *probing*, untuk mengetahui dan mengerti konsep *alignment* benda kerja pada CMM, dasar-dasar matriks homogenous dan operasinya, dan transformasi sistem koordinat harus dimengerti terlebih dahulu (lihat bab 3 bagian 3.4.7).

Proses *alignment* (yaitu *alignment* yang dilakukan pada benda kerja) bertujuan untuk membangun sistem transformasi koordinat dari MCS ke WCS. Dengan terbangunnya sistem transformasi dari MCS ke WCS, koordinat proses pengukuran dapat dialihkan berdasarkan sistem koordinat pada benda kerja, yaitu MCS. Keuntungan fundamental dengan menggunakan WCS pada saat pengukuran adalah kesalahan-kesalahan pada saat melakukan penempatan dan *fixturing* benda kerja dapat dihilangkan, karena pada kenyataannya ketika suatu benda kerja ditempatkan pada meja CMM untuk dilakukan suatu pengukuran, pada skala mikro, benda kerja tersebut berpindah tempat (karena misalnya gaya yang diberikan saat *fixturing* dan lain sebagainya). Perpindahan tersebut signifikan terhadap MCS, tetapi tidak signifikan terhadap WCS.

Gambar 28 memperlihatkan proses alignment pada CMM, yaitu membangun hubungan transformasi dari MCS ke WCS. Proses *alignment* menurut suatu CMM adalah cara mesin CMM tersebut mengetahui posisi dan orientasi suatu benda yang akan diukur yang berada di atas meja CMM.

Gambar 28: Proses alignment, yaitu membangun sistem transformasi koordinat dari MCS ke WCS. Dengan terbentuknya WCS, maka CMM dapat mengetahui posisi dan orientasi suatu benda kerja yang akan diukur.

Proses pembentukan *workpiece coordinate system* (WCS)

Seperti yang sudah dikatakan sebelumnya, dari sudut pandang CMM, alignment berfungsi agar CMM mengetahui lokasi dan orientasi suatu benda kerja yang akan diukur (dengan kata lain agar CMM dapat “melihat” benda yang akan diukurnya) dan dari sudut pandang presisi, *alignment* bertujuan untuk memindahkan referensi sistem koordinat dari MCS ke WCS pada saat pengukuran berlangsung untuk menghilangkan *error* yang bersumber dari *fixturing*. Maka dari itu, titik pusat WCS harus ditempatkan pada suatu benda kerja yang akan diukur.

Untuk mendefinisikan lokasi dan orientasi sebuah benda yang akan diukur, dua parameter utama yang harus dikuantifikasi pada saat proses *alignment*, yaitu: koordinat spasial titik dari WCS (**untuk lokasi benda kerja**) dan vektor satuan arah pada titik tersebut (**untuk orientasi benda kerja**). untuk mendapatkan titik WCS dan vektor arah satuannya, lima parameter harus dikuantifikasi, yaitu (lihat gambar 29):

1. Koordinat X dari titik WCS.
2. Koordinat Y dari titik WCS.
3. Koordinat Z dari titik WCS.
4. Vektor arah satuan 1 ($\vec{N}_1$).
5. Vektor arah satuan 2 ($\vec{N}_2$).

Hal penting yang harus dicatat adalah, sebuah referensi koordinat membutuhkan tiga vektor arah satuan. Vektor arah satuan 3 ($\vec{N}_3$) dapat didefinisikan secara matematik dari dua vektor arah satuan sebelumnya (vektor arah satuan 1 dan 2) yang sudah ditentukan dari proses *alignment*, yaitu $\vec{N}_3 = \vec{N}_1 \times \vec{N}_2$. Vektor arah satuan 3 tersebut adalah hasil dari *cross-product* dari dua vektor arah satuan sebelumnya. Gambar 29 memperlihatkan proses pembentukan WCS

pada suatu benda kerja. Pada gambar 29, diperlihatkan suatu benda kerja berupa balok (yang merupakan kasus umum sebuah pengukuran CMM).

Untuk menentukan Koodinat X , Y dan Z dari titik pusat WCS, ketiga koordinat tersebut pada umumnya dapat berupa:

- Titik potong antara tiga bidang datar.
- Titik pusat sebuah lingkaran.
- Titik pusat sebuah bola.
- Titik perpotongan antara dua aksis.
- Titik perpotongan antara aksis atau garis dengan suatu bidang datar.

Untuk menentukan vektor arah satuan 1 ($\vec{N}_1$) dan vektor arah satuan 2 ($\vec{N}_2$) untuk orientasi WCS, kedua vektor tersebut tersebut pada umumnya dapat berupa:

- Vektor normal dari dua bidang datar.
- Vektor arah dari aksis suatu silinder.
- Vektor arah dari garis rusuk suatu balok.

Gambar 29: Proses pembentukan WCS: (a) menentukan titik pusat WCS dan ketiga vektor arah satuannya dan (b) hasil WCS yang didapatkan.

Gambar 29 memperlihatkan cara menentukan WCS dari perpotongan antara tiga bidang datar dan vektor normal dari dua bidang datar tersebut. Pada gambar 29, WCS ingin ditempatkan pada salah satu titik di sudut balok tersebut. untuk merealisasikan hal ini, titik-titik pada permukaan 1,2 dan 3 diambil. Jumlah titik-titik pada masing-masing permukaan minimal tiga titik. Pada umumnya minimal empat titik diambil agar terdapat efek rata-rata pada proses

fitting metode *least-square* untuk bidang datar pada permukaan-permukaan tersebut. Hasil proses *fitting* bidang datar pada ketiga permukaan tersebut adalah berupa sebuah titik dan sebuah vektor normal (yang berasal dari titik tersebut) pada masing-masing bidang datar tersebut (lihat gambar 29 sebelah kanan).

Kemudian, ketika titik-titik dan vektor normalnya pada ketiga bidang datar tersebut telah diketahui, maka titik referensi untuk WCS dapat ditentukan dengan mengkalkulasi titik potong dari ketiga bidang datar tersebut. Titik tersebut menggambarkan lokasi dari benda tersebut terhadap MCS. Kemudian, dua vektor normal dari kedua bidang datar tersebut digunakan sebagai vektor arah satuan pada titik WCS tersebut. vektor arah satuan ketiga didapatkan dengan cara kalkulasi matematik, yaitu hasil dari *cross-product* dari kedua vektor arah satuan tersebut ($\vec{N}_3 = \vec{N}_1 \times \vec{N}_2$).

Penentuan WCS yang benar

Contoh penentuan WCS yang benar dan yang tidak benar diperlihatkan pada gambar 30. Penempatan WCS yang benar adalah apabila ke-5(+1) elemen dari WCS tersebut, yaitu titik pusat WCS X, Y dan Z serta ketiga vektor arah normalnya ($\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3 = \vec{N}_1 \times \vec{N}_2$) telah terdefinisikan. Pada gambar 30 bagian atas, terlihat bahwa seluruh elemen WCS sudah terdefinisikan dengan baik, sehingga ketika benda kerja tersebut berubah lokasi dan orientasinya, WCS tersebut dapat merepresentasikan lokasi dan orinetasi benda tersebut (dapat terlihat dengan lokasi dan arah WCS yang berubah ketika posisi dan orientasi benda berubah).

Gambar 30: Contoh penentuan WCS yang benar (atas) dan tidak benar (bawah).

Namun demikian, pada gambar 30 sebelah bawah, apabila WCS tidak didefinisikan dengan sempurna, yaitu ketika seluruh elemen-elemen (5+1) suatu WCS tidak terdefinisikan secara lengkap. Pada gambar 30 sebelah bawah, terlihat bahwa WCS yang didefinisikan kurang dua vektor arah normal, sehingga ketika lokasi dan orientasi benda tersebut berubah, WCS tidak dapat merepresentasikan perubahan tersebut (WCS tetap terlihat sama walaupun lokasi dan orientasi benda tersebut berubah).

Penentuan WCS untuk benda berbentuk kompleks

Gambar 31 memperlihatkan contoh penentuan atau pemilihan WCS yang benar pada suatu benda yang memiliki bentuk yang kompleks. Pada gambar 31, bentuk benda tersebut adalah kompleks, sehingga tidak terdapat tiga bidang datar yang dapat dipilih untuk menentukan posisi WCS. Maka dari itu, pada kasus ini, titik pusat WCS dan vektor arah satuannya dipilih berdasarkan prosedur sebagai berikut:

1. Titik pusat WCS (yaitu koordinat X , Y dan Z) dipilih sebagai titik potong antara aksis silinder dan bidang datar 2 (lihat gambar 31). Maka dari itu, bidang datar 2 dan silinder tersebut harus di-*probe* menggunakan stylus CMM untuk diambil titik-titiknya.
2. Dua vektor arah satuannya dipilih sebagai vektor arah satuan dari aksis silinder (lihat gambar 31) dan vektor normal dari bidang datar (lihat gambar 31).
3. Vektor arah satuan ketiga ditentukan sebagai hasil dari cross-product vektor arah satuan satu dan dua, yaitu ($\vec{N}_3 = \vec{N}_1 \times \vec{N}_2$).

Sehingga, seluruh elemen WCS yang dibutuhkan dapat didefinisikan dengan benar.

Gambar 31: Pemilihan WCS yang benar pada suatu benda dengan bentuk kompleks.

5.6 Strategi *sampling*

Strategi *sampling* adalah strategi bagaimana pengambilan titik-titik permukaan suatu benda yang diukur oleh CMM. Strategi *sampling* dibagi menjadi tiga jenis (Colosimo dan Senin 2011), yaitu:

- Strategi blind.
- Strategi berbasis process fingerprint.
- Strategi adaptif.

Strategi blind

Strategi *blind* adalah strategi *sampling* (pengambilan data titik-titik) yang paling umum. Strategi ini digunakan karena informasi pengukuran yang akan dilakukan adalah hanya nilai nominal geometri dan toleransi dari suatu benda. Pola (*pattern*) dari *sampling blind* sudah ditentukan sebelum pengukuran dan tidak berubah pada saat pengukuran berlangsung.

Pada umumnya, *sampling blind* dilakukan dengan cara mengambil titik-titik suatu permukaan benda secara homogen (*uniform*) dan tersebar pada seluruh permukaan geometri yang ingin diukur. Gambar 32 memperlihatkan contoh *sampling blind* dengan pola *sampling* secara homogen (*uniform*). Pada gambar 32, beberapa geometri yang akan diukur dan pola sebaran titik-titik *sampling* untuk geometri garis, lingkaran, bidang datar dan silinder diperlihatkan.

Gambar 32: Contoh dan *sampling blind* dengan pola homogen (*uniform*).

Untuk *sampling blind* dengan pola homogen tersebut, *sampling* tersebut selalu mengikuti teori Nyquist untuk menentukan banyaknya jumlah titik yang harus diambil agar bentuk riil suatu geometri yang diukur dapat direkonstruksi secara utuh (melalui proses *fitting*) dan pengukuran yang diinginkan dapat dilakukan. Teori Nyquist menyatakan bahwa apabila suatu geometri (misalnya berbentuk sinus) di-*sampling* dengan pola homogen (diambil titik-titiknya) dengan frekuensi *sampling* (banyaknya jumlah titik yang diambil/*sample size*) lebih dari dua kali dari frekuensi geometri yang di-*sampling*, maka geometri tersebut dapat direkonstruksi secara sempurna. Sedangkan, apabila frekuensi *sampling* kurang dari dua kali frekuensi geometri yang diukur, maka bentuk geometri tersebut tidak dapat direkonstruksi secara utuh (Bracewell 2000).

Untuk menggambarkan teori Nyquist lebih jelas lagi, gambar 33 memperlihatkan suatu geometri berbentuk sinusoid yang di-*sampling* dengan frekuensi *sampling* kurang dari frekuensi dari sinusoid tersebut. Hal ini menyebabkan bentuk riil dari sinusoid tersebut tidak dapat direkonstruksi secara utuh.

Metode *sampling* homogen apabila dilakukan dengan jumlah titik *sampling* yang tepat, merupakan metode yang baik karena metode tersebut menjamain semua titik-titik yang diambil merepresentasikan semua fitur suatu benda yang diukur. Namun demikian, pada umumnya metode ini mengambil jumlah titik yang besar, sehingga waktu pengukuran menjadi lama. Hal ini menyebabkan biaya inspeksi meningkat.

Oleh karena itu, beberapa metode *sampling* semi-acak digunakan untuk mengurangi jumlah pengambilan titik, tetapi tetap meliputi fitur-fitur suatu benda yang diukur. Beberapa metode *sampling* semi-acak adalah metode Hammersley dan metode Halton-Zaremba.

Strategi *sampling* Hammersley untuk menentukan lokasi titik-titik *sampling* adalah:

$$x_i = \frac{1}{n}, \quad y_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} 2^{-j-1}, \quad i \in \{0, 1, \dots, n-1\} \quad (14)$$

Dimana x_i dan y_i adalah koordinat dari titik ke- i yang ternormalisasi (bernilai antara 0 dan 1 dan harus diskala ulang untuk mendapatkan koordinat aktual dari lokasi x dan y tersebut). n adalah jumlah titik *sampling*. b_i adalah

representasi biner dari i dan b_{ij} adalah bit ke- j dari b_i dan bernilai antara 0 dan 1. $k = \lceil \log_2 n \rceil$,

Strategi *sampling* Halton-Zaremba untuk menentukan lokasi titik-titik *sampling* adalah:

$$x_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} 2^{-k-j}, \quad y_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij}' 2^{-j-1}, \quad i \in \{0, 1, \dots, n-1\} \quad (15)$$

Dimana b_{ij}' sama dengan $1 - b_{ij}$ jika j ganjil, atau sama dengan b_{ij} jika j genap. Gambar 34 memperlihatkan perbandingan antara teknik *sampling blind* dengan pola acak, Hammersley dan Halton-Zaremba. Strategi Halton-Zaremba diklaim menghasilkan hasil pengukuran *flatness* yang lebih baik dari strategi acak dan Hammersley (Kim dan Raman 2000).

Gambar 33: Contoh dari teori Nyquist untuk sampling. Apabila frekuensi *sampling* kurang dari dua kali frekuensi geometri yang diukur, maka bentuk geometri tidak dapat direkonstruksi secara utuh.

Gambar 34: Perbandingan antara sampling acak, Hammersley dan Halton-Zaremba.

Strategi berbasis *process fingerprint*

Strategi berbasis *process fingerprint* didefinisikan sebagai strategi *sampling* yang menggunakan sejumlah pengetahuan dari *process fingerprint* dari suatu proses manufaktur untuk mengoptimalkan proses pengukuran sehingga mempunyai akurasi yang lebih baik untuk benda-benda yang diproses dengan proses manufaktur tersebut. *Process fingerprint* adalah jejak yang khas yang terdapat pada benda hasil suatu proses produksi. Contohnya adalah, proses *side milling* meninggalkan “jejak” berbentuk gergaji pada permukaan suatu benda yang diprosesnya (Moroni dan Petro 2013).

Strategi *sampling* ini juga mempunyai jumlah dan lokasi titik-titik *sampling* yang sudah ditentukan sebelumnya dan bersifat tetap. Tetapi, penentuan jumlah dan lokasi titik-titik tersebut dipilih berdasarkan “jejak berulang” dari suatu proses produksi, sehingga lokasi titik tersebut berada pada area dimana deviasi geometri maksimum muncul. Pengaplikasian strategi berbasis *process fingerprint* tidaklah sulit dan memungkinkan untuk diaplikasikan dengan mesin-mesin CMM pada umumnya. Kelemahan utama strategi ini adalah strategi ini spesifik untuk suatu proses tertentu dengan pengaturan tertentu, apabila pengaturan parameter proses berubah, maka strategi *sampling* juga akan berubah.

Gambar 35 memperlihatkan contoh *sampling* berbasis *process fingerprint*. Pada gambar 35, diperlihatkan sebuah proses *side milling* pada sebuah permukaan metal. Permukaan tersebut mempunyai toleransi *flatness* yang harus diverifikasi dengan CMM. Apabila *sampling blind* dilakukan, pengambilan titik disebar ke seluruh permukaan benda secara merata. Padahal, untuk *flatness*, area yang paling menentukan nilai *flatness* adalah titik-titik pada puncak dan lembah dari permukaan tersebut. proses *side milling* mempunyai *fingerprint* berupa fitur gergaji yang berbekas pada permukaan tersebut. apabila strategi *sampling* berbasis *process fingerprint* dilakukan, maka pengambilan titik-titik tersebut hanya difokuskan pada area puncak dan lembah pada permukaan tersebut. Dengan cara ini, jumlah pengambilan titik-titik dapat dikurangi, sehingga waktu pengukuran akan berkurang.

Gambar 35: Contoh perbandingan antara strategi *sampling* pengukuran *blind* dan berbasis *process fingerprint*.

Strategi adaptif

Strategi *sampling* adaptif adalah strategi sampling dimana jumlah dan lokasis pengambilan titik-titik pada suatu permukaan benda tidak tetap, namun bisa berubah sesuai dengan keadaan riil dari fitur suatu benda yang sedang diukur. Strategi *sampling* dengan metode ini dimulai dengan mengambil beberapa titik-titik pada permukaan yang diukur. Kemudian, analisis matematik dilakukan pada titik-titik tersebut untuk menentukan berapa jumlah dan lokasi titik-titik berikutnya. Tujuan utama dari teknik ini adalah untuk menemukan fitur-fitur kritikal yang ingin diukur dengan jumlah titik seminimum mungkin untuk mengurangi waktu pengukuran. Sampai sekarang, strategi adaptif masih merupakan topik riset yang aktif karena untuk dapat merelaisasikan strategi adaptif, integrasi dengan metode perencanaan-jalur *probe head* secara otomatis harus dilakukan.

Strategi adaptif memerlukan suatu prosedur analisis dan kalkulasi untuk menentukan jumlah dan lokasi pengambilan titik-titik berikutnya. Beberapa kriteria untuk menentukan titik-titik berikutnya adalah:

- Dengan melakukan fitting spline pada titik-titik yang telah diambil untuk memprediksi pengambilan titik-titik berikutnya.
- Dengan metode *direct search* seperti pada proses optimisasi numerik untuk menentukan titik maksimum dan minimum dari sebuah permukaan yang dikalkulasi dari titik-titik yang telah diambil.
- Dengan metode krigging berbasis statistik spasial.

5.7 Non-Cartesian tactile dan non-contact CMM

Non-Cartesian CMM adalah jenis CMM yang tidak mengikuti koordinat sistem kartesian (yaitu CMM dengan konfigurasi tiga aksis yang saling tegak lurus satu dengan lainnya), melainkan mengikuti sistem koordinat lainnya, misalnya sistem koordinat *spherical* dan silinder. Motivasi utama munculnya *non-cartesian* CMM adalah:

- Kebutuhan protabilitas. Pada kasus pengukuran untuk skala sangat besar, misalnya pengukuran hasil perakitan badan pesawat, dibutuhkan sebuah CMM yang portabel dan dapat dibawa langsung ke bagian badan pesawat yang ingin diukur dari pada membawa bagian pesawat tersebut ke meja CMM.
- Kebutuhan CMM dengan biaya rendah. CMM non-Kartesian pada umumnya mempunyai tingkat akurasi yang lebih rendah dari pada CMM berbasis Kartesian, sehingga biaya pembuatan CMM non-Kartesian menjadi lebih rendah.
- Kebutuhan CMM *lightweight* dan fleksibel. Pada kasus pengukuran *in-line* untuk proses produksi dengan tact time yang cepat, CMM non-Kartesian yang ringan dan fleksibel menjadi pilihan utama, walaupun tingkat akurasinya tidak setinggi akurasi CMM berbasis Kartesian.

Metode CMM non-kartesian pada umumnya terbagi menjadi empat (Hocken dan Pereira 2012), yaitu: menggunakan sistem articulated arm (misalnya *articulated arm* CMM), menggunakan metode *triangulation* (misalnya *laser scanner*, teodolit dan *photogrammetry*), menggunakan metode koordinat *spherical* (misalnya *laser tracker*) dan menggunakan metode komparasi suatu jarak titik yang diukur dengan beberapa titik referensi (misalnya *fringe projection*).

Articulated arm CMM

Articulated arm CMM adalah suatu jenis CMM yang dapat menjangkai suatu lokasi spasial berdasarkan kombinasi join rotasi kinematik (Sladek 2016) yang dilengkapi dengan *rotary encoder*. Ciri utama dari *articulated arm* CMM adalah CMM tersebut dapat menjangkau suatu lokasi tip yang sama dengan jumlah kombinasi tak hingga dari posisi dan konfigurasi dari elemen-elemen *arm*-nya. Pada umumnya, *articulated arm* CMM terdiri dari minimal tiga *articulated arm*. Gambar 36 memperlihatkan contoh dari sistem komersial dari *articulated arm* CMM yang diproduksi oleh FARO dan ROMER.

Gambar 36: Contoh komersial *articulated arm* CMM dari FARO dan ROMER.

Articulated arm CMM direpresentasikan dengan panjang arm ($l_1, l_2, \dots, l_n$) dan rotasi dari setiap arm tersebut ($\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$). Formulasi dari koordinat spasial tip, yang merupakan fungsi dari panjang dan rotasi arm-arm-nya, suatu articulated arm, dengan tiga arm, diformulasikan sebagai berikut:

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_1^{-1} \left(\mathbf{L}_1 + \mathbf{R}_2^{-1} \left(\mathbf{L}_2 + (\mathbf{R}_3^{-1} \mathbf{L}_3) \right) \right) \quad (16)$$

dimana $\mathbf{P} = [x, y, z]^T$ adalah koordinat spasial dari tip, $\mathbf{R}_i$ adalah matrik rotasi untuk join ke- i dan $\mathbf{L}_i$ adalah vektor dari panjang articulated arm ke- i .

kelebihannya utama dari articulated arm CMM adalah *lightweight*, fleksibel dan *low cost* (pada umumnya harganya sekitar US\$20000-US\$50000). Sedangkan, kekurangannya adalah tingkat akurasi yang lebih rendah dari CMM Kartesian, harus sering dikalibrasi dan sulit untuk diterapkan sistem kontrol numerik karena algoritma pengontrolannya lebih sulit dibandingkan dengan CMM Kartesian.

Sistem Teodolit

Sistem teodolit berfungsi berdasarkan metode triangulasi. Pada dasarnya, teodolit adalah sebuah *pointing device* yang diarahkan pada sebuah target. Sumber yang digunakan sebagai *pointer* adalah sebuah laser. Orientasi dari kepala teodolit-teodolit ketika menunjuk pada suatu target diketahui. Maka dari itu, dibutuhkan minimum dua teodolit untuk dapat menghasilkan suatu pengukuran lokasi sebuah titik. Teodolit sangat cocok digunakan untuk mengukur posisi titik dengan skala yang sangat besar.

Gambar 37 memperlihatkan konfigurasi dasar dari sebuah teodolit dan konfigurasi dari dua teodolit untuk melakukan suatu pengukuran lokasi titik. Pada gambar 37a, diperlihatkan bahwa kepala dari teodolit dapat memancarkan laser yang digunakan sebagai pointer ke suatu target. Kepala teodolit tersebut dapat berotasi lateral dan aksial. Kemudian, pada gambar 37b, dua buah teodolit digunakan untuk melakukan kalkulasi triangulasi untuk menentukan posisi dari target tersebut. Jarak horisontal dan vertikal dari kedua teodolit tersebut harus diketahui.

Gambar 37: (a) Konfigurasi dari kepala sebuah teodolit dan (b) Konfigurasi dari dua buah teodolit untuk melakukan suatu pengukuran.

Proses kalkulasi untuk mendapatkan posisi target tersebut dari kedua teodolit pada gambar 37b adalah:

$$X_P = b \frac{\cos \alpha_A \sin \alpha_B}{\sin(\alpha_A + \alpha_B)} \quad (17)$$

$$Y_P = b \frac{\sin \alpha_A \sin \alpha_B}{\sin(\alpha_A + \alpha_B)} \quad (18)$$

$$Z_P = h + b \frac{\sin \alpha_A \tan \beta_B}{\sin(\alpha_A + \alpha_B)} \quad (19)$$

Laser tracker

Laser tracker adalah suatu CMM non-Kartesian yang berbasiskan pada koordinat *spherical*. Motivasi utama dikembangkannya sistem ini adalah karena sistem triangulasi harus dikalibrasi *base length*-nya, yaitu misalnya jarak anatar dua teodolit, dan sistem triangulasi membutuhkan waktu untuk dapat menunjuk suatu target.

Konfigurasi utama dari sebuah *laser tracker* adalah sebuah sistem *interferometer*, sebuah sistem pengukuran sudut rotasi, sebuah mekanisme *tracking* dan sebuah target. Pada *laser tracker*, fungsi utama dari sistem tracking adalah agar laser dari interferometer dapat mengikuti target, sehingga laser *interferometer* tersebut dapat mengukur

jarak suatu target dari titik referensi laser tracker tersebut, kemudian, sistem pengukuran sudut mengukur arah dari *laser beam* tersebut. Kemudian, setelah jarak titik referensi ke target dan arah orientasi dari laser diketahui, sebuah sistem koordinat *spherical* kemudian dapat direkonstruksi. Karena berbasis *laser interferometer* dan encoder rotasi yang presisi, *laser tracker* dapat menghasilkan suatu pengukuran dengan tingkat presisi yang tinggi. Namun demikian, sebuah sistem *laser tracker* mempunyai harga yang tinggi. Keuntungan dari *laser tracker* adalah sistem tersebut langsung terlacak sampai dengan definisi meter. Hal ini disebabkan karena *laser tracker* menggunakan *laser interferometer* untuk mengukur jarak dari suatu target.

Gambar 38: Konfigurasi utama dari sebuah *laser tracker*, yaitu *laser tracker head* dan *cat's eye* sebagai target yang harus selalu diikuti..

Gambar 38 memperlihatkan konfigurasi utama dari sebuah *laser tracker*. Prinsip kerja laser tracker adalah sebagai berikut. Sebuah laser dihasilkan dari sebuah apertur untuk menuju sebuah target yang bernama *cat's eye* yang dilengkapi dengan sebuah lensa reflektor. Laser yang ditujukan kepada *cat's eye* tersebut dipantulkan kembali ke apertur tersebut. Laser yang terpantulkan tersebut dikombinasikan dengan laser yang ditujukan kepada *base point* dan dipantulkan kembali ke *laser tracker* tersebut. Kemudian jarak yang dihasilkan dikalkulasi berdasarkan perhitungan *fringe* untuk interferometer (lihat Bab 4 mengenai detail dari perhitungan jarak pada sebuah interferometer). Maka dari itu, laser tracker merupakan *laser interferometer*. *Laser tracker* dan *cat's eye* tersebut dilengkapi dengan motor rotasi dua arah yang bertujuan untuk mengatur posisi dan orientasi *laser tracker* dan *cat's eye* tersebut selalu dalam *line-of-sight* (garis lurus).

Laser tracker banyak digunakan untuk mengkalibrasi posisi suatu efektor dari suatu *articulated robot* dan untuk kalibrasi CMM berbasis Kartesian yang berukuran sangat besar. Hal ini disebabkan karena *laser tracker* berbasis *laser interferometer*, sehingga *laser tracker* mempunyai rantai keterlacakan ke definisi meter.

Photogrammetry dan fringe projection

Sistem *photogrammetry* dan *fringe projection* adalah suatu CMM yang dapat mengambil atau mendeteksi titik-titik pada suatu permukaan benda dalam jumlah banyak pada waktu yang bersamaan. Jenis CMM ini dapat mengambil titik-titik secara area, bukan berdasarkan *point-by-point* seperti jenis CMM lainnya. Sistem *photogrammetry* dan *fringe projection* dibahas dengan detail pada bab 6 mengenai *non-contact* CMM.

5.8 Multi-sensor CMM

Multi-sensor CMM adalah suatu CMM yang dilengkapi dengan berbagai macam sensor atau *probe*, seperti sensor kontak (*tactile*), sensor triangulasi laser (*laser scanner*), sensor 2D imaging dan lain sebagainya. Tujuan utama dari multi-sensor CMM adalah untuk mengukur berbagai macam fitur dari suatu benda dengan satu jenis mesin CMM saja. Karena, setiap fitur dari suatu benda ada yang cocok diukur dengan sensor kontak dan ada yang cocok diukur dengan sensor lainnya. Bukan hanya fitur, pemilihan jenis sensor pada CMM bergantung juga pada kebutuhan akurasi yang diinginkan dan kebutuhan seberapa cepat pengambilan data titik-titik suatu permukaan.

Gambar 39 memperlihatkan ilustrasi dari sebuah benda yang mempunyai berbagai macam bentuk fitur yang diukur dengan satu mesin CMM yang mempunyai berbagai macam sensor, yaitu sensor kontak, triangulasi laser dan *imaging*. Contoh komersial mesin CMM dengan multi-sensor adalah ZEISS O-Inspect dan Wertch Video Check. Gambar 40 memperlihatkan sebuah CMM dari Werth dilengkapi dengan multi-sensor.

Pada umumnya, jenis-jenis sensor yang terdapat pada suatu jenis multi-sensor CMM adalah kombinasi-kombinasi dari sensor-sensor pengukuran sebagai berikut: sensor gambar berbasis 2D, triangulasi laser, sensor kontak, sensor laser, sensor *auto-focus*, sensor jarak, tomografi berbasis sinar-X (*X-ray computed tomography*) dan lain sebagainya.

Multi sensor CMM sangat bergantung pada kemampuan kalkulasi perangkat lunak dari CMM tersebut untuk melakukan penggabungan data dari berbagai macam sensor (*data fusion*). Penggabungan data dari berbagai macam sensor merupakan topik *rise* yang sangat aktif sampai sekarang. Tujuan utama dari penggabungan data tersebut adalah untuk memanfaatkan banyaknya data pengukuran dari berbagai macam sensor pada suatu CMM. Salah satu fungsi utama adalah untuk memilih mana data terbaik yang digunakan untuk mengkalkulasi suatu pengukuran dari berbagai macam sensor. Dengan demikian, tujuan utama dari penggabungan data adalah untuk meningkatkan akurasi hasil pengukuran dan untuk meningkatkan kecepatan suatu pengukuran.

Gambar 39: Ilustrasi suatu benda yang diukur dengan berbagai macam sensor sesuai dengan bentuk fitur dan kebutuhan pengukuran lainnya, seperti kecepatan dan tingkat akurasi pengukuran.

Gambar 40: Contoh komersial multi-sensor CMM dari Werth Messtechnik, Jerman.

5.9 Sumber-sumber error (*error sources*)

Mesin CMM kontak dan non-kontak merupakan suatu alat pengukuran yang kompleks. Maka dari itu, banyak sumber-sumber *error* yang menyebabkan berkurangnya tingkat akurasi mesin CMM tersebut dan meningkatnya nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran yang diukur dengan CMM tersebut. Maka dari itu, untuk dapat memaksimalkan efektifitas dan efisiensi dari penggunaan CMM, pemahaman tentang sumber-sumber *error* yang terdapat pada CMM adalah sangat penting.

Sumber-sumber error utama yang terdapat pada CMM berasal dari: *Hardware* (mesin CMM), benda kerja (yang diukur), strategi *sampling*, algoritma *fitting* dan faktor-faktor ekstrinsik. Gambar 41 memperlihatkan peta dari sumber-sumber error tersebut beserta beberapa rincian lebih detailnya. Penjabaran dari sumber-sumber *error* tersebut adalah sebagai berikut:

Hardware

Sumber error yang berasal dari *hardware* adalah hal-hal yang berhubungan dengan konstruksi fisik suatu mesin CMM dan pemilihan parameter pengukuran. Sumber-sumber *error* yang termasuk ke dalam *hardware* adalah seperti settingan pengukuran, *probing error*, *geometric error*, *dynamic error*, variasi temperatur dan vibrasi (getaran).

Settingan pengukuran adalah misalnya pemilihan kecepatan aksis CMM untuk menjangkau suatu permukaan benda. Hal ini berkaitan langsung dengan *dynamic error* yang disebabkan oleh efek percepatan dan perlambatan aksis CMM. Pada prinsipnya, pemilihan kecepatan pengukuran adalah bergantung pada nilai kompromi antara kecepatan dan akurasi. Semakin tinggi kecepatan pengukuran, maka tingkat akurasi hasil pengukuran akan semakin berkurang karena adanya efek dinamik tersebut. *Probing error* adalah *error* yang bersumber pada sistem *probing*, misalnya tingkat akurasi sistem pengukuran perpindahan pada *probe head* atau *error* yang disebabkan diameter *stylus tip* tidak sempurna, bisa karena aus atau karena deviasi dari proses manufaktur *stylus tip* tersebut (*stylus tip* pada kenyataannya tidak berupa bola yang sempurna).

Variasi temperatur tempat pengukuran berlangsung mempengaruhi ekspansi dari komponen-komponen suatu CMM. Karena, semua material mempunyai koefisien ekspansi termal yang menyebabkan komponen-komponen tersebut bertambah panjang atau pendek ketika temperatur lingkungan berubah-ubah. Vibrasi (getaran) yang disebabkan karena percepatan dan perlambatan ketika suatu CMM bergerak juga berkontribusi pada *error* CMM.

Geometric error adalah deviasi geometri dari komponen-komponen pembentuk suatu CMM dari dimensi nominalnya. Untuk CMM dengan tiga aksis, total *geometric error* yang didapatkan berjumlah 21 *error*. Rincian dari error-error tersebut adalah 6 *error* per aksis (*scale error*, 2 straightness *error*, 3 rotational *error*). Karena total aksis adalah 3, maka total *error* yang berasal dari setiap aksis adalah 18 *error*. Tiga *error* sisanya adalah *error* yang berasal dari *perpendicularity error* antara aksis *XY*, *XZ* dan *YZ*. Gambaran dari 21 *error* tersebut diperlihatkan pada gambar 42.

Gambar 41: Sumber-sumber *error* yang terdapat pada mesin CMM. Gambar 42: Gambaran 21 *error* geometri pada 3-aksis CMM.

Benda kerja

Sumber-sumber *error* yang termasuk ke dalam kelompok benda kerja adalah seperti *form error*, tekstur permukaan, *clamping error*, *alignment error*, deformasi elastis dan aksesibilitas. *Error* dari *form* benda kerja itu sendiri mempengaruhi total *error* yang berkontribusi kepada hasil pengukuran. Dengan kata lain, *error* dari *form* suatu benda akan mengakibatkan bertambahnya nilai ketidakpastian dari pengukuran benda tersebut. Bukan hanya itu, tingkat kekasaran permukaan suatu benda dapat mempengaruhi tingkat akurasi suatu pengukuran.

Error dari *clamping* untuk memegang suatu benda yang diukur juga berkontribusi terhadap total *error* suatu pengukuran. Gaya *clamping* yang terlalu besar akan menyebabkan benda yang ditahannya mengalami deformasi elastis atau bahkan plastik. *Alignment error* pada umumnya terjadi karena operator tidak tepat dalam mendefinisikan WCS (*workpiece coordinate system*) dan/atau tidak tepat dalam memilih lokasi penempatan WCS.

Strategi sampling

Strategi *sampling* juga merupakan sumber *error* utama dari suatu pengukuran CMM. *Error-error* yang termasuk ke dalam strategi *sampling* adalah: interaksi *sampling* dengan *form* dari sebuah benda kerja yang diukur, sistem koordinat dan datum *error*. Yang dimaksud dengan interaksi *sampling* dengan *form* dari sebuah benda adalah untuk pengukuran geometrik, lokasi titik-titik permukaan (*sampling*) pada suatu permukaan benda yang diukur harus meliputi area kritis dimana deviasi geometri dari benda tersebut berada. Karena, pengukuran geometri hanya bergantung pada titik-titik kritis tersebut dan titik-titik lainnya tidak berkontribusi untuk mengkalkulasi deviasi geometrik dari benda tersebut (lihat Bab 3 untuk lebih jelasnya). Apabila titik-titik permukaan yang diukur tidak meliputi area dengan deviasi terbesar, maka seberapa banyak titik-titik yang diukur tidak akan dapat menggambarkan deviasi geometri dari benda tersebut.

Datum error sangat *relevan* untuk melakukan pengukuran geometri yang berelasi, seperti *perpendicularity*, *parallelism* dan *run-out*. Untuk melakukan pengukuran geometri yang berelasi tersebut, penentuan *datum* sangat penting dan wajib dilakukan untuk dapat mengkalkulasi deviasi geometri tersebut. Apabila *datum* yang diukur salah atau terdapat *error*, maka hasil pengukuran geometri yang berelasi tersebut juga akan salah atau berkurang tingkat akurasinya.

Algoritma fitting

Error-error yang termasuk ke dalam kategori algoritma *fitting* adalah tipe *fitting* yang dilakukan, *suitability* (ketepatan dalam penggunaan suatu algoritma), implementasi suatu algoritma dan efek dari jumlah titik yang diukur. Tipe-tipe algoritma untuk proses *fitting* ada berbagai jenis. Setiap jenis dari tipe *fitting* tersebut akan memberikan hasil kalkulasi parameter sebuah geometri yang berbeda-beda, misalnya *fitting* berbasis *least-square* dan *fitting* berbasis *minimum zone*. Ketepatan dalam memilih sebuah algoritma untuk *fitting* juga sangat penting untuk diketahui, misalnya apabila kita ingin melakukan *fitting* sebuah bola, tetapi kita memilih menggunakan algoritma untuk *fitting* silinder, maka hasil yang kita dapatkan akan sangat berbeda dari yang diinginkan. Jumlah titik-titik yang digunakan untuk proses *fitting* juga sangat mempengaruhi hasil proses *fitting* tersebut. Idealnya, untuk proses *fitting* menggunakan metode *least square*, jumlah titik yang dibutuhkan adalah sebanyak mungkin untuk mendapatkan efek *averaging* (rata-rata), sehingga *error* yang terdapat pada geometri hasil *fitting* tersebut akan semakin berkurang. Contoh lainnya adalah *fitting* sebuah bidang datar. Secara matematik, untuk dapat mem-*fitting* atau mendefinisikan suatu geometri berupa bidang datar, jumlah titik minimal yang dibutuhkan adalah berjumlah tiga titik. Namun demikian, apabila *fitting least-square* tersebut hanya dilakukan dengan menggunakan tiga titik, maka tidak ada efek *averaging* pada proses *fitting* tersebut. Hal ini menyebabkan, *error* pada geometri hasil *fitting* akan sangat besar dan sangat signifikan terhadap nilai hasil suatu pengukuran.

Gambar 43 menjelaskan komponen-komponen yang terlibat pada suatu proses *fitting* geometri. Komponen-komponen tersebut adalah titik-titik yang terukur, elemen geometri hasil proses *fitting*, elemen geometri yang sebenarnya dan *error* dari proses *fitting* tersebut. *Error* dari *fitting* didefinisikan sebagai jarak ortogonal dari titik yang terukur ke elemen geometri hasil kalkulasi (*fitting*). *Error* dari *fitting* tersebut sangat berkontribusi pada total *error* pada pengukuran dengan CMM.

Gambar 43: Deskripsi dari elemen-elemen yang berhubungan dengan suatu proses *fitting*.

Faktor-faktor ekstrinsik

Faktor-faktor ekstrinsik adalah faktor-faktor yang bersifat non-teknis yang berkontribusi terhadap error pada suatu pengukuran yang menggunakan CMM. *Error-error* yang termasuk ke dalam kategori faktor-faktor ekstrinsik adalah operator, proses *filtering* data, variasi *fixture* dan kebersihan benda kerja. Faktor-faktor tersebut walaupun terlihat sederhana, namun pada kenyataannya di industri-industri masih banyak error-error pada pengukuran CMM yang disebabkan oleh faktor-faktor tersebut.

Pengetahuan yang cukup pada operator yang menggunakan sebuah mesin CMM sangat dibutuhkan untuk menghindari kesalahan-kesalahan non-teknis pada pengukuran CMM. Investasi yang cukup untuk melatih seorang operator CMM untuk agar memiliki pengetahuan yang cukup mengenai prinsip-prinsip pengukuran, GD&T dan cara pengoperasian CMM harus dilakukan.

Ketelatenan seorang operator untuk memposisikan atau menempatkan sebuah benda kerja yang akan diukur, untuk membersihkan permukaan benda kerja tersebut dan untuk mendefinisikan *alignment*, *datum* dan prosedur pengukuran dengan CMM sangat penting untuk dimiliki oleh setiap operator CMM. Pemilihan prosedur yang tepat untuk proses *fitting* dan *data filtering* (yang dipilih melalui perangkat lunak sebuah mesin CMM) yang dilakukan oleh seorang operator sangat penting untuk mendapatkan suatu hasil pengukuran yang benar. Hal-hal tersebut membutuhkan sebuah pelatihan khusus untuk operator-operator mesin-mesin CMM.

5.9.1 Efek temperatur

Temperatur, baik yang berasal dari lingkungan maupun yang berasal dari CMM itu sendiri, mempunyai peran yang sangat besar terhadap akurasi suatu hasil pengukuran. Pada umumnya, temperatur merupakan salah satu penyebab berkurangnya repeatability dari satu CMM (Hocken dan Pereira 2012). Hal ini disebabkan karena setiap material mempunyai koefisien ekspansi termal yang menggambarkan seberapa besar suatu material akan bertambah panjang apabila suhunya terdapat peningkatan temperatur pada material tersebut.

Gambar 43 memperlihatkan rincian dari komponen-komponen yang berkontribusi terhadap total *error* karena efek temperatur. Pada gambar 43, dapat terlihat bahwa total *error* karena efek temperatur berasal dari tiga bagian dari suatu proses pengukuran, yaitu: error karena efek temperatur pada benda kerja, pada master scale (skala encoder) dan pada frame CMM. Seluruh error karena efek temperatur pada benda kerja, master scale dan frame CMM dapat dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu yang disebabkan oleh temperatur uniform dan non-uniform.

Gambar 43: Komponen-komponen yang berkontribusi terhadap total error karena efek temperatur.

efek temperatur uniform merupakan hasil dari perpindahan kalor secara konduksi, sedangkan efek temperatur non-uniform merupakan hasil dari perpindahan kalor secara konduksi, konveksi dan radiasi. Efek temperatur uniform lebih mudah untuk dikontrol karena dapat diprediksi seberapa besar efeknya terhadap perubahan dimensi suatu benda, master scale dan frame CMM. Sedangkan, efek temperatur *non-uniform* lebih sulit untuk dikontrol karena efek konveksi dan radiasi berkontribusi terhadap efek tersebut. Tiga sumber utama dari efek temperatur non-uniform adalah gradien temperatur, variasi temperatur dan sisa kalor dari keadaan atau lingkungan sebelumnya.

Pada gambar 43, sumber-sumber utama kalor (panas) yang mempengaruhi suatu proses pengukuran dikelompokkan menjadi empat bagian, yaitu sumber kalor yang berasal dari lingkungan ruangan, sistem pendingin, operator (temperatur badan) dan mesin CMM. Kalor yang berasal dari lingkungan bisa disebabkan misalnya sumber kalor yang dihasilkan dari mesin-mesin produksi yang berada di ruangan yang sama dan dapat juga disebabkan oleh eksposur sinar matahari pada ruangan tempat proses pengukuran berlangsung. Sistem pendingin pada ruangan atau pendingin pada mesin CMM juga mempengaruhi siklus perpindahan kalor pada proses pengukuran tersebut. Temperatur badan seorang operator juga merupakan sumber kontributor panas utama dari seluruh total panas yang mempengaruhi proses pengukuran. Sumber-sumber panas yang berasal dari mesin CMM merupakan sumber-sumber panas yang berasal dari, misalnya, gesekan antara komponen-komponen CMM, panas dari sistem elektronik CMM dan panas yang bersumber dari motor penggerak aksis CMM. Seluruh sumber-sumber utama panas tersebut akan berinteraksi dengan suatu proses pengukuran dalam tiga moda, yaitu: konduksi, konveksi dan radiasi.

Indeks error termal

Indeks *error* termal adalah suatu index yang bertujuan untuk mengestimasi kontribusi dari error karena efek termal terhadap total toleransi dari suatu dimensi nominal. Indeks tersebut merupakan jumlah total dari ekspansi linear benda kerja dan skala pengukuran (skala encoder), *drift* termal mesin CMM dan ketidakpastian dari koefisien termal ekspansi dari material benda dan skala pengukuran. Sebuah proses pengukuran, baik kalibrasi, pengukuran benda dan evaluasi performansi akan dianggap valid apabila nilai dari index termal errornya mencapai suatu nilai yang wajar (nilai ini tergantung kebijakan masing-masing industri, misalnya 5 %, 10 % atau 20 % dari total nilai toleransi suatu dimensi).

Contoh aplikasi dari indeks *error* termal adalah sebagai berikut. Misalkan sebuah aluminium dengan panjang $500 \text{ mm} \pm 45 \text{ } \mu\text{m}$ diukur panjangnya pada suhu ruangan $24 \text{ }^{\circ}\text{C} \pm 2 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Koefisien ekspansi termal (CTE) aluminium tersebut adalah $24 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$ (24 ppm). Mesin CMM yang digunakan untuk pengukuran adalah sebuah CMM yang mempunyai skala pengukuran terbuat dari suatu jenis *steel* (baja) dengan koefisien ekspansi termal (CTE) $11 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$ (11 ppm). Mesin CMM tersebut mempunyai drift termal sebesar $2.5 \text{ } \mu\text{m}$. Tidak ada koreksi error karena efek temperatur pada pengukuran tersebut. dengan demikian, indeks *error* termal pada pengukuran tersebut adalah sebagai berikut:

- Ekspansi gabungan benda kerja dan skala pengukuran $= L \times \Delta CTE \times \Delta T = 0.5 \times 12.5 \times (24 - 20) = 25 \text{ } \mu\text{m}$.
- Ketidakpastian CTE skala pengukuran (biasanya 10 %) $= L \times CTE \text{ baja} \times 10\% \times \Delta T = 0.5 \times 11.5 \times 10\% \times (24 - 20) = 2.3 \text{ } \mu\text{m}$.
- Ketidakpastian CTE benda kerja (biasanya 20 %) $= L \times CTE \text{ aluminium} \times 10\% \times \Delta T = 0.5 \times 24 \times 20\% \times (24 - 20) = 9.6 \text{ } \mu\text{m}$.
- Drift termal $= 2.5 \text{ } \mu\text{m}$.
- Total error dari efek termal adalah $E = 25 + 2.3 + 9.6 + 2.5 = 39.4$

dengan demikian, maka indeks *error* termal pada pengukuran tersebut adalah $\text{Total error } E / \text{toleransi} = 39.4 / 45 = 87.5 \text{ \%}$. Apabila operator mengimplemnetasikan koreksi error karena ekspansi gabungan benda kerja dan sakala pengukuran, maka indeks tersebut menjadi $39.4 / 45 = 32 \text{ \%}$. Dari sini dapat terlihat bahwa dengan mengaplikasikan koreksi *error* karena efek termal, makakontribusi *error* dari efek termal tersebut dapat secara signifikan direduksi.

5.9.2 Kontrol lingkungan

Seperti yang sudah dijabarkan sebelumnya bahwa kontrol lingkungan tempat suatu proses pengukuran berlangsung sangatlah penting. Hal-hal utama yang harus dikontrol yang berhubungan dengan lingkungan adalah seperti temperatur, kelembapan (*humidity*), debu, vibrasi dan level kekerasan suara. Efek temperatur sangat jelas akan mempengaruhi ekspansi dimensi dari suatu benda yang diukur, kelembapan sangat mempengaruhi pengukuran yang menggunakan laser karena kelembapan akan mempengaruhi indeks refraktis medium udara yang dilewati laser

tersebut, vibrasi dapat memberikan error pada suatu proses pengukuran, misalnya akna mengganggu proses pre dan post travel dari stylus probing, dan level suara dapat menimpulkan vibrasi dengan frekuensi tinggi.

Temperatur ruangan tempat proses suatu pengukuran dapat dikontrol dengan memperhatikan aspek-aspek: arah dari aliran udara, arah masuk dan arah keluar dari sirkulasi udara, kecepatan dari sirkulasi udara, sistem kontrol temperatur pada ruangan tersebut dan lokasi dari penempatan sensor temperatur. Untuk menanggulangi masalah vibrasi, ada tiga strategi utama untuk menyelesaikan masalah tersebut, yaitu identifikasi dan pengurangan besarnya vibrasi dari sumber-sumber vibrasi, isolasi dari sumber-sumber vibrasi tersebut dan isolasi mesin CMM dari sumber-sumber vibrasi tersebut. Kontrol vibrasi dapat dilakukan secara pasif dan aktif. Kontrol vibrasi pasif tepat digunakan untuk mengisolasi vibrasi dengan frekuensi tinggi, sedangkan kontrol vibrasi aktif tepat digunakan untuk mengisolasi vibrasi dengan frekuensi rendah < 10 Hz.

5.10 Kalibrasi CMM

Kalibrasi CMM pada umumnya dilakukan untuk mengkuantifikasi error volumetrik dari suatu CMM berikut dengan nilai ketidakpastian dari error volumetrik tersebut. Proses kalibrasi tersebut dapat dilakukan dengan menggunakan metode-metode, seperti: menggunakan artefak terkalibrasi (yang dikalibrasi dengan suatu alat ukur yang jauh lebih akurat dari pada CMM yang diuji), menggunakan *laser tracker* dan menggunakan *laser interferometer*. Contoh kalibrasi dari error volumetrik CMM dengan menggunakan *laser tracker* dan artefak terkalibrasi berupa *ball plates* diperlihatkan pada gambar 44.

Pada prinsipnya, error volumetrik adalah error lokasi ujung stylus tip dari suatu sistem probing CMM yang merupakan perbedaan antara nilai yang terbaca oleh kontroler CMM dan lokasi tip yang sebenarnya di dalam suatu volume pengukuran CMM. Ilustrasi dari error volumetrik diperlihatkan pada gambar 45.

Gambar 44: Contoh kalibrasi pengukuran error volemtrik sebuah CMM dengan menggunakan *laser tracker* dan artifak *ball plates*.

Gambar 45: Proses kalibrasi CMM, yaitu pengukuran error menggunakan *laser interferometer* pada sejumlah lokasi didalam volume pengukuran untuk mendapatkan peta dari error volumetrik (volumetric error map).

Gambar 45 memperlihatkan contoh kalibrasi dari error volumetrik CMM dengan menggunakan *laser interferometer*. Lokasi *error tip* dari *stylus* CMM diukur untuk setiap posisi tip tersebut di dalam volume pengukuran CMM tersebut. Banyaknya titik-titik pengukuran yang harus dilakukan bergantung pada seberapa besar resolusi dari *error* volumetrik yang ingin didapatkan. Semakin tinggi resolusi *error* tersebut, maka akan semakin akurat proses kalibrasi *error* volumetrik tersebut, tetapi hal tersebut akan menyebabkan waktu dan proses kalibrasi yang semakin lama. Untuk lebih detailnya mengenai kalibrasi volumetrik error CMM, pembaca dapat merujuk pada Sladek 2016.

Untuk mereduksi jumlah titik-titik pengukuran untuk mengetahui error volumetrik suatu CMM, model matematis dari CMM tersebut dikembangkan. Dengan menggunakan model matematis tersebut, maka hanya sejumlah titik-titik ujung *stylus* yang diukur dan dengan menggunakan model matematis tersebut, seluruh error volumetrik lokasi tip tersebut dapat diketahui.

5.11 Verifikasi performansi CMM

Verifikasi performansi adalah suatu prosedur tes yang sangat penting untuk CMM, baik kontak dan non-kontak. Verifikasi performansi adalah suatu tes untuk mengecek apakah suatu CMM mempunyai akurasi pengukuran sesuai dengan spesifikasi dari manufakturnya. Dengan kata lain, verifikasi performansi adalah suatu proses untuk menguji kemampuan suatu CMM untuk melakukan pengukuran, bukan untuk menguji tingkat akurasi dari kemampuan positioning *stylus tip* suatu CMM.

Standard internasional yang paling umum digunakan untuk verifikasi performansi CMM berbasis kontak (*tactile CMM*) adalah seri ISO 10360 bagian 1 sampai dengan bagian 6. Detil dari standard-standard tersebut adalah:

- ISO 10360-1: berisi tentang istilah-istilah yang digunakan di dalam standard seri standard ISO 10360 (dalam hal ini bagian 2 sampai dengan bagian 6 untuk CMM berbasis kontak). Selain itu, standard ini juga berisi mengenai format dari sheet untuk laporan hasil proses suatu verifikasi performansi CMM.
- ISO 10360-2: berisi tentang panduan untuk melakukan verifikasi performansi CMM untuk pengukuran panjang. Hal ini berkaitan dengan verifikasi performansi struktur dari suatu CMM. Untuk verifikasi performansi pengukuran panjang (*length measurement*) tersebut, dibutuhkan pengukuran lima jenis panjang yang berbeda untuk tujuh arah pengukuran yang berbeda. Ketujuh arah pengukuran tersebut adalah tiga arah aksis *X*, *Y* dan *Z* dan empat arah diagonal ruang pada volume pengukuran suatu CMM. Untuk setiap arah pengukuran, panjang maksimum pengukuran dari lima panjang tersebut adalah minimal 67 % dari total panjang arah pengukuran tersebut. Jenis artifak terkalibrasi pada verifikasi ini pada umumnya berupa *gauge bar* atau *ball bar*.
- ISO 10360-3: berisi tentang panduan verifikasi performansi untuk *CNC-controlled rotary table* pada CMM. *Rotary table* tersebut pada umumnya dinamakan aksis ke-empat dari CMM. Pada verifikasi ini, pengukuran yang dilakukan adalah pengukuran relatif, sehingga artifak referensi yang terkalibrasi tidak dibutuhkan asalkan artifak tersebut rigid selama proses verifikasi berlangsung.
- ISO 10360-4: berisi tentang panduan untuk verifikasi performansi sistem *probing* yang digunakan untuk pengukuran dengan moda *scanning*. Proses verifikasi ini mengukur sebuah bola referensi dengan moda *scanning* dengan lintasan *scanning* yang telah ditentukan.
- ISO 10360-5: berisi tentang panduan untuk verifikasi performansi sistem *probing* yang digunakan untuk pengukuran dengan moda *point-to-point (discrete)*. Proses verifikasi ini mengukur sebuah bola referensi dengan moda *point-to-point* dengan dengan jumlah titik yang telah ditentukan lokasi dan jumlahnya.
- ISO 10360-6: berisi tentang panduan proses fitting geometri yang digunakan untuk proses verifikasi berdasarkan ISO 10360-2, ISO 10360-3, ISO 10360-4 dan ISO 10360-5.

Gambar 46 memperlihatkan tujuh arah pengukuran untuk melakukan verifikasi performansi pengukuran panjang berdasarkan ISO 10360-2 di dalam volume pengukuran suatu CMM. Ketujuh arah pengukuran tersebut adalah tiga arah sejajar dengan aksis *X*, *Y* dan *Z* CM dan empat arah diagonal ruang dalam volume pengukuran CMM. Gambar 47 memperlihatkan contoh riil proses verifikasi performansi untuk pengukuran panjang (ISO 10360-2) dengan menggunakan *gauge bar* sebagai referensi panjang.

Gambar 46: (a) pengukuran tiga arah linier untuk aksis X , Y dan Z , dan (b) pengukuran empat diagonal ruang.

Gambar 47: Proses verifikasi performansi pada CMM untuk salah satu pengukuran untuk arah diagonal ruang.

Parameter verifikasi performansi untuk pengukuran panjang (ISO 10360-2) adalah $MPE_{E,0}$. MPE adalah maximum permissible error yang berarti maksimum error yang didapatkan untuk pengukuran panjang dengan suatu CMM. $MPE_{E,0}$ adalah parameter umum untuk menggambarkan tingkat akurasi suatu CMM untuk melakukan pengukuran panjang (dimensional). Contoh hasil verifikasi performansi ISO 10360-2 pada suatu CMM berbasis kontak diperlihatkan pada gambar 48. Pada gambar 48, untuk pengukuran panjang suatu dimensi sampai dengan 900 mm, maksimum error yang mungkin didapatkan adalah $\pm(2 + L/300) \mu m$ dimana L dalam mm. Dengan kata lain, MPE dari CMM tersebut adalah $MPE_{E,0} = \pm(2 + L/300) \mu m$.

Gambar 48: Contoh hasil verifikasi sebuah CMM untuk pengukuran panjang sesuai dengan ISO10360-2.

Nilai ketidakpastian U (pada gambar 48) dari hasil proses evaluasi performansi dapat diestimasi dengan mengikuti standard ISO/TS 23165 (ISO/TS 23165 2006). Nilai ketidakpastian U tersebut dikalkulasi sebagai berikut:

$$u(E) = \sqrt{u^2(\varepsilon_{cal}) + u^2(\varepsilon_a) + u^2(\varepsilon_{temp}) + u^2(\varepsilon_{align}) + u^2(\varepsilon_{fixture})} \quad (20)$$

$$U = 2 \times u(E) \quad (21)$$

dimana adalah $u(E)$ total kombinasi ketidakpastian, adalah $u(\varepsilon_{cal})$ ketidakpastian dari dimensi artifak terkalibrasi, $u(\varepsilon_a)$ adalah ketidakpastian yang disebabkan oleh kesalahan koefisien ekspansi termal (CTE), $u(\varepsilon_{temp})$ adalah ketidakpastian yang berasal dari variasi temperatur dari lingkungan tempat evaluasi performansi dilakukan, $u(\varepsilon_{align})$ adalah ketidakpastian yang berasal dari error proses alignment benda kerja terhadap sistem koordinat mesin (MCS) dan $u(\varepsilon_{fixture})$ adalah ketidakpastian yang berasal dari error akibat fixturing, misalnya deformasi benda kerja karena gaya clamping yang terlalu besar.

5.12 Estimasi ketidakpastian CMM

Estimasi ketidakpastian dari hasil pengukuran dengan menggunakan suatu CMM diatur dalam standar internasional seri ISO 15530. Metode-metode yang terdapat pada ISO 15530 mempunyai landasan utama pada metode GUM (BIPM 2008). Metode GUM adalah landasan utama sampai saat ini untuk mengestimasi nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran. Dari metode GUM tersebut, berbagai macam metode estimasi ketidakpastian, seperti metode ISO 15530, dikembangkan. Metode ISO 15530 terbagi menjadi tiga jenis metode: ISO/DTS 15530-2, ISO 15530-3 dan ISO 15530-4.

Metode pada ISO/DTS 15530-2 dan ISO 15530-3 mengestimasi nilai ketidakpastian dengan mengikuti metode tabel (*spreadsheet*) dengan kalkulasi-kalkulasi yang spesifik untuk suatu pengukuran dengan CMM. Sedangkan metode ISO 15530-4 adalah berlandaskan metode simulasi Monte-Carlo. Metode ISO 15530 adalah metode yang paling sering ditemukan di industri karena pada industri-industri tersebut banyak terdapat CMM untuk pengukuran dimensi dan geometri. Metode dan contoh estimasi ketidakpastian dari suatu hasil pengukuran dijelaskan dengan detail pada Bab 9 mengenai ketidakpastian (*uncertainty*).

BAB 6

Non-contact CMM

CMM berbasis kontak merupakan sebuah teknologi yang sudah diterima dan diaplikasikan secara luas di industri-industri. Tingkat akurasi yang tinggi dan keterlacakan sampai pada definisi meter merupakan dua hal utama yang membuat CMM berbasis kontak menjadi sebuah referensi pengukuran dimensi dan geometri. Namun demikian, CMM berbasis kontak memiliki kekurangan-kekurangan yang menjadi kendala untuk menggunakan CMM tersebut untuk melakukan pengukuran dimensi dan geometri, misalnya pengukuran pada skala-mikro dan yang lebih kecil lagi.

Ada tiga kekurangan utama CMM berbasis kontak, yaitu: resiko rusaknya permukaan benda kerja yang lembut karena goresan stylus tip, terbatasnya aksesibilitas stylus tip untuk menjangkau fitur-fitur suatu benda yang kecil dan kecepatan pengukuran yang rendah apabila suatu pengukuran membutuhkan *sampling* titik yang sangat banyak. CMM berbasis non-kontak (*non-contact CMM*) muncul untuk mengatasi ketiga kekurangan utama CMM berbasis kontak tersebut. CMM berbasis non-kontak juga sering disebut dengan CMM berbasis optik (*optical CMM*).

Bab ini memfokuskan pada pembahasan CMM berbasis non-kontak untuk pengukuran pada skala makro dan pengukuran pada skala mikro. Selain itu, pengukuran dengan menggunakan tomografi berbasis sinar-X akan dibahas juga pada bab ini. Verifikasi performansi berdasarkan seri ISO 10360 dan estimasi ketidakpastian berdasarkan seri ISO 15530 dibahas dengan mempresentasikan berbagai macam artefak untuk verifikasi performansi dan metode untuk estimasi ketidakpastian hasil pengukuran dengan CMM berbasis non-kontak.

Pada bab ini, konsep matriks *homogenous* dan sifat-sifat transformasinya sangat banyak digunakan untuk melakukan rekonstruksi 3D berbagai macam metode *non-contact CMM*. Maka dari itu, pembaca diharapkan dapat merujuk pada [bab 3.4.6](#) apabila ingin mengetahui mengenai konsep matriks *homogenous* dan sifat-sifat transformasinya tersebut.

6.1 *Optical CMM*

Optical CMM (CMM berbasis non-kontak) yang akan dibahas untuk pengukuran skala makro adalah *laser triangulation*, *phogrammetry* dan *fringe projection*. Namun demikian, *optical CMM* untuk pengukuran tersebut tidak sebatas pada ketiga metode ini, terdapat metode-metode lainnya, seperti *optical CMM* berbasis konoskopik. Namun demikian, *laser triangulation*, *phogrammetry* dan *fringe projection* merupakan *optical CMM* yang paling sering ditemui di industri-industri. Nama lain dari ketiga metode tersebut adalah *3D scanner*.

6.1.1 *Laser triangulation/laser scanner*

Laser triangulation atau yang sering disebut juga sebagai *laser scanner* merupakan salah satu *optical CMM* yang paling pertama dikembangkan untuk pengukuran dimensi dan geometri. Teknologi *laser scanner* sudah berusia sekitar 60 tahun. Bukan hanya pada industri manufaktur, *laser scanner* juga banyak digunakan pada bidang teknik sipil dan geografi untuk merekonstruksi model 3D dari suatu gedung atau suatu wilayah. Selain itu, *laser scanner* juga sering digunakan pada bidang arkeologi untuk membuat model 3D dari berbagai jenis benda antik.

Prinsip kerja

Laser line diproyeksikan pada sebuah permukaan benda dan deviasi dari *laser line* tersebut dianalisis untuk mendapatkan tinggi z dari titik pada suatu lokasi x dan y . Analisis untuk mendapatkan tinggi z pada lokasi x dan y tersebut adalah dengan menggunakan metode triangulasi. Gambar 1 memperlihatkan komponen-komponen dan prinsip kerja dari *laser triangulation*.

Gambar 1: Komponen-komponen dan prinsip kerja dari *laser triangulation*

Pada gambar 1, komponen-komponen utama dari *laser triangulation* adalah: Dioda laser dan sensor kamera (CMOS / CCD). Dioda laser adalah komponen yang menghasilkan laser yang merupakan sumber cahaya koheren. Kelebihan dari laser untuk aplikasi ini adalah rasio *signal-to-noise* yang baik. Laser tersebut bersifat monokromatik, koheren terhadap jarak dan waktu, *collimated (plane-wave)*, kontinu dan tahan lama. Sumber laser tersebut dapat dimodifikasi dengan menggunakan sumber laser dengan multipel laser atau dengan menggunakan sebuah lensa agar laser terproyeksikan menjadi sebuah garis. Dengan modifikasi tersebut, proses pengukuran dapat dipercepat. Sensor kamera adalah sebuah komponen yang terdiri dari matrik yang berisi sensor cahaya berukuran kecil. Setiap sensor cahaya tersebut akan mengkonversi energi foton dari cahaya ke dalam bentuk pixel.

Selanjutnya, pada gambar 1, cara kerja *laser triangulation* adalah sebagai berikut. Sebuah sumber laser memancarkan laser yang difokuskan ke permukaan suatu benda. Kemudian, permukaan benda tersebut merefleksikan balik laser tersebut secara terdifusi. Refleksi balik dari laser tersebut difokuskan pada sebuah sensor cahaya, yaitu kamera berbasis sensor CMOS atau CCD. Kemudian, berdasarkan posisi refleksi laser pada sensor kamera tersebut, kalkulasi matematis dilakukan untuk mendapatkan posisi tinggi z titik tersebut. Setiap perpindahan posisi suatu permukaan dari posisi nominal, maka titik spot laser yang tertangkap kamera akan bergeser ke arah x atau y . Mampu tidaknya suatu permukaan dapat diukur dengan metode *laser triangulation* adalah permukaan suatu benda yang diukur harus berada pada jangkaun/batas posisi benda terukur dan laser yang direfleksikan oleh permukaan tersebut harus

dapat ditangkap oleh sensor kamera. Situasi umum yang membuat laser yang direfleksikan oleh suatu permukaan pada pengukuran dengan *laser triangulation* adalah permukaan tersebut sangat reflektif atau laser yang direfleksikan tersebut terhalang oleh suatu fitur *under-cut*.

x = Jarak pixel ke pusat sensor kamera

w = Lebar dari sensor kamera

v = Jarak antara lensa 1 dengan kamera

l = Jarak nominal antara surface (baseline) dengan lensa 1 (sistem pengukuran)

θ = Sudut antara aksis optikal dari laser dan aksis optical kamera

Gambar 2: Kalkulasi matematis untuk mendapatkan posisi tinggi z pada *laser triangulation*.

Proses kalkulasi matematis untuk mendapatkan posisi tinggi z pada *laser triangulation* diperlihatkan pada gambar 2. Penurunan persamaan untuk mengkalkulasi z adalah:

$$\tan \varphi = \frac{q}{z+l} \quad (1)$$

$$\tan \theta = \frac{q}{z} \quad (2)$$

Dengan demikian, dari persamaan (1) dan (2) didapatkan:

$$q = z \cdot \tan \theta = (z + l) \cdot \tan \varphi \quad (3)$$

$$\tan \varphi = z \cdot \frac{\tan \theta}{z+l} \quad (4)$$

Dari persamaan (4), apabila $z \ll l$, yaitu nilai z jauh lebih kecil dari l , maka:

$$\tan \varphi \cong z \cdot \frac{\tan \theta}{l} \quad (5)$$

Dengan demikian, relasi antara perpindahan posisi pixel pada sensor kamera (yang bisa dideteksi dengan algoritma analisis *image*) dengan relasi geometrik suatu sistem *laser triangulation* adalah (gambar 2):

$$x = v \cdot \tan \varphi \cong \frac{v \cdot z}{l} \tan \theta \quad (6)$$

Sehingga, posisi z dapat dikalkulasi dengan:

$$z \cong \frac{x \cdot l}{v \cdot \tan \theta} \quad (7)$$

Dimana variabel-variabel pada persamaan di atas dijelaskan pada gambar 2.

Selanjutnya, analisis sensitifitas S suatu laser triangulation, yaitu variasi antara input dan output dari sistem tersebut dapat dianalisis sebagai berikut:

$$S = \frac{x}{z} = \frac{v \cdot \tan \theta}{l} = m \cdot \tan \theta; \quad m = \frac{v}{l} \quad (8)$$

Dimana m adalah gradien yang mempunyai relasi dengan z sebagai berikut (dari persamaan (7)):

$$z = \frac{x}{m \cdot \tan \theta} \quad (9)$$

Nilai x harus berada pada batas dari ukuran sensor kamera W , sehingga:

$$x_{min} \geq -W/2 \text{ dan } x_{max} \leq W/2 \quad (10)$$

Sehingga, batas posisi benda terukur pada arah z adalah:

$$z_{max} - z_{min} = \frac{(x_{max} - x_{min})}{m \cdot \tan \theta} = \frac{W}{m \cdot \tan \theta} \quad (11)$$

Resolusi pada sensor kamera Δx menentukan variasi pada posisi z (Δz) yang dapat dikalkulasi sebagai berikut:

$$\Delta z = \frac{\Delta x}{m \cdot \tan \theta} \quad (12)$$

Aplikasi

Aplikasi dari *laser triangulation* untuk pengukuran dimensi dan geometri sangat banyak, terutama untuk industri otomotif dan untuk industri desain produk. Pada bidang desain produk, *laser triangulation* sangat sering digunakan sebagai alat bantu proses *reverse engineering*, dimana suatu produk jadi dipindai dengan suatu sistem *laser triangulation*. Kemudian, 3D CAD model dari produk tersebut direkonstruksi ulang. Dengan direkonstruksinya 3D CAD model tersebut, deviasi geometri produk tersebut dapat di cek atau 3D CAD model tersebut dapat diproses untuk proses permesinan berbasis CNC. Gambar 3 memperlihatkan beberapa contoh hasil dari pemindaian suatu permukaan benda dengan sistem suatu *laser triangulation*.

Gambar 3: Contoh dari 3D model yang telah diproses dari data hasil pemindaian dengan suatu sistem *laser triangulation*.

Kelebihan dari *laser triangulation* adalah:

- Dapat meng-*sample* titik-titik berjumlah banyak dalam waktu yang relatif singkat, yaitu bisa mencapai 20000 titik/s.
- Kecepatan pemindaian yang relatif cepat. Untuk meningkatkan kecepatan pemindaian, sumber laser dengan multipel titik atau dengan memproyeksikan laser tersebut menjadi sebuah garis.
- Harga yang relatif medium.
- Tingkat akurasi yang cukup tinggi, dapat mencapai sekitar 50 μm .
- Mempunyai sifat portabilitas.
- Dapat mengakomodasi pengukuran untuk benda yang besar.
- Dapat digabungkan dengan CMM (lihat gambar 1).

Kekurangan dari *laser triangulation* adalah:

- Sangat terpengaruh dengan kondisi cahaya dan reflektifitas benda yang diukur.
- Sulit untuk mengukur sebuah permukaan yang mempunyai *gradient* permukaan yang besar.
- Tidak bisa mengukur benda yang bergerak.
- Mempunyai potensi bahaya terhadap kesehatan mata, karena menggunakan sumber laser.
- Sulit untuk mengukur sebuah permukaan yang terlalu silau (*specular*) karena tidak ada atau sedikit laser yang bisa tertangkap kamera.

6.1.2 Photogrammetry

Photogrammetry adalah sebuah metode untuk merekonstruksi bentuk 3D dari minimal dua atau lebih gambar 2D (2D image). Pembahasan ini memfokuskan pada metode photogrammetry dengan menggunakan dua gambar, atau yang disebut sebagai *stereo vision* atau *stereo photogrammetry*. Pada prinsipnya, metodenya berbasis teknik

triangulasi (seperti pada *laser triangulation*) dari dua gambar 2D (atau lebih). Stereo photogrammetry terinspirasi dari kemampuan penglihatan seseorang yang dapat menciptakan perspektif 3D dari dua gambar yang terlihat dari kedua mata orang tersebut. Gambar 4 memperlihatkan contoh dari pengukuran dengan *stereo photogrammetry*.

Untuk merekonstruksi 3D dengan sistem *stereo photogrammetry*, masalah fundamental yang harus diatasi adalah masalah korespondensi antar-titik (*points correspondence*). Masalah tersebut disebabkan karena sistem ini menggunakan dua gambar yang mengkap suatu benda yang sama, sehingga proyeksi benda tersebut pada kedua gambar berbeda sehingga terdapat perbedaan koordinat suatu titik pada benda tersebut pada kedua gambar tersebut. Masalah korespondensi antar-titik didefinisikan sebagai masalah untuk menentukan perbedaan koordinat titik-titik pada kedua gambar tersebut (Zhang 2013). Pada gambar 4, titik 3D pada suatu benda w pada sebuah permukaan benda diproyeksikan pada bidang gambar dua buah kamera. Sehingga, p_1 dan p_2 adalah titik-titik 2D hasil proyeksi dari w . Masalah korespondensi antar-titik adalah bagaimana menentukan koordinat p_1 dan p_2 pada kedua gambar tersebut.

Proses kalkulasi untuk menentukan semua titik p_1 dan p_2 membutuhkan sebuah proses komputasi yang sangat besar. Untuk mengurangi beban komputasi, kedua kamera pada sistem tersebut harus dikalibrasi untuk mengetahui relasi geometri antara kedua kamera tersebut (rotasi dan translasi antara satu kamera dengan kamera lainnya). Setelah kedua kamera tersebut dikalibrasi, maka koordinat titik-titik p_1 dan p_2 terbatas hanya pada garis epipolar (*epipolar geometry*) seperti yang terlihat pada gambar 5. Untuk lebih mempercepat proses kalkulasi korespondensi titik-titik tersebut, garis epipolar yang tidak parallel dapat ditransformasikan sehingga menjadi parallel dengan melakukan proses rektifikasi stereo (*stereo rectification*). Proses rektifikasi stereo mengtransformasi semua garis epipolar pada kedua gambar stereo menjadi parallel terhadap aksis horisontal pada kedua image tersebut. Keseluruhan proses menentukan korespondensi titik-titik tersebut dinamakan *stereo matching*.

Gambar 4: Contoh pengukuran dengan sebuah stereo photogrammetry.

Prinsip kerja

Komponen-komponen (pada umumnya) *stereo photogrammetry* hanya terdiri dari dua kamera yang identik dan komponen penyangga kedua kamera tersebut atau terdiri dari satu kamera tetapi dapat digerakkan untuk mengambil dua buah gambar suatu benda dari sudut yang berbeda. Langkah-langkah dari proses kerja *stereo photogrammetry* adalah sebagai berikut.

1. Penentuan geometri epipolar

Gambar 5 memperlihatkan prinsip dari geometri epipolar dan batasannya. Pada prinsipnya, dua korespondensi titik pada kedua gambar kiri dan kanan sistem *stereo photogramtry* selalu terletak pada garis epipolarnya. Variabel-variabel yang terlibat dalam penentuan epipolar geometri dijelaskan sebagai berikut. π_1 dan π_2 adalah dua bidang gambar kiri dan kanan. O_1 dan O_2 adalah titik pusat dari kamera kiri dan kanan. P_1 dan P_2 Adalah proyeksi titik 3D pada objek W pada gambar kiri dan kanan.

Gambar 5: Prinsip kerja *stereo photogrammetry*.

Pada gambar 5, sebuah bidang 3D terbentuk oleh tiga titik W , O_1 dan O_2 yang memotong kedua bidang gambar kiri dan kanan. Bidang 3D tersebut dinamakan bidang epipolar dan perpotongan dengan kedua bidang gambar tersebut dinamakan garis epipolar l_1 dan l_2 (gambar 5). Sehingga, dapat terlihat bahwa kedua titik yang saling berkorespondensi terletak pada garis epipolarnya yang merupakan batasan penting untuk menentukan dua titik yang saling berkorespondensi pada kedua gambar tersebut.

Kedua titik P_1 dan P_2 dapat direpresentasikan sebagai vektor 2D pada sistem koordinat gambar dan sebagai vektor 3D pada sistem koordinat kamera. berdasarkan sistem koordinat kamera, komponen z pada adalah jarak focal (focal length) dari masing-masing kameranya O_1 dan O_2 . Transformasi dari P_1 ke P_2 dapat diformulasikan sebagai:

$$P_2 = R \cdot P_1 + t \quad (13)$$

dimana adalah $\mathbf{t}$ vektor translasi dan adalah $\mathbf{R}$ vektor rotasi antara kedua kamera tersebut. Produk *cross* dari vektor $\mathbf{t}$ dan $\mathbf{P}_2$, yaitu $\mathbf{TP}_2$, tegak lurus terhadap vektor $\mathbf{t}$ dan $\mathbf{P}_2$. $\mathbf{TP}_2$ didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Dimana t_x, t_y, t_z adalah komponen x, y, dan z dari vektor $\mathbf{t}$. dengan demikian, $\mathbf{TP}_2$ adalah representasi matriks dari produk *cross* antara dua vektor

$\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ dan $\mathbf{T}$ terletak pada bidang epipolar yang sama, maka relasi antara ketiga komponen tersebut adalah:

$$\mathbf{P}_2 \cdot (\mathbf{TP}_2) = 0 \quad \text{karena produk dot dari dua vektor yang tegak lurus adalah 0.} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_2 \cdot (\mathbf{T}(\mathbf{RP}_1 + \mathbf{t})) = 0 \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_2 \cdot (\mathbf{T}(\mathbf{RP}_1)) = 0 \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_2^T \mathbf{E} \mathbf{P}_1 = 0 \quad (18)$$

dimana $\mathbf{E}$ adalah matriks *essential* yang didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{E} = \mathbf{TR} \quad (19)$$

Dari persamaan (16), didapatkan bahwa:

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{E} \mathbf{P}_1 \quad (19)$$

Dengan demikian, dengan memasukkan persamaan (19) ke persamaan (18), didapatkan:

$$\mathbf{P}_2^T \mathbf{I}_2 = 0 \quad (20)$$

Dari sini, dapat dilihat bahwa apabila sebuah titik di gambar kiri $\mathbf{P}_1$ terdefinisikan, maka titik korespondensinya di gambar kanan $\mathbf{P}_2$ akan berada pada garis epipolar kanan $\mathbf{I}_2$. Untuk mengetahui sebuah titik $\mathbf{P}_2$ berada pada garis epipolar $\mathbf{I}_2$, produk dot dari $\mathbf{P}_2$ dan $\mathbf{I}_2$ harus 0. Pada kenyataannya, produk dot tersebut tidak bisa berupa angka 0 secara eksak, karena koordinat gambar yang bersifat diskrit dan kemungkinan *rounding error* pada proses kalkulasi. Sehingga, apabila $\mathbf{P}_2^T \mathbf{I}_2$ sangat dekat dengan 0, maka $\mathbf{P}_2$ dianggap berada pada garis epipolar $\mathbf{I}_2$.

Denan demikian, garis epipolar pada gambar kiri didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{P}_2^T \mathbf{E} \quad (21)$$

Dengan demikian, dengan memasukkan persamaan (21) ke persamaan (18), didapatkan:

$$\mathbf{I}_1 \mathbf{P}_1 = 0 \quad (22)$$

Representasi titik-titik pada kedua gambar *stereo* akan lebih pas apabila merujuk pada sistem koordinat pixel yang merujuk pada kedua kamera tersebut dari pada merujuk pada sistem koordinat gambar. Maka dari itu, konfersi dari sistem koordinat gambar ke sistem koordinat piksel dilakukan sebagai berikut:

$$\mathbf{P}_1' = \mathbf{K}_1 \mathbf{P}_1 \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_2' = \mathbf{K}_2 \mathbf{P}_2 \quad (24)$$

dimana $\mathbf{K}_1$ dan $\mathbf{K}_2$ adalah matriks intrinsik dari kedua kamera kiri dan kanan, $\mathbf{P}_1'$ dan $\mathbf{P}_2'$ adalah koordinat $\mathbf{P}_1$ dan $\mathbf{P}_2$ pada sistem koordinat piksel. Sehingga, persamaan (18) ditransformasi menjadi:

$$\mathbf{P}_2'^T \mathbf{F} \mathbf{P}_1' = 0 \quad (25)$$

dimana $\mathbf{F}$ adalah matrik fundamental yang didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{F} = \{\mathbf{K}_2^{-1}\}^T \mathbf{E} \mathbf{K}_1^{-1} \quad (26)$$

Persamaan (25) lebih sering digunakan dari pada persamaan (18) karena persamaan (25) dalam bentuk sistem piksel daripada persamaan (18) yang dalam bentuk sistem metrik. Untuk mendapatkan matrik fundamental $\mathbf{F}$, maka matrik essential $\mathbf{E}$ harus diketahui terlebih dahulu dan kalibrasi geometrik dari kedua kamera *stereo* harus dilakukan.

Untuk mengatasi masalah tersebut, beberapa metode menggunakan korespondensi beberapa titik pada kedua gambar *stereo* untuk menentukan matrik fundamental $\mathbf{F}$. Metode tersebut adalah sebagai berikut. Dengan mendefinisikan $\tilde{\mathbf{p}}_1' = [u \ v \ 1]^T$ dan $\tilde{\mathbf{p}}_2' = [u' \ v' \ 1]^T$, Maka persamaan (25) menjadi:

$$[u' \ v' \ 1] \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (27)$$

Yang dapat ditulis ulang sebagai:

$$[uu' \ uv' \ u \ u'v \ vv' \ v \ u' \ v' \ 1] \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \\ F_{33} \end{bmatrix} = 0 \quad (28)$$

pada persamaan (28) di atas, nilai F_{33} dapat di set menjadi 1, karena sifat singularitas dari matrik fundamental. Hal ini menyebabkan bahwa hanya ada delapan variabel yang tidak diketahui dari persamaan tersebut. Apabila ada setidaknya 8 titik korespondensi, maka kedelapan variabel tersebut dapat ditentukan. Metode ini dinamakan *eight-point algorithm*, yaitu:

$$\begin{bmatrix} u_1 u'_1 & u_1 v'_1 & u_1 u'_1 v_1 & v_1 v'_1 & v_1 u'_1 & v'_1 \\ u_2 u'_2 & u_2 v'_2 & u_2 u'_2 v_2 & v_2 v'_2 & v_2 u'_2 & v'_2 \\ u_3 u'_3 & u_3 v'_3 & u_3 u'_3 v_3 & v_3 v'_3 & v_3 u'_3 & v'_3 \\ u_4 u'_4 & u_4 v'_4 & u_4 u'_4 v_4 & v_4 v'_4 & v_4 u'_4 & v'_4 \\ u_5 u'_5 & u_5 v'_5 & u_5 u'_5 v_5 & v_5 v'_5 & v_5 u'_5 & v'_5 \\ u_6 u'_6 & u_6 v'_6 & u_6 u'_6 v_6 & v_6 v'_6 & v_6 u'_6 & v'_6 \\ u_7 u'_7 & u_7 v'_7 & u_7 u'_7 v_7 & v_7 v'_7 & v_7 u'_7 & v'_7 \\ u_8 u'_8 & u_8 v'_8 & u_8 u'_8 v_8 & v_8 v'_8 & v_8 u'_8 & v'_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

2. Kalibrasi dari dua sistem kamera

Tujuan dari kalibrasi ini adalah untuk mengetahui relasi geometri antara kedua sistem koordinat kamera tersebut (apabila *eight-point algorithm* tidak digunakan). Setelah relasi geometri tersebut diketahui, maka langkah berikutnya, yaitu rektifikasi dari gambar *stereo* dan rekonstruksi 3D dari dua gambar *stereo* dapat dilakukan. Untuk melakukan kalibrasi, model kamera harus ditentukan terlebih dahulu.

Gambar 6: (a) Model kamera *pin-hole* dan (b) Relasi sistem koordinat *world*, *pixel* dan gambar.

Model kamera paling umum dan simpel yang digunakan untuk proses kalibrasi ini adalah model kamera *pin-hole* (gambar 6a). Pada gambar 6a, model kamera tersebut adalah sebuah titik pusat optik O dan bidang gambarnya π . W adalah sebuah titik 3D dan P adalah titik 2D pada gambar yang merupakan titik potong antara π dan garis yang melalui W dan O . titik-titik W , P dan P' dalam bentuk *homogenous* koordinat adalah $W = [x \ y \ z \ 1]^T$ terhadap sistem koordinat *world*, $P = [u \ v \ 1]^T$ terhadap bidang gambar (pada sensor kamera) dan $P' = [u' \ v' \ 1]^T$ terhadap bidang piksel. Pemetaan dari koordinat 3D (W) ke koordinat 2D (P) tersebut merupakan proyeksi perspektif yang formulasi sebagai:

$$\tilde{P}' = K P' \cong K \tilde{M} \tilde{W} \quad (30)$$

dimana $P = [u \ v \ 1]^T$, $P' = [u' \ v' \ 1]^T$ dan $W = [x \ y \ z \ 1]^T$ adalah koordinat *homogenous* dari P , P' , W . Arti dari persamaan (30) adalah kamera tersebut dimodelkan oleh matriks skala dan translasi K dan matriks

transformasi perspektif $\tilde{\mathbf{M}}$. Matriks $\tilde{\mathbf{M}}$ diformulasikan sebagai:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{A}[\mathbf{R}|\mathbf{t}] \quad (31)$$

Matriks $\mathbf{K}$ dan $\mathbf{A}$ merupakan matriks yang berisi tentang parameter intrinsik kamera. Kedua matriks tersebut diformulasikan sebagai:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_u & 0 & 0 \\ 0 & k_v & p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

dimana f_u, f_v adalah panjang fokal pada arah horisontal dan vertikal, k_u, k_v adalah faktor skala pada bidang gambar dan bidang piksel, (u_0, v_0) adalah koordinat dari titik prinsipal pada bidang piksel, dan γ adalah faktor *skew*/kemiringan.

Tujuan utama dari kalibrasi stereo kamera adalah untuk menentukan parameter intrinsik dari kamera pada suatu sistem *stereo photogrammetry*. Pembaca dirujuk pada (Hartley dan Zisserman 2003) untuk melihat dengan detail beberapa metode kalibrasi kamera tersebut. Pada umumnya, proses kalibrasi menggunakan sebuah *checkerboard* yang mudah untuk dideteksi lokasi titik pojok dari kotak-kotak pada *checkerboard* tersebut.

3. Rektifikasi dari gambar stereo

Tujuannya adalah untuk menselaraskan garis-garis epipolar pada garis horisontal di kedua gambar stereo 2D. dengan demikian, proses untuk mencari titik-titik korespondensi menjadi sangat cepat karena proses pencarian titik-titik tersebut hanya dilakukan pada garis horisontal pada suatu gambar stereo. Salah satu metode yang paling sering digunakan untuk proses rektifikasi gambar *stereo* adalah metode dari (Fusiello et al 2000).

Metode tersebut di representasikan sebagai berikut. Misalnya, kamera stereo kiri dan kanan yang terkalibrasi mempunyai matriks transformasi perspektif sebagai $\tilde{\mathbf{M}}_{01}$ dan $\tilde{\mathbf{M}}_{02}$. Rektifikasi akan mengestimasi matriks transformasi tersebut menjadi matriks transformasi perspektif yang baru, yaitu $\tilde{\mathbf{M}}_{n1}$ dan $\tilde{\mathbf{M}}_{n2}$. Hal ini dilakukan dengan merotasi matriks transformasi pada pusat optikalnya sampai bidang fokalnya menjadi co-planar. Matriks $\mathbf{A}$ dan $\mathbf{R}$ adalah sama. Untuk kedua kondisi sebelum dan sesudah rektifikasi dilakukan.

Agar garis-garis epipolar menjadi horisontal, maka baseline (lihat gambar 5) harus parallel terhadap X-axis yang baru pada kedua kamera tersebut dan titik-titik korespondensi harus berada pada koordinat vertikal yang sama (Y-aksis). Sehingga, matriks transformasi perspektif hanya berbeda posisi titik pusat optikalnya saja. $\tilde{\mathbf{M}}_{n1}$ dan $\tilde{\mathbf{M}}_{n2}$ ditulis sebagai:

$$\tilde{\mathbf{M}}_{n1} = \mathbf{A}[\mathbf{R} | -\mathbf{R}\mathbf{O}_1] \quad (34)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_{n2} = \mathbf{A}[\mathbf{R} | -\mathbf{R}\mathbf{O}_2] \quad (35)$$

Setiap aksis untuk proses rektifikasi tersebut dikalulasi sebagai berikut ($\mathbf{r}$ adalah komponen matriks rotasi):

1. X-aksis yang baru adalah parallel terhadap baseline: $\mathbf{r}_1 = \frac{(\mathbf{O}_1 - \mathbf{O}_2)}{\|\mathbf{O}_1 - \mathbf{O}_2\|}$.
2. Y-aksis yang baru tegak lurus terhadap X-aksis dan ke $\mathbf{k}$: $\mathbf{r}_2 = \mathbf{k} \wedge \mathbf{r}_1$. $\mathbf{k}$ adalah sebuah vektor satuan yang sama dengan unit vektor satuan z-aksis sistem koordinat kamera kiri sebelum rektifikasi.
3. Z-aksis yang baru tegak lurus terhadap bidang XY: $\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \wedge \mathbf{r}_2$.

Untuk setiap titik 3D $\mathbf{W}$, diketahui bahwa:

$$\tilde{\mathbf{P}}_{0i} \cong \tilde{\mathbf{M}}_{0i} \tilde{\mathbf{W}} \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{ni} \cong \tilde{\mathbf{M}}_{ni} \tilde{\mathbf{W}} \quad (37)$$

Persamaan *ray* optik didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{W} = \mathbf{O}_i + \lambda_0 \mathbf{Q}_{0i}^{-1} \tilde{\mathbf{P}}_{0i}, \quad \lambda_0 \in \circ \quad (38)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{O}_i + \lambda_n \mathbf{Q}_{ni}^{-1} \tilde{\mathbf{P}}_{ni}, \quad \lambda_n \in \circ \quad (39)$$

Sehingga,

$$\tilde{\mathbf{P}}_{ni} = \lambda \mathbf{Q}_{ni} \mathbf{Q}_{0i}^{-1} \tilde{\mathbf{P}}_{0i}, \quad \lambda \in \circ \quad (40)$$

Matris transformasi $\mathbf{Q}_{ni} \mathbf{Q}_{0i}^{-1}$ diaplikasikan pada gambar stereo sebelumnya untuk menghasilkan gambar stereo tersebut yang terrektifikasi.

4. Komputasi untuk rekonstruksi 3D dari dua gambar *stereo*

Setelah proses rektifikasi dilakukan, penentuan titik-titik korespondensi dapat dilakukan di dalam garis horisontal yang sama pada gambar stereonya dan proses rekonstruksi 3D dapat dilakukan. Ada beberapa metode 3D rekonstruksi untuk *stereo photogrammetry* (Hartley dan Zisserman 2003). Pada bagian ini, metode rekonstruksi yang paling sederhana dengan metode triangulasi akan dijelaskan sebagai berikut.

Kedalaman D pada arah Z suatu untuk setiap titik-titik korespondensi d'_u dapat dikalkulasi dengan:

$$D = \frac{f \cdot B}{d'_u / k_u + (u'_{n1} - u'_{n2})} \quad (41)$$

dimana $B = \|\mathbf{O}_1 - \mathbf{O}_2\|$ adalah panjang baseline (lihat gambar 5) antara dua kamera stereo, dimana nilai f dapat menggunakan f_u, f_v .

Aplikasi

Aplikasi (*stereo*)-*photogrammetry* sangat luas. Karena terinspirasi dari sistem penglihatan manusia, sistem tersebut mempunyai aplikasi seperti navigasi robot, pengenalan objek dan rekonstruksi 3D dari sebuah scene (benda yang terlihat pada sebuah kamera). Untuk lebih detail mengenai stereo photogrammetry, pembaca bisa merujuk pada (Zhang 2013).

Gambar 7: Contoh sistem *stereo photogrammetry*.

Kelebihan dari *stereo photogrammetry* adalah:

- Biaya untuk membangun sistem *stereo photogrammetry* sangat murah karena dapat menggunakan kamera apapun, seperti kamera digital pada umumnya, kamera *smartphone* atau kamera raspberry pi.
- Sistem *stereo photogrammetry* sangat portabel karena ukurannya yang relatif kecil.
- Kecepatan pengukuran sebuah permukaan relatif cepat karena pengukuran dilakukan berdasarkan pengambilan data area.
- Sistem *stereo photogrammetry* mempunyai skalabilitas yang baik karena bisa didisain untuk pengukuran skala kecil sampai dengan skala yang besar.
- Kemampuan untuk mengukur benda yang bergerak dengan menggunakan target fisik yang ditempatkan pada benda bergerak tersebut.
- Kemampuan untuk mengambil data titik-titik dengan densitas yang tinggi.

Kekurangan dari *stereo photogrammetry* adalah:

- Untuk pengukuran skala besar sampai menengah, akurasi sistem tersebut tidak setinggi akurasi, misalnya CMM berbasis kontak.
- Sangat dipengaruhi oleh variasi cahaya lingkungan.
- Sangat dipengaruhi oleh tingkat reflektivitas permukaan suatu benda yang diukur.
- Membutuhkan waktu setup apabila pengukuran menggunakan target fisik.

6.1.3 Fringe projection (structure light scanner)

Fringe projection atau *structured-light projection* adalah sebuah sistem pengukuran geometri non-kontak yang bekerja dengan cara memproyeksikan cahaya yang berpola (terstruktur) ke sebuah permukaan benda yang akan diukur. Rekonstruksi 3D (posisi z) dari permukaan tersebut dikalkulasi dengan menganalisis deformasi cahaya yang berpola tersebut ketika mengenai permukaan yang tidak rata.

Komponen-komponen dari sebuah sistem *fringe projection* adalah (gambar 8):

1. Proyektor
Adalah komponen yang membentuk sebuah pola (fringe) atau suatu struktur deterministik. Pola atau struktur tersebut akan dianalisis secara matematik untuk merekonstruksi suatu permukaan benda dalam bentuk 3D. Gambar 9 memperlihatkan berbagai macam jenis pola yang ditembakkan pada suatu permukaan benda yang diukur. Proyektor yang bisa dipakai adalah mulai dari proyektor umum dengan harga rendah sampai dengan suatu proyektor dengan harga yang sangat tinggi. Contoh umumnya adalah proyektor LCD (*liquid crystal device*) yang memiliki harga rendah dan proyektor *slide* (resolusi tinggi) yang memiliki harga yang tinggi.
2. Sistem kamera
Adalah komponen yang berfungsi untuk mendeteksi gambar pola yang terdeformasi karena suatu permukaan yang tidak rata dibandingkan dengan permukaan referensi.
3. Komputer
Adalah komponen yang menjalankan suatu algoritma untuk mengkalulasi secara matematis untuk merekonstruksi 3D suatu permukaan yang diukur.

Ketiga komponen tersebut tidak bergerak ketika suatu pengukuran berlangsung. Maka dari itu, setiap pergerakan pada sebuah benda yang diukur atau pada proyektor atau pada kamera (misalnya, karena vibrasi) akan menimbulkan *error* pada proses pengukuran tersebut.

Gambar 8: Konfigurasi into dari suatu sistem *fringe projection*.

Gambar 9: Berbagai macam contoh pola (struktur) yang dihasilkan oleh suatu proyektor dan ditembakkan pada suatu permukaan benda yang diukur.

Prinsip kerja

Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya, prinsip dasar *fringe projection* adalah menganalisis deformasi dari gambar pola atau struktur deterministik yang ditembakkan pada sebuah permukaan yang diukur untuk merekonstruksi 3D suatu permukaan. Maka dari itu, pola yang ditembakkan pada suatu permukaan tersebut mempunyai peran utama pada suatu sistem *fringe projection*.

Pada dasarnya, *fringe projection* dibagi menjadi dua kelompok metode (lihat gambar 10):

1. Rekonstruksi *sparse* dengan metode diskrit (triangulasi): Pola binari dan pola De Bruijn. Metode *sparse* menghasilkan jumlah titik yang tidak begitu banyak (relatif terhadap metode *dense*). Namun demikian, metode ini lebih mudah dikalkulasi dan membutuhkan waktu pemrosesan yang cepat. Metode *sparse* menggunakan prinsip yang sama dengan *stereo photogrammetry* dan *laser scanner*, yaitu berdasarkan pada metode triangulasi. Pola yang digunakan untuk metode ini adalah pola binari dan pola De Bruijn.
2. Rekonstruksi *dense* dengan metode kontinu (analisis fase): pola sinusoidal dan pola trapezoidal. Metode *dense* dapat menghasilkan jumlah titik-titik yang sangat banyak dalam merekonstruksi 3D suatu

permukaan. Namun demikian proses komputasi yang dibutuhkan lebih lama dan lebih kompleks. Pola yang digunakan untuk metode ini adalah pola sinusoidal dan pola trapezoidal.

Gambar 10: Dua jenis prinsip kerja *fringe projection*.

Metode *fringe projection* berdasarkan metode *sparse* dengan pola diskrit akan dijelaskan dengan detail sebagai berikut. Metode tersebut adalah metode paling sederhana untuk rekonstruksi 3D untuk sistem *fringe projection*. Gambar 11 memperlihatkan prinsip kerja *fringe projection* dengan metode diskrit dengan pola binari. Hal penting yang harus diingat adalah posisi geometrik antara proyektor dan kamera harus dikuantifikasi terlebih dahulu dengan proses kalibrasi (seperti pada *stereo photogrammetry*). Dari gambar 11, variabel-variabel didefinisikan sebagai:

- H adalah sebuah titik pada suatu permukaan yang diukur.
- P adalah titik fokal dari proyektor.
- C adalah titik fokal dari kamera yang menangkap pola yang terproyeksikan.
- π_R Adalah bidang datar referensi pada bidang XY .
- π_i Adalah bidang gambar pada sensor kamera dan diasumsikan paralel terhadap π_R .
- O adalah titik pusat bidang pada bidang π_R .
- O' adalah titik pusat bidang pada bidang π_i .
- f adalah jarak antara ke titik fokal C .
- h adalah ketinggian antara bidang π_R dan garis yang menghubungkan P dan C .
- d adalah jarak antara titik fokal proyektor P dan titik fokal kamera C .
- Z_h adalah ketinggian yang ingin dikalkulasi.

Berdasarkan variabel-variabel tersebut, rekonstruksi posisi- z suatu titik pada kamera (rekonstruksi 3D) adalah sebagai berikut (merujuk pada gambar 11).

Gambar 11: Prinsip kerja fringe projection dengan metode diskrit – triangulasi.

Dengan menggunakan prinsip kesesuaian segitiga PHC dan AHB , didapatkan (gambar 11):

$$\frac{h-z_h}{d} = \frac{z_h}{A-B} \quad (41)$$

Sehingga didapatkan Z_h :

$$Z_h = \frac{h \cdot (A-B)}{A-B+d} \cong \frac{h}{d} \cdot (A-B) \quad (42)$$

Kemudian, dengan menggunakan prinsip kesesuaian segitiga HCH' dan $B'CO'$, didapatkan x_h dan y_h (gambar 11):

$$x_h = \frac{B'_x}{f} \cdot (h - z_h) = \frac{B'_x}{f} \cdot h \cdot \left(1 - \frac{z_h}{h}\right) \cong \frac{B'_x}{f} \cdot h \quad (43)$$

$$y_h = \frac{B'_y}{f} \cdot (h - z_h) \cong \frac{B'_y}{f} \cdot h \quad (44)$$

Gambar 12 memperlihatkan contoh rekonstruksi 3D suatu permukaan dengan metode diskrit dengan pola binari. Pada gambar 12, diperlihatkan bahwa apabila suatu permukaan yang diukur tidak rata, maka gambar pola binari yang ditembakkan pada permukaan tersebut akan terdeformasi. Deformasi tersebut dianalisis untuk merekonstruksi 3D permukaan tersebut.

Rekonstruksi 3D dari permukaan yang diukur

Gambar 12: Contoh rekonstruksi 3D sebuah *fringe projection* dengan metode diskrit-pola binari.

Aplikasi

Aplikasi dari sistem pengukuran *fringe projection* sangat banyak. Aplikasi yang paling pas untuk saat ini adalah untuk pengukuran dimensi dan geometri benda-benda yang mempunyai dimensi makro sampai meso. Gambar 13 memperlihatkan berbagai macam sistem *fringe projection* komersial yang sedang beroperasi untuk mengukur suatu benda dengan ukuran makro.

Gambar 13: Contoh pengukuran dengan menggunakan sistem *fringe projection*.

Kelebihan dari *fringe projection* adalah:

- Kemampuan untuk meng-*sampling* titik-titik suatu permukaan benda dengan densitas yang tinggi.
- Kecepatan pemindaian suatu permukaan yang cepat.
- Tingkat akurasi yang cukup tinggi.
- Kemampuan portabel yang cukup baik tergantung dengan ukuran sistem tersebut.
- Kemampuan untuk melakukan pengukuran dengan skala yang besar.

Kelebihan dari *fringe projection* adalah:

- Sangat dipengaruhi oleh variasi cahaya lingkungan.
- Sangat dipengaruhi oleh tingkat reflektivitas permukaan suatu benda yang diukur.
- Sulit untuk mengukur suatu benda dengan gradien permukaan yang besar.
- Tidak dapat mengukur suatu benda yang bergerak (sensitif terhadap vibrasi).

6.2 Optical CMM untuk pengukuran skala mikro

Optical CMM untuk pengukuran pada skala mikro pada awalnya merupakan sebuah instrumen untuk melakukan pengukuran tekstur permukaan (Richard 2011). Namun demikian, instrumen-instrumen tersebut memiliki karakteristik yang dapat digunakan untuk melakukan pengukuran dimensi dan geometri pada skala mikro. Karakteristik-karakteristik tersebut adalah mempunyai *working-distance* yang besar, dapat mengukur sebuah permukaan dengan kemiringan yang sangat tinggi (*slope angle*) dan/atau mempunyai pergerak aksis untuk rotasi (lebih dari 3-aksis linier). Pergerak aksis untuk rotasi sangat berguna untuk melakukan pengukuran secara 3D sebuah komponen yang berbentuk silinder, seperti *cutting tool* dan poros pada skala meso samapai mikro (syam 2015).

Pada bagian ini, dua optical CMM untuk skala mikro yang umum digunakan akan dibahas. Kedua optical CMM tersebut adalah *focus variation microscopy* (FVM) dan *point auto-focus* (PAI). Pada saat buku ini ditulis, FVM merupakan optical CMM pada skala-mikro yang sudah umum digunakan, tetapi penggunaannya sebagian besar masih untuk pengukuran tekstur permukaan.

6.2.1 Focus variation microscopy (FVM)

FVM merupakan optical CMM yang memiliki wahana pergerakan sampai dengan 5-aksis. Gambar 14 memperlihatkan komersial sistem dari FVM, yaitu Alicona Infinite Focus G5. Pada gambar 14 (sebelah kanan), dua aksis rotasi tambahan terdiri dari aksis *tilting* dan rotasi. Sehingga, total keseluruhan aksis dari FVM tersebut berjumlah lima: tiga linier dan dua rotasi. Instrumen FVM tersebut tidak membutuhkan udara bertekanan karena tidak menggunakan *table air* untuk isolasi vibrasi, melainkan menggunakan sistem isolasi vibrasi pasif. Terdapat tiga jenis sistem pencahayaan (*illumination*) untuk FVM tersebut: *axial light*, *ring-light* dan *polarized light*. *Axial light* adalah jenis pencahayaan yang paling umum melalui aksis mikroskop dari FVM tersebut. *Ring-light* adalah jenis pencahayaan tambahan yang mengelilingi lensa objektif dari FVM tersebut. *Polarized light* adalah jenis *filtering* cahaya untuk mengurangi refleksi cahaya yang berlebihan pada suatu permukaan benda yang sangat silau.

Unit rotasi 2 aksis

Gambar 14: (kiri) Komersial focus variation microscope Alicona Infinite Focus G5 dan (kanan) unit rotasi 2 aksis (*rotation* dan *tilting*) (Sumber: Alicona Imaging GmBH).

Prinsip kerja

Prinsip kerja FVM adalah sebagai berikut (gambar 15 kiri). FVM meng-scan secara vertikal, dengan suatu resolusi vertikal yang ditentukan, sebuah permukaan benda dan mengambil sekumpulan gambar 2D dari permukaan tersebut di setiap posisi scan tersebut. Untuk setiap gambar 2D yang didapatkan, nilai fokus (nilai kontras atau ketajaman piksel) untuk setiap piksel pada gambar-gambar 2D tersebut dikalkulasi. Deteksi dari permukaan yang diukur tersebut untuk setiap piksel pada sensor kamera FVM didapatkan dengan cara mencari posisi-z yang memiliki nilai fokus (kontras/ketajaman piksel) yang paling tinggi (Richard 2011).

Gambar 15: (kiri) prinsip dasar scanning permukaan untuk menentukan nilai kontrasts (posisi fokus) yang terbesar dan (kanan) konfigurasi optikal dari FVM.

Nilai fokus (kontras atau ketajaman piksel) $F_Z(X, Y)$ diformulasikan sebagai:

$$F_Z(X, Y) = FM(\text{reg}_w(I_Z, x, y)) \quad (45)$$

dimana I_Z adalah nilai intensitas suatu piksel pada posisi-z. Nilai intensitas tersebut diasosiasikan pada sebuah lokasi lateral dari (x, y) pada bidang gambar sensor kamera FVM. $FM()$ adalah sebuah ukuran fokus untuk mengkalkulasi atau menentukan nilai fokus $F_Z(X, Y)$. Gambar 15 kiri memperlihatkan proses menentukan nilai fokus setiap piksel untuk pengukuran FVM. Pada gambar 15 kiri, terlihat bahwa apabila posisi gambar 2D pada posisi permukaan yang diukur, maka sebuah piksel pada gambar 2D tersebut akan terlihat jelas atau tajam (mempunyai nilai fokus yang besar), yaitu $F_Z(X, Y)$.

Terdapat beberapa metode ($FM()$) untuk mengkalkulasi nilai fokus suatu piksel. Beberapa diantaranya yang paling umum adalah:

1. Metode *maximum point*.
2. Metode *polynomial curve fitting*.
3. Metode *point spread function fitting*.

Metode *maximum point* adalah metode yang paling sederhana dan paling cepat untuk menentukan lokasi- z Z_{posisi} . Tetapi, metode ini memiliki tingkat akurasi yang paling rendah. Metode *maximum point* diformulasikan sebagai:

$$Z_{posisi} = \arg(\max F_z) \forall Z_i, \text{ dimana } Z_1 < Z_i < Z_n \quad (46)$$

Metode *polynomial curve fitting* adalah metode untuk mendeteksi lokasi- z Z_{posisi} dengan cara melakukan fitting sebuah kurva kuadratik atau polynomial pada titik-titik nilai fokus pada setiap gambar 2D di dalam kumpulan gambar-gambar 2D. dari hasil *fitting* tersebut, nilai maksimum fokus akan ditentukan. Metode *polynomial curve fitting* diformulasikan sebagai:

$$F(z) = az^2 + bz + c \quad (47)$$

Dari persamaan (47), lokasi- z Z_{posisi} yang mempunyai nilai focus maksimum ditentukan sebagai

$$Z_{posisi} = -\frac{b}{2a} \quad (48)$$

Metode fitting kuadratik untuk menentukan persamaan (47) adalah dengan menggunakan metode *least-square*:

$$\arg \min_{a,b,c} \sum_{Z_1 \leq z \leq Z_n} (F_z - [az^2 + bz + c])^2 \quad (49)$$

dimana a, b, c adalah parameter-parameter kuadratik yang ingin ditentukan dengan metode fitting tersebut (persamaan (49)).

Metode *point spread function fitting* adalah metode yang memiliki tingkat akurasi yang paling tinggi, tetapi membutuhkan proses kalkulasi yang banyak juga, untuk menentukan lokasi- z Z_{posisi} . Proses fitting untuk menentukan nilai fokus tertinggi menggunakan *point spread function* (PSF) yang ditentukan dari komponen-komponen optik mikroskop dari FVM.

Konfigurasi optik dari FVM diperlihatkan pada gambar 15 kanan. pada gambar 15, pada prinsipnya, konfigurasi optik untuk FVM adalah sama dengan mikroskopi biasa, namun demikian, mikroskop pada FVM dapat digerakkan secara linier dengan menggunakan sebuah motor penggerak yang mempunyai resolusi yang tinggi.

Aplikasi

Aplikasi dari FVM untuk pengukuran pada skala mikro sangat luas. Aplikasi tersebut mulai dari pengukuran tekstur permukaan sampai dengan pengukuran dimensi dan geometri. FVM sangat cocok digunakan untuk mengukur sebuah permukaan yang mempunyai nilai $Ra > 20 \text{ nm}$ (Richard 2011). Permukaan-permukaan hasil proses permesinan sangat baik untuk diukur dengan menggunakan metode FVM. Kelebihan FVM dibandingkan dengan *optical microscopy* pada umumnya adalah FVM dapat digunakan untuk melakukan pengukuran dimensi dan geometri pada skala mikro.

Gambar 16 memperlihatkan contoh-contoh hasil pengukuran dengan menggunakan instrumen FVM. Pada gambar 16 (a,b,c) diperlihatkan contoh pengukuran geometri 3D dari sebuah *drilling tool*, permukaan flank dari *milling tool* dan permukaan *free-form*. Sedangkan, gambar 16 (d,e) memperlihatkan hasil pengukuran tekstur permukaan hasil dari proses *spray coating* dan *additive manufacturing* dari metal. Hasil pengukuran pada gambar 16a (pengukuran *drilling tool*) dilakukan dengan menggunakan dua rotasi aksis pada instrumen FVM tersebut.

Gambar 16: Contoh-contoh hasil pengukuran dengan FVM (a) geometri sebuah cutting tool, (b) permukaan dan geometri flank, (c) geometri *free-form*, (d) permukaan *blast-coating* sebuah permukaan dan (e) permukaan sebuah permukaan benda yang dibuat dengan metode *metal additive manufacturing*.

Kelebihan dari *FVM* adalah:

- Mempunyai aplikasi yang sangat luas: mulai dari pengukuran tekstur permukaan sampai dengan pengukuran dimensi dan geometri. Alicona G5 mempunyai lensa objektif $5\times$ yang mempunyai working distance mencapai 23 mm. hal ini merupakan kelebihan yang signifikan karena kemampuan aksis fitur-fitur pada suatu benda menjadi tinggi tanpa terjadi *coalision* (tabrakan) anatar lensa objektif dengan permukaan fitur-fitur pada permukaan tersebut.
- Mempunyai ketahanan terhadap gangguan vibrasi, temperatur dan tekanan udara karena FVM berkerja hanya berdasarkan pemrosesan gambar 2D (image processing). FVM tidak menggunakan sistem laser interferometer yang sangat sensitif terhadap gangguan lingkungan (getaran, temperatur dan tekanan udara).
- Mempunyai waktu pengukuran yang singkat. Secara umum, pengukuran untuk satu area tertentu pada suatu permukaan adalah kurang dari satu menit.
- Mempunyai dua-aksis pergerakan rotasi. Dengan tambahan dua aksis tersebut, instrumen FVM dapat mengukur sutau benda secara *full 3D*. sebagai contoh, seluruh permukaan silindrikan sebuah *cutting tool* dapat dilakukan (gambar 16a).
- Mempunyai berbagai macam jenis pencahayaan. Instrumen FVM komersial dilengkapi dengan tiga jenis pencahayaan, yaitu *axial light*, *ring-light* dan *polarized light*. Ketiga jenis pencahayaan tersebut sangat bermanfaat untuk mengukur berbagai macam jenis material, dari material dengan reflektifitas rendah sampai tinggi.

Kekurangan dari *FVM* adalah:

- Kesulitan untuk mengukur surface yang super halus dengan $Ra < 10\text{ nm}$. Hal ini disebabkan karena prinsip kerja FVM yang membutuhkan tekstur (berupa kekasaran) pada permukaan yang diukurnya untuk mengkalkulasi nilai fokus (kontras) untuk menentukan lokasi-z pada setiap lokasi (x,y) nya. Selain itu,

keterbatasan *depth-of-focus* dari lensa objektif sebuah FVM mengakibatkan ketajaman piksel pada lokasi *depth-of-focus*-nya mempunyai nilai ketajaman yang sama, sehingga lokasi-*x* piksel tersebut tidak dapat ditentukan.

- Kesulitan untuk mengukur suatu permukaan transparan. Hal ini disebabkan, selain karena permukaan transparan mempunyai tingkat kekasaran permukaan yang sangat kecil, instrumen FVM tidak dapat melihat permukaan transparan tersebut.

6.2.2 Point auto-focus instrument (PAI)

Point auto-focus instrument (PAI) pada dasarnya merupakan instrument yang mengikuti posisi fokus sebuah mikroskop yang mengikuti sebuah permukaan benda yang diukur, atau dinamakan juga *focus follower*. Kalau dibandingkan dengan *stylus instrument*, yaitu alat ukur tekstur permukaan dengan metode kontak, PAI adalah *stylus instrument*, tetapi menggunakan metode non-kontak (optikal) bukannya memakai *stylus*.

Gambar 17 memperlihatkan sistem komersial PAI yang diproduksi oleh perusahaan Mitaka dengan produknya MLP-3SP. Pada gambar 17, sistem MLP-3SP tersebut terdiri dari empat aksis linier dan satu aksis rotasi (pada jenis lain juga dilengkapi dengan dua aksis rotasi). Pada sistem tersebut, terdapat empat aksis linier, yaitu tiga aksis linier untuk arah *x*, *y* dan *z* dan satu aksis linear dengan presisi tinggi untuk menggerakkan sistem *auto-focus* pada PAI tersebut. Aksis linear *auto-focus* merupakan aksis linear vertikal yang mempunyai resolusi yang sangat tinggi, yaitu 1 nm. Aksis *auto-focus* inilah yang digunakan untuk mengikuti posisi fokus dari lensa objektif sistem PAI tersebut dan merekam posisi aksis *auto-focus* tersebut sebagai ketinggian dari permukaan pada titik-titik yang dilaluinya.

Gambar 18 memperlihatkan konfigurasi lengkap dari sistem PAI MLP-3SP dari Mitaka. Pada gambar 18, sistem PAI tersebut dilengkapi dengan *table air* (*floating table*) yang menggunakan *air bearing* untuk mengisolasi getaran pada frekuensi rendah yang biasanya berasal dari lantai produksi.

Gambar 17: Komersial point auto-focus instrument: MITAKA MLP-3SP yang mempunyai 5-aksis pergerakan (Sumber: Mitaka Kohki).

Gambar 18: Konfigurasi lengkap dari sebuah komersial PAI MITAKA MLP-3SP dengan sistem *table air* untuk isolasi vibrasi (Sumber: Mitaka Kohki).

Prinsip kerja

PAI mengukur tekstur permukaan dengan cara memfokuskan sebuah laser beam pada sebuah titik pada suatu permukaan benda yang diukur. Pada posisi titik tersebut, mekanisme aksis linear auto-focus akan secara otomatis menggerakkan lensa objektif dan komponen optik untuk auto-focus ke atas atau ke bawah sampai laser beam tersebut berada pada posisi fokus dari lensa objektif tersebut. Ketika posisi lensa objektif dan komponen optiknya berada pada posisi fokus, maka encoder untuk aksis linier auto-focus tersebut akan merekam posisi lokasi-z-nya yang merupakan tinggi permukaan pada titik yang difokuskan tersebut. Proses ini kemudian diulang untuk suatu jalur atau profil permukaan, sehingga lokasi-z dari profil tersebut dapat diketahui.

Sumber cahaya pada sistem PAI adalah menggunakan cahaya koheren, yaitu laser. Laser yang umum digunakan adalah jenis laser merah dengan panjang gelombang sekitar 632 nm . Besarnya diameter spot laser tersebut setelah difokuskan adalah bergantung pada jenis lensa objektif yang digunakan. Dengan menggunakan $100\times$ lensa objektif, diameter spot yang difokuskan dapat mencapai $1\text{ }\mu\text{m}$.

Gambar 19 memperlihatkan konfigurasi optik dan proses *auto-focus* dari PAI. Konfigurasi dari PAI adalah seperti mikroskop tetapi tidak dilengkapi sebuah sensor kamera, melainkan dilengkapi oleh sensor fokus. Selain itu, komponen yang unik pada PAI adalah adanya aksis linier auto-focus yang mempunyai resolusi yang sangat tinggi untuk dapat mendeteksi tinggi suatu permukaan dengan tingkat akurasi yang sangat tinggi.

Pada gambar 19 kiri, diperlihatkan posisi laser beam PAI berada pada posisi fokus pada suatu titik pada suatu permukaan benda. Apabila posisi laser beam PAI berada pada posisi fokusnya, maka posisi laser beam yang terrefleksikan dari suatu permukaan benda akan menuju pada titik tengah atau lokasi tengah dari sensor fokus yang berupa detektor cahaya. Sedangkan, gambar 19 kanan, diperlihatkan posisi laser beam PAI tidak berada pada posisi fokusnya, sehingga laser beam yang terpantulkan balik ke sistem PAI akan jatuh tidak pada posisi tengahnya melainkan agar bergeser ke kiri atau ke kanan. Pada situasi tidak fokus tersebut, sistem aksis linier *auto-focus* akan menggerakkan lensa objektif dan komponen optiknya ke atas atau ke bawah sampai laser beam tersebut jatuh pada posisi tengah sensor *auto-focus* tersebut.

Gambar 19: Prinsip kerja PAI (kiri) pada posisi fokus dan (kanan) pada posisi tidak fokus.

Aplikasi

Aplikasi PAI mencakup pengukuran dimensi dan geometri, dan tekstur permukaan. Gambar 20 memperlihatkan contoh-contoh pengukuran yang dilakukan dengan PAI. Pada gambar 20a, diperlihatkan suatu pengukuran geometri dari suatu benda yang berbentuk silinder. Benda tersebut adalah sebuah poros yang memiliki fitur berupa slot yang berfungsi sebagai *mating* pada komponen pasangannya. Gambar 20 (b dan c) memperlihatkan pengukuran diameter internal dan diameter sebuah bola dengan ukuran mikro. Gambar 20 (d dan e) memperlihatkan pengukuran tekstur permukaan sebuah sampel hasil indentasi nano dan permukaan tekstur gigi suatu hewan.

Kelebihan dari PAI adalah:

- Memiliki volume pengukuran yang besar, yaitu (120×120×130) mm. jangkaun aksis linier auto-focus adlaah 40 mm, sehingga tinggi fitur pada suatu benda yang dapat diukur adalah mencapai 40 mm.
- Memiliki kecepatan pengukuran kontur (profil 2D) yang sangat cepat.
- Memiliki kemampuan untuk mengukur permukaan dengan kemiringan yang tinggi. PAI dapat mengukur kemiringan suatu permukaan sampai dengan 45° dengan menggunakan lensa objektif 100× dengan *numerical aperture* (NA) = 0.8.
- Memiliki repeatability auto-focus yang sangat tinggi. Repeatability tersebut dapat mencapai level nanometer, yaitu sekitar 15 nm.
- Memiliki kompatibilitas untuk mengukur suatu permukaan yang silau atau *high-reflection*.
- Memiliki setup spesial untuk mengukur diameter internal.

Gambar 20: Contoh aplikasi pengukuran dengan PAI. (a) pengukuran geometri benda berbentuk silinder, misalnya roda gigi, (b) pengukuran diameter internal, (c) pengukuran diameter sebuah *micro-sphere*, (d) pengukuran geometri dari indentasi nano dan (e) pengukuran tekstur permukaan.

Kekurangan dari *PAI* adalah:

- Pengukuran untuk 2D area (XY-direction) adalah sangat lama karena PAI harus memindai seluruh area per kontur.
- Kemampuan pengukuran kemiringan permukaan berkurang apabila permukaan tersebut mempunyai *high-reflectance*.
- Hanya satu atau dua lensa objektif yang dapat dipasang pada sistem PAI.

6.3 Tomografi berbasis sinar-X (*X-ray computed tomography*)

Pada saat buku ini ditulis, tomografi berbasis sinar-X (XCT) untuk pengukuran dimensi dan geometri merupakan salah satu topik yang paling utama dalam riset metrologi. Hal ini disebabkan karena dengan menggunakan XCT, pengukuran dimensi dan geometri suatu benda tidak hanya dapat dilakukan pada permukaan benda tersebut, tetapi juga dapat dilakukan pada bagian dalam benda tersebut, misalnya pengukuran diameter dari sebuah fitur silinder internal di dalam benda tersebut (yang tidak dapat dilakukan dengan menggunakan CMM konvensional). XCT merupakan salah satu metode non-destructive test (NDT), terutama untuk analisis material (Carmignato et al 2018).

Dengan kemampuan untuk melakukan pengukuran dari fitur-fitur internal suatu benda, XCT menjadi salah satu metode yang paling menjanjikan untuk pengukuran dimensi dan geometri komponen-komponen yang dibuat dengan proses *additive manufacturing* (AM). Karena, dengan proses AM, hampir semua bentuk yang rumit (yang tidak dapat dibuat dengan metode konvensional) dapat dibuat, misalnya cetakan (mould) yang memiliki fitur-fitur internal untuk saluran pendingin yang sangat kompleks. Selain itu, XCT dapat mengkombinasikan kontrol kualitas dimensi dan geometri, dan kontrol kualitas material (seperti tingkat porositas di dalam suatu material) (Kruth et al 2011).

Selain itu, tidak seperti CMM konvensional, lamanya waktu pengukuran dengan menggunakan XCT tidak bergantung pada banyaknya fitur-fitur pada suatu objek yang akan diukur. Sehingga, pengukuran suatu objek dengan jumlah fitur yang sedikit dan objek dengan jumlah fitur yang banyak adalah hampir sama. Gambar 21 memperlihatkan perbandingan waktu pengukuran XCT dengan CMM konvensional lainnya. Pada gambar 21, diperlihatkan bahwa lamanya waktu pengukuran dengan XCT, yaitu waktu untuk memindai objek yang diukur untuk mendapatkan data pengukuran, cenderung konstan walaupun jumlah fitur yang ingin diukur bertambah. Tetapi, XCT mempunyai waktu pengukuran yang kurang efisien apabila jumlah fitur yang ingin diukur sedikit.

Secara umum, kemampuan XCT yang paling utama dapat dirangkum sebagai berikut:

- Kemampuan untuk mengukur fitur-fitur internal suatu objek atau komponen.
- Kemampuan untuk melakukan pengukuran dimensi dan geometri, dan analisis material.
- Lama waktu pengukuran tidak bergantung pada banyaknya fitur-fitur pada suatu objek yang ingin diukur.

Gambar 21: Lamanya waktu pengukuran terhadap banyaknya fitur yang ingin diukur pada XCT, *tactile* CMM dan *video* CMM (De Chiffre et al 2014).

6.3.1 Sejarah

Sinar-X (*X-ray*) pertama kali diteliti secara sistematis oleh Wilhelm Röntgen pada tahun 1895. Sinar-X tersebut merupakan dasar dari XCT. Sinar-X digunakan sebagai sumber energi dan radiasi pada sebuah sistem XCT. Kemampuan utama dari XCT (secara spesifik sinar-X) adalah kemampuan radiasinya yang dapat menembus suatu material, baik lunak ataupun keras tergantung pada energi dari sumber radiasi yang dipancarkan, sehingga bagian dalam dari material-material tersebut dapat diketahui dengan menganalisis sisa radiasi, yang melewati material-material tersebut, pada sebuah detektor radiasi.

Sampai sekarang, aplikasi utama XCT yaitu pada tiga bidang: medis, analisis material, dan pengukuran dimensi dan geometri (Kruth et al 2011). Penggunaan XCT pada bidang medis dipelopori oleh Hounsfield pada tahun 1970. Penggunaan XCT untuk analisis material pada umumnya untuk menganalisis struktur internal suatu material untuk mengetahui, misalnya, jumlah dan tingkat porositas di dalam material tersebut. Selain itu, penggunaan XCT untuk analisis makanan termasuk pada kategori ini. Contoh dari penggunaan XCT untuk analisis makanan adalah untuk mengetahui distribusi daging dan tulang pada sebuah karkas hewan (De Chiffre et al 2014). dan yang ketiga, penggunaan XCT untuk pengukuran dimensi dan geometri, yang merupakan fokus pada pembahasan ini, menjadi sangat populer karena kemampuan XCT yang dapat melakukan pengukuran internal fitur dari suatu komponen atau objek. Pengukuran dimensi dengan menggunakan XCT pertama kali dilakukan pada tahun 1991 dengan akurasi sekitar 0.1 mm. Baru pada tahun 2005, penggunaan XCT untuk pengukuran dimensi dan geometri menjadi salah satu fokus

penggunaan XCT setelah mesin XCT pertama yang didedikasikan untuk pengukuran dimensi dan geometri (yaitu XCT dengan energi sinar-X yang tinggi, sampai dengan skala 450 KV dan *rotational table* untuk memutar suatu objek yang diukur) dipasarkan pada sebuah pameran teknologi kontrol di Jerman (Kruth et al 2011).

6.3.2 Prinsip kerja

Prinsip kerja dan alur pengukuran XCT lebih kompleks dibandingkan dengan CMM lainnya. Selain itu, pengukuran XCT membutuhkan kemampuan komputer yang tinggi untuk melakukan proses kalkulasi data untuk merekonstruksi volume 3D dari suatu objek yang diukur. Gambar 23 memperlihatkan alur pengukuran XCT dari proses pemindaian objek sampai dengan proses pengukuran dimensi dan geometri.

Prinsip kerja dan alur pengukuran dengan XCT adalah (lihat gambar 23):

- Pemindaian dan pengakuisisian gambar-gambar 2D X-ray.
- Rekonstruksi volume 3D dari gambar-gambar 2D X-ray dengan metode radon transformation.
- Penentuan permukaan dari volume 3D yang terrekonstruksi.
- Fitting geometri, pengukuran dimensi dan geometri, dan perbandingan antara model yang diukur dengan model CAD.

Langkah 1: Pemindaian dan pengakuisisian gambar-gambar 2D X-ray.

Gambar 22 memperlihatkan dua jenis sistem XCT: *cone-beam* dan *fan-beam* (Kruth et al 2011). Komponen dasar dari sistem XCT adalah: Sumber sinar-X, meja rotasi, meja translasi, detektor X-ray dan perangkat lunak untuk merekonstruksi volume 3D dari suatu objek yang diukur (gambar 22). Terlepas dari kedua jenis XCT tersebut, kedua sistem tersebut mempunyai prinsip kerja yang sama. Prinsip kerja XCT adalah sebagai berikut.

Gambar 22: Dua jenis XCT: *cone-beam* dan *fan-beam*.

Sebuah sumber menghasilkan suatu sinar-X. Sinar-X tersebut dipancarkan ke sebuah objek yang diukur. Ketika sinar-X tersebut melalui material dari objek tersebut, sinar-X tersebut akan mengalami pelemahan (pengurangan energi) yang diakibatkan oleh proses absorpsi energi oleh material objek tersebut dan *scattering* (pemancaran) energi oleh atom-atom material tersebut. Besarnya pelemahan energi sinar-X tersebut bergantung pada panjang material yang dilalui sinar-X tersebut, komposisi material, kepadatan material dan besarnya energi awal yang dimiliki oleh sinar-X tersebut. Sinar-X yang terlemahkan setelah melewati material objek tersebut dideteksi oleh sebuah detektor sinar-X. Hasil dari proses deteksi dengan detektor tersebut adalah gambar 2D *gray-scale* (untuk tipe detektor array pada *cone beam* XCT) dan 1D profil *gray-scale* (untuk tipe detektor garis pada *fan beam* XCT).

Gambar-gambar 2D atau 1D tersebut ditangkap dari posisi rotasi objek tersebut yang berbeda-beda (ditambah posisi shifting objek untuk tipe *fan-beam* XCT). Kemudian, proses kalkulasi matematik untuk merekonstruksi volume

3D dari (model voksel) banyak gambar tersebut dilakukan. Volume 3D tersebut terdiri dari unit-unit voksel (disebut piksel dalam 2D) yang merupakan ukuran seberapa besar penyerapan energi sinar-X tersebut oleh material objek tersebut. Proses pelemahan energi sinar-X ketika melewati panjang suatu material adalah non-linier. Fenomena ini dinamakan *beam hardening* (Dewulf et al 2012).

Langkah 2: Rekonstruksi volume 3D dari gambar-gambar 2D X-ray dengan metode radon transformation.

Hasil dari proses pemindaian XCT adalah sekumpulan gambar-gambar 2D *gray-level* (hitam/putih) yang merupakan sinar-X yang terlemahkan yang ditangkap oleh detektor sinar-X. suatu proses kalkulasi matematis dilakukan untuk merekonstruksi sebuah volume 3D dari suatu objek yang dipindai dengan XCT dari gambar-gambar 2D tersebut.

Proses rekonstruksi volume 3D berdasarkan metode *filtered back-propagation* yang berdasarkan pada metode transformasi Radon (transformasi integral linier). Transformasi integral linier tersebut pertama kali dikembangkan oleh J. Radon pada tahun 1917. Model tersebut merupakan model penyerapan atau absorpsi sinar-X ketika melewati suatu medium dengan koefisien pelemahan linier μ (lihat gambar 22):

$$I = I_0 \exp(-\int \mu(z) dz) \quad (50)$$

dimana I adalah besarnya absorpsi sinar-X pada suatu medium. I_0 adalah intensitas awal sinar-X yang melewati suatu jarak z pada sebuah medium μ . Besarnya I pada suatu jarak z adalah:

$$I(z) = I_0 e^{-\mu z} \quad (51)$$

Resolusi voksel dari rekonstruksi volume 3D bergantung pada ukuran piksel pada detektor sinar-X, banyaknya piksel pada detektor sinar-X, banyaknya potongan piksel pada arah Y, banyaknya posisi angular suatu objek ketika objek tersebut dipindai oleh sinar-X, banyaknya gambar proyeksi 2D yang diambil per pose angular (averaging), binning pada sensor kamera detektor, dan lain-lain (Kruth et al 2011).

Langkah 3: Penentuan permukaan dari volume 3D yang terrekonstruksi.

Setelah volume 3D direkonstruksi, langkah selanjutnya adalah menentukan *edge* atau tepi untuk menentukan permukaan objek terukur yang memisahkan antara material dengan udara atau batas antara material yang berbeda pada objek tersebut. untuk menentukan *edge* tersebut, proses *thresholding* untuk menentukan status tiap-tiap voksel apakah sebagai material atau udara. Proses *thresholding* tersebut dapat dilakukan dengan berbagai macam cara. Proses deteksi *edge* merupakan langkah yang krusial yang menentukan tingkat akurasi dan keterlacakan hasil pengukuran suatu XCT.

Metode yang paling umum untuk menentukan batas *thresholding* adalah metode ISO-50%. Metode ini dilakukan berdasarkan histogram yang merupakan plot antara banyaknya voksel dan intensitas voksel. Hasil dari histogram tersebut pada umumnya akan mempunyai dua puncak. Metode ISO-50% menentukan nilai *threshold* sebagai nilai tengah antara kedua puncak histogram tersebut (Kruth et al 2011).

Langkah 4: Fitting geometri, pengukuran dimensi dan geometri, dan perbandingan antara model yang diukur dengan model CAD.

Hasil dari deteksi *edge* adalah berupa *point cloud* 3D, yaitu koordinat spasial titik-titik pada permukaan benda tersebut dalam format 3D. dari *point cloud* tersebut, berbagai macam *fitting* data dapat dilakukan untuk melakukan pengukuran dimensi dan geometri. Faktor-faktor yang mempengaruhi hasil pengukuran XCT adalah: sumber sinar-X, energi sinar-X, material objek dan bentuknya, variasi temperatur, startegi pemindaian dan efek operator.

Gambar 23: Prinsip kerja dan alur pengukuran dengan X-ray CT.

6.3.3 Aplikasi

Terdapat beberapa jenis XCT komersial yang sudah beredar di pasaran, seperti XCT yang diproduksi oleh Nikon, Zeiss, Werth Messstechnik dan GE. Gambar 24 memperlihatkan sebuah sistem XCT komersial yang diproduksi oleh Nikon. Untuk XCT komersial, pada umumnya XCT tersebut dilengkapi dengan sumber sinar-X berkekuatan energi 150 kV, 250 kV dan 450 kV. Semakin tinggi kekuatan energi suatu sinar-X, maka kemampuan untuk menembus material dengan densitas atau kepadatan yang lebih tinggi akan semakin baik.

Aplikasi-aplikasi pengukuran XCT sangat luas, seperti visualisasi objek 3D, analisis cacat material, karakterisasi material, *reverse engineering*, pengukuran dimensi dan geometri, analisis toleransi dan analisis wall-thickness (De Ciffre et al 2014). Khususnya untuk pengukuran dimensi dan geometri, XCT sangat bermanfaat untuk menginspeksi cacat-cacat internal dari sebuah produk manufaktur dan sebuah komponen mekanikal. Gambar 25 memperlihatkan aplikasi XCT untuk mengukur dimensi internal sebuah komponen aluminium dan komponen pendingin internal berbentuk kompleks pada sebuah cetakan. Contoh aplikasi XCT lainnya dapat merujuk pada (Carmignato et al 2018).

Gambar 24: Contoh sebuah XCT komersial (Sumber: Nikon Metrology).

Gambar 25: Contoh pengukuran dimensi dan geometri untuk fitur internal. (a) sebuah komponen aluminium dan (b) saluran pendingin internal dengan tinggi ± 30 mm (De Ciffre et al 2014).

6.3.4 Karakteristik

Pada saat penulisan, XCT komersial relatif memiliki tingkat akurasi yang lebih rendah bila dibandingkan dengan CMM konvensional pada umumnya. Namun demikian, kemampuan XCT untuk mengukur fitur-fitur internal sebuah benda tidak dimiliki oleh jenis CMM lainnya. Maka dari itu, riset-riset bagaimana untuk mengecek dan meningkatkan akurasi XCT serta menciptakan rantai keterlacakan (traceability) hasil pengukuran XCT menjadi fokus utama pada saat penulisan ini.

Untuk mengecek akurasi, berbagai macam artifak diusulkan untuk berbagai macam jenis pengukuran XCT (termasuk pengukuran untuk berbagai macam jenis material). Gambar 26 memperlihatkan berbagai macam artifak yang telah diusulkan untuk mengecek tingkat akurasi suatu XCT. Namun demikian, usulan artifak untuk XCT tidak hanya artifak-artifak tersebut, terdapat juga jenis artifak-artifak lainnya yang telah diusulkan untuk mengecek tingkat akurasi XCT. Pada gambar 26, contoh-contoh artifak terkalibrasi yang diusulkan adalah artifak collet cube dan bola pentagram untuk mengecek akurasi XCT untuk pengukuran suatu jarak, silinder flute untuk mengecek akurasi XCT untuk pengukuran fitur-fitur internal dan artifak geometri kompleks untuk mengecek tingkat akurasi XCT ketika mengukur geometri-geometri dengan bentuk yang kompleks, seperti roda gigi.

Gambar 26: Contoh proposal untuk mengecek akurasi dan komparasi XCT. (a) collet cube, (b) silinder flute, (c) bola pentagram dan (d) geometri kompleks (Carmignato and Pierobon 2010).

Gambar 27 memperlihatkan salah satu contoh akurasi sebuah XCT untuk pengukuran jarak antara dua buah titik (Bartscher et al 2007). Pada gambar 27, diperlihatkan bahwa, sebuah XCT yang digunakan untuk mengukur suatu jarak antara dua buah titik-tengah bola (dengan menggunakan artifak collet cube) menghasilkan error sebesar maksimal $\pm 6 \mu\text{m}$ untuk mengukur suatu jarak sampai sebesar 18 mm.

Pengukuran XCT merupakan suatu proses pengukuran yang sangat kompleks. Estimasi ketidakpastian dari suatu hasil pengukuran XCT tidaklah mudah untuk diestimasi. Dewulf et al 2013 mengusulkan metode untuk mengestimasi nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran suatu XCT. Metode mereka berdasarkan pada pengukuran dengan XCT adalah pengukuran pada sebuah volume 3D benda yang diukur, dimana volume 3D tersebut terdiri dari vokal (piksel 3D). maka dari itu, hal-hal yang mempengaruhi rekonstruksi vokal-vokal tersebut merupakan kontributor dari ketidakpastian hasil pengukuran XCT. Kontributor-kontributor ketidakpastian XCT terbagi mejadi dua bagian, yaitu: ketidakpastian dari ukuran vokal (resolusi vokal) dan jumlah dari vokal (Dewulf et al 2013). Ketidakpastian ukuran vokal adalah panjang jarak terkalibrasi, *repeatability* dari penentuan ukuran vokal, error dari form probing pada bola kalibrasi. Ketidakpastian jumlah vokal adalah variasi acak, ofset edge dan ofset edge yang tidak uniform.

Gambar 27: Salah satu hasil pengecekan akurasi sebuah XCT pada pengukuran panjang (Bartscher et al 2007).

6.4 Dua keterbatasan fundamental dari sistem optik

Semua instrumen pengukuran dengan metode non-kontak yang menggunakan prinsip pembesaran dari gambar sebuah permukaan yang diukur dengan menggunakan sistem lensa objektif (terutama sistem berbasis mikroskop), kecuali tomografi berbasis sinar-X, mempunyai dua keterbatasan fundamental. Batasan fundamental tersebut adalah (Richard 2010): *numerical aperture* (NA) dan kemampuan untuk mengukur seberapa besar kemiringan (*slope*) sebuah permukaan, dan besarnya resolusi optik yang merupakan batas dari resolusi lateral (arah XY).

Gambar 28: Numerical aperture (NA) dari sebuah lensa objektif mikroskop.

Gambar 29: Ilustrasi dari “slope” atau kemiringan fitur pada suatu permukaan.

- *Numerical aperture* dan kemampuan untuk mengukur seberapa besar kemiringan (*slope*) sebuah permukaan. *Numerical aperture* (NA) sebuah lensa objektif menentukan seberapa besar kemiringan sebuah permukaan yang dapat diukur dan menentukan juga resolusi optikal sebuah sistem berbasis mikroskop. NA merupakan ukuran seberapa besar cahaya yang terrefleksikan dari suatu permukaan dapat ditangkap oleh sebuah lensa objektif. Gambar 28 memperlihatkan NA pada sebuah lensa objektif pada suatu sistem mikroskop. Pada gambar 28, NA ditentukan oleh seberapa besar lebar suatu lensa objektif dan properti suatu medium yang dilalui oleh suatu cahaya, dalam hal ini indeks bias medium tersebut.

NA diformulasikan sebagai:

$$NA = n \sin \alpha \quad (52)$$

dimana NA adalah *numerical aperture*, n adalah indeks bias dari medium yang dilalui oleh suatu cahaya dan $\sin \alpha$ adalah *acceptance angle* dari sebuah *aperture* atau bukaan sebuah lensa objektif.

Besarnya kemiringan (*slope*) dari suatu permukaan yang dapat diukur bergantung pada seberapa besar nilai NA tersebut. Gambar 29 memperlihatkan ilustrasi dari kemiringan suatu fitur pada sebuah permukaan. Semakin besar *slope* suatu fitur pada permukaan, maka permukaan tersebut semakin kasar.

- Resolusi optik merupakan batas dari resolusi lateral (arah XY). Resolusi lateral adalah minimum jarak antara dua fitur lateral (arah XY) pada sebuah permukaan yang masih dapat diukur. Dengan kata lain, resolusi lateral adalah jarak minimum dua buah titik sehingga kedua titik tersebut masih dapat dibedakan satu dengan lainnya. Resolusi optika diformulasikan sebagai:

$$r_{optikal} = \frac{\lambda}{2 \cdot NA} \quad (53)$$

dimana $r_{optikal}$ adalah resolusi optikal suatu sistem mikroskop (resolusi lateral) dan λ adalah panjang gelombang dari cahaya yang digunakan pada suatu sistem mikroskop (untuk jenis cahaya dengan satu jenis panjang gelombang) atau rata-rata dari panjang gelombang (untuk jenis cahaya dengan lebih dari satu jenis panjang gelombang).

Untuk sebuah sistem berbasis mikroskop yang menggunakan sensor kamera, resolusi lateral untuk lensa objektif dengan pembesaran rendah ($5\times$ dan $10\times$) dibatasi oleh jarak antar piksel karena jarak antar-pikselnya lebih besar dari resolusi optikal lensa objektif tersebut. Untuk lebih jelasnya, tabel 1 memperlihatkan perbandingan antara jarak-antar piksel dan resolusi optikal (yang dikalkulasi dengan menggunakan persamaan (53)) untuk berbagai tipe pembesaran dari lensa objektif. Pada tabel 1, pada lensa objektif dengan pembesaran $20\times$, optikal resolusinya lebih besar dari jarak antar-piksel pada sensor kamera sehingga resolusi lateralnya ditentukan oleh resolusi optikalnya, bukannya jarak antar-piksel. Jarak antar piksel ditentukan oleh:

$$\text{Jarak} - \text{antar} - \text{piksel} = \frac{\text{besarnya field-of-view (FOV)}}{\text{densitas piksel dari senso kamera}} \quad (54)$$

Table 1: Perbandingan jarak antar-piksel dan resolusi optikal dari berbagai lensa objektif.

Tipe pembesaran lensa	NA	Resolusi optikal / μm	Jarak antar-piksel / μm
10×	0.3	1	1.75
20×	0.4	0.75	0.8
50×	0.5	0.6	0.3

Selain itu, hal penting yang mempengaruhi resolusi lateral sebuah sistem pengukuran non-kontak berbasis mikroskop adalah ukuran spot dari cahaya yang terfokuskan yang keluar dari sebuah lensa objektif. Ukuran (diameter) spot tersebut merupakan besarnya area dari suatu permukaan yang dapat dilihat di bawah suatu sistem mikroskop. Diameter (ukuran) spot dari cahaya yang difokuskan oleh lensa objektif adalah:

$$d_0 = \frac{f \cdot \lambda}{w_0} \quad (55)$$

dimana d_0 adalah diameter spot atau cahaya yang terfokuskan pada sebuah permukaan, f adalah jarak fokal dari suatu lensa objektif, λ adalah panjang gelombang cahaya dan w_0 adalah *beam waist*, yaitu radius dari $1/e^2$ dari kontur iradiasi pada sebuah bidang ketika *wavefront*-nya datar.

6.5 Verifikasi performansi CMM non-kontak

Verifikasi performansi sebuah CMM adalah suatu proses untuk mengecek (memverifikasi) bahwa CMM tersebut beroperasi sesuai dengan spesifikasi yang ditulis dari produsen CMM tersebut. Parameter yang merepresentasikan spesifikasi suatu CMM adalah *maximum permissible error* (MPE). MPE adalah nilai maksimum error pada suatu hasil pengukuran dari suatu CMM. Standar internasional *de facto* mengenai verifikasi performansi adalah seri ISO 10360.

Sesuai anduan dari ISO 10360, proses verifikasi performansi dilakukan dengan cara mengukur suatu jarak (bisa berupa jarak antartitik tengah bola atau jarak antardua bidang pada sebuah artifak terkalibrasi) pada minimal tujuh arah, yaitu tiga arah aksis linier (arah X, Y dan Z) dan empat arah diagonal ruang dari volume pengukuran. Volume pengukuran minimal meliputi 67 % dari total volume pengukuran yang dimiliki suatu CMM. Pada setiap arah pengukuran panjang, minimal lima jarak yang berbeda harus diukur dan minimal meliputi 67 % dari maksimum jarak pada arah pengukuran tersebut (lihat seri ISO 10360).

Proposal artifak dan prosedur untuk verifikasi performansi *non-contact* CMM masih merupakan topik riset dan belum semapan verifikasi performansi untuk CMM berbasis kontak. Syam 2015 membuat proposal untuk verifikasi performansi suatu CMM non-kontak berbasis FVM (*focus variation microscopy*). Konfigurasi FVM tersebut terbagi menjadi dua jenis, yaitu konfigurasi untuk melakukan pengukuran 3-aksis dan 1-rotasi aksis secara terpisah dan konfigurasi untuk melakukan pengukuran dengan menggerakkan 4-aksis (3-aksis linier dan 1-aksis rotasi) secara bersamaan. Perbedaan konfigurasi pengukuran tersebut menyebabkan artifak dan prosedur untuk melakukan verifikasi performansi FVM tersebut berbeda untuk masing-masing jenis konfigurasi tersebut. Syam 2015 mengusulkan solusi untuk verifikasi performansi dengan konfigurasi pengukuran 3-aksis dan 1-rotasi aksis secara terpisah dan Moroni et al 2017 mengusulkan solusi untuk pengukuran dengan menggerakkan 4-aksis (3-aksis linier dan 1-aksis rotasi) secara bersamaan.

Gambar 30: Artifak referensi untuk memverifikasi performansi sebuah FVM untuk pengukuran 3-aksis linear dan 1-aksis rotasi (Syam 2015).

Gambar 31: Prosedur verifikasi performansi FVM dengan menggunakan artifak pada gambar 30 (Syam 2015).

Gambar 32: Proses verifikasi performansi FVM dan hasil verifikasi performansi tersebut dengan menggunakan

prosedur dan artifak pada gambar 31 dan gambar 30 (Syam 2015).

Untuk verifikasi performansi dengan konfigurasi pengukuran 3-aksis dan 1-rotasi aksis secara terpisah, artifak dan prosedur untuk proses verifikasi tersebut diperlihatkan pada gambar 30 dan 31 (Syam 2015). Untuk verifikasi jenis konfigurasi ini, susunan bola-bola metal disusun sedemikian rupa sehingga pada setiap arah pengukuran, terdapat lima jenis jarak yang berbeda. Artifak tersebut didisain untuk memverifikasi 2 aksis linier (arah X dan Y, dalam hal ini arah Z tidak bisa diverifikasi) dan 4 aksis diagonal ruang. Selain itu, artifak tersebut didisain mempunyai dua bola disisinya yang digunakan untuk memverifikasi aksis rotasi FVM tersebut sesuai dengan ISO 10360-3. Gambar 31 memperlihatkan prosedur verifikasi tersebut dengan artifak tersebut.

Gambar 32 (kiri) memperlihatkan proses verifikasi. Artifak tersebut dipasang pada sebuah *chuck spindle* FVM tersebut. untuk pengukuran diagonal ruang, artifak tersebut diputar 45° searah dan berlawanan arah jarum jam. Gambar 32 (kanan) memperlihatkan hasil verifikasi FVM tersebut. pada gambar 32, MPE dari FVM tersebut adalah $\pm(5 + L/8) \mu\text{m}$; L dalam mm.

Gambar 33: Artifak referensi untuk FVM dengan moda pengukuran 4-aksis secara bersamaan (Moroni et al 2017).

Untuk verifikasi performansi untuk konfigurasi pengukuran dengan menggerakkan 4-aksis (3-aksis linier dan 1- aksis rotasi) secara bersamaan, artifak dan prosedur untuk proses verifikasi tersebut diperlihatkan pada gambar 33 dan 34 (Moroni et al 2017). Prinsip dasar dari disain artifak untuk verifikasi tipe ini (pada gambar 33) ini adalah susunan bola-bola metal disusun sedemikian rupa sehingga ketika bola-bola tersebut diukur dengan instrumen FVM, maka lintasannya akan berbentuk diagonal ruang. Namun demikian, untuk mencapai lintasan diagonal ruang tersebut, dibutuhkan kombinasi dari pergerakan 3-aksis dan 1-aksis rotasi secara bersamaan.

Gambar 34 memperlihatkan prosedur verifikasi jenis ini dengan artifak tersebut. pada gambar 34, diperlihatkan bahwa dengan artifak tersebut (gambar 33), verifikasi untuk pergerakan linier 2-aksis (arah X dan Y) dan 4 arah diagonal ruang dapat dilakukan. Prosedur tersebut melibatkan pertukaran posisi pegang artifak tersebut pada *chuck spindle*. Pada gambar 34, terdapat dua silinder yang digunakan untuk memegang artifak tersebut pada dua posisi tersebut. Gambar 35 memperlihatkan hasil manufaktur dari artifak tersebut dan proses verifikasi performansi menggunakan artifak tersebut.

Gambar 34: Prosedur verifikasi performansi FVM dengan menggunakan artifak pada gambar 33 (Moroni et al 2017).

Gambar 35: Proses verifikasi performansi FVM dengan menggunakan prosedur dan artifak pada gambar 34 dan gambar 33.

6.6 Estimasi ketidakpastian CMM non-kontak

Estimasi ketidakpastian untuk sebuah CMM non-kontak juga merupakan salah satu fokus riset pada saat penulisan buku ini. Estimasi ketidakpastian untuk non-kontak CMM melibatkan aspek-aspek cahaya dan material sebagai kontributor-kontributor tambahan pada total ketidakpastian hasil pengukuran dengan CMM non-kontak tersebut.

Untuk estimasi ketidakpastian “*task-specific*” untuk CMM non-kontak berbasis mikroskop, Syam 2015 mengusulkan metode simulasi Monte-Carlo dan memperhitungkan aspek korelasi pada data hasil pengukuran suatu

CMM non-kontak. Gambar 36 memperlihatkan skema alur dan prosedur dari estimasi ketidakpastian “*task-specific*” yang diusulkan oleh Syam 2015. Metode simulasi tersebut adalah berdasarkan prinsip estimasi ketidakpastian dengan simulasi yang terdapat pada ISO 15530-4. Pada ISO 15530-4, dijabarkan mengenai metode simulasi Monte-Carlo untuk estimasi ketidakpastian hasil pengukuran dengan menggunakan suatu CMM kontak. Bab 9 mengenai ketidakpastian membahas lebih detail mengenai prinsip-prinsip estimasi ketidakpastian dengan metode ISO 15530-4.

Gambar 36: Prosedur estimasi ketidakpastian “*task-specific*” untuk hasil pengukuran dimensi dan geometri dengan menggunakan instrumen 3D berbasis mikroskop (diusulkan oleh Syam 2015).

Secara singkat, gambar 36 dijelaskan sebagai berikut. sebuah pengukuran suatu permukaan benda diukur dengan suatu CMM non-kontak berbasis sistem mikroskop. Dari pengukuran tersebut, suatu *point cloud* data didapatkan. Dari *point cloud* data tersebut, suatu pengukuran dimensi dan geometri dilakukan, misalnya *flatness*. Dari *point cloud* data yang sama tersebut, simulasi *error* diberikan pada data tersebut, sehingga posisi spasial (dalam hal ini koordinat XYZ data tersebut) berubah. Simulasi *error* tersebut dilakukan secara berulang-ulang dengan jumlah yang banyak. Setiap pengulangan simulasi tersebut, pengukuran yang sama tersebut, dalam hal ini pengukuran *flatness*, dilakukan dan hasilnya disimpan. Dari sekian banyak hasil yang disimpan tersebut pada setiap pengulangan simulasi, deviasi standar dari hasil pengukuran dengan simulasi tersebut dikalkulasi. Nilai dari deviasi standar tersebut merupakan estimasi dari ketidakpastian “*task-specific*” dari hasil pengukuran tersebut.

BAB 7

Algoritma

Metrologi untuk pengukuran dimensi, geometri dan tekstur permukaan sangat berkaitan dengan algoritma. Karena, untuk setiap pengukuran, hasil pengukuran didapatkan dari suatu proses dan kalkulasi data dengan menggunakan suatu algoritma tertentu. Salah satu algoritma utama yang terdapat pada bidang metrologi tersebut adalah algoritma untuk *fitting*, yaitu proses mengasosiasikan suatu geometri nominal pada suatu *point cloud* yang didapatkan dari hasil suatu pengukuran. Maka dari itu, bidang metrologi merupakan bidang yang inter-disiplin keilmuan. Untuk seorang berkeahlian dibidang ilmu komputer, terdapat kesempatan yang besar untuk mengembangkan keilmuan komputernya untuk bidang metrologi.

Algoritma adalah bagian penting dari keseluruhan sistem pengukuran. Untuk CMM, algoritma berperan penting dalam memberikan kemampuan suatu CMM dapat melakukan berbagai macam pengukuran dari *point cloud* yang didupakannya. Bab ini akan membahas esensi dari algoritma berikut beberapa contoh aplikasinya. Pembaca dengan latar belakang ilmu komputer akan sangat tertarik dengan pembahasan mengenai algoritma ini. Namun demikian, para pembaca yang tidak mempunyai latar belakang ilmu komputer dan pemrograman akan dapat mengikuti bab ini sehingga esensi dasar dari peran algoritma pada suatu CMM dan alat pengukuran lainnya dapat dipahami oleh pembaca tersebut.

Bab ini menerangkan prinsip dasar dari algoritma *fitting*, yaitu definisi jarak antara suatu titik dengan titik estimasinya yang terdapat pada fungsi objektif dari algoritma fitting tersebut. tipe definisi jarak tersebut yang paling umum adalah berbasis jarak total maksimum, *least-square* dan *minimum-zone*. Suatu algoritma didasarkan pada definisi jarak tersebut pada fungsi objektifnya. Dua kelompok utama dari geometri dasar dibagi menjadi dua tipe: geometri linier dan geometri non-linier.

Selain algoritma *fitting*, bab ini juga membahas tipe algoritma lainnya untuk *filtering* data. Filtering data selalu terdapat pada pemrosesan data hasil dari suatu instrumen pengukuran. Masalah estimasi solusi awal untuk fitting geometri non-linier akan dibahas berikut dengan suatu algoritma yang dapat mengurangi secara signifikan masalah estimasi solusi awal tersebut. terakhir, bab ini akan ditutup dengan memperlihatkan contoh aplikasi-aplikasi dari berbagai macam kombinasi algoritma untuk suatu aplikasi pengukuran.

7.1 Fitting geometri dasar

Algoritma fitting merupakan bagian inti dari perangkat lunak sebuah CMM atau instrumen pengukuran lainnya. Karena, hanya dengan proses fitting yang dilakukan oleh perangkat lunak sebuah CMM atau instrumen pengukuran, maka suatu pengukuran, misalnya panjang, diameter, lokasi dan *flatness*, dapat dilakukan. Proses fitting ditentukan oleh fungsi objektifnya yang pada umumnya meminimalkan residu, yaitu jarak ortogonal dari suatu titik ke suatu bidang geometri nominalnya atau meminimalkan jarak antar-dua bidang dimana seluruh titik-titik hasil pengukuran berada diantara dua bidang tersebut (Hocken dan Pereira 2012).

Pada prinsipnya, proses fitting adalah proses untuk menentukan suatu geometri nominal dimana residu dari titik-titik yang dilakukan proses fitting menjadi minimum. Pada umumnya, semua perangkat lunak CMM atau instrumen pengukuran lainnya menggunakan fitting *least-square* atau *minimum-zone* untuk proses fitting bentuk-bentuk standar. Bentuk-bentuk standar tersebut adalah garis, bidang datar, lingkaran, bola, silinder, kerucut dan torus (Hocken dan Pereira 2012). Dari keseluruhan bentuk standar tersebut, mereka dibagi menjadi dua bagian besar: geometri linier dan geometri non-linier. Yang termasuk geometri linier adalah garis dan bidang datar. Sedangkan yang termasuk geometri non-linier adalah lingkaran, bola, silinder, kerucut dan torus.

Gambar 1: Fungsi dari “Proses *fitting*” dalam sebuah siklus pengukuran.

Gambar 1 memperlihatkan peran dari proses fitting dalam suatu siklus pengukuran dari pendeteksian titik-titik suatu permukaan sampai dengan verifikasi toleransi. Pada gambar 1, diperlihatkan bahwa titik-titik yang didapatkan dari suatu instrumen pengukuran, baik kontak maupun non-kontak, diasosiasikan dengan suatu geometri nominal yang akan diukur, misalnya lingkaran dan silinder. Proses asosiasi tersebut merupakan proses fitting. dari hasil proses fitting, geometri nominal tersebut didapatkan dan dari geometri tersebut, suatu pengukuran dimensi dan geometri, misalnya diameter dan *roundness*, dapat dilakukan.

7.1.1 *Fitting* berbasis jarak total maksimum (JTM)

Fitting berbasis jarak total maksimum mempunyai fungsi objektif untuk meminimalkan total dari jumlah absolut dari residu-residu. Fitting jenis ini juga dinamakan L_1 atau l_1 . Fitting jenis ini memiliki median dari residunya sebesar nol.

Fungsi objektif dari *fitting* berbasis jarak total maksimum adalah:

$$\min_p F = \sum_{i=1}^n |d_i(p)| \quad (1)$$

dimana p adalah parameter dari suatu geometri nominal yang akan diasosiasikan atau di-*fitting* dan $d_i(p)$ adalah residu ke- i atau jarak ortogonal dari titik-titik hasil pengukuran ke suatu geometri nominal yang akan diasosiasikan atau di-*fitting*.

Gambar 2 memperlihatkan properti dari *fitting* berbasis jarak total maksimum yang diaplikasikan pada fitting garis dari tiga titik. Pada gambar 2, jarak total maksimum residu dari ketiga titik tersebut ke garis tersebut yang minimal adalah 1, yaitu pada posisi garis melewati kedua titik pada bagian bawah. Posisi garis pada posisi lainnya akan membuat jarak total maksimum dari residu ketiga titik tersebut ke garis tersebut menjadi > 1 . Misalnya, apabila garis tersebut berada pada pertengahan ketiga titik tersebut (pada posisi $\frac{1}{2}$), maka jarak total maksimum dari residunya adalah 1.5 (> 1).

Gambar 2: Ilustrasi sebuah *fitting* garis berbasis jarak total maksimum dari tiga titik.

Karakteristik unik dari *fitting* jenis ini adalah kemampuan *fitting* tersebut untuk mengabaikan *outliers*. *Outlier* adalah sebuah data yang mempunyai jarak numerik sangat jauh dibandingkan dengan jarak numerik data lainnya. Kemampuan untuk mengabaikan data *outlier* sangat penting untuk menghasikan hasil pengukuran akurat dimana terdapat banyak data *outlier* dari suatu instrumen atau dari sebuah debu yang menempel pada permukaan yang diukur. Gambar 3 memperlihatkan contoh bagaimana *fitting* berbasis jarak total maksimum dapat menabaikan *outlier* (titik-titik merah) ketika proses *fitting* diaplikasikan pada titik-titik hasil pengukuran yang didapatkan dari sebuah instrumen pengukuran (titik-titik merah dan hitam). Pada gambar 3, dapat terlihat bahwa hasil *fitting* garis dan lingkaran tidak terpengaruh *outlier*. Hal ini disebabkan karena *outlier* akan secara signifikan menambah hasil total jarak maksimum residu titik-titik tersebut pada garis atau lingkaran yang akan di-*fitting*.

Gambar 3: Karakteristik *fitting* berbasis jarak total maksimum yang dapat mengabaikan *outlier* (titik-titik merah).

7.1.2 *Fitting* berbasis *least-square*

Fitting berbasis *least-square* merupakan fungsi objektif *fitting* yang paling sering digunakan. Pada *fitting* berbasis *least-square*, residu-residu dari titik-titik terukur pada suatu geometri nominal yang akan di-*fitting* mempunyai nilai rata-rata nol untuk *fitting least-square* yang tidak mempunyai fungsi batas. Dengan kata lain, residu-residu dengan

nilai rata-rata nol adalah untuk geometri linier: garis dan bidang datar. Untuk geometri non-linier, residu-residunya tidak selalu mempunyai nilai rata-rata nol. Nama lain dari *fitting* berbasis least-square adalah *fitting* Gaussian. Selain itu, fitting jenis ini dinamakan juga fitting L_2 atau l_2 .

Fungsi objektif dari fitting berbasis *least-square* adalah:

$$\min_p F = \sum_{i=1}^n d_i(\mathbf{p})^2 \quad (2)$$

dimana $\mathbf{p}$ adalah parameter dari suatu geometri nominal yang akan diassosiasikan atau di-*fitting* dan $d_i(\mathbf{p})$ adalah residu ke- i atau jarak ortogonal dari titik-titik hasil pengukuran ke suatu geometri nominal yang akan diassosiasikan atau di-*fitting*.

Gambar 4: Ilustrasi sebuah *fitting* garis berbasis *least-square* dari tiga titik.

Untuk *fitting least-square* untuk geometri linier, ada satu solusi *fitting* yang optimal (*global minimum*). Namun demikian, hal ini tidak berlaku pada geometri non-linier yang mempunyai lebih dari satu atau beberapa solusi optimal dari proses *fitting*. Gambar 4 memperlihatkan ilustrasi sebuah *fitting* garis berbasis *least-square* dari tiga titik. Pada gambar 4, posisi garis hasil *fitting least-square* adalah berada pada posisi 1/3, karena pada posisi ini total jumlah kuadrat dari residu-residu titiknya menjadi minimum. Pada prinsipnya, *fitting* berbasis *least-square* merupakan rata-rata dari titik-titik yang di-*fitting*-nya. Dengan kata lain, *fitting* berbasis *least-square* mengikut sertakan seluruh titik-titik pengukuran yang di-*fitting*-nya dan tidak dapat membedakan antara *outlier* dan titik-titik lainnya.

7.1.3 *Fitting* berbasis *minimum-zone*

Fitting berbasis *minimum-zone* dinamakan juga *fitting min-max* atau fitting L^∞ atau l_∞ . *Fitting* berbasis *minimum-zone* fitting dipakai untuk merekonstruksi zona toleransi untuk memverifikasi toleransi geometri (lihat bab 3 mengenai toleransi dimensi dan geometri). Landasan fitting *minimum-zone* untuk verifikasi toleransi geometri tersebut terdapat pada ASME Y14.5.1 (ASME 1994).

Fungsi objektif dari fitting berbasis *minimum-zone* adalah:

$$t = \min_p (\max d_i(\mathbf{p}) - \min d_i(\mathbf{p}))_j \quad (3)$$

Dimana t adalah besarnya jarak antara dua geometri (bisa bidang, lingkaran, silinder atau bola) dimana seluruh titik-titik hasil pengukuran berada diantaranya, $\mathbf{p}$ adalah parameter dari suatu geometri nominal yang akan diassosiasikan

atau di-*fitting* dan $d_i(\mathbf{p})$ adalah residu ke- i atau jarak ortogonal dari titik-titik hasil pengukuran ke suatu geometri nominal yang akan diasosiasikan atau di-*fitting*. j adalah indeks solusi untuk setiap titik-titik ke- i .

Gambar 5 memperlihatkan ilustrasi sebuah *fitting* garis berbasis *minimum-zone* dari tiga titik. Pada gambar 5, posisi *fitting* garis dari ketiga titik tersebut adalah pada posisi $\frac{1}{2}$. Hal ini disebabkan karena pada posisi tersebut, garis tersebut merupakan pertengahan dari dua garis yang saling sejajar yang terpisah dengan jarak minimum yang meliputi ketiga titik tersebut. dengan kata lain, garis tersebut berada pada pertengahan zona toleransi dari ketiga titik tersebut. karakteristik penting dari *fitting* berbasis *minimum-zone* adalah *fitting* tersebut hanya dipengaruhi oleh titik-titik ekstrim atau titik-titik esensial, sehingga titik-titik di antara titik-titik ekstrim tersebut diabaikan dan tidak mempengaruhi proses *fitting* tersebut. Tabel 1 memperlihatkan perbandingan antara *fitting least-square* dan *minimum-zone*.

Gambar 5: Ilustrasi sebuah *fitting* garis berbasis *minimum-zone* dari tiga titik.

Tabel 1: Perbandingan antara *fitting least-square* dan *minimum-zone*.

<i>Least-square</i>	<i>Minimum-zone</i>
Aproksimasi dari implementasi zona toleransi pada ASME Y14.5 2009	Representasi dari implementasi zona toleransi pada ASME Y14.5 2009
Sedikit dipengaruhi oleh outlier	Sangat dipengaruhi oleh <i>outlier</i>
Pada umumnya tidak atau sedikit terpengaruh oleh <i>CMM noise</i>	Pada umumnya sangat terpengaruh oleh <i>CMM noise</i>
Algoritma referensi untuk bentuk dasar tersedia	Algoritma referensi untuk bentuk dasar belum tersedia (masih tahap pengembangan)
Proses komputasi yang cepat	Proses komputasi yang sangat intensif

7.1.4 Fitting Minimum-Circumscribed

Fitting Minimum-Circumscribe (MC) adalah sebuah proses fitting untuk mencari sebuah lingkaran dengan diameter minimum yang di dalamnya terdapat semua titik-titik pengukuran. Gambar 6 memperlihatkan ilustrasi dari *fitting* MC pada suatu titik-titik hasil pengukuran. Apabila suatu titik-titik berbentuk oval, maka lingkaran hasil fitting MC akan menyentuh hanya dua titik, yaitu titik-titik pada kedua ujung terjauh bentuk oval tersebut.

7.1.5 Fitting Maximum-Inscribed

Fitting Maximum-Inscribed (MI) adalah sebuah proses fitting untuk mencari sebuah lingkaran dengan diameter terbesar dimana seluruh titik-titik hasil pengukuran berada di luar lingkaran MI tersebut. Gambar 6 memperlihatkan ilustrasi dari *fitting* MI pada suatu titik-titik hasil pengukuran. Hal yang perlu diperhatikan pada jenis *fitting* MI adalah, terdapat situasi dimana solusi fitting MI tidak unik. Dengan kata lain, terdapat situasi dimana ada lebih dari satu jenis lingkaran MI yang dapat di-*fitting* pada suatu titik-titik hasil pengukuran. Dari sejumlah jenis *fitting* yang dibahas, masih terdapat jenis-jenis *fitting* lainnya yang tidak dibahas dalam buku ini.

Gambar 6: Ilustrasi dari fitting lingkaran *Minimum-Circumscribed* (MC) dan *Maximum-Inscribed* (MI).

7.1.6 Fitting geometri linier berbasis *least-square*: garis dan bidang datar

Proses *fitting* geometri linear berbasis *least-square* diselesaikan dengan mengubah fungsi objektif yang non-linier menjadi linier. Proses perubahan dari non-linier ke linier dilakukan dengan menggunakan metode Lagrange dengan menambahkan fungsi batasan. Sehingga, *fitting* geometri linier dapat disederhanakan menjadi sebuah permasalahan nilai Eigen yang dapat diselesaikan dengan mudah dan menghasilkan suatu solusi fitting yang optimum. Secara umum, fungsi objektif untuk fitting berbasis *least-square*, baik untuk geometri linier dan geometri non-linier terdapat pada persamaan (2). Namun demikian, definisi residu (jarak ortogonal suatu titik ke bidang geometri nominal yang akan di-*fitting*) dari setiap jenis geometri akan berbeda-beda. Gambar 7 memperlihatkan definisi residu (d) untuk sebuah geometri garis.

Gambar 7: Residu (jarak ortogonal titik ke geometri) untuk sebuah garis.

Bidang datar

Fungsi jarak atau residu untuk *fitting* bidang datar adalah:

$$d_i = d(\mathbf{x}_i) = d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}, \mathbf{a}) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) \quad (4)$$

dimana d_i adalah residu ke- i atau jarak ortogonal titik ke- i ke geometri nominal yang di-*fitting*, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ adalah titik pada bidang datar yang merupakan titik pusat (*centroid*) dari titik-titik seluruhnya, dan $\mathbf{a} = (a, b, c)$ adalah vektor normal dari bidang datar tersebut, dimana $|\mathbf{a}| = 1$. $\mathbf{a}$ adalah parameter dari bidang datar yang ingin diestimasi dari proses *fitting* tersebut.

Sehingga, fungsi objektif untuk *fitting* bidang datar adalah:

$$\min_{\mathbf{a}} F = \sum_{i=1}^n [\mathbf{a} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x})]^2 \quad (5)$$

Pada persamaan (5), tujuan dari minimalisasi fungsi objektifnya adalah $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) = 0$. Dengan mengaplikasikan metode Lagrange (Shakarji 1998), maka nilai $\mathbf{a}$ didapatkan dari minimalisasi fungsi Lagrange dengan suatu fungsi batasan. Dengan mengaplikasikan metode Lagrange, $F = \lambda G$ dengan fungsi batasan $|\mathbf{a}| = 1$. Fungsi G adalah $G = |\mathbf{a}|^2 - 1$. Solusi fitting $\mathbf{a}$ yang merupakan nilai minimum dari $F = \lambda G$ didapatkan dengan $\nabla F = \lambda \nabla G = 0$. ∇ adalah operator dari gradien fungsi skalar $\nabla = (\partial/\partial a, \partial/\partial b, \partial/\partial c)$. Sehingga, $\nabla F = 2(\mathbf{M}^T \mathbf{M}) \mathbf{a}$ dan $\nabla G = 2\mathbf{a}$. Hal ini menghasilkan suatu permasalahan nilai Eigen $(\mathbf{M}^T \mathbf{M}) \mathbf{a} = \lambda \mathbf{a}$, yang sering disebut sebagai *persamaan normal* (Shakarji 1998).

Vektor Eigen, yang merupakan representasi dari $\mathbf{a}$, dari $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ dapat dihasilkan dengan melakukan operasi dekomposisi nilai singular (*singular value decomposition*/SVD) pada $\mathbf{M}$. Adalah sebuah matriks $(n \times 3)$ yang berisi koordinat spasial (x, y, z) dari setiap titik-titik yang terlibat dalam proses fitting tersebut. Vektor Eigen atau $\mathbf{a}$ yang merupakan solusi minimum dari fungsi objektif fitting ini merfer pada nilai Eigen yang paling kecil (hasil dari proses SVD tersebut). Hal penting yang perlu diingat adalah, terdapat suatu kondisi *Ill-condition*, yaitu proses fitting bidang datang dilakukan pada titik-titik yang segaris (kolinier). Maka dari itu, proses *fitting* bidang datar harus dilakukan pada titik-titik yang menyebar dan tidak saling kolinier (berada pada garis yang sama).

Garis

Fungsi jarak atau residu untuk *fitting* garis adalah:

$$d_i = d(\mathbf{x}_i) = d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}, \mathbf{a}) = |\mathbf{a} \times (\mathbf{x}_i - \mathbf{x})| = \sqrt{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}|^2 - [\mathbf{a} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x})]^2} \quad (6)$$

dimana d_i adalah residu ke- i atau jarak ortogonal titik ke- i ke geometri nominal yang di-*fitting*, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ adalah titik pada garis yang merupakan titik pusat (*centroid*) dari titik-titik seluruhnya, dan $\mathbf{a} = (a, b, c)$ adalah vektor normal dari garis tersebut, dimana $|\mathbf{a}| = 1$. $\mathbf{a}$ adalah parameter dari bidang datar yang ingin diestimasi dari proses *fitting* tersebut.

Sehingga, fungsi objektif untuk *fitting* bidang datar adalah:

$$\min_{\mathbf{a}} F = \sum_{i=1}^n \sqrt{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}|^2 - [\mathbf{a} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x})]^2} \quad (7)$$

Sama seperti pada *fitting* bidang datar, persamaan normalnya dalam entuk permasalahan nilai Eigen adalah $(\mathbf{M}^T \mathbf{M})\mathbf{a} = \lambda \mathbf{a}$. Hanya saja, solusi $\mathbf{a}$, yang merupakan vektor Eigen dari $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$, adalah vektor Eigen yang merujuk pada nilai Eigen yang terbesar dari hasil proses SVD (Shakarji 1998).

Untuk *fitting* geometri non-linier, fungsi objektifnya tidak dapat dilinierisasikan, sehingga suatu solusi *fitting* geometri non-linier tidak selalu optimal. Selain itu, proses kalkulasi *fitting* harus dilakukan dengan proses iterasi. Hal-hal tersebut akan dijelaskan pada bagian berikutnya.

7.1.7 Fitting geometri non-linier berbasis *least-square*: lingkaran, bola dan silinder

Fitting geometri non-linier berbasis *least-square* memiliki prosedur *fitting* yang lebih kompleks dari prosedur *fitting* untuk geometri linier. Hal ini disebabkan karena fungsi objektif dari *fitting* non-linier tidak dapat dilinierisasikan. Gambar 8 memperlihatkan ilustrasi dari residu sebuah titik untuk geometri non-linier lingkaran (geometri 2D) dan silinder (geometri 3D). pada gambar 8, diperlihatkan bahwa sebuah residu (d) merupakan sebuah jarak ortogonal sebuah titik ke suatu geometri nominal yang akan di-*fitting*.

Gambar 8: Residu (jarak ortogonal titik ke geometri) untuk sebuah lingkaran (geometri 2D) dan silinder (geometri 3D).

Lingkaran

Fungsi jarak atau residu untuk *fitting* lingkaran adalah (gambar 8 kiri):

$$d_i = d(\mathbf{x}_0, r) = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0\| - r = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - r \quad (8)$$

dimana $\mathbf{x}_0 = [x_0, y_0]^T$ adalah titik pusat lingkaran, r adalah jari-jari lingkaran, $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$ adalah titik ke- i dan $\|\mathbf{x}\|$ adalah L_2 -norm dari sebuah vektor $\mathbf{x}$, sebagai contoh $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$. Sehingga, fungsi objektif untuk *fitting* lingkaran adalah:

$$\min_{\mathbf{x}_0, r} F = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - r \quad (9)$$

Bola

Fungsi jarak atau residu untuk *fitting* bola adalah seperti pada lingkaran dengan ditambahkan komponen- z :

$$d_i = d(\mathbf{x}_0, r) = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0\| - r = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} - r \quad (10)$$

dimana $\mathbf{x}_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$ adalah titik pusat lingkaran, r adalah jari-jari lingkaran dan $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ adalah titik ke- i . Sehingga, fungsi objektif untuk *fitting* lingkaran adalah:

$$\min_{\mathbf{x}_0, r} F = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} - r \quad (11)$$

Silinder

Fungsi jarak atau residu untuk *fitting* silinder adalah (gambar 8 kanan):

$$d_i = d_i(3d - aksis) - r = \frac{\|(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \times \mathbf{n}\|}{\|\mathbf{n}\|} - r \quad (12)$$

dimana $d_i(3d - aksis)$ adalah jarak antara sebuah titik 3D $\mathbf{x}_i$ ke aksisnya silinder yang di-*fitting* (sebuah garis) dan r adalah jari-jari lingkaran. Sehingga, fungsi objektif untuk *fitting* lingkaran adalah:

$$\min_{\mathbf{x}_0, \mathbf{n}, r} F = \sum_{i=1}^n \frac{\|(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \times \mathbf{n}\|}{\|\mathbf{n}\|} - r \quad (13)$$

Fungsi-fungsi objektif fitting geometri non-linier lainnya, yaitu Konik dan Torus, dapat dirujuk pada Shakarji 1998.

Solusi numerik

Karena fungsi objektif untuk *fitting* geometri non-linier tidak dapat dilinierkan, maka proses *fitting* untuk geometri tersebut adalah dengan menggunakan sebuah metode iteratif (pengulangan). Degan metode iterasi, sebuah nilai solusi awal harus diberikan. Hal yang menambah kompleksitas *fitting* geometri non-linear adalah fungsi objektif

dari geometri tersebut mempunyai lebih dari satu atau banyak titik optimal. Sehingga, proses optimisasi *fitting* dapat berhenti pada suatu titik optimal lokal. Apabila proses optimisasi *fitting* berhenti pada titik optimal lokal, maka geometri yang diestimasi atau di-*fitting* tersebut bukanlah suatu solusi yang optimal. Gambar 9 memperlihatkan sebuah contoh fungsi non-linier yang mempunyai banyak lokal optimal, yaitu memiliki lebih dari satu nilai maksimum dan minimum.

Gambar 9: Visualisasi dari sebuah fungsi yang memiliki banyak nilai maksimum atau minimum (terdapat banyak nilai optimum lokal).

Titik lokal optimal adalah sebuah titik dimana proses pengulangan ke iterasi berikutnya dalam mencari solusi optimal (dalam hal ini minimum) tidak menghasilkan solusi yang lebih baik. Sehingga, keadaan ini membuat suatu algoritma pencarian solusi optimal berbasis pengulangan menghentikan proses pencarian solusi tersebut. Hal ini menyebabkan proses optimisasi tersebut hanya memberikan solusi sub-optimal, dengan kata lain solusi yang lebih optimal untuk proses *fitting* tersebut tidak didapatkan. Hal ini pada prakteknya akan membuat suatu proses *fitting* menjadi *over-estimation* atau *under-estimation*, misalnya diameter lingkaran hasil kalkulasi menjadi jauh lebih kecil dari yang diharapkan.

Solusi numerik berbasiskan proses iterasi yang paling umum digunakan untuk *fitting* geometri non-linier adalah algoritma Levenberg-Marquardt (LM). Algoritma LM pertama kali dipresentasikan oleh Marquardt 1963. Ide dasar dari algoritma LM adalah dengan mengkombinasikan metode *steepest-descent* (*Gradient search*) dan metode Gauss-Newton. Algoritma LM akan berkerja berbasiskan metode *steepest-descent* ketika solusi terkini dari proses iterasi masih jauh dari nilai optimalnya. Sedangkan, ketika solusi tersebut sudah dekat dengan nilai optimalnya, maka algoritma LM akan berkerja berdasarkan metode Gauss-Newton.

Dasar dari metode *steepest-descent* adalah mencari solusi berdasarkan arah gradient dari fungsi objektifnya. Apabila suatu fungsi objektif yang harus dioptimalisasi F dan x_k adalah solusi terkini (solusi kandidat) pada iterasi ke- k , maka dalam kasis minimalisasi, proses pencarian solusi berikutnya adalah:

$$x_{k+1} = x_k - \lambda_s \nabla F \quad (14)$$

dimana $\nabla F = (\partial F / \partial x, \partial F / \partial y, \partial F / \partial z)$ adalah gradient dari fungsi objektif dan arah pencarian solusi disetiap iterasinya dan λ_s adalah besaran langkah yang menggambarkan seberapa jauh kandidat solusi berikutnya dari kandidat solusi terkini. Pemilihan besarnya λ_s sangat mempengaruhi proses optimalisasi. Karena, apabila λ_s diset terlalu besar, maka akan besar kemungkinannya proses pencarian kandidat solusi akan melampaui suatu solusi optimal. Dan sebaliknya, apabila λ_s diset terlalu kecil, maka proses pencarian akan menjadi sangat lama untuk

mencapai suatu solusi yang konvergen.

Dasar dari metode Gauss-Newton adalah gradien fungsi objektif non-linier dilinierisasikan dengan menggunakan deret ekspansi Taylor. Untuk suatu fungsi objektif F , maka ekspansi deret Taylor untuk gradiennya adalah:

$$\nabla f(\mathbf{p}) = \nabla f(\mathbf{p}_0) + (\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^T \nabla^2 f(\mathbf{p}_0) + \underbrace{\dots + [(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^T]^n \nabla^n f(\mathbf{p}_0)}_{\text{Higher order term}} \quad (15)$$

dimana “Higher order term”, yaitu komponen dengan pangkat > 1 , tidak dipertimbangkan, sehingga persamaan (15) menjadi suatu persamaan linier (ter-linier-kan). Dengan berubahnya persamaan (15) menjadi persamaan linier, algoritma Gauss-Newton akan menjadi lebih cepat mencapai solusi konvergen dan fungsi matematis persamaan tersebut menjadi mudah untuk dikalkulasi (*tractable*) untuk mencari solusi $\mathbf{p}$. Vektor $\mathbf{p}$ adalah parameter-parameter dari suatu geometri non-linier yang ingin diestimasi dengan proses *fitting*.

Proses penentuan kandidat solusi berikutnya pada metode Gauss-Newton adalah dengan mengeset $\nabla f(\mathbf{p}) = 0$. Sehingga, kandidat solusi berikutnya diformulasikan sebagai:

$$\mathbf{p}_{j+1} = \mathbf{p}_j - (\mathbf{J}_d^T \mathbf{J}_d)^{-1} \mathbf{J}_d^T \mathbf{d}(\mathbf{p}_j) \quad (16)$$

dimana $\mathbf{d}(\mathbf{p}_j)$ adalah vektor residu pada iterasi ke- j dan $\mathbf{J}_d$ adalah matriks Jacobian dari $\mathbf{d}(\mathbf{p}_j)$. Hal penting yang harus diketahui adalah deret ekspansi Taylor hanya akurat pada jangkaun nilai fungsi yang sangat kecil. Jangkaun tersebut adalah sebuah jangkaun nilai fungsi objektif dimana linierisasi fungsi objektif tersebut masih valid. Hal ini berarti bahwa metode Gauss-Newton hanya efektif untuk mencari solusi pada suatu area yang sangat kecil didalam runag solusi. Sehingga, metode Gauss-Newton hanya efektif apabila inisialisasi solusi awal dekat dengan solusi optimalnya. Algoritma LM mengkombinasi kelebihan dari kedua metode steepest-descent dan Gauss-Newton.

Algoritma LM yang digunakan di NIST (Shakarji 1998) dipresentasikan dalam Tabel 2. Pada Tabel 2, sebuah solusi awal $\mathbf{p}_0$ diberikan pada algoritma LM pada saat iterasi pertama. Selain itu, input dari algoritma LM adalah sebuah matriks $\mathbf{M}$, yang mempunyai ukuran $n \times 3$, yang berisi titik-titik yang terlibat pada proses *fitting*. Matriks $\mathbf{M}$ didefinisikan sebagai $[x_1 \ y_1 \ z_1; \dots \dots \dots; x_n \ y_n \ z_n]$. Hasil dari algoritma LM adalah sebuah vektor parameter $\mathbf{p}$ optimum dari sebuah geometri non-linier.

Penjelasan algoritma LM pada Tabel 2 adalah sebagai berikut. λ adalah variabel LM. Variabel λ diset untuk berkurang sebesar 0.04 dan bertambah sebesar 10 pada proses iteratif optimisasi seusia dengan yang diusulkan NIST (Shakarji 1998). $\mathbf{J}_0$ adalah matriks Jacobian dimana elemen-elemen dari baris ke- i -nya adalah $\nabla d_i(\mathbf{p}_0)$. $\nabla d_i(\mathbf{p}_0)$ adalah turunan parsial pertama dari d_i terhadap setiap parameter geometrinya. Jumlah kolom dari matriks $\mathbf{J}_0$ sesuai dengan jumlah paramater yang akan diestimasi dengan proses *fitting* dan jumlah barisnya sebanyak n , yaitu jumlah titik-titik yang terlibat dalam proses *fitting*.

Ide utama algoritma LM terletak pada persamaan $\mathbf{H}\mathbf{x} = -\mathbf{v}$ pada Tabel 2. Bentuk lengkap pada persamaan tersebut adalah $\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 + \lambda (\mathbf{I} + \text{diag}(\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0)) \mathbf{x} = -\mathbf{J}_0^T \mathbf{d}(\mathbf{p}_0)$. Dari bentuk lengkap tersebut, dapat terlihat bahwa jika λ bernilai kecil, maka algoritma LM akan menjadi metode Gauss-Newton. Sebaliknya, apabila λ bernilai besar, maka elemen non-diagonal dari $\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0$ akan mempunyai efek yang kecil, sehingga algoritma LM akan menjadi metode *steepest-descent*. $\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0 + \lambda (\mathbf{I} + \text{diag}(\mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0)) \mathbf{x} = -\mathbf{J}_0^T \mathbf{d}(\mathbf{p}_0)$ adalah *positive-definite* (Nash 1979).

Tabel 2: Algoritma LM yang digunakan oleh NIST.

Algorithm 1: Algoritma Levenberg-Marquardt

Input: Vektor $\mathbf{p}_0$ yang merupakan estimasi solusi awal dan matriks $\mathbf{M}$ adalah matriks yang berisi *point cloud* yang akan di-*fitting*.

Output: Vektor $\mathbf{p}$ yang merupakan solusi parameter yang di-*fitting*

```

1:   Set  $\lambda = 0.0001$ 
2:   DO { kurangkan  $\lambda$ 
3:     set  $\mathbf{U} = \mathbf{J}_0^T \mathbf{J}_0$ 
4:     set  $\mathbf{v} = \mathbf{J}_0^T \mathbf{d}(\mathbf{p}_0)$ 
5:     set  $F_0 = \mathbf{d}^T(\mathbf{p}_0) \mathbf{d}(\mathbf{p}_0)$ 
6:     DO { tambahkan  $\lambda$ 
7:       set  $\mathbf{H} = \mathbf{U} + \lambda (\mathbf{I} + \text{diag}(\mathbf{U}))$ 
8:       Cari solusi  $\mathbf{H}\mathbf{x} = -\mathbf{v}$ 
9:       set
          $\mathbf{p}_{new} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{x}; \text{set } F = \mathbf{d}^T(\mathbf{p}_{new}) \mathbf{d}(\mathbf{p}_{new})$ 
10:      IF Konvergen THEN return  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_{new}$ 
11:      UNTIL  $F_{new} < F_0$  or stop criterion = true
12:      IF  $F_{new} < F_0$  THEN  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_{new}$ 
13:      UNTIL stop criterion = true

```

7.2 Filtering data

Filtering data adalah suatu proses untuk menghilangkan atau mengurangi efek dari gangguan (*noise*) di dalam data hasil pengukuran dengan menggunakan suatu “kernel/filter”. Gangguan (*noise*) adalah data yang tidak diharapkan karena pengaruh dari berbagai macam kondisi yang tidak terkontrol (misalnya: variasi temperatur dan gangguan vibrasi). Definisi yang lebih umum untuk sebuah proses *filtering* data adalah suatu proses untuk membedakan berbagai macam efek yang muncul pada berbagai macam skala yang berbeda (Hocken dan Pereira 2012). Pada umumnya, *filtering* data terbagi menjadi dua macam: *filtering* berbasis konvolusi dan *filtering* berbasis morfologi.

Pada suatu pengukuran dengan menggunakan CMM, banyaknya titik-titik yang didapatkan dari proses pengukuran pada umumnya mengandung *noise*, yaitu titik-titik yang tidak merepresentasikan kondisi aktual dari suatu permukaan yang diukur. Misalnya, *noise* tersebut pada umumnya berupa data “*jump*”, yaitu data atau titik yang secara tiba-tiba mempunyai nilai-*z* yang sangat besar dibandingkan dengan titik-titik disekitarnya. Proses *filtering* bertujuan untuk menghilangkan titik “*jump*” tersebut, sehingga hasil pengukuran akan menjadi lebih akurat.

7.2.1 Filtering berbasis konvolusi

Filtering berbasis konvolusi adalah suatu proses *filtering* (pemisahan atau pemilahan) data yang menggunakan suatu kernel dengan ukuran (jendela/*windowing*) tertentu. *Filtering* berbasis konvolusi adalah suatu operasi matematis linier dan merupakan jenis *filtering* yang paling umum digunakan. Kernel dengan ukuran tertentu tersebut diaplikasikan pada semua titik yang didapatkan dari suatu hasil pengukuran. Kemudian, kernel tersebut dikonvolusikan dengan titik-titik yang diliputi kernel tersebut. proses konvolusi didefinisikan sebagai:

$$z_{filter}(a) = \int_{-\infty}^{\infty} z(x)k_a(x)dx \quad (17)$$

dimana $z_{filter}(a)$ adalah nilai z hasil filtering, $z(x)k_a$ adalah nilai- z pada suatu posisi x dan $k_a(x)$ adalah sebuah kernel (denga lebar tertentu) yang berpusat pada a . *Filtering* berbasis konvolusi disebut juga sebagai *mean filter* karena pada prinsipnya, filter tersebut adalah me-rata-rata kan beberapa titik. Karena *filtering* berbasis konvolusi akan meloloskan data yang mempunyai frekuensi rendah, misalnya *form* dan *waviness*, maka *filtering* tersebut dinamakan juga *low-pass filter*.

Contoh sederhana dari proses filtering berbasis konvolusi adalah sebagai berikut. apabila suatu titik-titik data berupa ketinggian pada suatu lokasi tertentu z : [1 2 1 2 1 2 1 2]. Data tersebut berjumlah 8 titik. Apabila filtering berbasis konvolusi diaplikasikan pada data tersebut, yaitu berupa nilai rata-rata dari 3 titik, titik tersebut, titik disebelah kirinya dan titik disebelah kanannya. Maka hasil filtertersebut akan mengasilkan data yang terfilter, yaitu: [4/3 5/3 4/3 5/3 4/3 5/3]. Data yang terfiter mejadi 6 titik karena kedua titik diujungnya tidak dapat dikalkulasi (keadaan ini disebut sebagai efek tepi/*edge effect*). Proses filtering tersebut sama dengan melakukan proses konvolusi (persamaan (17)) pada titik-titik [1 2 1 2 1 2 1 2] dengan suatu kernel [1/3 1/3 1/3]. Gambar 10 memperlihatkan plot dari data awal dan terfiltrasi tersebut. Pada gambar 10, data awal dari 8 titik tersebut diperlihatkan dengan simbol '.', sedangkan data terfiltrasinya diperlihatkan dengan simbol '+'. Dapat terlihat pada gambar 10 bahwa data hasil filtrasi adalah rata-rata dari 3 titik dari data awal dan nilainya menjadi lebih kecil dari data awal. Nilai yang lebih kecil tersebut adalah karena efek rata-rata.

Gambar 10: Contoh filtering berbasis konvolusi. Data '.' Adalah data awal (biru) dan data '+' adalah data terfiltrasi (merah).

Gambar 11 memperlihatkan contoh lain mengenai *filtering* berbasis konvolusi. Pada gambar 11, sebuah kurna sinusoid yang mempunyai noise dilakukan *filtering* konvolusi dengan kernel $[1/3 \ 1/3 \ 1/3]$. Gambar 12 memperlihatkan

filtering dalam 2D dengan kernel: $\begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$. Kernel 2D tersebut meliputi area titik-titik atau data. Maka

dari itu, *filtering* 2D tersebut diaplikasikan pada sebuah gambar 2D. Filter 2D tersebut melakukan rata-rata pada suatu area titik-titik atau data. Gambar 12 memperlihatkan contoh *filtering* 2D berbasis konvolusi yang diaplikasikan pada suatu gambar 2D “FILTERING”. Pada gambar 12, dapat dilihat bahwa hasil filter dari gambar 2D tersebut berupa efek pengkaburan (*blurring*) pada suatu gambar, yaitu fitur-fitur yang tajam, seperti geris tepi, akan tampak kabur. Hal ini kenapa filter berbasis konvolusi dinamakan low-pass filter.

Gambar 11: Filtering konvolusi. (biru) data awal yang banyak noise, (merah) data terfiltrasi.

FILTERING

(a)

FILTERING

(b)

Gambar 12: (a) Gambar 2D sebelum difilter dan (b) gambar 2D sesudah difilter.

7.2.2 Filtering berbasis morfologi

Filtering berbasis morfologi merupakan suatu proses matematik yang non-linier. Filter jenis ini juga terdiri dari sebuah kernel, namun demikian, kernel tersebut bukanlah operasi rata-rata. Ada dua jenis utama dari filter berbasis morfologi, yaitu: dilatasi dan erosi. Dilatasi adalah suatu proses *filtering* berbasis morfologi dimana sebuah kernel dengan ukuran panjang dan lebar tertentu titik pusatnya melewati suatu titik, maka setiap daerah dibawah kernel tersebut merupakan sebuah himpunan set baru. Erosi adalah suatu proses *filtering* berbasis morfologi dimana sebuah kernel dengan ukuran panjang dan lebar tertentu titik pusatnya melewati suatu titik, maka setiap daerah dibawah kernel tersebut akan keluar dari set titik tersebut. untuk mudahnya, filter dilatasi adalah seperti kuas cat yang akan mewarnai setiap titik lintasan yang dilaluinya dan filter erosi adalah seperti penghapus.

Gambar 13 memperlihatkan suatu proses filtering morfologi dilatasi. Pada gambar 13, terlihat bahwa area yang dilewati kernel dari filter tersebut menjadi aktif, sehingga bentuk yang terfilter tersebut menjadi lebih besar. Gambar 14 memperlihatkan suatu proses filtering morfologi erosi. Pada gambar 14, terlihat bahwa area yang dilewati filter erosi tersebut menjadi tidak aktif, dengan kata lain bentuk hasil proses filtering tersebut menjadi lebih kecil dan terdapat ditur yang tererosi atau terhapuskan.

Pada proses pengukuran dimensi dan geometri, serta tekstru permukaan, proses *filtering* berbasis morfologi sangat umum ditemui. Proses filtering tersebut adalah ketika suatu pengukuran menggunakan suatu sistem kontak. Sistem kontak tersebut adalah berupa bola *stylus tip* yang sangat kecil yang memindai sebuah permukaan benda yang sedang diukur. Suatu instrumen pengukuran akan membaca titik-titik pada permukaan tersebut berupa lokasi titik pusat dari bola *stylus tip* tersebut. maka dari itu, permukaan yang terbaca merupakan suatu permukaan yang sudah terfiltrasi oleh bola *stylus tip* tersebut. gambar 15 memperlihatkan proses filtering morfologi oleh sebuah bola *stylus tip* pada suatu profil permukaan. Pada gambar 15, terlihat bahwa profil permukaan yang terukur tidak sama dengan profil permukaan awalnya karena terjadi proses filtrasi morfologi.

Gambar 13: Ilustrasi dari proses filter dilatasi. Daerah dengan warna merah adalah daerah penambahan hasil proses dilatasi.

Gambar 14: Ilustrasi dari proses filter erosi. Daerah dengan warna merah adalah daerah hasil pengurangan dari proses erosi.

Gambar 15: Proses *filtering* morfologi oleh *stylus tip* pada suatu profil sebuah permukaan benda. Profil yang terbaca merupakan data posisi titik pusat dari *stylus tip*.

Selain filtering berbasis konvolusi dan morfologi, terdapat juga jenis-jenis filtering lainnya yang tidak dibahas dalam buku ini, seperti median filter, *high-pass* filter, *band-pass* filter dan lain sebagainya.

7.3 Masalah estimasi solusi awal untuk fitting non-linier

Kembali pada proses *fitting* geometri non-linier (menyambung dari bagian 7.1.7), algoritma LM (Tabel 2) sangat bergantung pada estimasi nilai awal dari solusi parameter $\mathbf{p}_0$ suatu geometri yang akan di-*fitting* (Rardin 2006). Dari solusi awal tersebut, algoritma LM akan mencari solusi yang lebih baik dalam setiap iterasinya sampai suatu kondisi tertentu terpenuhi (*stopping criteria*). Estimasi nilai dari solusi awal merupakan syarat semua algoritma berbasis pengulangan, bukan hanya untuk algoritma LM saja. Proses optimisasi berbasis iterasi diperlukan karena fungsi objektifnya merupakan fungsi multi-modal yang mempunyai banyak solusi lokal optimum (lihat gambar 9 untuk contoh).

7.3.1 Estimasi solusi awal

Algoritma LM terdiri dari proses menglinierkan suatu fungsi yang non-linier (persamaan (15)), sehingga metode Gauss-Newton lebih cepat untuk mencapai kondisi konvergen dan lebih mudah dikalkulasi. Namun demikian, proses linierisasi tersebut mengabaikan “*high-order term*” dari ekspansi deret Taylor. Hal ini menyebabkan proses iterasi LM, yang salah satu metodenya berbasis Gauss-Newton, akan terjebak (*trapped*) pada solusi yang merupakan lokal optimal. Terjebaknya proses iterasi pada suatu solusi lokal optimal menyebabkan hasil dari proses *fitting* akan mengasosiasikan titik-titik pada suatu geometri yang tidak diharapkan, misalnya, hasil *fitting* suatu lingkaran memiliki diameter atau titik pusat yang jauh dari yang diharapkan.

Gambar 16 memperlihatkan contoh hasil *fitting* dari dua estimasi solusi awal parameter lingkaran (koordinat x dan y dari titik pusat dan radiusnya). Pada gambar 16 (kiri) terlihat bahwa hasil geometri lingkaran yang di-*fitting* tidak sesuai dengan yang diharapkan. Hal tersebut disebabkan karena estimasi solusi awal jauh dari nilai optimumnya. Sedangkan, pada gambar 16 (kanan) terlihat bahwa hasil *fitting* geometri lingkarannya sesuai dengan yang diharapkan. Hasil *fitting* sesuai dengan yang diharapkan tersebut disebabkan karena estimasi nilai awalnya dekat dengan nilai optimum (dari fungsi objektifnya terhadap parameter lingkaran awal).

Dari hasil fitting dengan nilai solusi awal yang jauh dari nilai optimumnya, *error* suatu pengukuran akan secara langsung bertambah. Maka dari itu, estimasi nilai awal yang baik mempunyai peran yang sangat penting untuk menghasilkan suatu hasil pengukuran yang akurat dan metode untuk meningkatkan estimasi solusi awal dibutuhkan.

Gambar 16: (kiri) Estimasi nilai awal parameter lingkaran jauh dari nilai optimumnya sehingga hasil *fitting*-nya tidak sesuai dengan yang diharapkan dan (kanan) estimasi nilai awal parameter lingkaran dekat dari nilai optimumnya sehingga hasil *fitting*-nya sesuai dengan yang diharapkan. Titik-titik biru adalah titik-titik yang terlibat dalam proses *fitting* dan garis hijau adalah geometri lingkaran yang di-*fitting*.

7.3.2 Optimasi solusi awal berbasis algoritma *chaos*

Improvisasi estimasi solusi awal untuk algoritma LM dapat diimprovisasi dengan menggunakan optimisasi berbasis *Chaos* (Moroni et al 2013, Moroni et al 2014, Syam 2015). *Chaos* didefinisikan sebagai suatu property yang semi-acak yang dihasilkan oleh sebuah persamaan nonlinier. Persamaan nonlinier tersebut menghasilkan sebuah langkah dinamis yang bersifat *Chaos* (pergerakan yang tidak dapat diprediksi). Optimisasi berbasis *Chaos* adalah sebuah proses optimisasi berbasis iterasi dimana dalam setiap iterasinya, solusi berikutnya dicari berdasarkan pergerakan *Chaos* (Luo et al 2008), sehingga setiap langkah iterasi optimisasi akan dapat keluar dari jebakan atau situasi lokal optimal. (Tavazoei dan Haeri 2007). Optimisasi *Chaos* mengimprovisasi estimasi solusi awal untuk menjadi sebuah solusi awal yang lebih baik dan lebih dekat kepada solusi global optimum yang melakukan proses iterasi pencarian yang tidak berulang pada sebuah domain yang terbatas (Jiang 1998).

Pergerakan yang bersifat *Chaos* dihasilkan oleh suatu fungsi 1-dimensi yang nonlinier. Fungsi 1-dimensi yang nonlinier tersebut pada umumnya menggunakan fungsi logistik, yaitu:

$$\mathbf{t}_{k+1} = \lambda_c \mathbf{t}_k (1 - \mathbf{t}_k) \quad (18)$$

dimana $\lambda_c \in \{3.56, 4\}$ adalah argumen kontrol dan k adalah urutan iterasi dengan rekomendasi $0 \leq \mathbf{t}_0 \leq 1$ dimana $\mathbf{t}_0 \notin \{0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0\}$. Properti dari persamaan (18) menjadi bersifat *Chaos* dalam artian nilai $\mathbf{t}_k$ berubah secara drastis dalam batasan nilai λ_c dan $\mathbf{t}_k$. Gambar 17 memperlihatkan contoh langkah atau pergerakan numerik yang bersifat *Chaos*. Pada gambar 17 (kiri), diperlihatkan plot nilai $\mathbf{t}_k$ terhadap iterasi ke- i dan, pada gambar 17 (kanan), diperlihatkan plot nilai dari variabel *chaos* $\mathbf{t}_k$ yang berdampingan. Terdapat juga fungsi-fungsi 1-dimensi yang nonlinier lainnya untuk menghasilkan langkah yang bersifat *Chaos*, seperti fungsi tent, fungsi Bernoulli dan fungsi Chebyshev (Moroni et al 2016).

Tabel 3 memperlihatkan secara detail dari algoritma optimisasi *Chaos*. Pada tabel 3, input atau nilai masukan dari optimisasi *Chaos* adalah berupa estimasi solusi awal yang belum optimal (dalam artian jauh dari solusi optimalnya). Dan, keluaran dari algoritma *Chaos* adalah suatu nilai estimasi awal yang lebih baik yang mendekati solusi optimalnya. Solusi awal yang lebih baik tersebut kemudian dimasukkan ke dalam algoritma LM untuk meningkatkan hasil *fitting* dengan algoritma LM tersebut.

Gambar 17: (kiri) Nilai $\mathbf{t}_k$ pada setiap iterasi ke- i dan (kanan) nilai $\mathbf{t}_k$ dan $\mathbf{t}_{k+1}$.

Tabel 3: Optimisasi solusi awal dengan algoritma *Chaos*.

Algorithm 2: Algoritma optimisasi Chaos untuk meningkatkan estimasi solusi awal algoritma LM.

Input: Vektor $\mathbf{p}_0$ adalah estimasi solusi awal ($1:n-param$)

Goal: Vektor $\mathbf{p}_0$ baru yang telah ditingkatkan dengan algoritma Chaos

$MinF(\mathbf{p}_i)$, $\mathbf{p}_i \in \{\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i\}$, $Let \mathbf{p}^k = (\mathbf{p}^1 : \mathbf{p}^k)$, $\mathbf{t}^k = (\mathbf{t}^1 : \mathbf{t}^k)$

where: $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ and $\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_n)$

- 1: Set $k = 0, r = 0$, Set $k_{\max} = 10, r_{\max} = 30$
- 2: Hasilkan secara acak .
 $\mathbf{t}_0 \in \{0,1\}$ and $\notin \{0,0.25,0.5,0.75,1.0\}$.
- 3: Set $\mathbf{t}^k = \mathbf{t}^0, \mathbf{t}^* = \mathbf{t}^0, \mathbf{a}^0 = \mathbf{p} - MPE, \mathbf{b}^0 = \mathbf{p} + MPE$
where: $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n), \mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$
- 4: Set $\mathbf{p}^* = \mathbf{p}_0 \rightarrow$ Estimasi solusi awal
- 5: DO WHILE { $r < r_{\max}$;
DO WHILE { $k < k_{\max}$;
- 6: Set $p_i = a_i^r + t_i^r (b_i^r - a_i^r)$;
Hitung $F^k = \sum_{i=0}^N d_i^2 (p_i)$
- 7: IF $F^k < F^*$ THEN
 $F^* = F(p^k), p^* = p^k, t^* = t^k$
- 8: $k = k + 1$; $t_i^k = \lambda t_i^{k-1} (1 - t_i^{k-1}), \lambda \in \{3.56, 4\}$
- 9: }END iterasi ke- k ; $r = r + 1$
 $a_i^{r+1} = p_i * -\gamma (b_i^r - a_i^r)$
- 10: dan
 $b_i^{r+1} = p_i * +\gamma (b_i^r - a_i^r)$
- 11: IF $a_i^{r+1} > a_i^r$ THEN $a_i^{r+1} = a_i^r, \gamma \in \{0,0.5\}$
- 12: IF $b_i^{r+1} < b_i^r$ THEN $b_i^{r+1} = b_i^r, \gamma \in \{0,0.5\}$
- 13: IF $r < r_{\max}$ THEN hasilkan $t_0 \in \{0,1\}$ secara acak,

```

 $k = 0, \mathbf{t}^k = \mathbf{t}^0$  GOTO(7)

ELSE Algoritma Chaos selesai,

14:   return  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}^*$ ; }

      END iterasi ke- $r$ ;

15:   Masukkan  $\mathbf{p}_0$  yang baru ke dalam Algoritma LM.

```

7.3.3 Peningkatan performansi *fitting* dengan algoritma *chaos*

Algoritma optimisasi Chaos untuk meningkatkan estimasi solusi awal sangat efektif untuk meningkatkan hasil suatu proses *fitting* (Moroni et al 2013, Moroni et al 2014, Syam 2015). Gambar 18 memperlihatkan hasil peningkatan proses *fitting* setelah algoritma LM dikombinasikan dengan algoritma *Chaos*. Pada gambar 18, terlihat bahwa hasil proses *fitting* dengan hanya menggunakan algoritma LM memberikan hasil yang tidak diharapkan. Sedangkan, pada gambar 18, hasil proses *fitting* algoritma LM menjadi sesuai dengan yang diharapkan setelah dikombinasikan dengan algoritma *Chaos*. Hal yang sama didapatkan pada proses *fitting* dari titik-titik yang tidak utuh (parsial). Gambar 19 memperlihatkan bahwa peningkatan algoritma LM setelah dikombinasikan dengan algoritma Chaos menjadi semakin relevan untuk aplikasi *fitting* titik-titik yang tidak merepresentasikan suatu geometri (dalam hal ini lingkaran) yang tidak utuh (parsial).

Selain itu, dengan dikombinasikannya algoritma LM dan algoritma *Chaos*, efisiensi dari komputasi proses optimisasi algoritma LM semakin tinggi. Hal ini disebabkan karena estimasi solusi awal sudah dekat dengan solusi optimalnya sehingga mengurangi proses iterasi dari algoritma LM. Selain itu, dengan dikombinasikannya algoritma *Chaos* dengan algoritma LM, maka algoritma LM dapat keluar dari jebakan nilai lokal optimal. Gambar 20 memperlihatkan perbandingan komputasi antara algoritma LM dan algoritma LM yang dikombinasikan dengan algoritma *Chaos*. Pada gambar 20, terlihat bahwa proses *fitting* yang hanya menggunakan algoritma LM terjebak pada suatu lokal optimal sehingga walaupun proses iterasi dilanjutkan, hasil proses *fitting* tidak membaik. Berbeda dengan algoritma LM yang dikombinasikan dengan algoritma *Chaos*, algoritma LM tersebut dapat keluar dari jebakan solusi lokal optimal dan dapat menghasilkan suatu solusi konvergen yang lebih baik. Perbandingan performansi algoritma *Chaos* dengan berbagai jenis fungsi 1-dimensi linier dapat dilihat di Moroni et al 2016.

Gambar 18: (kiri) Hasil *fitting* dengan hanya menggunakan algoritma LM dan (kanan) Hasil *fitting* dengan menggunakan algoritma LM yang dikombinasikan dengan algoritma *Chaos* untuk titik-titik yang utuh merepresentasikan sebuah lingkaran.

Gambar 19: (kiri) Hasil *fitting* dengan hanya menggunakan algoritma LM dan (kanan) Hasil *fitting* dengan menggunakan algoritma LM yang dikombinasikan dengan algoritma *Chaos* untuk titik-titik yang tidak utuh merepresentasikan sebuah lingkaran (parsial).

Gambar 20: Konvergensi dari komputasi *fitting*. Algoritma *Chaos* menyebabkan peningkatan efisiensi komputasi dari algoritma LM.

7.4 Algoritma untuk aplikasi pengukuran

Pada bagian ini, dua contoh aplikasi algoritma untuk suatu pengukuran sudut dan *perpendicularity* akan dibahas. Dalam prakteknya, suatu pengukuran membutuhkan kombinasi dari berbagai jenis algoritma pengukuran. Sebuah algoritma pra-pemrosesan dibutuhkan sebelum algoritma *fitting* diaplikasikan. Algoritma pra-pemrosesan yang paling umum adalah algoritma segmentasi. Algoritma segmentasi adalah suatu algoritma yang bertujuan untuk memilih titik-

titik yang relevan untuk suatu pengukuran tertentu. Algoritma segmentasi sangat diperlukan terutama apabila suatu kalkulasi pengukuran ingin dilakukan secara otomatis dan tidak melibatkan seorang operator untuk secara manual memilah data yang relevan untuk suatu pengukuran.

Pada bagian ini, dua aplikasi algoritma yang dibahas adalah algoritma untuk mendapatkan hasil pengukuran *perpendicularity* dan algoritma untuk pengukuran sudut rake suatu *cutting tool* secara otomatis.

7.4.1 Algoritma pengukuran sudut *rake* (*cutting tool*) secara otomatis

Pengukuran *perpendicularity* adalah suatu pengukuran geometri yang memerlukan definisi datum. Pada contoh ini, pengukuran *perpendicularity* pada sebuah komponen berskala meso dengan toleransi berskala mikro dipresentasikan (Syam 2015). Komponen tersebut diperlihatkan pada gambar 21. Pada gambar 21, terlihat gambar 3D dari komponen tersebut beserta dengan gambar teknik 2D nya. *Perpendicularity* yang ingin diukur mempunyai toleransi 0.02 mm ($20\text{ }\mu\text{m}$). Bidang referensi (datum) dari bidang yang akan diverifikasi *perpendicularity*-nya adalah datum A seperti pada gambar 21.

Komponen tersebut diukur dengan menggunakan instrumen CMM non-kontak berbasis *focus variation microscopy*/FVM (lihat bab 6). Pada pengukuran *perpendicularity* ini, dibutuhkan dua bidang yang harus diukur, yaitu bidang referensi dan bidang terukur yang akan diverifikasi perpendicularity-nya. Gambar 22 memperlihatkan hasil pengukuran titik-titik (*point cloud*) dari dua bidang pada komponen tersebut yang berjumlah sekitar 1000000 titik.

Gambar 21: Sebuah komponen dengan toleransi berskala mikro: gambar 3D dan gambar teknik 2D-nya.

Gambar 22: Hasil titik-titik (*point cloud*) yang didapatkan dengan menggunakan sebuah instrumen berbasis *focus variation microscopy* (FVM).

Gambar 23: Prosedur untuk memproses pengukuran *perpendicularity*.

Dibutuhkan beberapa langkah untuk memproses titik-titik dari permukaan komponen tersebut untuk menghasilkan hasil pengukuran *perpendicularity*. Gambar 23 memperlihatkan langkah-langkah dari proses pengukuran, pemrosesan data sampai dengan perhitungan *perpendicularity*. Algoritma untuk melakukan perhitungan perpendicularity dari titik-titik 3D komponen tersebut adalah (lihat gambar 23):

1. *Fitting* sebuah bidang datar pada titik-titik bidang referensi (gambar 22) dan dapatkan vektor satuan normal dari bidang referensi tersebut $\mathbf{a}_{ref}$.

Gambar 24: Ilustrasi dari θ_y dan θ_z .

2. Kalkulasi sudut $\mathbf{a}_{ref}$ terhadap *world coordinate system* (WCS) untuk mendapatkan rotasi spasial θ_y dan planar θ_z dari bidang referensi tersebut. kalkulasi dari rotasi spasial dan planar tersebut adalah (gambar24):

$$\theta_y = \tan^{-1}(r/a_3) \quad (19)$$

$$r = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad (20)$$

$$\theta_z = \tan^{-1}(r_2/a_2) \quad (21)$$

$$r_2 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad (22)$$

3. Transformasi invers (rotasi) a_{ref} terhadap rotasi spasial dan planarnya sehingga *part coordinate system* (PCS) selaras dengan WCS (langkah 3 pada gambar 23). Rotasi tersebut dilakukan dengan:

$$a'_{ref} = T_{rotasi} \cdot a_{ref} \quad (22)$$

$$T_{rotasi} = R_y(\theta_y) \cdot R_z(\theta_z) \quad (23)$$

Dimana $R_y(\theta_y)$ dan $R_z(\theta_z)$ adalah matriks rotasi searah sumbu-y dan sumbu-z.

4. Rotasi a'_{ref} sebesar 90 ° searah sumbu-y. Hasil rotasi a'_{ref} tersebut adalah vektor satuan normal dari bidang terukur a_{mea} (lihat gambar 22).

$$a_{mea} = T_{90^\circ y=aksis\ a'_{ref}} \quad (24)$$

5. Transformasi balik (invers) semua titik (pada bidang referensi dan bidang terukur) terhadap rotasi spasial θ_y dan planar θ_z yang telah didapatkan sebelumnya.

$$X'_i = T_{rotasi} \cdot X_i \quad (25)$$

6. Fitting sebuah bidang datar pada titik-titik pada bidang terukur. Titik pada bidang terukur tersebut adalah centroid (titik pusat) dari bidang datar yang di-*fitting* tersebut dan vektor satuan normalnya adalah a_{mea} .
7. Kalkulasi jarak maksimum titik disebelah kanan dan kiri bidang datar tersebut. total kedua jarak tersebut merupakan *perpendicularity* dari bidang terukur tersebut terhadap bidang referensi (gambar 22).

7.4.2 Algoritma untuk menentukan sebuah *error perpendicularity*

Pada bagian ini, sebuah studi kasus pengembangan algoritma pengukuran sebuah sudut *rake* dari sebuah *cutting tool* secara otomatis (Syam 2015, Moroni et al 2014). Pengukuran untuk memindai titik-titik pada permukaan *cutting edge* dari *cutting tool* tersebut adalah sebuah CMM non-kontak berbasis FVM. Jumlah total titik-titik yang didapatkan adalah 450000 data. Gambar 25 memperlihatkan titik-titik dalam format koordinat spasial X, Y dan Z (yang diukur), dan format triangulasinya.

Gambar 25: Titik-titik (*point cloud*) dari sebuah *cutting tool*.

Karena pengukuran dilakukan secara otomatis tanpa campur tangan seorang operator untuk memilah titik mana yang relevan terhadap pengukuran sudut tersebut, maka langkah-langkah algoritma dari pengukuran sudut *rake* ini menjadi lebih panjang. Proses segmentasi titik-titik untuk menentukan titik mana yang relevan untuk dikalkulasi merupakan langkah pertama dari algoritma pengukuran sudut tersebut.

Sebuah algoritma yang dikembangkan untuk melakukan pengukuran sudut tersebut memproses data dalam format triangulasi. Maka dari itu, data berupa titik-titik koordinat spasial dari permukaan *cutting edge* tersebut harus dirubah ke dalam format triangulasi. Format data triangulasi merupakan suatu format yang sangat umum dalam merepresentasikan sebuah model objek atau permukaan 3D. Algoritma pengukuran sudut *rake* secara otomatis tersebut adalah sebagai berikut:

1. Estimasi dari vektor normal setiap titik dan nilai kurvturnya.

Algoritma untuk mengkalkulasi kurvatur sebuah titik 3D diadaptasi dari Hamman 1993. Langkah-langkah untuk mengestimasi kurvatur tersebut adalah sebagai berikut (lihat gambar 26). Untuk setiap titik P_i , vektor normalnya $\mathbf{n}$ diestimasi dengan $\sum_{i=1}^N \mathbf{n}_i / N$ dimana $\mathbf{n}_i$ adalah vektor normal untuk setiap bidang yang bersebelahan (*adjacent faces*) dan N adalah jumlah dari bidang yang bersebelahan tersebut pada titik P_i tersebut (gambar 26 kiri).

Selanjutnya, rata-rata kurvatur $H = (k_1 + k_2)$ dikalkulasi untuk setiap titik P_i . k_1 dan k_2 adalah dua kurvatur prinsipal dari titik P_i . Dengan demikian, setiap titik pada *edge* akan mempunyai nilai H yang secara signifikan lebih besar daripada titik-titik lain yang tidak terletak pada *edge* (gambar 26 tengah). k_1 dan k_2 ditentukan dari platelet yang merupakan semua titik-titik yang bersebelahan dengan titik P_i (gambar 26 kanan).

Gambar 26: Kalkulasi vektor normal dan nilai kurvatur.

Prosedur untuk mengkalkulasi k_1 dan k_2 adalah sebagai berikut. Untuk setiap titik P_i , sebuah bidang datar PL didefinisikan dalam bentuk fungsi implisit:

$$(\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{P}_i)) = n_x(x - P_x) + n_y(y - P_y) + n_z(z - P_z) \quad (26)$$

Kemudian, Platelet_j yang merupakan semua platelet dari titik P_i diproyeksikan pada bidang datar PL. Proyeksi Platelet_j pada PL dinamakan sebagai Platelet_j^P dan dikalkulasi dengan:

$$\text{Platelet}_j^P = \text{Platelet}_j - \mathbf{d}_j \cdot \mathbf{n} \quad (27)$$

dimana $\mathbf{d}_j$ adalah jarak ortogonal dari Platelet_j ke bidang PL. Setiap titik Platelet_j^P dari kemudian

ditranslasikan pada suatu sistem koordinat baru yang berpusat di titik $\mathbf{P}_i$ dengan vektor unit basis didefinisikan dengan $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$. Untuk melakukan translasi tersebut, sebuah vektor perbedaan $\mathbf{d}_j$ antara Platelet $_j^P$ dan $\mathbf{P}_i$ dikalkulasi dengan $\mathbf{d}_j = \text{Platelet}_j^P - \mathbf{P}_i$. Vektor perbedaan $\mathbf{d}_j$ ini dapat direpresentasikan dalam bentuk kombinasi linier dari $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$ sebagai berikut:

$$\mathbf{d}_j = (\mathbf{d}_j \cdot \mathbf{u})\mathbf{u} + (\mathbf{d}_j \cdot \mathbf{v})\mathbf{v} \quad (28)$$

Sehingga, koordinat lokal setiap komponen Platelet $_j^P$ berdasarkan $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$ adalah:

$$(p_j, q_j)^T = (\mathbf{d}_j \cdot \mathbf{u}, \mathbf{d}_j \cdot \mathbf{v})^T \quad (29)$$

Dikalkulasi sebagai berikut:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{a}}{\|\mathbf{a}\|} \text{ dan } \mathbf{v} = \mathbf{n} \times \mathbf{u} \quad (30)$$

dimana $\mathbf{a}$ adalah sebuah vektor yang tegak lurus kepada $\mathbf{n}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}) = \mathbf{0}$, yaitu:

$$\mathbf{a} = \begin{cases} \frac{1}{n_x}(-n_y, n_x, n_z)^T \\ \frac{1}{n_y}(n_y, -(n_x + n_z), n_y)^T \\ \frac{1}{n_z}(n_z, n_z, -(n_x + n_y))^T \end{cases} \quad (31)$$

Sebuah fungsi polinomial derajat 2, yaitu f , yang mempunyai absis dan ordinat terdefinisi sebagai:

$$f(p, q) = \frac{1}{2}(c_1 p_j^2 + 2c_2 p_j q_j + c_3 q_j^2) \quad (32)$$

Dalam bentuk matriks direpresentasikan sebagai:

$$\begin{bmatrix} p_1^2 & 2p_1 q_1 & q_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_n^2 & 2p_n q_n & q_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \quad (33)$$

Dengan menyelesaikan persamaan (33) dengan metode least-square, persamaan (33) menjadi:

$$\begin{bmatrix} p_1^2 & 2p_1 q_1 & q_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_n^2 & 2p_n q_n & q_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^2 & 2p_1 q_1 & q_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_n^2 & 2p_n q_n & q_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^2 & 2p_1 q_1 & q_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_n^2 & 2p_n q_n & q_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \quad (34)$$

Sehingga, dengan mencari solusi c_1, c_2 dan c_3 , kedua kurvatur prinsipal k_1 dan k_2 adalah akar dari $k_1 - (c_1 + c_3)k + c_1 c_3 - c_2^2$.

2. Konstruksi bidang referensi $\mathbf{P}_r$ dan bidang potong $\mathbf{P}$.

Bidang referensi $\mathbf{P}_r$ dikalkulasi dari titik-titik pada *edge* yang sudah terdeteksi dari nilai kurvatur titik-titik *edge* tersebut. untuk menentukan titik-titik *edge* tersebut, titik-titik dengan nilai kurvatur $H > 10$ dipilih. Bidang tersebut dikonstruksi dengan menentukan sebuah titik pada bidang $\mathbf{P}_r$ tersebut dan vektor normal titik tersebut (gambar 27 kiri).

Gambar 27: Rekonstruksi bidang, segmentasi titik dan *fitting* dan kalkulasi sudut *rake*.

Untuk menentukan bidang tersebut, *fitting* ortogonal berbasis least-square untuk bidang datar digunakan. Proses *fitting* tersebut dilakukan dengan mencari vektor Eigen yang berkorespondensi dengan nilai Eigen terkecil dari matriks $\mathbf{M}$, yaitu matriks yang berisi koordinat spasial titik-titik pada *edge* $\mathbf{P}_i$ yang terlibat dalam *fitting* tersebut. Dimana, titik pada bidang $\mathbf{P}_r$ adalah centroid (rata-rata) dari semua titik-titik $\mathbf{P}_i$ tersebut. Persamaan bidang datar yang digunakan adalah:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{P}_i - \hat{\mathbf{P}}_l) = 0 \quad (35)$$

dimana $\hat{\mathbf{P}}_l$ adalah centroid dari $\mathbf{P}_i$.

Bidang $\mathbf{P}_r$ tersebut (yang merupakan bidang yang terletak pada *edge* dari suatu *cutting tool*) digunakan untuk menentukan bidang $\mathbf{P}$ (gambar 27 kiri) yang merupakan bidang yang tegak lurus terhadap $\mathbf{P}_r$. Vektor satuan dari bidang $\mathbf{P}$ didapatkan dengan cara merotasi vektor normal bidang $\mathbf{P}_r$ sebesar 90° searah sebuah sumbu yang tegak lurus dengan garis *edge*. Dan, titik pada bidang $\mathbf{P}$ adalah sama dengan titik pada bidang $\mathbf{P}_r$.

3. Segmentasi titik-titik dan *fitting* garis.

Proses segmentasi titik-titik dilakukan pada titik-titik potong antara bidang potong $\mathbf{P}$ dan model triangulasi dari *cutting tool* tersebut (gambar 27 tengah). Untuk mendapatkan titik-titik potong tersebut, sebuah persamaan parametrik digunakan. Sebuah garis yang melalui dua titik $\mathbf{Pt}_1$ dan $\mathbf{Pt}_2$ didefinisikan dalam persamaan parametrik sebagai:

$$\mathbf{Pt} = \mathbf{Pt}_1 + t \cdot (\mathbf{Pt}_2 - \mathbf{Pt}_1) \quad (36)$$

dimana t adalah suatu kuantitas skalar yang digunakan untuk menentukan sebuah titik pada garis tersebut.

dengan memasukkan persamaan parametrik garis (persamaan (36)) tersebut ke dalam persamaan bidang (persamaan (35)), maka t dapat dikalkulasi sebagai:

$$t = \frac{-[A \cdot Pt_{1x} + B \cdot Pt_{1y} + C \cdot Pt_{1z} + D]}{A(Pt_{2x} - Pt_{1x}) + B(Pt_{2y} - Pt_{1y}) + C(Pt_{2z} - Pt_{1z})} \quad (37)$$

Setelah mendapatkan t , titik-titik perpotongan antara bidang potong $\mathbf{P}$ dan data *cutting tool* tersebut dalam format triangulasi (*mesh*) didapatkan. Kemudian, proses segmentasi titik-titik tersebut dapat dilakukan. Langkah-langkah proses segmentasi tersebut adalah sebagai berikut. titik-titik yang berjarak sangat jauh terhadap bidang $\mathbf{P}_r$ diabaikan. Kemudian, titik-titik potong tersebut diurut, dari kecil ke besar, terhadap nilai koordinat x dan y -nya dengan menggunakan algoritma *selection sort*. Selanjutnya, titik-titik potong tersebut dicek satu per satu dari mulai titik yang paling kiri (gambar 27 tengah). Titik yang tersegmentasi dikenali sebagai titik yang memiliki nilai koordinat y yang terkecil. Sejumlah 15 titik didapatkan dan kemudian sebuah geometri garis di-*fitting* secara ortogonal dan *least-square*. Kemudian, titik selanjutnya dicek, standar deviation dari residu-residu σ_{baru} setelah penambahan titik baru dikalkulasi. Apabila $\sigma_{baru} < \sigma_{sebelumnya}$, maka titik baru tersebut termasuk dalam himpunan titik-titik yang tersegmentasi. Proses ini diulang-ulang sampai tiga titik secara berurutan mempunyai nilai $\sigma_{baru} > \sigma_{sebelumnya}$.

4. Kalkulasi sudut *rake*.

Akhirnya, sudut *rake* dapat dikalkulasi. Sudut *rake* adalah sudut θ antara garis yang di-*fitting* dari titik-titik yang tersegmentasi tersebut dan garis potong yang diproyeksikan pada bidang $\mathbf{P}_r$ (gambar 27 tengah dan kanan). Untuk mengkalkulasi sudut tersebut, vektor satuan normal $\mathbf{n}_{line}$ dari garis yang di-*fitting* pada langkah 3 diproyeksikan pada bidang $\mathbf{P}_r$ (Gambar 27 kanan). Proyeksi $\mathbf{n}_{line}$ pada bidang $\mathbf{P}_r$ dikalkulasi sebagai berikut:

$$\mathbf{n}_{line_projected} = \mathbf{n}_{line} - \mathbf{n}_{bidang_Pr} \parallel \mathbf{n}_{bidang_Pr} (\mathbf{n}_{line} \cdot \mathbf{n}_{bidang_Pr}) \parallel \quad (38)$$

Akhirnya, sudut *rake* θ dapat dikalkulasi sebagai sudut antara $\mathbf{n}_{line}$ dan $\mathbf{n}_{bidang_Pr}$.

BAB 8

Kompensasi *error*

Kompensasi *error* merupakan suatu proses yang sangat penting untuk menghasilkan suatu instrumen pengukuran, misalnya CMM, yang menghasilkan suatu hasil pengukuran yang akurat. Setiap instrumen pengukuran, walaupun instrumen tersebut terdiri dari komponen-komponen yang sangat presisi dan akurat, pasti memiliki *error*. Pada kenyataannya *error* pada suatu instrumen pengukuran pasti akan muncul yang disebabkan oleh berbagai sumber, misalnya *error* pada proses manufaktur dan *error* pada saat proses perakitan (*assembly*).

Semua instrumen pengukuran, apalagi suatu instrumen dengan presisi yang sangat tinggi, telah diaplikasikan suatu kompensasi *error*. Dengan proses kompensasi *error*, *error-error* yang terdapat pada suatu instrumen pengukuran dapat dikurangi, sehingga hasil pengukuran dengan instrumen tersebut akan bertambah tingkat akurasi. Proses kompensasi *error* pada umumnya dilakukan oleh pembuat atau produsen suatu instrumen pengukuran setelah instrumen tersebut dirakit dan sebelum instrumen tersebut dikirim ke konsumen atau pembeli.

Secara umum, jenis-jenis kompensasi *error* terbagi menurut metode penerapannya dan menurut ukuran waktu pengaplikasiannya. Metode penerapan kompensasi *error* terbagi menjadi berbasis perangkat keras atau lunak. Sedangkan, menurut ukuran waktu responnya, kompensasi *error* terbagi menjadi *non-real-time* (*offline*) dan *real-time*.

8.1. Kenapa kompensasi?

Pada awalnya, instrumen-instrumen presisi dibuat dari komponen-komponen yang sangat presisi juga. Namun demikian, dengan menggunakan komponen-komponen yang presisi untuk membangun sebuah instrumen yang presisi, biaya produksi instrument tersebut akan sangat tinggi. Hal tersebut disebabkan karena untuk membuat suatu komponen yang presisi, dibutuhkan suatu proses permesinan yang lama dan berulang-ulang. Proses berulang-ulang tersebut biasanya merupakan proses untuk *finishing* komponen tersebut untuk mencapai tingkat akurasi yang sangat tinggi.

Selain itu, tingkat presisi suatu instrumen tidak hanya bergantung kepada tingkat presisi komponen-komponen penyusunan, tetapi bergantung juga dengan faktor-faktor lain, misalnya untuk CMM, sistem probing sangat mempengaruhi tingkat akurasi suatu CMM. Selain itu, faktor-faktor yang berasal dari suatu sistem elektronik untuk memproses sinyal pengukuran juga berpengaruh. Maka dari itu, apabila setiap komponennya ingin dibuat presisi, berikut dengan sistem-sistem lainnya (sistem probing, sistem elektronik, efek lingkungan dan lain-lain), maka akan sangat sulit untuk membuat suatu instrumen yang sangat presisi. Dan juga, biaya produksi instrumen tersebut akan sangat tinggi sehingga instrumen yang diproduksi tidak dapat kompetitif secara ekonomi di pasaran.

Ada dua hal yang harus dipahami perbedaannya, yaitu “Penghindaran/eliminasi *error*” dan “kompensasi *error*”. “Penghindaran/eliminasi *error*” adalah suatu proses untuk membuat suatu geometri komponen dengan seakurat mungkin (seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya). Dengan strategi “penghindaran *error*”, dibutuhkan biaya yang sangat tinggi untuk mencapai suatu tingkat akurasi yang tinggi. Sedangkan, “Kompensasi *error*” adalah suatu proses untuk memisahkan dan mengkuantifikasi suatu *error* dari suatu signal/hasil pengukuran, sehingga *error* yang terkuantifikasi dapat ditambahkan atau dikurangi sebesar nilai *error* tersebut, sehingga pada akhirnya, hanya sinyal/hasil pengukuran yang didapatkan (karena *error* pada sinyal/hasil pengukuran yang ada sudah dikompensasi sebesar nilai *error* tersebut). dengan metode “kompensasi *error*” suatu instrumen dengan tingkat akurasi yang tinggi dapat dibuat dengan biaya produksi yang jauh lebih rendah.

Hal yang perlu dipahami untuk “kompensasi *error*” adalah *error-error* pada instrumen (misalnya yang berasal

dari error geometri setiap komponennya dan error-error dari sumber lainnya) harus bersifat sistematis, yaitu konstan dan dapat diprediksi dan hanya sedikit dari error acak. Hanya error sistematis yang bisa dikompensasi karena error tersebut konsisten (*repeatable*). Sedangkan, error acak tidak dapat dikompensasi karena tidak dapat diprediksi. Error acak hanya bisa diatasi dengan strategi kontrol berbasis *real time* yang merupakan sesuatu yang kompleks.

Suatu instrumen pengukuran haruslah mempunyai tingkat akurasi yang sangat tinggi. Sebuah instrumen pengukuran dikatakan dapat mengukur suatu benda secara efektif dan efisien apabila tingkat akurasi instrumen tersebut minimal satu magnitudo lebih besar dari benda yang diukur. Sebagai contoh, untuk pengukuran *roundness* suatu silinder dengan nilai *roundness* nominalnya sebesar 0.05 mm, maka besarnya error *roundness* dari *spindle* suatu instrumen pengukuran yang digunakan maksimal boleh bernilai 0.005 mm atau lebih kecil lagi. Apabila error *roundness* dari *spindle* instrumen tersebut besar (misalnya 0.1 mm), maka hasil pembacaan pengukuran *roundness* silinder tersebut akan tidak mempunyai arti karena yang terbaca adalah error *roundness* dari *spindle* instrumen tersebut. Target utama dari kompensasi error adalah untuk membuat suatu instrumen dengan tingkat akurasi dan presisi yang tinggi dengan biaya serendah mungkin (atau rasional).

Terdapat berbagai macam cara untuk dapat memisahkan, mengkuantifikasi dan mengkompensasi suatu error pada suatu instrumen pengukuran yang sebagian akan dibahas dalam bab ini.

8.2 Jenis-jenis kompensasi error

Pada kenyataannya, setiap instrumen yang bergerak akan mencapai suatu posisi yang diperantahkan, misalnya oleh sistem kontrol, pada akhirnya akan bergerak mencapai suatu posisi yang tidak sesuai dengan yang diperintahkan. Perbedaan antara posisi yang diperintahkan dan posisi aktualnya adalah error posisi, yang ingin dikompensasi. Terdapat berbagai macam jenis atau strategi untuk kompensasi error. Selain itu, terdapat banyak metode untuk klasifikasi dari jenis-jenis kompensasi error tersebut. Namun demikian, terdapat dua jenis klasifikasi dari kompensasi error yang paling umum, yaitu berdasarkan perangkat keras atau lunak dan berdasarkan *non-real-time* dan *real-time*.

8.2.1 Kompensasi berbasis perangkat keras dan lunak

Kompensasi error berdasarkan bagaimana penerapannya pada suatu instrumen dibagi menjadi dua jenis, yaitu: kompensasi error berbasis perangkat keras (*hardware*) dan perangkat lunak (*software*). Kompensasi error berbasis perangkat lunak disebut juga sebagai kompensasi numerik (*numerical compensation*). Pada umumnya, kedua metode kompensasi error tersebut membutuhkan sebuah model matematis dari sistem kinematik sebuah instrumen. Dari model matematis tersebut, error pada setiap lokasi posisi aktuator dari suatu instrumen dapat dipetakan. Hasil dari pemetaan error tersebut dinamakan peta error (*error map*). Peta error adalah sebuah fungsi yang memberikan nilai error pada setiap posisi aktuator dari sebuah instrumen.

Kompensasi berbasis perangkat keras adalah suatu proses untuk mengkompensasi error dari suatu lokasi aktuator dengan cara menerapkan sebuah sistem perangkat keras ke aktuator tersebut. Gambar 1 memperlihatkan contoh dari implementasi kompensasi error berbasis perangkat keras. Pada gambar 1, diperlihatkan sebuah wahan gerak linier (*linear motion stage*) yang bergerak pada sebuah jalur (*guide*). Tentu saja dalam aplikasinya, baik jalur dan wahana tersebut mempunyai suatu error geometri yang disebabkan dari ketidaksempurnaan sebuah proses manufaktur yang membuat komponen-komponen tersebut. Pada kasus ini, apabila sebuah proses *finishing* dilakukan untuk memperbaiki error geometri dari jalur atau wahana tersebut (misalnya dengan proses *scrapping*), maka proses tersebut dinamakan “penghidaran/eliminasi error” dan bukan “kompensasi error”. Untuk kompensasi error, sebuah model matematis yang memetakan error pada setiap lokasi pergerakan wahana tersebut digunakan untuk mengkuantifikasi atau memprediksi error pada setiap lokasi wahana tersebut terhadap jalur-nya (*guide*). Setelah itu, sebuah sistem perangkat keras diaplikasikan pada wahana tersebut sedemikian rupa sehingga apabila ada error pergerakan wahana tersebut pada suatu lokasi di jalurnya, maka sistem perangkat keras tersebut akan mengkompensasi wahana tersebut dengan mengatur jarak (*gap*) antara wahana tersebut dan kedua dinding dari jalur wahana tersebut (gambar 1).

Gambar 1: Kompensasi error berbasis perangkat keras: elemen *piezzo-electric* digunakan untuk mengatur gap antara stage (nomor 1) dan guide way (nomor 2) untuk mengurangi error *straightness*.

Pada gambar 1, terdapat empat elemen piezzo yang dipasang pada wahana tersebut, yaitu P_1 , P_2 , P_3 dan P_4 . P_1 dan P_3 adalah aktuator elemen piezzo yang mengatur jarak antara wahana tersebut dengan dinding jalur sebelah kirinya. Sedangkan, P_2 dan P_4 adalah elemen piezo yang mengatur jarak antara wahana tersebut dengan dinding disebelah kanannya. Ketika wahana tersebut (nomor 1 pada gambar 1) bergerak pada posisi tertentu, error *straightness* dari wahana tersebut yang didapatkan dari peta errornya, akan didapatkan. Sehingga, apabila wahana tersebut mempunyai error ke arah dinding jalur kirinya, maka elemen piezzo P_1 dan P_3 akan mendorong balik wahana tersebut ke arah kanan, sehingga posisi wahana tersebut pada lokasi tersebut dapat dikoreksi, dan sebaliknya. Kompensasi error berbasis perangkat keras membutuhkan biaya yang lebih tinggi dari pada berbasis perangkat lunak.

Gambar 2: Kompensasi error berbasis perangkat lunak: kompensasi error dengan memodifikasi perintah pergerakan dari sistem kontrol numerik.

Kompensasi error berbasis perangkat lunak adalah suatu proses kompensasi error dengan cara mengkoreksi error posisi, yang didapatkan dari peta error pada lokasi tertentu, aktuator sebuah instrumen dengan cara mengkoreksi posisi aktuator tersebut dengan memerintahkan sistem kontrol numerik untuk bergerak sebesar lawan dari error tersebut. proses tersebut tidak menggunakan perangkat keras yang dipasang pada aktuator tersebut, melainkan hanya mengandalkan perangkat lunak untuk memerintahkan sistem kontrol untuk mengkoreksi posisi yang diperintahkan ke aktuator tersebut.

Gambar 2 memperlihatkan kompensasi error berbasis perangkat lunak. Pada gambar 2, diperlihatkan bahwa suatu sistem kontrol numerik memerintahkan aktuator untuk bergerak sebesar X . dari sinyal perintah tersebut, mekanisme

feeding menggerakkan aktuator sehingga aktuator bergerak sebesar X . Namun demikian, pada kenyataannya, posisi aktual dari aktuator tersebut tidak tepat sebesar X karena terdapat error sebesar ΔX . Sehingga, posisi aktual dari aktuator tersebut adalah sebesar $X + \Delta X$. dengan sistem kompensasi error berbasis perangkat lunak, error ΔX tersebut pada lokasi aktual aktuator tersebut didapatkan dari peta error yang sudah dibangun sebelumnya. Dengan demikian, sistem perangkat lunak tersebut memberikan *feedback* kepada sistem kontrol numerik tersebut agar mengoreksi posisinya sebesar ΔX . Dengan demikian, posisi aktual dari aktuator tersebut setelah terkompensasi adalah sebesar $X - \Delta X + \Delta X = X$. Dengan demikian posisi aktuator yang diperintahkan oleh sistem kontrol numerik sama dengan posisi aktual dari aktuator tersebut.

Namun demikian, kompensasi error berbasis perangkat lunak mempunyai suatu batasan, yaitu kompensasi error berbasis perangkat lunak hanya dapat diaplikasikan pada suatu proses permesinan “titik” (misalnya proses bubut/*turning*) dan suatu proses pengukuran “titik” (misalnya CMM berbasis kontak dengan sistem *tactile probing*). “titik” tersebut adalah aktuator dari instrumen hanya berinteraksi dengan suatu benda pada satu titik lokasi dipermukaan benda tersebut. namun demikian, pada kasus lainnya, misalnya untuk kasus pengeboran (*drilling*) dan kasus pengukuran menggunakan non-kontak CMM yang mendeteksi titik berupa area, sulit untuk mengoreksi error posisi pada posisi yang diperintahkan oleh sistem kontrol numeriknya (Hocken dan Pereira 2012).

8.2.1 Kompensasi berbasis *non-real-time* dan *real-time*

Kompensasi error, berdasarkan kapan waktu kuantifikasi error dilakukan pada suatu instrumen pengukuran, terbagi menjadi dua jenis, yaitu: *non-real-time* dan *real-time*. Pada prinsipnya, kompensasi error berbasis *non-real-time* hanya dapat mengkompensasi dan mengoreksi error yang bersifat sistematis. Sedangkan, kompensasi error berbasis *real-time* dapat mengkompensasi dan mengoreksi error baik yang sistematis maupun acak (*random error*). Pada aplikasinya, kompensasi error berbasis *real-time* pada umumnya lebih sulit untuk diterapkan karena berhubungan langsung dengan *noise-noise* yang bersifat non-linier dan susah untuk diprediksi, misalnya variasi temperatur, variasi tekanan atmosfer lingkungan dan efek dinamika dari pergerakan komponen-komponen yang menyebabkan vibrasi.

Kompensasi error berbasis *non-real-time* dilakukan dengan menyimpan sistematis error suatu instrumen dalam sebuah memori komputer. Sistematis error tersebut sudah dikuantifikasi sebelumnya. Misalnya error posisi sebuah CMM dikuantifikasi dengan mengukur sebuah *gauge block* atau artifak terkalibrasi lainnya. Perbedaan hasil pengukuran CMM tersebut dengan *gauge block* tersebut merupakan error pada posisi pengukuran atau lokasi pengukuran tersebut. Proses ini dilakukan pada setiap lokasi pengukuran dalam volume pengukuran CMM tersebut dan peta error untuk volume pengukuran tersebut dapat dikonstruksi. Dengan adanya peta error tersebut, maka setiap pengukuran yang dilakukan CMM tersebut akan dipetakan pada peta error tersebut untuk suatu lokasi pengukurannya tersebut. sehingga, untuk lokasi pengukuran tersebut, error dari CMM tersebut diketahui dan kompensasi error tersebut dapat dilakukan. Pembuatan peta error dengan melakukan pengukuran *gauge block* pada setiap lokasi volume pengukuran atau pengukuran error dengan menggunakan interferometri laser membutuhkan waktu dan sumber daya operator yang lama. Alternatif lainnya adalah dengan menggunakan model kinematik dari CMM tersebut dan hanya mengkuantifikasi error CMM tersebut pada beberapa posisi atau lokasi pengukuran. Dengan adanya model kinematik CMM tersebut, maka error pada lokasi lainnya dapat diprediksi dengan menggunakan model kinematik tersebut.

Kompensasi error berbasis *real-time* adalah suatu metode kompensasi error yang dilakukan pada saat suatu pengukuran berlangsung. Dengan metode kompensasi *real-time* tersebut, maka error suatu proses pengukuran langsung dikuantifikasikan pada saat itu juga (Huang dan Ni 1995). Pada umumnya, definisi error dengan metode tersebut adalah perbedaan posisi suatu komponen instrumen pengukuran dengan posisi yang diperintahkan oleh sistem kontrol numerik (*numerical control/NC*). Maka dari itu, sebuah sistem *close-loop* wajib dibutuhkan untuk kompensasi error *real-time*. Karena, sebuah sistem untuk memberikan informasi balik posisi suatu komponen instrumen pengukuran saat itu ke sistem kontrol numerik untuk dapat mengoreksi posisi komponen tersebut agar sesuai dengan posisi atau lokasi yang diperintahkan. Kompensasi error *real-time* sulit untuk diterapkan karena terdapat berbagai sumber error lainnya yang tidak linier dan sulit untuk diprediksi seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Selain itu, penerapan kompensasi error secara *real-time* membutuhkan biaya yang mahal. Namun demikian, apabila kompensasi error *real-time* dapat diterapkan, maka error sistematis dan acak dapat dikompensasi. Sehingga, suatu instrumen pengukuran yang menerapkan metode kompensasi error *real-time* tersebut akan mempunyai tingkat akurasi yang sangat tinggi.

8.3 Tahapan kompensasi error

Untuk menerapkan suatu sistem kompensasi error pada suatu instrumen untuk meningkatkan akurasi dari instrumen tersebut melebihi dari tingkat akurasi geometri komponen-komponen penyusunnya, terdapat tahapan-tahapan yang harus dilakukan, yaitu: pembuatan model matematis dari error untuk suatu instrumen (peta error), kalibrasi dari instrumen tersebut dan, perangkat lunak dan peralatan lainnya yang dibutuhkan untuk menerapkan suatu sistem kompensasi error pada instrumen tersebut.

8.3.1 Pembuatan model matematis dari error: analitik atau empiris

Pembuatan peta error dengan membuat sebuah model matematis yang menrepresentasikan suatu error pada suatu posisi atau lokasi tertentu pada suatu volume pengukuran dapat dilakukan secara analitik atau empiris. Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya, pembuatan peta error tersebut untuk proses kompensasi error hanya berlaku untuk error sistematis (Sartori dan Zhang 1995). Kondisi-kondisi suatu error sistematis yang layak untuk dikompensasi adalah:

- Besarnya sistematis error yang akan dikompensasi harus secara signifikan lebih besar dari error acak, dengan kata lain, instrumen yang akan dikompensasi harus “*repeatable*”.
- Keuntungan yang diekspektasi harus dapat menjustifikasi biaya tambahan untuk melakukan kompensasi error.
- Laju perubahan spasial dari suatu error harus jauh lebih rendah dibandingkan interval standar dimensi yang digunakan untuk mengkuantifikasi error tersebut. Hal ini menunjukkan pentingnya memilih peralatan yang digunakan untuk mengkompensasi suatu error, misalnya apakah menggunakan standar kontinu yaitu interferometri laser atau menggunakan standar diskontinu, seperti *ball bars*, *ball-plates* dan *gauge-block*.
- Suatu instrumen yang dikompensasi harus mempunyai koordinat sistem absolut. Selain itu, nilai ketidakpastian pusat dari sistem koordinat absolut tersebut harus lebih rendah dari laju perubahan spasial dari suatu error yang akan dikompensasi.
- Performansi komputer (kecepatan hitung, resolusi, frekuensi koreksi spasial, dan lain-lain) dan servo (dan peralatan lainnya yang dibutuhkan) harus cukup untuk memenuhi kebutuhan suatu proses kompensasi error.
- Model dari error pada suatu instrumen (model dari peta error) harus tersedia. Model tersebut adalah sebuah model matematis dari error yang merelasikan sumber-sumber error dan nilai akhir dari error-error dan untuk menentukan parameter mana dari model tersebut yang dapat ditentukan secara eksperimen.

Model matematis berbasis analitik dari error suatu instrumen bergantung pada jenis sumber error apa yang diperhitungkan atau dipertimbangkan dalam membuat model matematis tersebut (Schwenke et al 2008). Jenis-jenis sumber error yang terdapat pada suatu instrumen pengukuran adalah:

- Error kinematik
Error kinematik didefinisikan sebagai error yang berasal dari ketidaksempurnaan geometri dari komponen-komponen karena variasi dari proses-proses manufaktur. Selain itu, error kinematik disebabkan oleh kesalahan konfigurasi, seperti kesalahan alignment antara dua aksis. Error kinematik merupakan error utama yang paling pertama dipertimbangkan dalam merekonstruksi suatu model matematis error suatu instrumen.
- Error termo-mekanik
Error termo-mekanik adalah error yang diakibatkan ekspansi atau penyusutan dimensi dari geometri suatu komponen. Hal tersebut disebabkan karena adanya perubahan temperatur dari dalam atau luar suatu instrumen. Pada dasarnya, sebuah material mempunyai suatu koefisien ekspansi termal yang menringidikasikan seberapa besar material tersebut akan berekspansi atau menyusut proporsional terhadap naik turunnya temperatur pada material tersebut.
- Error beban (*load*)
Error beban adalah deformasi suatu komponen karena adanya beban yang diberikan kepadanya. Error ini diikutsertakan apabila suatu model matematis error mengasumsikan suatu instrumen sebagai “non-rigid

body". Hal tersebut disebabkan karena setiap material mempunyai tingkat *stiffness* (kekakuan) yang terbatas (*finite stiffness*). Error beban tersebut pada situasi tertentu dapat lebih besar dari pada error kinematik suatu komponen karena, misalnya, adanya *bending* atau lendutan pada komponen tersebut.

- Error dinamik
Error dinamik adalah error yang disebabkan karena adanya percepatan dan atau perlambatan dari pergerakan suatu instrumen. Efek dari error dinamik adalah adanya vibrasi pada komponen-komponen suatu instrumen yang mengakibatkan adanya pergeseran atau perpindahan posisi komponen-komponen tersebut. Maka dari itu, pada umumnya kecepatan pergerakan suatu instrumen diset pelan.
- Error kontrol pergerakan
Error kontrol pergerakan adalah error yang disebabkan karena kesalahan sistem pengontrolan yang bisa disebabkan karena kesalahan komponen pengontrol, misalnya aktuator, atau karena kesalahan perangkat lunak dan algoritma kontrol.

Kelebihan dari model matematis berbasis analitik adalah kuantifikasi error tidak dilakukan dalam jumlah yang sangat banyak, tetapi jumlah error yang diquantifikasi adalah sejumlah titik yang cukup untuk mengestimasi parameter-parameter dari model analitik tersebut. Hal ini sangat mengurangi biaya kalibrasi instrumen. Kelemahan model analitik adalah tingkat akurasi model analitik tersebut tergantung pada asumsi dari sumber error yang mana yang dianggap penting, misalnya error kinematik dan error beban. Semakin banyak asumsi sumber error untuk suatu model analitik, maka model analitik tersebut akan semakin kompleks.

Model matematis berbasis empiris dari error suatu instrumen adalah model pemetaan error pada suatu grid posisi di dalam volume pengukuran suatu instrumen (gambar 3). Pada pemetaan empiris tersebut, error-error dipetakan pada setiap posisi di dalam suatu volume pengukuran dengan suatu kepadatan tertentu, misalnya, error diquantifikasi dan dipetakan pada setiap posisi dengan kepadatan 1 mm. sebagai contoh, apabila volume pengukuran suatu instrumen adalah sebesar $(100 \times 100 \times 100)$ mm, maka jumlah error yang harus diquantifikasi dan dipetakan dengan kepadatan setiap 1 mm berjumlah 1000000 titik posisi!. Error pada suatu titik diantara grid titik-titik posisi tersebut akan diinterpolasi dengan suatu fungsi tertentu, misalnya dengan interpolasi linier.

Gambar 3: Pemodelan error berbasis empiris pada suatu instrumen berdasarkan grid posisi di dalam volume pengukurannya. Gambar kanan adalah peta error pada sejumlah titik-titik lokasi di dalam volume pengukurannya. Error pada lokasi diantara titik-titik posisi tersebut akan diinterpolasi, misalnya dengan interpolasi linier untuk mengestimasi error pada titik yang belum terpetakan.

Kelebihan model empiris adalah peta error yang didapatkan merupakan representasi error pada kondisi riil suatu instrumen yang sedang dimodelkan dan model empiris tersebut tidak berupa fungsi matematis yang kompleks. Namun demikian, model error empiris membutuhkan sangat banyak kuantifikasi error pada titik-titik posisi di dalam suatu volume pengukuran. Apabila peta error dari model empiris tersebut ingin dibuat untuk suatu volume pengukuran dengan tingkat kepadatan titik-titik yang sangat tinggi, maka jumlah kuantifikasi error menjadi akan sangat banyak. Hal ini menyebabkan biaya untuk kalibrasi instrumen tersebut menjadi sangat tinggi.

8.3.2 Perangkat lunak dan peralatan untuk kompensasi

Peran dari perangkat lunak untuk mengkompensasi error adalah sangat penting, bukan hanya untuk kompensasi error berbasis perangkat lunak saja, tetapi juga untuk kompensasi error berbasis perangkat keras. Peran perangkat lunak untuk kompensasi error berbasis perangkat keras adalah untuk menentukan error pada suatu lokasi atau posisi tertentu dibutuhkan sebuah perangkat lunak untuk menentukan besarnya error dari suatu peta error yang telah tersimpan sebelumnya didalam perangkat lunak tersebut.

Namun demikian, perangkat keras (atau peralatan-peralatan) sangat penting perannya untuk mengkuantifikasi error-error, yang merupakan parameter-parameter dari model matematis suatu error, secara eksperimental. Tabel 1 memperlihatkan contoh-contoh dari peralatan-peralatan yang umumnya digunakan untuk menentukan suatu error secara eksperimental. Error-error yang ditentukan secara eksperimental pada umumnya adalah error-error geometri dari komponen-komponen suatu instrumen.

Table 1: Peralatan-peralatan untuk mengkuantifikasi error secara eksperimental (Sartori dan Zhang 1995).

Tipe dari error geometrik	Peralatan yang digunakan untuk menentukan error tersebut
Error posisi (error skala pembacaan)	<ul style="list-style-type: none"> - Interferometri laser - Set dari end-bar atau gauge-block - Ball arrays - Step Gauges
Error <i>straightness</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Mekanikal dan optikal <i>straightedge</i> - <i>Reflektor</i> - Laser beam - Capacitance gauge - Gauge elektronik (LVDT) - Interferometri laser berbasis <i>plane mirror</i> - <i>Photodiode</i>
Error <i>angular</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Autocolimator - Interferometri laser angular - Level mekanik - Level elektronik - Alat ukur <i>straightness</i> yang terpisah dengan jarak tertentu
Error <i>squareness</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Square mekanikal yang dilengkapi dengan colimator - Pengukuran diagonal

Error <i>Parallelism</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Colimator yang dilengkapi dengan square optikal - Interferometri laser dengan square optik
--------------------------	---

8.3.3 Kalibrasi instrumen

Kuantifikasi error-error pada suatu instrumen secara eksperimental adalah tidak mudah. Terdapat berbagai macam metode atau prosedur untuk mengkuantifikasi secara eksperimental untuk setiap jenis error (Schwenke et al 2008). Hal penting yang perlu diingat adalah instrumen yang digunakan untuk mengukur atau mengkuantifikasi error-error suatu instrumen haruslah mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang tinggi serta mempunyai rantai keterlacakan (*traceable*) ke definisi meter. Karena, esensi dari kalibrasi adalah untuk menciptakan rantai keterlacakan dengan terkuantifikasinya ketidakpastian dari error yang terukur tersebut. Selain itu, pada umumnya error-error pada suatu instrumen pengukuran adalah kecil, sehingga untuk menghasilkan suatu kuantifikasi error yang rasional, maka suatu instrumen pengukuran untuk mengukur error tersebut haruslah mempunyai error sepuluh kali lipat lebih kecil dari error yang akan diukur tersebut.

Terdapat dua jenis metode untuk melakukan kalibrasi suatu instrumen, yaitu metode pengukuran langsung dan metode pengukuran tidak langsung (Schwenke et al 2008). Metode pengukuran langsung adalah pengukuran error yang memungkinkan dilakukan untuk sebuah aksis pada satu waktu tanpa mengikutsertakan aksis-aksis lainnya. Sedangkan, metode pengukuran tidak langsung adalah pengukuran error yang melibatkan lebih dari satu aksis (multipel aksis). Pada umumnya, pengukuran langsung menggunakan sebuah sistem interferometri laser dan pengukuran tidak langsung menggunakan artifak, seperti *ball-bar* dalam *R-test*, *gauge block* dan kalibrated artifak lainnya.

Metode pengukuran langsung

Pengukuran error secara langsung Dengan interferometri untuk mengukur error posisi, angular, *straightness* dan *perpendicularity* (*squareness*). Pembahasan detail mengenai suatu sistem interferometri laser dapat dilihat pada bab 4 tentang pengukuran dimensi dan geometri. Gambar 5a, gambar 5b dan gambar 5c memperlihatkan metode pengukuran langsung error posisi, angular dan perpendicularity suatu aksis dengan menggunakan sistem interferometri laser.

Pada gambar 5a, pengukuran error posisi suatu aksis yang dilakukan dengan suatu sistem interferometri laser diperlihatkan. Pada pengukuran tersebut, dibutuhkan sebuah sistem optik yang terdiri dari *beam splitter*, untuk membagi laser ke reference mirror dan ke reflektor, dan lensa reflektor untuk memnatulkan balik laser ke sumbernya untuk dianalisis. Posisi error adalah perbedaan antara posisi aksis yang diperintahkan sistem kontrol dan posisi aksis yang terbaca oleh interferometri tersebut.

Pada gambar 5b, pengukuran error *straightness* diperlihatkan dengan sebuah sistem interferometri laser. Pada pengukuran error tersebut, sistem optik yang digunakan berbeda dengan sistem optik untuk pengukuran error posisi. Pada pengukuran *straightness*, lensa reflektornya tidak rata, melainkan berbentuk “V” yang lebih besar. Apabila terdapat error *straightness* pada aksis yang terukur, maka laser yang dipantulkan balik tidak akan menuju titik tengah dari sistem optiknya.

Pada gambar 5c, pengukuran error angular diperlihatkan dengan sebuah sistem interferometri laser. Error pengukuran angular yang diukur adalah error *pitch* and *yaw*, dan bukan *roll*. Pada pengukuran error tersebut, lensa reflektor yang digunakan terdiri dari dua reflektor yang berbentuk “V”. Pada bagian beam splitter, laser terbagi menjadi dua bagian, sehingga terdapat dua jalur laser. Apabila terdapat error angular pada suatu aksis yang diukur, maka kedua bagian laser tersebut akan mempunyai panjang jalur yang berbeda, sehingga kedua bagian laser tersebut yang terpantulkan akan sampai ke sensor detektor laser pada waktu yang berbeda (terdapat perbedaan fase).

Hal yang paling penting untuk diingat adalah pengukuran dengan sistem interferometri laser adalah sangat sensitif. Bukan hanya variasi temperatur, perubahan tekanan udara dan kelembapan lingkungan akan berpengaruh terhadap hasil pengukurannya. Selain itu, gangguan vibrasi yang kecil juga akan mempengaruhi hasil pengukurannya.

Gambar 4: Proses kuantifikasi error dengan menggunakan sebuah interferometri laser dan ball-bar. Kuantifikasi error tersebut terbagi menjadi dua jenis: kuantifikasi error secara langsung dan tidak langsung. Kuantifikasi error secara langsung: (a), (b) dan (c). Kuantifikasi error secara tidak langsung: (d) (Schwenke et al 2008).

Metode pengukuran tidak langsung

Metode pengukuran tidak langsung memberikan hasil bacaan error terkomposisi yang bersasal dari pergerakan lebih dari satu aksis (pergerakan dari multipel aksis). Metode pengukuran tidak langsung diperlihatkan pada gambar 4d untuk sebuah R-test dan gambar 5 untuk pengukuran artifak terkalibrasi. Pada gambar 4d, *R-test* menggunakan sebuah *ball-bar* yang terdiri dari *load-cell* dan pada umumnya digunakan untuk mengukur error rotasi. *R-test* dilakukan dengan menempatkan salah satu ujung *ball-bar* pada meja rotasi dan ujung lainnya pada spindle atau sesuatu yang diam atau tetap. Kemudian, meja rotasi yang diukur dirotasi, apabila ada error rotasi, maka *load cell* pada *ball-bar* tersebut akan membaca atau mendeteksi adanya *axial stress*. *R-test* membutuhkan pergerakan dari dua aksis sehingga error yang terbaca merupakan kombinasi error dari pergerakan dua aksis.

Gambar 5: Contoh lain dari kuantifikasi error secara tidak langsung (selain dengan *R-test*) berdasarkan pengukuran suatu artifak terkalibrasi.

Pada gambar 5, diperlihatkan pengukuran error secara tidak langsung dengan mengukur artifak-artifak terkalibrasi. Pada gambar 5, diperlihatkan artifak terkalibrasi yang pada umumnya berbentuk lingkaran atau bola. Pada umumnya, dengan metode ini, error didefinisikan sebagai perbedaan jarak antara dua titik tengah lingkaran atau bola yang terkalibrasi dan yang terukur dengan suatu instrumen yang sedang dites. Untuk mengukur fitur-fitur lingkaran dan bola tersebut, diperlukan pergerakan dari dua aksis, sehingga error yang terukur berasal dari kombinasi dari kedua aksis tersebut. hal penting yang perlu diingat adalah fitur lingkaran dan bola paling sering digunakan sebagai fitur untuk suatu artifak terkalibrasi. Hal ini disebabkan karena untuk mengukur fitur lingkaran atau bola tersebut, dibutuhkan pergerakan yang berasal dari dua arah yang saling simetri pada setiap titiknya, sehingga error sistematik dari pergerakan aksis atau lainnya dapat diminimalisasikan.

8.4 Model matematis dari error instrument pengukuran CMM

Pada bagian ini, model matematis yang dipresentasikan adalah untuk konfigurasi CMM FXYZ dan hanya mempertimbangkan error kinematik (Zhang et al 1985). Konfigurasi FXYZ CMM adalah jenis konfigurasi yang paling umum di industri-industri. Pada konfigurasi tersebut, benda kerja yang diukur tetap dan sistem probing CMM dapat bergerak relatif terhadap benda kerja tersebut pada arah X, Y dan Z. Konfigurasi CMM FXYZ dan konfigurasi lainnya yang melibatkan tiga aksis mempunyai total error kinematik sebanyak 21 error. Gambar 6 memperlihatkan total 21 error tersebut, yang berjumlah 18 error dari setiap aksisnya dan 3 error perpendicularity antara dua dari tiga aksis tersebut. Model matematis error berdasarkan sumber error kinematik hanya memperhitungkan error geometri pada komponen-komponen suatu CMM dan tidak memperhitungkan sumber-sumber error lainnya, seperti beban, efek termal dan lainnya, sehingga model jenis ini dinamakan juga sebagai model “rigid-body. Model “Rigid body“ mengasumsikan bahwa geometri CMM tidak terjadi lendutan atau lendutan yang terjadi sangat kecil dan dapat diabaikan.

Terdapat juga model matematis untuk berbagai jenis konfigurasi CMM dan mempertimbangkan berbagai jenis error lainnya: error termo-mekanik, error beban, error dinamik dan error kontrol pergerakan (Hocken dan Pereira 2012).

Gambar 6: Total 21 error kinematik untuk tiga aksis CMM.

Model matematis yang mempertimbangkan model “rigid body”, yaitu hanya mempertimbangkan sumber error kinematik dibahas oleh Zhang et al 1985. Pada laporan dari Zhang tersebut, dengan kompensasi error yang diterapkan, dapat meningkatkan akurasi dari suatu CMM dengan konfigurasi FXYZ sebanyak 10 kali lipat dibandingkan dengan apabila tidak dilakukan kompensasi error.

Model matematis tersebut adalah sebagai berikut (lihat gambar 7). Pada gambar 7, terdapat empat sistem koordinat yang saling independen, yaitu: sistem koordinat pada meja CMM (O, X, Y, Z), sistem koordinat pada aksis-Y/bridge (O_1, X_1, Y_1, Z_1), sistem koordinat pada aksis X (O_2, X_2, Y_2, Z_2) dan sistem koordinat pada aksis-Z/Ram (O_3, X_3, Y_3, Z_3). Konfigurasi wahana bergerak dari CMM tersebut adalah wahana aksis-X ditempatkan pada wahana aksis-Y dan wahana aksis-Z ditempatkan pada wahana aksis-X.

Notasi matematis pada pemodelan error tersebut adalah sebagai berikut: Argumen atau variabel merepresentasikan arah pergerakan dan subscript merepresentasikan arah dari error. Misalnya, $\delta_x(Y)$ adalah error *straightness* pada arah x untuk pergerakan arah Y . $\varepsilon_x(Y)$ adalah error rotasi terhadap sumbu x untuk pergerakan pada arah Y .

Asumsi awal adalah semua ke-empat aksis tersebut saling berhimpit pada posisi awal. Dengan kata lain, posisi awal dari probe CMM tersebut berada pada pojok depan CMM tersebut pada gambar 7. Pergerakan awal untuk mencapai posisi pada gambar 7 adalah dimulai dengan menggerakkan aksis-Y. Sehingga, ketiga bridge/aksis-Y bergerak sebanyak jarak Y , maka posisi aktual dari sistem koordinat bridge/aksis-Y, yaitu O_1 , adalah direpresentasikan

Gambar 7: Diagram dari CMM dengan konfigurasi FXYZ yang akan dimodelkan sebagai “rigid body”.

dengan sebuah vektor:

$$\overrightarrow{OO_1} = \begin{bmatrix} \delta_x(Y) \\ Y - \delta_y(Y) \\ \delta_z(Y) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Bukan hanya error straightness, ketika aksis-Y bergerak, maka akan ada rotasi aksis-Y/bridge terhadap sistem koordinat meja. Error rotasi tersebut dapat direpresentasikan sebagai:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z(Y) & -\varepsilon_y(Y) \\ -\varepsilon_z(Y) & 1 & \varepsilon_x(Y) \\ \varepsilon_y(Y) & -\varepsilon_x(Y) & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Demikian juga ketika wahana aksis-X bergerak sebanyak jarak X, maka sistem koordinat O_1 ke O_2 adalah:

$$\overrightarrow{O_1O_2} = \begin{bmatrix} X - \delta_x(X) \\ -X \cdot \alpha + \delta_y(X) \\ \delta_z(X) \end{bmatrix} \quad (3)$$

dimana sudut α adalah erro squareness (perpendicularity) antara aksis-X dan aksis-Y. Demikian juga ketika wahana aksis-Z bergerak sebanyak jarak Z, maka sistem koordinat O_2 ke O_3 adalah:

$$\overrightarrow{O_2O_3} = \begin{bmatrix} -Z \cdot \beta_1 + \delta_x(Z) \\ -Z \cdot \beta_2 + \delta_y(Z) \\ Z - \delta_z(Z) \end{bmatrix} \quad (4)$$

dimana sudut β_1 dan β_2 adalah erro squareness (perpendicularity) Z terhadap bidang-XY. Error rotasi untuk O_2 dan adalah O_3 :

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z(X) & -\varepsilon_y(X) \\ -\varepsilon_z(X) & 1 & \varepsilon_x(X) \\ \varepsilon_y(X) & -\varepsilon_x(X) & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z(Z) & -\varepsilon_y(Z) \\ -\varepsilon_z(Z) & 1 & \varepsilon_x(Z) \\ \varepsilon_y(Z) & -\varepsilon_x(Z) & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Titik P didefinisikan sebagai sebuah titik yang mempunyai koordinat (X_p, Y_p, Z_p) pada sistem koordinat ram/aksis-Z. Maka, koordinat titik P berdasarkan sistem koordinat meja CMM tersebut, yaitu (X', Y', Z') , ditentukan sebagai berikut:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OO_1} + R_1^{-1} \left(R_2^{-1} \left(R_3^{-1} \overrightarrow{O_3P} + \overrightarrow{O_2O_3} \right) + \overrightarrow{O_1O_2} \right) \quad (7)$$

Dari persamaan (7), maka fungsi-fungsi error terhadap suatu posisi adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \Delta X &= -\delta_x(X) + \delta_x(Y) + \delta_z(X) - Z \cdot \beta_1 + Z \cdot \varepsilon_y(X) + Z \cdot \varepsilon_y(Y) \\ &\quad - Y_p (\varepsilon_z(X) + \varepsilon_z(Y) + \varepsilon_z(Z)) + Z_p (\varepsilon_y(X) + \varepsilon_y(Y) + \varepsilon_y(Z)) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Delta X = X - X' - X_p \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Delta Y &= -\delta_y(Y) + \delta_y(X) + \delta_y(Z) - X \cdot \alpha - Z \cdot \beta_2 + X \cdot \varepsilon_z(Y) - Z \cdot \varepsilon_x(Y) \\ &\quad + X_p (\varepsilon_z(X) + \varepsilon_z(Y) + \varepsilon_z(Z)) - Z_p (\varepsilon_x(X) + \varepsilon_x(Y) + \varepsilon_x(Z)) - Z \cdot \varepsilon_x(X) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Delta Y = Y - Y' - Y_p \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Delta Z &= -\delta_z(Z) + \delta_z(X) + \delta_z(Y) - X \cdot \varepsilon_y(Y) - X_p (\varepsilon_y(X) + \varepsilon_y(Y) + \varepsilon_y(Z)) \\ &\quad + Y_p (\varepsilon_x(X) + \varepsilon_x(Y) + \varepsilon_x(Z)) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Delta Z = Z - Z' - Z_p \quad (13)$$

dimana ΔX , ΔY dan ΔZ adalah error suatu titik P pada arah-X, -Y dan -Z. nilai dari ΔX , ΔY dan ΔZ itulah yang akan dikompensasikan pada sistem kontrol numerik untuk suatu posisi yang diperintahkan. Sehingga, apabila suatu posisi akan dicapai, maka sistem kontrol numerik akan memerintahkan pergerakan ke posisi tersebut setelah dikurangkan dengan ΔX , ΔY dan ΔZ pada posisi tersebut. Interferometri laser atau pengukuran artifak terkalibrasi digunakan untuk mengkuantifikasi 21 error dari parameter-parameter model matematis tersebut.

8.5 Dasar-dasar metode *rehearsal* untuk pemisahan *error* dan *self-calibration*

Metode *rehearsal* adalah sebuah metode untuk memisahkan suatu error yang terkomposisi menjadi komponen-komponen error yang terpisah, sehingga kuantifikasi error-error suatu instrumen dapat dilakukan tanpa menggunakan artifak terkalibrasi atau instrumen kalibrasi, seperti interferometri laser. Kuantifikasi error-error suatu instrument tanpa menggunakan artifak atau instrumen kalibrasi dinamakan *self-calibration*.

Pada bagian ini, metode *rehearsal* paling dasar dipresentasikan untuk menggambarkan secara lebih nyata tentang metode *rehearsal* tersebut. Pada dasarnya, metode *rehearsal* (yang mencakup *self-calibration*) akan melakukan sejumlah pengukuran (minimal dua pengukuran) pengukuran dengan merubah posisi instrumen atau posisi artifak tidak terkalibrasi yang diukur atau kedua-duanya. Syarat utama artifak yang digunakan untuk metode *rehearsal* adalah artifak tersebut mempunyai geometri yang stabil. Dua metode dasar dari *rehearsal* yang akan dibahas adalah: Straightedge *rehearsal* dan Donaldson *rehearsal* (Hocken dan Pereira 2012).

Gambar 8: Metode Straightedge *rehearsal*.

Straightedge *rehearsal* digunakan untuk mengukur error straightness sebuah wahana bergerak (tanpa menggunakan suatu artifak terkalibrasi atau interferometri laser). Gambar 8 memperlihatkan metode Straightedge *rehearsal*. Pada gambar 8, sebuah wahana bergerak yang akan diukur error straightnessnya dipasang sebuah dial-gauge. Kemudian, sebuah straightedge, yang dipasang sejajar, diukur dengan dial-gauge tersebut. tentu saja penempatan straightedge tersebut tidak akan paralel secara sempurna dengan wahana bergerak tersebut, sehingga ada

error *misalignment*. Selain itu, terdapat juga ketidaksempurnaan geometri dari straightedge tersebut. sehingga, error yang terbaca pada dial-gauge tersebut merupakan error straightness dari wahana bergerak tersebut dan error dari *misalignment* dan error geometri straightedge tersebut.

Kemudian, straightedge tersebut dibalik 180° dan kemudian diukur kembali dengan dial-gauge tersebut. pada prinsipnya, bentuk geometri dair straightedge tersebut adalah sama pada kedua posisi straightedge tersebut. Apabila error straightness wahana bergerak tersebut dinotasikan sebagai $M(X)$, error straightness dari straightedge tersebut dinotasikan sebagai $S(X)$, hasil pembacaan pertama dial-gauge I_1 dan hasil pembacaan kedua dial-gauge I_2 , maka error straightness $M(X)$, dari wahana bergerak tersebut dapat dikalkulasi dengan:

$$I_1 - I_2 = M(X) + S(X) - [-M(X) + S(X)] \quad (14)$$

$$M(X) = (I_1 - I_2)/2 \quad (15)$$

Gambar 9: Metode Donaldson *rehearsal*.

Donaldson *rehearsal* digunakan untuk mengukur error radial (*roundness*) dari sebuah wahana rotasi. Gambar 9 memperlihatkan metode Donaldson *rehearsal*. Metode tersebut menggunakan sebuah bola yang tidak terkalibrasi untuk menentukan error radial dari sebuah wahana rotasi. Pada gambar 9, $X(\theta)$ adalah error radial dari suatu wahana bergerak, $R(\theta)$ adalah error *roundness* dari sebuah bola yang ditempatkan pada wahana rotasi tersebut, $I_1(\theta)$ adalah hasil pembacaan dial-gauge pertama dan $I_2(\theta)$ adalah hasil pembacaan dial-gauge kedua.

Metode Donaldson *rehearsal* adalah sebagai berikut (gambar 9). error *roundness* dari bola tersebut diukur dengan sebuah dial-gauge dengan memutar bola tersebut sebanyak 360° . Kemudian, posisi bola tersebut diputar sebesar 180° dari posisi awalnya pada wahana rotasi tersebut dan kemudian error *roundness*-nya diukur lagi dengan dial-gauge tersebut dengan memutar bola tersebut sebanyak 360° . Dengan demikian, seperti persamaan (14) dan (15), error radial (*roundness*) dari wahana rotasi tersebut adalah:

$$I_1 - I_2 = R(\theta) + X(\theta) - [R(\theta) - X(\theta)] \quad (16)$$

$$X(\theta) = (I_1 - I_2)/2 \quad (17)$$

Terdapat jenis-jenis metode rehearsal lainnya yang tidak dibahas dalam bab ini, seperti metode untuk wahana pergerakan 2D (Ye et al 1997).

BAB 9

Ketidakpastian (*uncertainty*)

Dalam setiap pengukuran, ketidakpastian (*uncertainty*) dari hasil pengukuran selalu didapatkan. Dengan kata lain, setiap pengukuran, seperti pengukuran geometri, tekanan dan gaya, yang kita lakukan akan menghasilkan hasil yang berbeda-beda walaupun pengukuran tersebut diulang dan dilakukan oleh operator, alat dan prosedur yang sama. Hasil yang berbeda-beda tersebut biasanya didapatkan dalam kuantitas yang sangat kecil, contoh dalam pengukuran geometri, perbedaan hasil pengukuran dari setiap pengulangan biasanya dalam skala mikro atau bahkan nano (tergantung jenis dan skala pengukuran).

Definisi standar dari ketidakpastian (*uncertainty*) adalah sebuah parameter non-negatif yang merepresentasikan sebaran atau dispersi suatu kuantitas nilai yang diatribusikan ke sebuah *measurand* (properti yang diukur, seperti panjang, diameter, gaya, dan temperatur) berdasarkan informasi yang tersedia (hasil pengukuran) (BIPM 2008a). Definisi aplikatif yang sering dipakai, ketidakpastian adalah sebuah nilai interval dimana kita yakin bahwa nilai yang sebenarnya (*the true value*) dari hasil pengukuran berada di antara interval tersebut.

Ketidakpastian merepresentasikan seberapa besar ketidakpahaman kita terhadap sebuah proses pengukuran. Semakin kecil nilai ketidakpastian dari suatu hasil pengukuran, maka semakin besar pemahaman kita terhadap proses pengukuran tersebut, dan sebaliknya. Ketidakpastian adalah sebuah kuantifikasi dari keraguan kita terhadap hasil pengukuran.

Perlu diketahui bahwa ketidakpastian diasosiasikan hanya kepada sebuah hasil pengukuran, sedangkan kesalahan (*error*) diasosiasikan kepada sebuah sistem atau instrumen pengukuran. Konsep dasar ini perlu diingat untuk menghindari kesalahpahaman dalam komunikasi yang berkaitan dengan sistem dan hasil pengukuran.

9.1 Ekspresi hasil pengukuran yang ideal

Setiap hasil pengukuran dapat direpresentasikan dalam format:

$$y = x \pm U \quad (1)$$

dimana y adalah kuantitas fisik yang diukur (*measurand*), x adalah hasil pengukuran dan U adalah ketidakpastian dari hasil pengukuran (interval hasil pengukuran). Apabila hasil pengukuran tidak disertai dengan nilai ketidakpastiannya, maka hasil pengukuran tersebut tidak reliabel. Dalam bab ini, bagaimana cara mengestimasi U (ketidakpastian) agar mempunyai nilai yang akurat, sehingga dapat diasosiasikan dengan suatu hasil pengukuran, akan dibahas secara detil, dengan kata lain estimasi U yang akurat sehingga tidak melebihi atau kurang dari nilai yang sebenarnya.

Estimasi U yang melebihi atau kurang dari nilai yang sebenarnya mempunyai dampak langsung dalam proses inspeksi kualitas dari suatu produk. Apabila estimasi U terlalu melebihi hasil yang sebenarnya, maka akan banyak produk yang baik, tetapi tidak lolos inspeksi (di bagian selanjutnya akan dibahas lebih detil mengenai aturan inspeksi). Di sisi lain, apabila nilai U terlalu kurang dari nilai yang sebenarnya, maka akan banyak produk yang cacat, tetapi akan lolos inspeksi dan sampai ke konsumen.

Contoh ekspresi hasil pengukuran yang ideal adalah sebagai berikut. Misal kita melakukan pengukuran panjang suatu produk dengan suatu alat ukur, maka ekspresi hasil pengukuran yang ideal adalah:

- Panjang dari produk tersebut = (5 ± 0.5) mm.
- Interval 0.5 mm adalah ketidakpastian U dengan nilai perbesaran $k = 2$ (*expanded uncertainty*) meliputi 95 % interval kepercayaan (*confidence interval*), diasumsikan terdistribusi normal.
- Panjang 5 mm adalah rata-rata dari lima pengulangan pengukuran. Nilai ketidakpastian diestimasi

menggunakan metode *spreadsheet* (akan dijelaskan lebih lanjut). Pengukuran dilakukan di dalam ruangan dengan suhu $(20 \pm 0.5) ^\circ\text{C}$ oleh operator berpengalaman dan berkeahlian.

Contoh di atas menggambarkan bagaimana cara yang ideal untuk merepresentasikan suatu hasil pengukuran lengkap dengan nilai ketidakpastiannya. Dengan representasi pengukuran yang lengkap, maka hasil pengukuran tersebut dinyatakan reliabel dan dapat dikomparasikan dengan hasil lain yang lebih akurat untuk mengetahui tingkat keakuratan pengukuran tersebut. Bab ini akan menjelaskan bagaimana cara mendapatkan nilai-nilai tersebut.

Penetapan nilai pembesaran $k = 2$ berbasis dari pengetahuan kita tentang distribusi hasil pengukuran tersebut (pada umumnya distribusi normal) dan deviasi standar statistik dari hasil pengukuran tersebut. Nilai pembesaran k pada umumnya dibagi menjadi tiga kelas, dengan asumsi distribusi normal (Montgomery 2003), yaitu:

- $k = 1$ untuk interval kepercayaan sekitar 68 % (biasa disingkat σ)
- $k = 2$ untuk interval kepercayaan sekitar 95 % (biasa disingkat 2σ)
- $k = 3$ untuk interval kepercayaan sekitar 99.7 % (biasa disingkat 3σ)

Dua jenis ketidakpastian yang terdapat di dalam standard internasional GUM (BIPM 2008b) adalah:

- **Tipe A**

Ketidakpastian tipe A berbasis perhitungan statistik, yaitu deviasi standar dari data hasil pengukuran. Tipe A pada umumnya berbasis distribusi normal. Ketidakpastian tipe A diformulasikan sebagai:

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}; \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad (2)$$

Dimana i adalah index pengukuran ($i=1,2,3,\dots,N$), x_i adalah nilai pengukuran ke- i dan $\bar{x}$ adalah rata-rata (*mean*) dari sejumlah N pengukuran. σ adalah deviasi standar dari sejumlah data pengukuran. S adalah ketidakpastian tipe A yang merupakan deviasi standar (σ) dari rata-rata $\bar{x}$

- **Tipe B**

Ketidakpastian tipe B adalah semua yang bukan tipe A atau dengan metode lain, seperti: estimasi berdasarkan pengalaman dan keahlian, sertifikasi kalibrasi, toleransi pada gambar desain, hasil yang terpublikasi, data historis hasil pengukuran, estimasi rasional, atau berdasarkan kesalahan (*error*) sistematis. Ketidakpastian tipe B pada umumnya berbasis distribusi *rectangular*, distribusi bentuk-U dan distribusi *triangular*.

9.2 Model pengukuran

Dalam situasi ideal, nilai yang sebenarnya dari suatu pengukuran dapat dimodelkan dengan:

$$y = \text{Bacaan dari instrumen} - \text{jumlah dari seluruh kesalahan (error) dalam pengukuran tersebut} \quad (3)$$

dimana jumlah dari seluruh kesalahan meliputi kesalahan sistematis, kesalahan kalibrasi dan kesalahan lain yang tidak diketahui. Model ini tidak bisa diterapkan secara riil karena ada faktor kesalahan lain yang tidak kita ketahui. Maka dari itu, dalam situasi riil, model pengukuran menjadi:

$$y = \text{Bacaan dari instrumen} + \text{kesalahan yang diketahui (known errors)} \pm \text{ketidakpastian (uncertainty)} \quad (4)$$

model ini diringkas menjadi model yang dipresentasikan dalam persamaan (1).

Menurut salah satu standar ISO (ISO 5725:1 1994), definisi keakuratan (*accuracy*) meliputi kebenaran (*trueness*) dan presisi. Dengan demikian, pernyataan akurasi sudah meliputi kebenaran dan presisi dibanding definisi sebelumnya bahwa akurasi hanya merepresentasikan kebenaran.

Definisi kesalahan menurut VIM (BIPM 2008a) adalah perbedaan antara nilai yang diukur dan nilai yang sebenarnya (biasanya merujuk pada nilai kalibrasi). Total kesalahan dibagi menjadi dua bagian, yaitu kesalahan sistematis (*systematic error*) dan kesalahan acak (*random error*) dan dapat dimodelkan sebagai:

$$\text{Total kesalahan } (\varepsilon_{\text{total}}) = \text{Kesalahan sistematis } (\varepsilon_{\text{sistematis}}) + \text{kesalahan acak } (\varepsilon_{\text{acak}}) \quad (5)$$

Sehingga, model pengukuran dari persamaan (1) menjadi:

$$y = x + \varepsilon_{\text{total}} \quad (6)$$

$$y = x + \varepsilon_{\text{sistematis}} + \varepsilon_{\text{acak}} \quad (7)$$

$$(y - \varepsilon_{\text{sistematis}}) = x + \varepsilon_{\text{acak}} \quad (8)$$

$$(y - \varepsilon_{\text{sistematis}}) = x \pm U \quad (9)$$

Dari persamaan (9), dapat terlihat bahwa ketidakpastian mengkuantifikasi kesalahan acak dengan syarat bahwa kesalahan sistematis sudah dikompensasi dari hasil pengukuran. Apabila kesalahan sistematis tidak dikompensasi, maka ketidakpastian harus meliputi kesalahan sistematis dan akan menyebabkan estimasi ketidakpastian menjadi besar.

Kesalahan sistematis (*systematic error*) adalah nilai deviasi dari nilai yang sebenarnya (*the true value*) dari suatu pengukuran dan bersifat konstan atau tetap dalam setiap pengulangan pengukuran. Kesalahan sistematis mempunyai pola khusus yang dapat diestimasi dan dikompensasi untuk meningkatkan keakuratan suatu pengukuran. Sedangkan kesalahan acak (*random error*) adalah nilai deviasi yang bersifat acak dan tidak dapat diprediksi pada suatu pengulangan pengukuran. Kesalahan acak tidak mempunyai pola khusus sehingga tidak dapat dikompensasi. Kesalahan acak dapat diestimasi hanya dengan menggunakan metode statistik, seperti rata-rata dan deviasi standar. Tabel 1 merangkum perbedaan antara kesalahan sistematis dan kesalahan acak.

Tabel 1: perbedaan antara kesalahan sistematis dan kesalahan acak.

Kesalahan sistematis (<i>Systematic error</i>)	Kesalahan acak (<i>Random error</i>)
Dapat dikompensasi	Tidak dapat dikompensasi (kecuali dengan sebuah kompensasi <i>real-time</i> dengan metode kontrol <i>close-loop</i>)
Tidak dapat dideteksi dengan mudah	Dapat dideteksi dengan mudah
Tidak dapat direduksi dengan menambah pengulangan pengukuran	Dapat direduksi atau diminimalkan dengan menambah pengulangan pengukuran
Dapat dikalkulasi dengan mudah	Membutuhkan analisis statistik dan probabilitas
Keakuratan meningkat setelah meminimalkan kesalahan sistematis	Kemampuan pengulangan (<i>repeatability</i>) instrumen akan meningkat setelah meminimalkan kesalahan acak
Kalibrasi dan penyesuaian (<i>adjustment</i>) dapat mereduksi kesalahan sistematis	Kalibrasi dan penyesuaian (<i>adjustment</i>) tidak mempengaruhi kesalahan acak
Karakterisasi tidak dibutuhkan	Butuh karakterisasi dalam bentuk distribusi probabilitas, rata-rata dan varian
Inkonsistensi muncul pada arah tertentu (memiliki pola tertentu)	Inkonsistensi muncul secara acak (tidak memiliki pola tertentu)

9.3 Sumber-sumber ketidakpastian (*uncertainty sources*)

Dalam setiap pengukuran, sumber-sumber yang berkontribusi kepada ketidakpastian berasal dari berbagai sumber, termasuk ketidakpastian dari definisi apa yang akan diukur (*measurand*). Maka dari itu, dalam setiap pengukuran, definisi dari apa yang akan diukur haruslah dipastikan terlebih dahulu. Gambar 1 menampilkan berbagai macam sumber ketidakpastian untuk suatu pengukuran dimensi dan geometri. Sumber-sumber ketidakpastian dikelompokkan menjadi lima bagian:

- Instrumen atau sistem pengukuran
- Operator (*user*)
- Benda kerja (*part*)
- Metode atau prosedur pengukuran
- Lingkungan

Dari lima pengelompokan tersebut, masing-masing bagian mempunyai sumber-sumber ketidakpastian yang akan dijelaskan lebih detail lagi.

Bagian pertama adalah sumber ketidakpastian dari instrumen pengukuran. Sumber ini merupakan sumber

ketidakpastian yang berasal dari properti atau karakteristik sebuah instrumen pengukuran, seperti kesalahan geometri dari komponen-komponen penyusun sebuah instrument pengukuran, kesalahan kinematika instrumen yang berkaitan dengan sambungan antara dua komponen yang bergerak (*over-constrained*, *under-constrained*), kesalahan *Abbe*, kesalahan *Cosine*, keterbatasan resolusi dari suatu instrumen dan deformasi struktur sebuah instrumen pengukuran (*compliance* pada sambungan anatar komponen-komponen). Pada umumnya, pembuat instrumen pengukuran kelas atas selalu mengkuantifikasi kesalahan-kesalahan tersebut setelah instrumen mereka asembli di pabrik mereka sehingga mereka bisa mengkuantifikasi dan menyesuaikan pengaturan komponen-komponen untuk mereduksi kesalahan-kesalahan yang berasal dari geometri komponen.

Gambar 1: Berbagai macam sumber ketidakpastian pada sebuah pengukuran.

Bagian kedua dari sumber ketidakpastian adalah operator yang menggunakan suatu instrumen pengukuran. Pengaruh operator terhadap ketidakpastian pengukuran sangatlah penting. Hal-hal yang berhubungan dengan operator tersebut seperti keahlian, kondisi fisik dan pengalaman operator dalam hal menggunakan suatu alat ukur. Sebagai contoh, keahlian dan pengalaman operator untuk memposisikan benda kerja secara benar saat pengukuran dilakukan sangat mempengaruhi hasil pengukuran benda kerja tersebut. Contoh lain adalah keahlian operator membaca skala hasil pengukuran dengan cermat dan teliti akan mempengaruhi hasil pengukuran.

Bagian ketiga adalah ketidakpastian yang bersumber dari benda kerja (*part*) yang diukur. Sumber-sumber ketidakpastian dari benda kerja seperti kesalahan atau cacat geometri dari benda kerja yang diukur (contoh *flatness*, *roundness* dan *cylindricity*) dan cacat pada tekstur permukaan benda kerja (contoh pengaruh efek kekasaran pada benda kerja sangat berpengaruh pada ukuran berskala mikro- atau nano-meter). Pada prinsipnya, tingkat kesalahan alat pengukuran harus minimal sepuluh kali lebih kecil dari tingkat kesalahan atau cacat dari benda yang diukur.

Bagian keempat adalah ketidakpastian yang bersumber dari metode pengukuran. Sumber ketidakpastian yang berasal dari metode pengukuran seperti strategi pengambilan data atau titik (*sampling*), prosedur pengukuran, seting instrumen pengukuran dan algoritma pengukuran. Strategi pengambilan titik pada mesin pengukur *coordinate* (*CMM*) sangat penting karena mempengaruhi proses asosiasi geometri ideal pada titik data yang diambil. Prosedur dan seting pengukuran sangat mempengaruhi hasil pengukuran seperti seting kecepatan pengukuran. Dan terakhir, algoritma untuk memproses titik data yang dihasilkan semua alat pengukuran juga sangat mempengaruhi hasil pengukuran yang kemudian berkontribusi kepada ketidakpastian. Algoritma berbeda yang diterapkan untuk memproses data yang sama, akan menghasilkan hasil pengukuran yang berbeda pula.

Terakhir, bagian kelima adalah ketidakpastian yang bersumber dari kondisi lingkungan tempat pengukuran dilakukan. Lingkungan sangat mempengaruhi variasi hasil pengukuran. Sebagai contoh, variasi temperatur pada lingkungan pengukuran akan mengakibatkan benda kerja memiliki panjang yang bervariasi karena pengaruh ekspansi termal. Gangguan yang berasal dari getaran akan langsung mempengaruhi hasil pengukuran, seperti getaran yang

berasal dari lantai tempat pengukuran. Variasi tekanan dan kelembapan akan mempengaruhi hasil pengukuran yang menggunakan laser, seperti interferometer laser, karena properti laser sangat dipengaruhi oleh tekanan dan kelembapan dari lingkungan.

Dari penjelasan di atas, maka dapat terlihat bahwa ketidakpastian adalah masalah yang tidak mudah dan sangat penting untuk diestimasi. Ketidakpastian adalah bersifat spesifik terhadap pengukuran tertentu (*task specific*). Arti dari ketidakpastian adalah spesifik karena setiap estimasi ketidakpastian, estimasi tersebut hanya berlaku untuk pengukuran tertentu, pada benda kerja tertentu, dengan prosedur dan kondisi lingkungan tertentu (Wilhelm 2001). Apabila salah satu faktor yang disebutkan berbeda, maka estimasi nilai ketidakpastian akan berbeda pula, walaupun tingkat perbedaannya mungkin tidak terlalu signifikan untuk suatu pengukuran tertentu. Maka dari itu, setiap estimasi dari ketidakpastian harus diikuti penjelasan detail bagaimana estimasi tersebut dilakukan, apa jenis pengukurannya, bagaimana prosedur pengukurannya, apa yang diukur dan informasi lain yang berkaitan dengan pengukuran tersebut (seperti yang sudah dijelaskan pada bagian 9.1).

9.4 Tujuan estimasi ketidakpastian

Pada bagian ini, pentingnya ketidakpastian harus diestimasi akan dijabarkan lebih lanjut. Tujuan estimasi ketidakpastian berlaku untuk semua tipe pengukuran. Tujuan estimasi ketidakpastian adalah sebagai berikut (tetapi tidak terbatas pada):

1. Untuk komparasi hasil antar-pengukuran.

Hal yang paling pertama mengapa ketidakpastian harus dikuantifikasi adalah untuk mengkomparasi beberapa pengukuran yang berbeda pada benda kerja yang sama. Hal ini menjadi sangat penting, terutama pada zaman sekarang, pertukaran antar-suku cadang atau komponen yang diproduksi oleh mesin yang berbeda dari tempat yang berbeda. Selain itu, komparasi pengukuran sangat penting untuk persetujuan bisnis antara dua atau lebih perusahaan manufaktur yang ingin membeli dan menjual produk atau komponen dari pabrik atau manufaktur yang lain.

Gambar 2: Ilustrasi suatu komparasi antar-pengukuran.

Contoh kasus komparasi antar-pengukuran adalah sebagai berikut. Ada dua perusahaan manufaktur: perusahaan A dan perusahaan B. Perusahaan B membeli suatu komponen berbentuk silinder dari perusahaan A. Silinder tersebut mempunyai spesifikasi diameter (5 ± 0.1) mm. Perusahaan A kemudian membuat silinder tersebut kemudian mengukur diameter silinder tersebut sebelum dikirim ke perusahaan B. Perusahaan A mengukur diameter silinder tersebut yaitu 5.1 mm (masih dalam batas toleransi) dan kemudian mengirim silinder tersebut ke perusahaan B. Pada waktu silinder tersebut sampai di perusahaan B, perusahaan B kemudian mengukur silinder yang diterima mereka

untuk mengecek apakah silinder tersebut sesuai dengan spesifikasi dan bisa dikirim ke bagian perakitan. Ternyata, hasil pengukuran perusahaan B, silinder tersebut memiliki diameter 5.15 mm. Dari hasil pengukuran perusahaan B, silinder tersebut tidak diterima (*reject*). Dalam situasi ini, kedua perusahaan tidak mencantumkan nilai ketidakpastian pada hasil pengukuran mereka, sehingga kedua pengukuran diameter pada silinder tersebut tidak dapat dibandingkan.

Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya, hasil pengukuran tidaklah lengkap apabila tidak disertai dengan nilai ketidakpastian. Gambar 2 menunjukkan ilustrasi pentingnya nilai ketidakpastian untuk komparasi antar-pengukuran pada suatu kasus komparasi antara tiga hasil pengukuran pada benda yang sama dan dengan instrumen atau operator yang berbeda. Pada gambar 2 (bagian atas), ketiga hasil pengukuran tidak disertai oleh nilai ketidakpastian, sehingga kesimpulan apakah ketiga hasil pengukuran tersebut sama atau berbeda.

Pada gambar 2 (bagian tengah dan bawah), nilai ketidakpastian dari ketiga pengukuran tersebut dicantumkan. Dengan dicantumkannya nilai ketidakpastian, maka ketiga hasil pengukuran tersebut dapat dibandingkan atau dibandingkan. Pada gambar 2 (bagian tengah), ketiga pengukuran tersebut menunjukkan hasil yang berbeda karena hasil pengukuran tersebut, dengan nilai ketidakpastiannya, menunjukkan bahwa interval hasil pengukuran tersebut tidak beririsan satu sama lain. Karena nilai interval hasil pengukuran tersebut tidak beririsan (atau sangat kecil daerah irisannya), hal ini dapat disimpulkan bahwa ketiga pengukuran tersebut berbeda satu sama lain. Sedangkan pada gambar 2 (bagian bawah), interval hasil pengukuran tersebut saling beririsan satu sama lain sehingga dapat disimpulkan bahwa ketiga hasil pengukuran tersebut adalah sama (perbedaannya tidak signifikan secara statistik).

2. Untuk keterlacakan hasil pengukuran (*traceability*).

Keterlacakan (*traceability*) suatu hasil pengukuran sangatlah penting. Seperti yang sudah dijelaskan pada Bab 1, keterlacakan hasil pengukuran adalah properti dari suatu hasil pengukuran yang dapat direlasikan ke suatu nilai referensi, biasanya standar nasional atau internasional, melalui suatu rangkaian komparasi tercatat yang tidak terputus ke nilai referensi internasional, untuk pengukuran geometri referensi tersebut adalah definisi dari meter (lihat Bab 1, BIPM 1983), dan semua rangkaian komparasi tersebut mencantumkan nilai ketidakpastian (BIPM 2008a). Dari definisi keterlacakan, nilai ketidakpastian adalah sangat penting. Selain itu, rangkaian komparasi untuk keterlacakan dilakukan dengan proses kalibrasi. Maka dari itu, ketidakpastian, keterlacakan dan kalibrasi adalah sangat berkaitan satu sama lainnya.

Apabila suatu hasil pengukuran dapat terlacak sampai ke definisi meter, maka hasil pengukuran tersebut reliabel dan dapat dibandingkan (seperti point 1 sebelumnya). Keterlacakan adalah dasar semua pengukuran untuk dapat dideklarasikan akurat. Gambar 3 memperlihatkan bagaimana rantai keterlacakan mempunyai suatu rantai yang tidak terputus sampai ke definisi dari meter (lihat Bab 1).

Pada gambar 3, rantai keterlacakan untuk pengukuran dimensi (geometri) sampai dengan definisi dari meter dipresentasikan. Dari gambar tersebut, dapat terlihat bahwa batas akhir dari rantai keterlacakan adalah sampai pada definisi dari meter. Definisi meter adalah definisi nominal (teoritis) sehingga pada batas ini, nilai ketidakpastiannya adalah nol. “Tanda panah” ke atas pada gambar 3 menunjukkan rantai keterlacakan. Untuk merealisasikan rantai keterlacakan ini, proses kalibrasi harus dilakukan. Secara praktis, pengertian kalibrasi adalah mengkomparasikan suatu hasil pengukuran dengan hasil lain yang lebih akurat dengan mencantumkan nilai ketidakpastian dari proses komparasi tersebut. Apabila seluruh rantai keterlacakan tidak terputus sampai dengan definisi meter, maka hasil pengukuran tersebut bisa dikatakan “terlacak” dan reliabel. Dapat terlihat bahwa semakin rendah tingkat keterlacakan (pada gambar 3), maka nilai ketidakpastian dari tingkat keterlacakan tersebut semakin tinggi, atau dengan kata lain semakin rendah tingkat akuratnya.

Penjelasan bagaimana sebenarnya realisasi dari rantai keterlacakan pada gambar 3 adalah sebagai berikut (untuk lebih detailnya dapat dilihat pada Bab 1). Langkah pertama adalah merealisasikan meter dari sebuah definisi teoritis ke sebuah nilai praktis. Untuk merealisasikan meter, sebuah eksperimental instrumen berbasis laser dengan frekuensi terstabilisasi (*frequency stabilised laser*) dan tingkat presisi yang tinggi digunakan untuk menghasilkan suatu panjang gelombang yang terkalibrasi (λ). Hal ini diterapkan dengan berdasarkan formula $f = c / \lambda_0$; dimana f adalah frekuensi laser yang terstabilisasi, c adalah kecepatan cahaya di ruang hampa yaitu $1/299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dan λ_0 adalah suatu panjang gelombang terkalibrasi yang akan dihasilkan. Dari hasil eksperimen ini, sebuah λ_0 akan didapatkan dan kemudian digunakan sebagai “penggaris” untuk mengetahui panjang gelombang cahaya yang lain, misalnya laser untuk kepentingan industri. Pada level ini, nilai ketidakpastiannya pada order 10^{-11} m .

Gambar 3: Rantai keterlacakan suatu pengukuran (μ = order dari ketidakpastian).

Pada tingkat selanjutnya, hasil dari λ_0 digunakan untuk menentukan nilai λ untuk gelombang yang lain, misal gelombang dari suatu laser merah atau laser hijau (*red/green laser*). Gambaran praktisnya, λ_0 digunakan sebagai “penggaris” untuk mengukur suatu λ lainnya. Nilai ketidakpastian dari pengukuran suatu λ tersebut berada pada order 10^{-10} (berada pada level sub-nanometer).

Ketika suatu λ telah diketahui nilainya, misalnya laser merah dengan $\lambda = 633$ nm, sebuah interferometri dapat dikonstruksi dengan menggunakan laser merah tersebut (Yoshizawa 2009). Laser interferometri tersebut dapat digunakan untuk mengukur suatu panjang (Lihat Bab 4). Pada tahap ini, ketika sistem interferometer sudah dibuat, maka realisasi suatu panjang sudah dapat direalisasikan secara fisik. Pada tingkat ini nilai ketidakpastiannya berada pada order 10^{-9} m (berada pada level nanometer).

Tingkat keterlacakan sisanya berada pada level laboratorium pada umumnya sampai pada level lantai produksi (*shopfloor*). Tingkat di bawah interferometer laser adalah *gauge block* atau artifak referensi lainnya. *Gauge block* dikalibrasi menggunakan laser interferometer dengan tingkat nilai ketidakpastian berada pada level 10^{-8} m (10 nm). *Gauge block* yang terkalibrasi tersebut digunakan untuk mengkalibrasi instrumen pengukuran kontak, seperti mesin pengukuran koordinat (CMM) dan *vernier caliper* (jangka sorong). Kalibrasi pengukuran berbasis instrumen kontak berada pada level 10^{-7} m (sub-mikrometer). Dan terakhir, instrumen-instrumen pengukuran berbasis kontak tersebut digunakan untuk mengkalibrasi instrumen-instrumen pengukuran berbasis optik dengan menggunakan suatu artifak referensi. Artifak tersebut diukur dan dikalibrasi menggunakan instrumen pengukuran berbasis kontak dengan tingkat ketidakpastian berada pada level $> 10^{-7}$ m (mikrometer).

Penjelasan lebih detail berikut ilustrasi bagaimana suatu keterlacakan hasil pengukuran dilakukan secara praktis dapat dilihat di dalam Bab 1.

3. Untuk kepentingan pra-produksi.

Ketidakpastian hasil pengukuran mempunyai peran yang sangat penting dalam hal pengambilan keputusan pada level sistem untuk suatu kasus studi kapabilitas mesin-mesin produksi (Kunzman et al. 2005). Ilustrasi pentingnya nilai ketidakpastian pada level pra-produksi diperlihatkan pada gambar 4. Pra-produksi adalah suatu proses untuk mempelajari kapabilitas mesin-mesin produksi pada suatu industri. Uji kapabilitas mesin produksi bertujuan untuk mengetahui apakah mesin-mesin produksi tersebut mampu memproduksi suatu produk sesuai dengan tingkat keakuratan yang diinginkan.

Gambar 4: Ilustrasi pengaruh ketidakpastian pada kapabilitas mesin produksi.

Pada gambar 4, sebuah contoh uji kapabilitas mesin *milling* otomatis (*CNC milling*) dilakukan untuk menguji apakah mesin tersebut dapat memproduksi sebuah komponen otomotif. Komponen tersebut memiliki suatu batas toleransi, yaitu *USL* sebagai batas atas toleransi dan *LSL* sebagai batas bawah toleransi. Properti yang diukur, misalnya, panjang komponen total tersebut. Uji kapabilitas dilakukan dengan mencoba membuat, misalnya, 50 komponen otomotif tersebut. Setelah komponen-komponen tersebut dibuat, setiap komponen tersebut diukur dengan suatu sistem pengukuran, misalnya, mesin pengukur koordinat.

Setelah komponen-komponen tersebut diukur, indeks kapabilitas mesin tersebut dikalkulasi, yaitu C_p dan C_{pk} (lihat gambar 4). C_p adalah suatu indeks untuk mengetahui variasi proses produksi komponen tersebut masih dalam batas toleransi spesifikasi. C_{pk} adalah suatu indeks untuk mengetahui seberapa jauh rata-rata proses produksi tersebut bergeser dan nilai tengah dari batas toleransi spesifikasi (Kotz dan Johnson 1993).

Dari formula C_p dan C_{pk} , dapat terlihat bahwa σ (deviasi standar dari pengukuran) mengandung nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran. Dengan kata lain, kualitas hasil pengukuran sangat berpengaruh pada uji kapabilitas. Apabila mesin yang digunakan sangat akurat, tetapi sistem pengukuran yang digunakan tidak presisi (kualitas rendah), maka ketidakpastian yang besar, yang disebabkan oleh sistem pengukuran yang berkualitas rendah, mempengaruhi nilai σ tersebut. Nilai ketidakpastian yang besar tersebut membuat nilai C_p dan C_{pk} menjadi kecil sehingga keputusan yang salah dapat diambil; yaitu memutuskan bahwa mesin berkualitas tinggi tersebut tidak kapabel untuk membuat komponen otomotif tersebut. Padahal, mesin produksi tersebut sangat mampu untuk membuat komponen-komponen tersebut namun tingginya nilai ketidakpastian hasil pengukuran dari sistem pengukuran yang tidak bagus menghasilkan keputusan yang salah.

4. Untuk kepentingan paska-produksi (inspeksi kualitas).

Ketidakpastian juga mempunyai fungsi yang sangat penting pada fase paska-produksi, atau dengan kata lain pada fase inspeksi kualitas. Ketidakpastian berpengaruh pada semakin kecilnya zona toleransi dari aktual zona toleransi yang terdapat pada gambar desain suatu produk (ISO 14253-1 2010). Gambar 5 memperlihatkan pengaruh nilai ketidakpastian kepada mengecilnya zona toleransi suatu *measurand*, misalnya diameter.

Pada gambar 5, sebuah spesifikasi sebuah properti (*measurand*) pada suatu komponen. Spesifikasi tersebut mempunyai dua batas: batas bawah (*LSL*) dan batas atas (*USL*). Batas toleransi ini menunjukkan zona variasi dimensi dari *measurand* tersebut yang masih dapat diterima. Pada gambar 5 terdapat dua fase, yaitu fase desain (garis hijau) dan fase verifikasi (garis coklat). Pada fase desain, zona toleransi adalah *USL-LSL* karena tidak ada variasi pada fase desain. Sedangkan pada fase verifikasi, lebar dari zona toleransi berkurang sebanyak dua kali nilai ketidakpastian. Dengan kata lain, zona toleransi pada fase verifikasi menjadi *USL-LSL-2U* (dimana *U* adalah nilai ketidakpastian hasil pengukuran tersebut dengan 95 % interval kepercayaan). Berkurangnya zona toleransi ini disebabkan oleh nilai ketidakpastian, yang berasal misalnya dari variasi proses permesinan dan variasi proses pengukuran. Dari gambar 5,

agar tidak terjadi perselisihan, sebuah part akan dinyatakan bagus apabila hasil pengukurannya berada pada zona $USL - LSL - 2U$ (zona diterima) dan sebuah part akan dinyatakan cacat apabila hasil pengukuran $> USL + U$ atau hasil pengukuran $< LSL - U$ (zona tidak diterima).

Gambar 5: Ilustrasi ketidakpastian pada proses inspeksi kualitas.

Sangat jelas bahwa nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran berperan penting dalam pengambilan keputusan pada suatu proses inspeksi karena dapat mengakibatkan kesalahan dalam pengambilan keputusan. Kesalahan pada pengambilan keputusan suatu proses inspeksi adalah operator atau manajer inspeksi memutuskan menerima (*accept*) suatu komponen padahal komponen tersebut tidak bagus (di luar zona toleransi) atau sebaliknya, menolak suatu komponen (*reject*) padahal komponen tersebut bagus. Kesalahan pengambilan keputusan pada proses inspeksi sangat berakibat negatif pada total biaya produksi karena komponen yang sudah dibuat harus dibuang (*scrapped*) atau komponen tersebut harus diperbaiki yang mengakibatkan biaya tambahan. Atau, apabila proses inspeksi meloloskan part yang sebenarnya tidak bagus, maka pengguna tersebut akan merasakan dampak buruknya komponen tersebut dan reputasi produk tersebut akan berkurang.

ISO standard (ISO 14253-1 2010) memberikan petunjuk untuk membuat keputusan proses inspeksi dengan mempertimbangkan nilai ketidakpastian. Apabila suatu inspeksi mendapatkan hasil suatu pengukuran melebihi batas toleransinya (lihat gambar 5), namun masih di dalam zona ketidakpastian hasil pengukuran, maka inspeksi tersebut harus tetap menerima komponen tersebut karena ada kemungkinan hasil inspeksi sebenarnya masih di dalam batas toleransi (yang diakibatkan karena variasi hasil pengukuran). Dan sebaliknya, apabila proses inspeksi mendapatkan hasil inspeksi masih di dalam batas toleransi, tetapi berada dalam zona ketidakpastian U (gambar 5), maka inspeksi harus menolak komponen tersebut karena ada kemungkinan keadaan sebenarnya dari komponen tersebut tidak bagus.

5. Untuk merevisi dan meningkatkan keakuratan sistem pengukuran.

Dalam proses estimasi nilai ketidakpastian (yang akan dijelaskan lebih lanjut), tiap-tiap kontributor ketidakpastian pada suatu proses pengukuran akan diidentifikasi dan dikuantifikasi. Proses ini dinamakan *uncertainty budgeting*. Hasil dari proses identifikasi dan kuantifikasi ini menghasilkan sebuah daftar hal-hal apa saja yang menyebabkan nilai ketidakpastian suatu pengukuran menjadi tinggi.

Apabila sumber-sumber ketidakpastian sudah teridentifikasi dan terkuantifikasi, proses analisis lanjutan terhadap proses suatu pengukuran dapat dilakukan. Hasil dari proses *budgeting* tersebut dapat memperlihatkan apa saja yang menjadi sumber ketidakpastian yang paling dominan, seperti mungkin sumber ketidakpastian hasil pengukuran berasal dari seting instrumen yang kurang tepat, kesalahan prosedur ataupun keterbatasan resolusi dari instrumen yang digunakan.

9.5 Contoh kasus

Contoh kasus yang dipresentasikan adalah sebuah kasus perselisihan antara dua perusahaan dimana perusahaan yang satu memproduksi suatu komponen dan perusahaan yang lain membeli komponen tersebut untuk dirakit dengan komponen lainnya. Dua perusahaan itu adalah perusahaan A sebagai pembuat komponen dan perusahaan B sebagai pembeli komponen tersebut.

Perusahaan A membuat dan mensuplai sebuah silinder. Silinder tersebut mempunyai spesifikasi diameter (10 ± 0.2) mm. Setelah memproduksi silinder tersebut, sebuah pos inspeksi kualitas di perusahaan A mengecek silinder yang telah dibuat tersebut. Hasil dari proses inspeksi, silinder tersebut mempunyai diameter (10.3 ± 0.15) mm.

Pertanyaannya adalah:

- Apa keputusan dari proses inspeksi kualitas di perusahaan A terhadap komponen buaatannya?
- Dapatkah perusahaan tersebut menjual/mengirimkan komponennya ke perusahaan B?
- Dapatkah perusahaan B mengembalikan komponen yang berasal dari perusahaan A itu?
- Berapa nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran agar hasilnya tidak menimbulkan perselisihan antara kedua belah pihak?

Jawaban dari pertanyaan di atas adalah sebagai berikut:

Untuk permasalahan ini, cara terbaik untuk menganalisisnya adalah dengan menggunakan diagram toleransi. Ada dua macam jenis diagram toleransi dimana kedua-duanya mempunyai hasil yang sama dengan presentasi yang sedikit berbeda. Jenis pertama adalah dengan mengasosiasikan nilai ketidakpastian pada *LSL* dan *USL* yang terlihat pada gambar 6 bagian atas (seperti pada gambar 5). Jenis kedua adalah dengan mengasosiasikan nilai ketidakpastian pada hasil pengukuran yang terlihat pada gambar 6 bagian bawah.

- Hasil pengukuran silinder tersebut berada di dalam daerah perselisihan (gambar 6 bagian atas). Pada gambar 6, terlihat bahwa, dengan nilai ketidakpastian yang didapatkan, hasil pengukuran mempunyai variasi yang memungkinkan masih berada di dalam batas toleransi. Pada umumnya, proses inspeksi akan menolak komponen tersebut karena berada di luar batas toleransi. Akan tetapi, berdasarkan standar ISO 14253-1, komponen tersebut masih dianggap berada di dalam batas toleransi dengan nilai ketidakpastian yang ada. Karena apabila pengukuran diulang, maka ada kemungkinan hasil pengukuran jatuh di dalam batas toleransi (gambar 6 bagian bawah). Begitu juga sebaliknya, apabila hasil pengukuran berada pada batas antara 10.05 mm -10.2 mm (gambar 6 bagian atas), maka silinder tersebut harus ditolak karena ada kemungkinan apabila pengukuran tersebut diulang, maka hasil pengukuran akan berada di luar batas 10.2 mm. Hasil ini menunjukkan bahwa nilai ketidakpastian yang besar menghasilkan kemungkinan perselisihan, terhadap hasil pengukuran, menjadi tinggi.
- Apabila mengikuti standar ISO 14253-1, perusahaan A dapat mengirimkan silinder tersebut ke perusahaan B, apabila di dalam perjanjian jual beli tidak mencantumkan kondisi perselisihan seperti ini. Apabila ada perjanjian khusus antara perusahaan A dan B yang mengatakan bahwa semua komponen akan ditolak apabila berada di luar batas toleransi berapapun nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran, maka perusahaan A harus menolak silinder tersebut. Namun demikian, perusahaan B harus mengerti mengenai ISO 14253-1.
- Dengan mengikuti ISO 14253-1, apabila tidak ada klausul khusus yang mengatur kondisi seperti ini di dalam perjanjian jual beli antara perusahaan A dan B, maka perusahaan B dapat menerima komponen tersebut.
- Untuk menghindari perselisihan seperti ini, dengan toleransi diameter silinder yang diberikan, yaitu (10 ± 0.2) mm, apabila hasil pengukuran tersebut adalah 10.3, hasil ketidakpastian yang tidak menimbulkan perselisihan haruslah < 0.1 mm. Misal, apabila hasil pengukuran dari proses inspeksi diameter silinder tersebut mempunyai nilai 0.05, yaitu hasil pengukuran adalah (10.3 ± 0.05) mm, maka silinder tersebut jelas dapat ditolak dan dianggap berada di luar batas toleransi. Hal ini disebabkan karena apabila pengukuran tersebut diulang, hasil pengukuran tidak ada berada di dalam batas toleransi (gambar 7).

Gambar 6: Analisis untuk pengambilan keputusan *accept/reject* suatu komponen menggunakan dua macam grafik analisis untuk merepresentasikan ketidakpastian dalam proses pengambilan keputusan tersebut. Kedua grafik analisis tersebut dipresentasikan dengan dua macam model representasi yang bisa dipilih salah satunya.

Gambar 7: Ilustrasi dimana silinder tersebut dapat di-*reject* tanpa terjadi perselisihan. Hal ini menggambarkan bahwa semakin kecil nilai ketidakpastian, maka perselisihan dari suatu hasil pengukuran akan dapat dihindarkan.

9.6 Metode estimasi ketidakpastian

Metode-metode ketidakpastian seluruhnya menggunakan metode-metode analisis statistik. Maka dari itu, pembaca diharapkan untuk membaca buku-buku statistik untuk mengetahui lebih dalam mengenai teori-teori dasar statistik, salah satunya buku yang ditulis oleh Montgomery (Montgomery 2003).

Untuk mengestimasi nilai ketidakpastian, pemahaman yang tinggi terhadap suatu proses pengukuran adalah sangat penting. Seluruh faktor-faktor utama yang paling berpengaruh (*uncertainty sources*) terhadap hasil pengukuran haruslah diperhitungkan. Ketidakpastian tidak cukup hanya mengukur beberapa kali dan mengkalkulasi S deviasi standar dari rata-rata (persamaan 2). S adalah hanya salah satu nilai yang berkontribusi terhadap nilai ketidakpastian secara keseluruhan.

Ketidakpastian adalah spesifik untuk suatu pengukuran tertentu (*task specific*) yang artinya bahwa nilai suatu ketidakpastian hanya diasosiasikan terhadap suatu hasil pengukuran tertentu, dengan alat ukur tertentu, pada kondisi lingkungan tertentu, oleh operator tertentu, dan kondisi lain yang spesifik untuk pengukuran tersebut. Nilai ketidakpastian haruslah reliabel untuk memprediksi bahwa hasil pengukuran tertentu akan bervariasi dalam batas interval tertentu dengan interval kepercayaan (*confidence interval*) minimal 95 %.

Metode untuk estimasi ketidakpastian dibagi menjadi dua bagian utama, yaitu:

- **Formulasi**
Pada tahap ini, metode untuk mengevaluasi ketidakpastian didefinisikan (misalnya: metode GUM, *spreadsheet* atau simulasi Monte-Carlo). Setelah metodenya ditentukan, semua kontributor utama (yang berpengaruh) kepada nilai ketidakpastian harus diikutsertakan. Hal ini harus berlandaskan pada pengetahuan yang menyeluruh terhadap suatu instrument dan proses pengukuran.
- **Evaluasi**
Pada tahap ini, proses kalkulasi nilai ketidakpastian yang spesifik (*task specific*) untuk suatu hasil pengukuran pada kondisi tertentu dilakukan.

Gambar 8: Berbagai macam metode untuk mengestimasi nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran.

Dari dua metode utama untuk mengestimasi ketidakpastian, dua langkah utama tersebut dapat dijabarkan dengan lebih detail ke dalam delapan langkah evaluasi (estimasi) ketidakpastian (Bell 1999), yaitu:

1. Berpikir ke depan (instrumen dan prosedur yang digunakan, aspek keselamatan)
2. Proses pengukuran
3. Estimasi faktor-faktor yang merupakan kontributor ketidakpastian
4. *Pertimbangan faktor korelasi* (pada umumnya korelasi diabaikan)
5. Kalkulasi hasil pengukuran (termasuk koreksi *error*)
6. Tentukan ketidakpastian yang terekspansi (95% interval kepercayaan)
7. Ekspresikan hasil pengukuran dengan interval kepercayaan (dari nilai ketidakpastian)
8. Simpan dan dokumentasikan hasil pengukuran dan nilai ketidakpastiannya (untuk improvisasi ke depannya)

Metode-metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi nilai ketidakpastian (langkah 3 - 6) adalah (Gambar 8):

1. Metode GUM
2. Metodel tabel (*spreadsheet*)
3. Metode simulasi Monte-Carlo
4. Metode ISO 15530
5. Metodel lain (standard ISO lain, standar VDI, dan lain-lain)

9.7 Metode GUM

Metode GUM (*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*) adalah metode yang paling dasar, yang merupakan referensi utama, untuk mengevaluasi nilai ketidakpastian (BIPM 2008b). Metode GUM seluruhnya berdasarkan metode statistik. Sebelum membahas metode GUM dan metode-metode lainnya untuk menentukan ketidakpastian, konsep-konsep statistik dasar akan dibahas ulang secara singkat terlebih dahulu.

Setiap distribusi statistik, dua parameter utama yang paling umum untuk merepresentasikan distribusi tersebut adalah rata-rata (*mean*) dan variasi (*variance*) dari distribusi tersebut. Deviasi standar hanyalah akar kuadrat dari suatu nilai variasi. Nilai rata-rata (*expected value*) dan variasi dari sebuah distribusi statistik dapat diformulasikan sebagai:

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \quad (10)$$

$$\sigma^2 = Var(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(x))^2 f(x)dx \quad (11)$$

Dimana x adalah variabel acak dengan suatu nilai distribusi statistik tertentu, $E(x)$ adalah nilai rata-rata (*expected value*) dari x dan $Var(x)$ adalah variasi dari x . Ada dua properti utama dari $E(x)$ dan $Var(x)$ yang sangat penting, yaitu:

$$E(C_1x_1 + C_2x_2) = C_1E(x_1) + C_2E(x_2) \quad (12)$$

$$Var(C_1x_1 + C_2x_2) = C_1^2Var(x_1) + C_2^2Var(x_2) + 2C_1C_2Cov(x_1, x_2) \quad (13)$$

Formula dari persamaan 10 – 13 akan digunakan untuk menurunkan formula GUM. Sebelum menurunkan formula GUM, penjelasan singkat mengenai fungsi kepadatan probabilitas (*probability density function*) dan fungsi kepadatan kumulatif (*comulative density function*) akan dibahas terlebih dahulu.

Fungsi kepadatan probabilitas adalah sebuah fungsi yang menggambarkan probabilitas sebuah variabel acak akan sama dengan suatu sampel yang diambil dari ruang sampel tersebut. Sedangkan fungsi kepadatan kumulatif adalah sebuah fungsi probabilitas suatu variabel acak untuk mempunyai nilai kurang dari atau sama dengan suatu nilai x . Dengan kata lain, nilai maksimum dari fungsi kepadatan kumulatif sama dengan satu (integral dari fungsi kepadatan probabilitas). Bentuk kurva fungsi kepadatan probabilitas untuk distribusi normal (*Gaussian*) adalah menyerupai bentuk sebuah bel. Gambar 9 memperlihatkan bentuk kurva dari fungsi kepadatan probabilitas dan kepadatan kumulatif. Pada gambar 9, kurva fungsi kepadatan probabilitas memperlihatkan sebuah variabel acak yang mempunyai nilai rata-rata 0 dan mempunyai deviasi standar σ .

Kurva fungsi kepadatan probabilitas dibagi menjadi beberapa bagian. Gambar 10 memperlihatkan pembagian

kurva fungsi kepadatan probabilitas. Total luas daerah di bawah kurva fungsi kepadatan probabilitas adalah 1. Apabila interval kepercayaan adalah $\sim 68\%$, maka luas daerah di bawah kurva tersebut adalah sebanyak daerah yang dibatasi oleh $-\sigma$ sampai σ , dimana σ adalah standar deviasi dari variabel acak X (gambar 9 kiri). Pada umumnya, ketidakpastian direpresentasikan untuk mempunyai nilai interval kepercayaan sebesar 95% , yaitu sebesar 2σ ($k = 2$). k adalah faktor ekspansi yang menunjukkan seberapa besar interval kepercayaan dari perhitungan statistik suatu variabel acak.

Gambar 9: (kiri) gambar kurva fungsi kepadatan probabilitas dan (kanan) kurva fungsi kepadatan kumulatif.

Gambar 10: Pembagian area dari kurva kepadatan probabilitas ($1\sigma \sim 68\%$ dan $2\sigma \sim 95\%$). Daerah yang diarsir biru meliputi 95% dari seluruh luas di bawah kurva fungsi kepadatan probabilitas tersebut.

Formula GUM

Metode GUM menyatakan bahwa ketidakpastian dari sebuah hasil pengukuran harus dipropagasikan dari nilai ketidakpastian (*uncertainty propagation*) setiap komponen atau variabel yang mempengaruhi suatu pengukuran (BIPM 2008b). Metode GUM berlandaskan pada formula:

$$u(Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 u^2(X_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial X_i} \frac{\partial f}{\partial X_j} u(X_i, X_j)} \quad (14)$$

Dimana $u(Y)$ adalah nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran Y atau sering disebutkan dengan *standard uncertainty*. X_i adalah komponen ke- i dari n komponen yang mempengaruhi pengukuran. $u(X_i, X_j)$ adalah korelasi antara komponen i dan j .

Pada umumnya, ketidakpastian direpresentasikan dalam bentuk 95 % interval kepercayaan. Maka dari itu, pada umumnya ketidakpastian direpresentasikan dengan U , yaitu ketidakpastian terekspansi (*extended uncertainty*). U diformulasikan dengan:

$$U = k \times u; \quad k = 2 \quad (15)$$

Proses untuk mendapatkan formula GUM adalah sebagai berikut. Formula GUM berasal dari sebuah proses ekspansi Taylor (*Taylor expansion*). Ekspansi Taylor adalah sebuah metode numerik yang bertujuan untuk melinearkan suatu fungsi yang non-linear. Misalkan sebuah fungsi non-linear y :

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (16)$$

Fungsi y dapat dilinearkan dengan menggunakan metode ekspansi Taylor sampai dengan orde-pertama (Kreyszig 1999), yaitu menjadi:

$$y = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + \dots + C_nx_n \quad (17)$$

Dimana C_i adalah koefisien ekspansi Taylor. Dengan menerapkan properti variasi (persamaan 13) kepada hasil ekspansi Taylor orde pertama dari fungsi y (persamaan 17), didapatkan:

$$var(y) = var(C_1x_1) + var(C_2x_2) + \dots + 2cov(C_1x_1, C_2x_2) + 2cov(C_2x_2, C_3x_3) + \dots \quad (18)$$

Dimana $var(cy) = C^2\mu^2$, Sehingga didapatkan:

$$\mu_y^2 = C_1^2\mu_1^2 + C_2^2\mu_2^2 + \dots + 2C_1C_2\mu(x_1, x_2) + 2C_2C_3\mu(x_2, x_3) + \dots \quad (19)$$

$$u_y = \sqrt{C_1^2\mu_1^2 + C_2^2\mu_2^2 + \dots + 2C_1C_2\mu(x_1, x_2) + 2C_2C_3\mu(x_2, x_3) + \dots} \quad (20)$$

Dari persamaan (20), persamaan metode GUM (persamaan 14) didapatkan. Sebagai kesimpulan, seperti dapat terlihat pada persamaan 14, evaluasi ketidakpastian dengan metode GUM membutuhkan sebuah fungsi yang mendefinisikan suatu proses pengukuran.

Contoh 1: pengukuran dengan menggunakan jangka sorong (*vernier caliper*)

Untuk lebih memahami metode GUM, sebuah contoh pengukuran dengan jangka sorong dipresentasikan. Pada sebuah pengukuran panjang *gauge block*, sebuah jangka sorong digunakan seperti diperlihatkan pada gambar 11. Pada gambar 10, memperlihatkan panjang dari *gauge block* yang diukur merupakan selisih dari dua skala ukur yang terbaca pada jangka sorong tersebut. Sehingga, fungsi pengukuran Y dengan jangka sorong dapat diformulasikan dengan:

$$Y = X_2 - X_1 \quad (21)$$

X_1 dan X_2 adalah merupakan skala pengukuran dari jangka sorong tersebut. Hasil pembacaan pengukuran $X_1 = 0$ mm dan $X_2 = 2.5$ mm. Maka panjang Y adalah 2.5 mm. Pengaruh temperatur diasumsikan dapat diabaikan.

Setelah fungsi pengukuran tersebut telah didefinisikan, maka metode GUM dapat diimplementasikan sebagai berikut:

$$u(Y) = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial X_1}\right)^2 u(X_1)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_2}\right)^2 u(X_2)^2} \quad (22)$$

$$u(Y) = \sqrt{(-1)^2 u(X_1)^2 + (1)^2 u(X_2)^2} \quad (23)$$

$$u(Y) = \sqrt{u(X_1)^2 + u(X_2)^2} \quad (24)$$

Dengan asumsi bahwa ketidakpastian dari jangka sorong tersebut adalah sama untuk semua skala pengukuran, termasuk X_1 dan X_2 , sehingga diasumsikan $u(X_1) = u(X_2) = 0.1$ mm. Korelasi antara skala pengukuran diasumsikan

dapat diabaikan. Ketidakpastian dari setiap skala X_1 dan X_2 diasumsikan didapatkan dari hasil kalibrasi jangka sorong tersebut. Maka, ketidakpastian dari pengukuran tersebut menjadi:

$$u(Y) = \sqrt{0.1^2 + 0.1^2} \quad (25)$$

$$u(Y) = 0.21; U(Y) = 2u(Y) = 0.42 \text{ (95 \% interval kepercayaan)} \quad (26)$$

Gambar 11: Sebuah pengukuran *gauge block* dengan jangka sorong.

Akhirnya, hasil pengukuran tersebut adalah sebagai berikut:

- Panjang dari *gauge block* = $Y = (2.5 \pm 0.42) \text{ mm}$.
- Interval 0.42 mm adalah ketidakpastian U dengan nilai perbesaran $k = 2$ (*expanded uncertainty*) meliputi 95 % interval kepercayaan (*confidence interval*), diasumsikan terdistribusi normal.
- Panjang 2.5 mm adalah rata-rata dari lima pengulangan pengukuran. Nilai ketidakpastian diestimasi menggunakan metode GUM. Pengukuran dilakukan di lantai produksi pada suhu $(25 \pm 0.5) ^\circ\text{C}$ oleh operator berpengalaman dan berkeahlian.

Contoh 2: Pengukuran kekasaran R_a dan *waviness* W_a .

Tekstur permukaan adalah data hasil dari proses pengukuran yang sudah dipisahkan (*filtered*) dari komponen geometrinya (*form*) (Leach 2013). Misal, apabila kita mengukur sebuah permukaan bola, maka data mentah hasil pengukuran tersebut (*3D point cloud*) akan mempunyai bentuk permukaan berupa parabola. Bentuk parabola ini adalah *form* yang harus dipisahkan untuk mendapatkan data tekstur permukaan. Setelah *form* tersebut dipisahkan, maka data yang terukur menjadi datar karena komponen *form*-nya sudah dihilangkan. Pada saat kondisi inilah suatu tekstur permukaan didapatkan. Data tekstur permukaan tersebut yang sudah dipisahkan komponen *form*-nya dinamakan *primary profile* (profil primer). *Primary profile* (P_i) dapat dibagi menjadi *waviness profile* (W_i) dan *roughness profile* (R_i) dengan suatu proses *filtering*.

Pada proses pengukuran tekstur permukaan, proses *filtering* data adalah esensial untuk memisahkan data yang terukur (dalam hal ini merupakan *spatial point cloud*) ke dalam berbagai macam skala (Leach 2013). Sebagai contoh, apabila kita ingin mengukur kekasaran suatu tekstur permukaan, proses *filtering* dari data tekstur permukaan tersebut harus dipisahkan menjadi dua bagian, bagian data dengan frekuensi tinggi (kekasaran/*roughness*) dan bagian data dengan frekuensi rendah (*waviness*). Dari data dengan frekuensi tinggi (kekasaran) tersebut, proses kalkulasi parameter kekasaran permukaan, seperti R_a , R_q dan R_z , dapat dilakukan.

Pada contoh ini, nilai ketidakpastian dari suatu poin data kekasaran permukaan dipresentasikan. Gambar 12 memperlihatkan proses pemisahan dari *primary profile* menjadi dua macam profil yang berbeda skala, yaitu *waviness profile* dan *roughness profile*. Nilai ketidakpastian dari data poin suatu *waviness* dan *roughness* akan dipresentasikan. Contoh ini memfokuskan pada lima poin data dari *primary profile* (P_i) yang diterapkan proses *filtering* menjadi *waviness profile* (W_i) dan *roughness profile* (R_i).

Gambar 12: Proses filtering data dari *primary profile* menjadi *waviness profile* dan *roughness profile*.

1. Ketidakpastian dari poin data *waviness* W_i

Diasumsikan sebuah filter *rectangular* digunakan untuk proses *filtering* atau pemisahan dari *primary profile* ke *waviness profile*. Filter *rectangular* tersebut terdiri dari tiga elemen (S_1, S_2, S_3). Setiap filter S_i mempunyai berat (*weight*) sebesar $1/3$ bagian, sehingga $S_1 = S_2 = S_3 = 1/3$. W_a adalah sebuah *weighted average* dari data poin *primary profile* dengan suatu filter, dalam contoh ini sebuah filter *rectangular* digunakan. Fungsi matematik dari proses *filtering* untuk mendapatkan poin data W_i adalah sebagai berikut:

$$Y = W_i = S_1 P_{i-1} + S_2 P_i + S_3 P_{i+1} \quad (27)$$

Dimana W_i adalah data poin ke- i dari *waviness profile* yang didapatkan dari proses *filtering primary profile*. Maka, dengan menerapkan propagasi ketidakpastian dengan metode GUM, ketidakpastian dari fungsi Y (yaitu poin data W_i) adalah:

$$u(Y) = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial P_{i-1}}\right)^2 u(P_{i-1})^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial P_i}\right)^2 u(P_i)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial P_{i+1}}\right)^2 u(P_{i+1})^2} \quad (28)$$

$$u(Y) = \sqrt{S_1^2 u(P_{i-1})^2 + S_2^2 u(P_i)^2 + S_3^2 u(P_{i+1})^2} \quad (29)$$

Diasumsikan bahwa $u(P_{i-1}) = u(P_i) = u(P_{i+1}) = u(P) = 1$. $u(P)$ adalah nilai ketidakpastian setiap point dari hasil pengukuran (yang diasumsikan sudah diketahui untuk contoh kasus ini). Jika pengaruh nilai korelasi antara point P_i diabaikan, maka didapatkan:

$$u(Y) = u(P) \sqrt{\sum_{i=1}^3 S_i} \quad (30)$$

Sehingga didapatkan:

$$u(Y) = u(W_i) = 0.058 \quad (31)$$

Apabila nilai ketidakpastian dari W_i dan P_i dibandingkan, maka akan terlihat bahwa $u(W_i) < u(P_i)$. Hal ini disebabkan karena pada proses mendapatkan nilai W_i , efek dari pengrata-rataan (*averaging effect*) dari proses filtrasi data menurunkan nilai ketidakpastian yang terdapat pada data poin P_i .

2. Ketidakpastian dari poin data *roughness* R_i

Dengan asumsi yang sama pada contoh *waviness* sebelumnya, seperti jenis filtrasi data dan jumlah elemen filtrasi data, nilai ketidakpastian dari poin data dapat R_i dievaluasi. Dimulai dari penetapan fungsi matematik dari proses *filtering* untuk mendapatkan poin data R_i sebagai berikut:

$$Y = R_i = P_i - W_i \quad (32)$$

$$Y = P_i - (S_1 P_{i-1} + S_2 P_i + S_3 P_{i+1}) \quad (33)$$

$$Y = -S_1 P_{i-1} + (1 - S_2) P_i - S_3 P_{i+1} \quad (34)$$

$$Y = \frac{2}{3} P_i - \frac{1}{3} P_{i-1} - \frac{1}{3} P_{i+1} \quad (35)$$

Maka, dengan menerapkan propogasi ketidakpastian dengan metode GUM, ketidakpastian dari fungsi Y adalah sebagai berikut:

$$u(Y) = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial P_{i-1}}\right)^2 u(P_{i-1})^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial P_i}\right)^2 u(P_i)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial P_{i+1}}\right)^2 u(P_{i+1})^2} \quad (36)$$

$$u(Y) = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 u(P_i)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 u(P_{i-1})^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 u(P_{i+1})^2} \quad (37)$$

Diasumsikan bahwa $u(P_{i-1}) = u(P_i) = u(P_{i+1}) = u(P) = 1$ dan $S_1 = S_2 = S_3 = 1/3$. Jika pengaruh nilai korelasi antara point P_i diabaikan, maka didapatkan:

$$u(Y) = u(P) \sqrt{\frac{6}{9}} \quad (38)$$

Sehingga didapatkan:

$$u(Y) = u(R_i) = 0.058 \quad (39)$$

Dari kedua contoh di atas, dapat dilihat bahwa untuk menerapkan metode GUM, fungsi matematik yang menghubungkan suatu entitas dengan sesuatu yang diukur (*measurand*) adalah sangat dibutuhkan secara mutlak.

Kelemahan metode GUM

GUM adalah metode yang menjadi rujukan utama dalam mengevaluasi nilai ketidakpastian. Namun demikian, metode GUM mempunyai beberapa kelemahan yang menyulitkan untuk diterapkan pada kondisi praktis yang sering ditemukan di industri. Beberapa kelemahan metode GUM adalah:

- Fungsi matematik yang merepresentasikan suatu pengukuran adalah mutlak dibutuhkan. Hal ini menyebabkan metode GUM pada umumnya sangat sulit diterapkan pada banyak kasus pengukuran pada umumnya. Pada umumnya, kasus pengukuran sangatlah kompleks untuk dimodelkan secara matematik, seperti pengukuran dengan CMM adalah suatu proses yang sangat rumit, sehingga fungsi matematik yang menggambarkan suatu pengukuran dengan CMM tidak ada.
- Walaupun fungsi matematik suatu pengukuran dapat direkonstruksi, namun pada umumnya fungsi matematik tersebut tidak dapat diturunkan secara matematik (atau dengan kata lain, fungsi matematik tersebut tidak kontiniu). Hal ini menyebabkan metode GUM tidak dapat diterapkan karena metode GUM membutuhkan turunan orde pertama dari fungsi matematik suatu pengukuran.
- Metode GUM membutuhkan perhitungan dan kalkulasi yang rumit, bahkan untuk contoh kasus paling sederhana seperti yang telah diperlihatkan pada dua contoh sebelumnya.

Karena metode GUM tidak dapat atau tidak efisien diterapkan untuk banyak kasus pengukuran, maka metode-

metode lain untuk mengestimasi nilai ketidakpastian dibutuhkan. Salah satu metode yang paling umum ditemui di industri dan banyak diterapkan dalam aplikasi-aplikasi praktis suatu pengukuran adalah metode tabel (*spreadsheet*).

9.8 Metode tabel (*spreadsheet*)

Metode tabel (*spreadsheet*) merupakan metode yang paling umum digunakan untuk mengevaluasi (mengestimasi) nilai ketidakpastian dari suatu hasil pengukuran. Metode tabel adalah alternatif dari metode GUM untuk suatu hasil pengukuran yang fungsi matematik dari pengukuran tersebut tidak atau belum tersedia. Pada prinsipnya, metode tabel mendaftar seluruh komponen-komponen kontributor ketidakpastian yang paling berpengaruh kepada suatu hasil pengukuran.

Elemen-elemen utama metode tabel (*spreadsheet*) adalah (lihat tabel 2):

1. Sumber ketidakpastian (kontributor).
2. Nilai interval ($\pm$).
Nilai interval $u(X_i)$ merupakan estimasi ketidakpastian dari setiap kontributor X_i .
3. Konversi dan deskripsi.
Proses konversi adalah proses untuk merubah suatu kontributor ketidakpastian X_i apabila kontributor tersebut mempunyai satuan (unit) yang berbeda dengan fungsi suatu pengukuran Y . Untuk proses konversi, metode kalkulasi langsung (*direct calculation*) yang merupakan turunan parsial matematik dari Y terhadap salah satu kontributor ketidakpastian X_i . Metode kalkulasi langsung adalah sebagai berikut:

$$u(X_i) = \frac{\partial Y}{\partial X_i} = |f(X_i + u(X_i)) - f(X_i)| \quad (40)$$

Apabila nilai ketidakpastian suatu kontributor X_i sudah memiliki satuan yang sama dengan fungsi Y , maka proses konversi tidak perlu dilakukan.

4. Distribusi probabilitas dari kontributor ketidakpastian (poin 1).
5. Pembagi (*divisor*) d_i .
Pembagi bergantung kepada jenis distribusi ketidakpastian pada poin 4.
6. Koefisien sensitivitas C_i .
Koefisien sensitivitas adalah suatu konstanta yang menggambarkan seberapa besar suatu kontributor ketidakpastian X_i mempengaruhi nilai pengukuran Y . Koefisien sensitivitas didapatkan dari hasil turunan parsial Y terhadap X_i sehingga pangkat dari suatu kontributor X_i akan menjadi koefisien sensitivitas.

$$C_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i} \quad (41)$$

7. Ketidakpastian standar (*standard uncertainty* u).

$$u_i = C_i \frac{u(X_i)}{d_i} \quad (42)$$

Tabel 2 memperlihatkan susunan dari tabel yang memuat seluruh elemen-elemen metode tabel yang disertakan dengan elemen-elemen yang harus dikalkulasi untuk mengevaluasi nilai ketidakpastian. Tabel 3 memperlihatkan beberapa pembagi (*divisor*) dari beberapa distribusi probabilitas yang umum dipakai. Untuk mengetahui lebih dalam mengenai *divisor* ini, teorinya dapat dilihat di buku statistik (Montgomery dan Runger 2003).

Untuk ketidakpastian tipe A, distribusi normal selalu digunakan. Sedangkan untuk ketidakpastian tipe B, pada umumnya distribusi yang dipakai adalah *rectangular* (biasanya untuk ketidakpastian yang diturunkan dari suatu nilai toleransi dimensi), *triangular* dan *U-shape*.

Untuk nilai koefisien sensitivitas C_i , pada umumnya koefisien tersebut memiliki nilai satu. Hal ini lebih utama untuk menentukan koefisien sensitivitas untuk suatu ketidakpastian tipe B. Alasan lainnya adalah pada umumnya metode tabel (*spreadsheet*) digunakan karena fungsi matematik dari suatu pengukuran Y tidak tersedia. Sedangkan, untuk mengetahui nilai koefisien sensitivitas C_i , fungsi Y tersebut harus diketahui karena turunan parsial akan diterapkan. Oleh sebab itu, maka pada umumnya nilai C_i adalah satu.

Untuk mengetahui lebih jelas mengenai penggunaan metode tabel untuk evaluasi ketidakpastian, beberapa contoh yang sering ditemukan baik di industri maupun pada banyak kasus praktis pengukuran akan dipresentasikan.

Tabel 2: Bentuk tabel metode *spreadsheet* (metode tabel) untuk evaluasi ketidakpastian.

Kontributor ketidakpastian X_i	Nilai interval $u(X_i)'$	Konversi dan deskripsi $u(X_i) = f(X_i + u(X_i)) - f(X_i) $	Distribusi probabilitas	Divisor d_i	$C_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i}$	<i>standard uncertainty</i> $u_i = C_i \frac{u(X_i)}{d_i}$
X_1	$u(X_1)'$				C_1	u_1
X_2	$u(X_2)'$				C_2	u_2
...	...				...	...
X_n	$u(X_n)'$				C_n	u_n
<i>Combined standard uncertainty</i> μ_c	Asumsi distribusi normal					$u(Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2}$
<i>Expanded uncertainty</i> $U = k\mu_c$ (95 % interval kepercayaan $k = 2$)	Asumsi distribusi normal $k = 2$					$U(Y) = k \cdot u(Y) = 2 \cdot u(Y)$

Tabel 3: *Divisor* untuk beberapa distribusi statistik yang umum.

Distribusi	Nilai	Divisor	<i>standard uncertainty</i>
Normal	$\pm a$	2	$a/2$
<i>Rectangular</i>	$\pm a$	$\sqrt{3}$	$a/\sqrt{3}$
<i>Triangular</i>	$\pm a$	$\sqrt{6}$	$a/\sqrt{6}$
<i>U-shaped</i>	$\pm a$	$\sqrt{2}$	$a/\sqrt{2}$

Contoh 1: pengukuran 50 mm *gauge block* dengan menggunakan mikrometer.

Pada contoh ini, sebuah proses kalibrasi mikrometer dengan mengukur sebuah *gauge block* terkalibrasi dengan panjang 50 mm dipresentasikan. Gambar 13 memperlihatkan proses pengukuran *gauge block* tersebut dengan sebuah mikrometer.

Langkah pertama untuk menerapkan metode tabel adalah dengan mendaftar semua kontributor-kontributor ketidakpastian suatu hasil pengukuran yang dianggap paling berpengaruh terhadap hasil pengukuran tersebut. Pada proses kalibrasi mikrometer tersebut, kontributor-kontributor ketidakpastian yang paling berpengaruh adalah:

- Ketidakpastian dari kalibrasi *gauge block* tersebut.
- Resolusi dari mikrometer tersebut
- Deviasi standar dari rata-rata (*standard deviation of mean*) dari pengulangan pengukuran dengan mikrometer tersebut
- Variasi temperatur pengukuran (berhubungan dengan ekspansi termal *gauge block* yang diukur)
- *Error* dari koefisien ekspansi termal *gauge block* tersebut.

Gambar 13: Pengukuran sebuah *gauge block* dengan mikrometer.

Langkah pertama untuk mengetahui sumber-sumber ketidakpastian yang paling berpengaruh adalah dari model matematik pengukuran tersebut (apabila tersedia). Model pengukuran dari pengukuran mikrometer tersebut adalah:

$$L = X_{read} + X_{read} \times \alpha \times \Delta T \quad (43)$$

Dari model pengukuran tersebut, dapat terlihat bahwa resolusi dari skala pengukuran mikrometer tersebut X_{read} , koefisien ekspansi termal α , temperature T pada saat pengukuran berlangsung dan hasil kalibrasi *gauge block* (dari sertifikasi kalibrasi) adalah sumber-sumber ketidakpastian yang paling utama. Maka dari itu, *uncertainty budget* (anggaran ketidakpastian) dari pengukuran mikrometer tersebut dapat dipresentasikan seperti yang terdapat pada tabel 4.

Penjelasan dari tabel ketidakpastian pada tabel 4 adalah sebagai berikut:

- Ketidakpastian dari kalibrasi *gauge block*.
Setiap benda kerja (artefak) yang terkalibrasi harus memiliki sertifikasi. Di dalam sertifikasi kalibrasi tersebut akan tercantum nilai ketidakpastian terekspansi (*extended uncertainty*). Pada umumnya, distribusi normal diasumsikan sehingga untuk mendapatkan u_i , maka ketidakpastian terekspansi tersebut dibagi dua.
- Resolusi dari mikrometer tersebut.
Ketidakpastian dari resolusi selalu menjadi salah satu sumber ketidakpastian suatu pengukuran panjang. Karena keterbatasan resolusi, hasil pengukuran yang berada di antara skala resolusi tidak dapat ditentukan. Ketidakpastian yang bersumber dari resolusi pada umumnya diasumsikan terdistribusi *rectangular*, sehingga nilai u_i didapatkan dari setengah dari resolusi dibagi dengan $\sqrt{3}$.
- Deviasi standar dari rata-rata (*standard deviation of mean*).
Untuk ketidakpastian yang bersumber dari pengulangan pengukuran, deviasi standar dari rata-rata digunakan untuk mengestimasi kontribusi ketidakpastian dari proses pengulangan pengukuran tersebut. Perlu diperhatikan bahwa hal ini berbeda dengan standar deviasi. Sumber ketidakpastian dari pengulangan pengukuran juga meliputi sumber-sumber ketidakpastian lain yang tidak termasuk di dalam daftar ketidakpastian dalam metode tabel ini, seperti kesalahan operator membaca skala.
- Variasi temperatur pengukuran.
Variasi temperatur dan *error* dari koefisien ekspansi termal mempunyai satuan yang berbeda dengan hasil pengukuran Y . Maka dari itu, proses konversi satuan harus dilakukan. Untuk mengkonversi variasi temperatur dan *error* koefisien ekspansi termal tersebut menjadi satuan panjang (μm), metode kalkulasi langsung (*direct calculation method*) harus diterapkan (seperti yang telah dijelaskan sebelumnya). Metode kalkulasi langsung dapat diterapkan pada fungsi dengan variabel tunggal maupun dengan multi variabel, yaitu:

Tabel 4: *Uncertainty budget* dan estimasi ketidakpastian dengan metode tabel.

Kontributor ketidakpastian X_i	Nilai interval $u(X_i)'$	Konversi dan deskripsi $u(X_i) = f(X_i + u(X_i)) - f(X_i) $	Distribusi probabilitas	Divisor d_i	$C_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i}$	<i>standard uncertainty</i> $u_i = C_i \frac{u(X_i)}{d_i}$
Ketidakpastian kalibrasi <i>gauge block</i>	0.03 μm	Nilai dari ketidakpastian kalibrasi yang terdapat dari sertifikat kalibrasi adalah nilai <i>expanded uncertainty</i> U dengan $k = 2$. TYPE B.	Normal	2	1	0.015 μm
Resolusi skala pengukuran mikrometer	0.005 mm	Resolusi diasumsikan sebagai distribusi <i>rectangular</i> dengan σ (deviasi standar) = <i>half-resolution</i> / $\sqrt{3}$. TYPE B.	<i>Rectangular</i>	$\sqrt{3}$	1	1.44 μm
Deviasi standar dari rata-rata dari $n = 10$ pengukuran (<i>repeatability</i>)	3.162 μm	$u(X_i) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $\sigma = \sqrt{\frac{(\bar{x} - x_i)^2}{N-1}}$ TYPE A.	Normal	1	1	3.162 μm
Variasi temperatur $\mu(\text{temp})$	0.5 $^{\circ}\text{C}$	$\mu(\varepsilon_{\text{temp}}) = L \times \alpha \times \mu(\text{temp}) = 0.05 \text{ m} \times 17.3 \mu\text{m}/\text{m}^{\circ}\text{C} \times 0.5 \text{ }^{\circ}\text{C} = \mathbf{0.43 \mu\text{m}}$. TYPE B.	Normal	1	1	0.43 μm
Error dari koefisien termal ekspansi atau CTE $\mu(\alpha)$ (umumnya diasumsikan 10 % dari nilai CTE tersebut)	10 % of SS304 CTE	$\mu(\varepsilon_{\alpha}) = L \times (t_{\text{max}} - 20 \text{ }^{\circ}\text{C}) \times \mu(\alpha) = 0.05 \text{ m} \times (20.5 - 20) \text{ }^{\circ}\text{C} \times 10\% \times 17.3 \mu\text{m}/\text{m}^{\circ}\text{C} = \mathbf{0.043 \mu\text{m}}$. TYPE B.	Normal	1	1	0.043 μm
<i>Combined standard uncertainty</i> μ_c	Asumsi distribusi normal					3.5 μm
<i>Expanded uncertainty</i> $U = k\mu_c$ (95 % interval kepercayaan $k = 2$)	Asumsi distribusi normal $k = 2$					7 μm

Fungsi satu variabel:

Sebuah fungsi pengukuran $Y = f(X)$, dimana X mempunyai satuan yang berbeda dengan Y . Maka dengan proses konversi satuan, nilai ketidakpastian $u(Y)$ akibat dari variasi X , dinotasikan dengan $u(X)$, adalah:

$$u(Y) = |f(X + u(X)) - f(X)| \quad (44)$$

Fungsi multi-variabel:

Sebuah fungsi pengukuran $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, dimana X_i mempunyai satuan yang berbeda dengan Y . Maka dengan proses konversi satuan, nilai ketidakpastian $u(Y)$ akibat dari variasi X_i , dinotasikan dengan $u(X_i)$, adalah:

$$u(Y_1) = |f(X_1 + u(X_1), X_2, \dots, X_n) - f(X_1, X_2, \dots, X_n)|$$

$$\dots$$

$$u(Y_n) = |f(X_1, X_2, \dots, X_n + u(X_n)) - f(X_1, X_2, \dots, X_n)| \quad (45)$$

Sehingga, konversi variasi temperatur terhadap variasi panjang *gauge block* adalah:

$$u(\varepsilon_{temp}) = |f(X_1 + u(X_1), X_2, \dots, X_n) - f(X_1, X_2, \dots, X_n)| \quad (46)$$

$$\mu(\varepsilon_{temp}) = L \times \alpha \times \mu(temp) = 0.05 \text{ m} \times 17.3 \mu\text{m/m}^0\text{C} \times 0.5^0\text{C} = \mathbf{0.43 \mu\text{m}} \quad (47)$$

- *Error* dari koefisien ekspansi termal *gauge block*.

konversi *error* dari koefisien ekspansi termal terhadap variasi panjang *gauge block* adalah:

$$u(\varepsilon_\alpha) = |f(X_1 + u(X_1), X_2, \dots, X_n) - f(X_1, X_2, \dots, X_n)| \quad (48)$$

$$u(\varepsilon_\alpha) = |(X_{read} + X_{read}(\alpha + \varepsilon_\alpha)\Delta T) - (X_{read} + X_{read} \times \alpha \times \Delta T)| \quad (49)$$

$$u(\varepsilon_\alpha) = |(X_{read} \times \Delta T)\varepsilon_\alpha| \quad (50)$$

$$\mu(\varepsilon_\alpha) = L \times (t_{max} - 20^0\text{C}) \times \mu(\alpha) = 0.05 \text{ m} \times (20.5 - 20)^0\text{C} \times 10\% \times 17.3 \mu\text{m/m}^0\text{C} = \mathbf{0.043 \mu\text{m}} \quad (51)$$

Akhirnya, hasil pengukuran mikrometer tersebut adalah sebagai berikut:

- Panjang dari *gauge block* = $Y = (50 \pm 0.007) \text{ mm}$.
- Interval 0.007 mm adalah ketidakpastian U dengan nilai perbesaran $k = 2$ (*expanded uncertainty*) meliputi 95 % interval kepercayaan (*confidence interval*), diasumsikan terdistribusi normal.
- Panjang 50 mm adalah rata-rata dari sepuluh pengulangan pengukuran. Nilai ketidakpastian diestimasi menggunakan metode tabel (*spreadsheet*). Pengukuran dilakukan di laboratorium terkontrol pada suhu $(25 \pm 0.5)^0\text{C}$ oleh operator berpengalaman dan berkeahlian.

Contoh 2: pengukuran berat jenis (density) ρ suatu bola dengan volume V dan massa m .

Pada contoh ini, sebuah pengukuran berat jenis ρ dipresentasikan. Model pengukuran berat jenis tersebut adalah sebagai berikut:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{6m}{\pi d^3} \quad (52)$$

dari model pengukuran tersebut, dapat terlihat bahwa komponen yang berkontribusi terhadap ketidakpastian dari pengukuran berat jenis bola tersebut adalah masa m dan diameter d dari bola tersebut.

Misalkan hasil estimasi berat jenis ρ tersebut adalah dengan menggunakan nilai rata-rata pengukuran masa m dan diameter d bola tersebut dari beberapa pengulangan, yaitu:

- Nilai rata-rata dari diameter d bola tersebut = 2.475 cm.
- Nilai rata-rata dari masa m bola tersebut = 19.7 g.
- Maka, dari formula perhitungan mas ajneis bola tersebut, didapatkan masa jenis $\rho = 2.49 \text{ g.cm}^{-3}$.

Nilai ketidakpastian dari masa jenis bola tersebut dianalisis dengan menggunakan metode tabel seperti yang

diperlihatkan pada tabel 5. Pada tabel 5, hanya ada dua kontributor ketidakpastian terhadap hasil pengukuran ketidakpastian tersebut. Untuk kontributor ketidakpastian dari diameter d , dapat terlihat bahwa diameter d tersebut mempunyai pangkat tiga pada persamaan model pengukuran masa jenis ρ tersebut. Maka dari itu, Koefisien sensitivitas dari variabel d tersebut mempunyai nilai tiga.

Tabel 6 memperlihatkan beberapa relasi yang umum dalam menentukan suatu nilai koefisien C_i dalam metode tabel. Perlu diperhatikan bahwa nilai yang paling umum untuk koefisien C_i tersebut adalah satu atau nilai pangkat dari variabel yang merupakan kontributor dari ketidakpastian.

Tabel 5: *Uncertainty budget* dan estimasi ketidakpastian dari hasil pengukuran ρ .

Kontributor ketidakpastian X_i	Nilai interval $u(X_i)$	Konversi dan deskripsi $u(X_i) = f(X_i + u(X_i)) - f(X_i) $	Distribusi probabilitas	Divisor d_i	$C_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i}$	standard uncertainty $u_i = C_i \frac{u(X_i)}{d_i}$
Diameter	0.0022 cm	Konversi dengan menggunakan <i>direct method</i>	normal	1	3 (<i>d berpangkat 3</i>)	0.0066 g.cm ⁻³
Masa	0.03 g	Konversi dengan menggunakan <i>direct method</i>	normal	1	1	0.0038 g.cm ⁻³
Combined standard uncertainty μ_c	Asumsi distribusi normal					0.0076 g.cm ⁻³
Expanded uncertainty $U = k\mu_c$ (95 % interval kepercayaan $k = 2$)	Asumsi distribusi normal $k = 2$					0.0152 g.cm ⁻³

Tabel 6: Beberapa relasi dari koefisien sensitivitas C_i .

Fungsi $y = f(x)$, dimana c adalah konstanta	Propagasi ketidakpastian (<i>uncertainty propagation</i>)	Deskripsi
$y = x + c$	$u(y) = u(x)$	Ketidakpastian tidak terpengaruh
$y = c \cdot x$	$\frac{u(y)}{y} = \frac{u(x)}{x}$	Ketidakpastian relatif tidak terpengaruh
$y = x^c$	$\frac{u(y)}{y} = c \frac{u(x)}{x}$	Ketidakpastian relatif menjadi besar dengan faktor c . Efek ini sangat umum ditemui dan harus selalu diperhatikan
$y = \log(x)$	$u(y) = \frac{u(x)}{x}$	Ketidakpastian absolut pada y adalah ketidakpastian relatif pada x
$y = e^x$	$\frac{u(y)}{y} = x$	Ketidakpastian relatif pada y adalah ketidakpastian absolut pada x

Akhirnya, hasil pengukuran berat jenis tersebut adalah sebagai berikut:

- Masa jenis ρ dari bola tersebut = $(2.49 \pm 0.0152) \text{ g.cm}^{-3}$.
- Interval 0.0152 g.cm^{-3} adalah ketidakpastian U dengan nilai perbesaran $k = 2$ (*expanded uncertainty*) meliputi 95 % interval kepercayaan (*confidence interval*), diasumsikan terdistribusi normal.
- Masa jenis $\rho = 2.49 \text{ g.cm}^{-3}$ dikalkulasi dari nilai masa m dan diameter d yang merupakan rata-rata dari sepuluh pengulangan pengukuran dari m dan d tersebut. Nilai ketidakpastian diestimasi menggunakan metode tabel (*spreadsheet*). Pengukuran dilakukan di laboratorium terkontrol pada suhu $(25 \pm 0.5) ^\circ\text{C}$ oleh operator berpengalaman dan berkeahlian.

Karena suatu hasil pengukuran adalah “*task specific*”, dengan metode tabel (*spreadsheet*), setiap jenis pengukuran membutuhkan pengulangan langkah-langkah yang sama. Maka dari itu, dibutuhkan sebuah metode universal dan fleksibel untuk mengevaluasi ketidakpastian “*task specific*” dari berbagai macam situasi dan jenis pengukuran. Metode simulasi Monte-Carlo merupakan salah satu solusi untuk situasi ini.

9.9 Metode simulasi Monte-Carlo

Metode simulasi Monte-Carlo merupakan metode yang paling ideal untuk mengevaluasi nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran yang bersifat “*task specific*” (Syam 2015). Keuntungan-keuntungan metode simulasi Monte-Carlo adalah metode ini fleksibel dan dapat diterapkan untuk semua jenis pengukuran, walaupun fungsi matematik dari suatu pengukuran tidak tersedia (Syam 2015, Moroni et al 2015). Salah satu kelemahan metode simulasi Monte-Carlo adalah metode ini membutuhkan komputasi yang sangat intensif, tetapi dengan kemajuan teknologi komputasi sekarang ini dan dengan semakin turunnya biaya komputasi, maka kelemahan ini dapat teratasi. Gambar 14 memperlihatkan tahapan-tahapan metode simulasi Monte-Carlo untuk mengestimasi nilai ketidakpastian.

Gambar 14: Infrastruktur metode simulasi Monte-Carlo.

Tahapan dari metode simulasi Monte-Carlo adalah (gambar 14):

1. Tahapan formulasi.

Pada tahap ini, formulasi suatu pengukuran dilakukan. Formulasi pada tahap ini tidak harus untuk menentukan fungsi matematik dari suatu proses pengukuran. Karena, seperti yang telah disebutkan sebelumnya, salah satu keuntungan metode simulasi Monte-Carlo yang utama adalah fungsi matematik dari suatu pengukuran tidak diperlukan. Yang paling utama, pada tahap ini, *measurand* atau properti yang akan

diukur harus didefinisikan dengan jelas.

2. Tahapan komputasi.

Tahap ini merupakan inti dari metode simulasi Monte-Carlo. Pada tahap ini, proses propagasi ketidakpastian dari setiap kontributor dilakukan. Proses propagasi ini dilakukan dengan memberikan *noise* (gangguan) acak, yang mengikuti suatu distribusi probabilitas tertentu (berikut parameter-parameter distribusi tersebut), pada setiap variabel yang berkontribusi kepada ketidakpastian suatu pengukuran. Tahap ini merupakan proses kalkulasi yang dilakukan berulang-ulang (dengan komputer) dan setiap hasil dari pengulangan kalkulasi tersebut disimpan. Dari setiap hasil kalkulasi yang disimpan tersebut, deviasi standar dari hasil yang tersimpan tersebut dikalkulasi dan digunakan sebagai estimasi nilai ketidakpastian pengukuran tersebut. Untuk lebih jelasnya, contoh praktis dari metode simulasi Monte-Carlo akan dipresentasikan.

Dua jenis distribusi probabilitas yang paling sering digunakan dalam metode simulasi Monte-Carlo adalah distribusi normal dan distribusi *rectangular*. Kedua distribusi tersebut diperlihatkan dengan lebih detail pada gambar 15 untuk distribusi normal dan gambar 16 untuk distribusi *rectangular* (*uniform*).

Distribusi normal

Gambar 15: (kiri) Fungsi kepadatan probabilitas dan (kanan) fungsi kepadatan komulatif dari distribusi normal suatu variabel acak.

Distribusi Rectangular (*uniform*)

Gambar 16: (kiri) Fungsi kepadatan probabilitas dan (kanan) fungsi kepadatan komulatif dari distribusi *rectangular* (*uniform*) suatu variabel acak.

1. Distribusi normal.

Distribusi normal adalah distribusi yang paling umum digunakan untuk menghasilkan variabel acak yang merepresentasikan berbagai macam sumber ketidakpastian, yang berasal dari, misalnya, variasi temperatur, variasi tekanan dan *repeatability* dari suatu instrumen.

Model matematik dari fungsi kepadatan probabilitas distribusi normal adalah (referensi gambar 15):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-u)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (53)$$

Model matematik dari fungsi kepadatan komulatif distribusi normal adalah:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-(x-u)^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (54)$$

2. Distribusi *rectangular* (*uniform*).

Pada umumnya digunakan untuk menghasilkan variabel acak yang merepresentasikan ketidakpastian yang bersumber dari resolusi suatu pengukuran dan dari hasil kalibrasi (sertifikat kalibrasi) suatu artefak referensi. Model matematik dari fungsi kepadatan probabilitas distribusi *rectangular* adalah (referensi gambar 16):

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & x > a \end{cases} \quad (55)$$

Model matematik dari fungsi kepadatan komulatif distribusi *rectangular* adalah:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & x > a \end{cases} \quad (56)$$

Prosedur dan validasi metode simulasi Monte-Carlo.

Pada umumnya semua metode estimasi ketidakpastian berbasis simulasi Monte-Carlo mempunyai prosedur dan metode validasi yang sama. Prosedur tersebut dapat dikorelasikan dengan diagram yang terdapat pada gambar 14. Prosedur metode simulasi Monte-Carlo secara umum adalah (Cox et al 2010):

1. Tentukan banyaknya jumlah kalkulasi n (*run*).
Pada umumnya, n adalah suatu nilai konstan yang sangat besar, seperti 10^6 .
2. Ulang sebanyak n kali:
 - 2.1 hasilkan secara acak semua nilai kontributor (*input*) $X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ yang dihasilkan (*drawn*) dari fungsi kepadatan probabilitas kontributor X masing-masing, seperti distribusi normal, distribusi *rectangular* atau distribusi *exponential*.
 - 2.2 Aplikasikan kalkulasi dari sebuah pengukuran Y sesuai dengan model matematik pengukuran $Y_i = f(X_i)$ apabila tersedia atau dari poin data hasil riil dari satu proses suatu pengukuran yang sudah ditambahkan *noises* (apabila mode matematik pengukuran tidak tersedia).
3. Dari semua hasil perhitungan (*output*) dari Y_i , yang diulang sebanyak n kali:
 - Jika distribusi statistik dari hasil kalkulasi Y_i dari simulasi diketahui (pada umumnya diasumsikan sebagai sebuah distribusi normal), maka kalkulasi deviasi standar dari semua hasil Y_i . Deviasi standar tersebut adalah sebagai estimasi nilai ketidakpastian u (*standard uncertainty*)
 - Atau jika distribusi statistik dari Y_i tidak diketahui dan tidak bisa diasumsikan, maka urutkan semua nilai dari Y_i dari yang paling kecil sampai dengan yang paling rendah $G = \{Y_i, i = 1, \dots, n\}$ dan ambil nilai dari Y_i dari himpunan G tersebut pada posisi 2.5 % (sebagai batas bawah) dan 97.5 % (sebagai batas atas) sebagai batas interval ketidakpastian (95 % interval kepercayaan).

Karena metode simulasi Monte-Carlo merupakan metode dengan perhitungan komputer, maka validasi dari hasil ketidakpastian dengan metode tersebut harus dilakukan. Metode validasi untuk simulasi Monte-Carlo adalah sebagai berikut:

1. Membandingkan hasil estimasi ketidakpastian dari metode Monte-Carlo dengan hasil estimasi dari GUM (apabila fungsi matematik suatu pengukuran diketahui).
Metode validasi ini tidak banyak digunakan karena pada umumnya metode simulasi Monte-Carlo digunakan karena fungsi matematik suatu pengukuran yang kompleks tidak diketahui.
2. Membandingkan hasil estimasi ketidakpastian dari metode Monte-Carlo dengan hasil ketidakpastian dengan metode eksperimen menggunakan suatu instrumen pengukuran yang lebih akurat (ISO 15530-4).
3. Membandingkan hasil estimasi ketidakpastian dari metode Monte-Carlo dengan hasil estimasi dari suatu perangkat lunak sebagai referensi menggunakan suatu data referensi (ISO 15530-4).

Contoh 1: Estimasi nilai ketidakpastian pada hasil pengukuran menggunakan jangka sorong dengan metode simulasi Monte-Carlo yang divalidasi dengan membandingkan dengan metode GUM.

Pada contoh ini, kasus yang sama pada pengukuran sebuah *gauge block* dengan suatu jangka sorong dipresentasikan. Gambar 11 memperlihatkan proses pengukuran *gauge block* tersebut. Model matematik dari pengukuran tersebut dapat dilihat pada persamaan (21) dengan diasumsikan bahwa pengaruh temperatur terhadap ekspansi termal *gauge block* tersebut dapat diabaikan.

Estimasi nilai ketidakpastian dengan menggunakan metode simulasi Monte-Carlo untuk pengukuran *gauge block* tersebut diimplementasikan dalam bentuk kode pemrograman MATLAB. Kode pemrograman MATLAB untuk mengimplementasikan metode simulasi Monte-Carlo tersebut diperlihatkan pada tabel 7. Proses kalkulasi pemrograman MATLAB tersebut mengikuti langkah-langkah yang telah dibahas sebelumnya dalam prosedur simulasi Monte-Carlo.

Tabel 7: Kode pemrograman MATLAB untuk simulasi Monte-Carlo pada kasus pengukuran dengan jangka sorong.

Kode pemrograman MATLAB
<pre> %%Set jumlah pengulangan kalkulasi n - LANGKAH 1 n=10000; ux=0.1; %%Mulai simulasi Monte-Carlo for i=1:n %Hasilkan input sebagai variabel acak dengan distribusi probabilitas tertentu - LANGKAH 2 x2=5+normrnd(0,ux); x1=0+normrnd(0,ux); %Simpan hasil output Yi- LANGKAH 3 Y(i)=x2-x1; End %%Presentasi hasil sebagai histogram- LANGKAH 3 [muhat,sigmahat]=normfit(Y); Ymin=muhat-3*sigmahat; Ymax=muhat+3*sigmahat; text1=sprintf('%0.2f +- %0.2f\n',muhat,1*sigmahat); text2=sprintf('%0.2f,%0.2f \n99.97 percent interval',Ymin,Ymax); textTotal=sprintf('%s\n',text1,text2); figure; histfit(Y,20); text(Ymax,n/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center') xlabel('X-distance');</pre>

Pada kode MATLAB di tabel 7, jumlah pengulangan kalkulasi untuk proses simulasi Monte-carlo tersebut adalah 10000 kali. Dari fungsi matematik pengukuran jangka sorong tersebut, ada dua kontributor (variabel) yang menentukan hasil pengukuran dari jangka sorong tersebut. Kedua variabel tersebut dihasilkan dengan mengambil sampel secara acak dari distribusi normal dengan nilai rata-rata 0 dan deviasi standar 0.1 mm. Hasil dari setiap proses kalkulasi Y_i disimpan, sehingga total nilai Y_i yang didapatkan adalah sejumlah 10000 nilai. Dari 10000 nilai Y_i , deviasi standar Y_i dari adalah 0.21 mm. Sehingga, estimasi ketidakpastian dari pengukuran *gauge block* tersebut adalah $u = 0.21$ mm. Hasil dari perhitungan GUM adalah $u = 0.21$ mm. Hal ini menunjukkan bahwa hasil dari metode simulasi tersebut tervalidasi dengan metode GUM. Kurva histogram dari seluruh Y_i yang disimpan dari setiap pengulangan kalkulasi sebanyak 10000 nilai diperlihatkan pada gambar 17.

Gambar 17: Hasil estimasi ketidakpastian dengan disertakan kurva histogram dari Y_i .

Contoh 2: Estimasi nilai ketidakpastian poin data pada pengukuran tekstur permukaan (*profile roughness* dan *waviness*) dengan metode simulasi Monte-Carlo yang divalidasi dengan membandingkan dengan metode GUM.

Contoh ini menggunakan kasus yang sama pada proses kalkulasi *roughness* dan *waviness* yang telah dibahas sebelumnya dengan menggunakan metode GUM. Ilustrasi dari proses kalkulasi untuk mendapatkan data *roughness* dan *waviness* diperlihatkan pada gambar 12. Persamaan (27) merepresentasikan fungsi matematik suatu proses *filtering* untuk mendapatkan *profile waviness* dan persamaan (35) merepresentasikan fungsi matematik suatu proses *filtering* untuk mendapatkan *profile roughness*. Tabel 8 memperlihatkan proses estimasi nilai ketidakpastian dengan menggunakan metode simulasi Monte-Carlo untuk kalkulasi *profile waviness* dan *profil roughness* yang diimplementasikan dalam bentuk kode pemrograman MATLAB.

Pada kode MATLAB tersebut, jumlah pengulangan kalkulasi adalah sebanyak 10000 kali. Dari setiap pengulangan, data W_i dan R_i disimpan, sehingga jumlah W_i dan R_i adalah sebanyak 10000 nilai. Kontributor dari proses kalkulasi tersebut adalah ketidakpastian dari posisi- z setiap poin, yaitu u_z . Nilai u_z dihasilkan secara acak dari distribusi normal dengan rata-rata 0 dan deviasi standar 0.1 μm . Hasil ketidakpastian poin untuk *roughness* $u_{sim}(R_i)$ dan *waviness* $u_{sim}(W_i)$ adalah $u_{sim}(R_i) = 0.082 \mu\text{m}$ dan $u_{sim}(W_i) = 0.058 \mu\text{m}$. Sedangkan hasil estimasi ketidakpastian dengan metode GUM adalah $u(R_i) = 0.08 \mu\text{m}$ dan $u(W_i) = 0.058 \mu\text{m}$. Dengan membandingkan dengan hasil GUM, maka hasil dari simulasi tersebut dapat tervalidasi. Kurva histogram dari seluruh W_i diperlihatkan pada gambar 18 dan histogram dari seluruh R_i diperlihatkan pada gambar 19.

Tabel 8: Kode pemrograman MATLAB untuk simulasi *profile roughness* and *waviness*.

Kode pemrograman MATLAB
<pre> %% Set jumlah pengulangan kalkulasi n - LANGKAH 1 n=10000; s=[1 1 1]./3; uz=0.1; %% Mulai simulasi Monte-Carlo for i=1:n z=zeros(1,19); nominal_height = 5; %Draw inputs as random variables with a specific distribution- STEP 2 z=z+nominal_height; z=z+normrnd(0, ones(1,19)*uz); %Just estimate the uncertainty of Wa and Ra at one point weigth_avg=sum(z(1:size(s,2)).*s); %collect output Y- STEP 3 W(i)=weigth_avg; R(i)=z(2)-W(i); end %% Kurva histogram dari nilai Yi - STEP 3 [muhat,sigmahat]=normfit(W); Ymin=muhat-3*sigmahat; Ymax=muhat+3*sigmahat; text1=sprintf('%0.3f +- %0.3f\n',muhat,1*sigmahat); text2=sprintf('(%0.2f,%0.2f) \n99.97 percent interval',Ymin,Ymax); textTotal=sprintf('%s%s',text1,text2); figure; histfit(W,20); text(Ymax,n/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center'); xlabel('Wa'); [muhat,sigmahat]=normfit(R); Ymin=muhat-3*sigmahat; Ymax=muhat+3*sigmahat; text1=sprintf('%0.3f +- %0.3f\n',muhat,1*sigmahat); text2=sprintf('(%0.2f,%0.2f) \n99.97 percent interval',Ymin,Ymax); textTotal=sprintf('%s%s',text1,text2); figure; histfit(R,20); text(Ymax,n/15,textTotal,'HorizontalAlignment','center'); xlabel('Ra'); </pre>

Gambar 18: Kurva histogram dari data W_i . Gambar 19: Kurva histogram dari data R_i .

Dari kedua contoh di atas, metode simulasi merupakan metode yang sangat berguna untuk estimasi nilai ketidakpastian, terutama apabila suatu pengukuran merupakan suatu proses yang sangat kompleks sehingga fungsi matematik dari pengukuran tersebut tidak tersedia. Pada banyak aplikasi praktis, misalnya pengukuran dengan sebuah instrumen CMM, proses pengukuran tersebut sangat kompleks dan fungsi matematik yang dapat mendeskripsikan proses pengukuran CMM tersebut tidak tersedia. Maka dari itu, metode simulasi Monte-Carlo sangat berguna untuk kasus-kasus seperti ini.

Untuk mengetahui lebih lanjut mengenai prinsip dasar statistik dan simulasi Monte-Carlo, pembaca dapat merujuk ke dua laporan yang ditulis oleh Cox and Harris 2010 dan Cox et al 2010.

9.10 Metode ISO 15530

Metode evaluasi nilai ketidakpastian dengan metode ISO 15530 termotivasi untuk diterapkan pada hasil-hasil pengukuran dengan menggunakan instrumen CMM, baik CMM berbasis kontak maupun berbasis non-kontak serta CMM berbasis *X-ray CT* (gambar 20). Metode-metode yang terdapat pada ISO 15530 mempunyai landasan utama pada metode GUM dan termotivasi dari metode tabel (*spreadsheet*) dan simulasi Monte-Carlo yang telah dibahas sebelumnya. Metode pada ISO/DTS 15530-2 dan ISO 15530-3 adalah seperti metode tabel (*spreadsheet*) dengan kalkulasi-kalkulasi yang spesifik untuk suatu pengukuran dengan CMM. Sedangkan metode ISO 15530-4 adalah berlandaskan metode simulasi Monte-Carlo. Metode ISO 15530 adalah metode yang paling sering ditemukan di industri karena aplikasi CMM di industri sudah menjadi standar sebagai instrumen inspeksi kualitas.

Gambar 20: Berbagai macam jenis instrumen CMM yang bisa menerapkan metode ISO 15530 untuk menentukan nilai ketidakpastian hasil pengukurannya.

Sebelum membahas secara detil metode-metode ISO 15530 untuk menentukan nilai ketidakpastian, kontributor-kontributor utama (*uncertainty sources*) yang mempengaruhi nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran dengan CMM akan dibahas terlebih dahulu. Gambar 21 memperlihatkan kontributor-kontributor utama pada ketidakpastian dari hasil-hasil pengukuran CMM. Kontributor-kontributor tersebut pertama kali dipresentasikan dalam sebuah laporan (Wilhelm et al 2001). Kontributor-kontributor (*uncertainty sources*) tersebut dikelompokkan dalam:

- *Coordinate measuring machine/system (CMS) hardware.*
Kontributor-kontributor yang berasal dari suatu instrumen CMS adalah: Seting pengukuran atau parameter pengukuran, seperti: *scanning speed* dan gaya *touching stylus* CMS terhadap permukaan benda kerja. *Error* yang berkaitan dengan suatu CMS seperti *geometric error*, *dynamic error* dan *probing error*. Selain itu, pengaruh lingkungan terhadap suatu instrumen CMS juga mempengaruhi ketidakpastian, seperti: variasi temperatur yang mengakibatkan elemen-elemen suatu instrumen CMS tereksansi dan *vibration noises*.
- Benda kerja.
Kontributor-kontributor yang bersumber dari suatu benda kerja adalah cacat-cacat geometri pada benda kerja tersebut. Cacat-cacat yang terdapat pada benda kerja yang mempengaruhi ketidakpastian adalah: cacat geometrik (contoh: *flatness error* dan *roundness error*), *surface finish* (tekstur permukaan), *clamping error* (contoh: *clamping force* yang terlalu besar sehingga mengakibatkan benda kerja terdeformasi), *alignment error* (contoh: kesalahan dalam memilih koordinat benda kerja yang tepat), deformasi elastis (misal karena benda kerja yang terlalu berat sehingga suatu instrument CMS terdeformasi dan karena *clamping force* yang terlalu besar) dan *accessability* (misalnya ketidakmampuan *stylus tip* dari suatu CMS menjangkau permukaan

suatu benda kerja yang ingin diukur sehingga mengakibatkan kurangnya data untuk memproses hasil pengukuran).

- Strategi *sampling*.

Untuk instrumen CMS yang berbasis kontak, strategi *sampling* sangat berpengaruh terhadap nilai ketidakpastian. Hal ini disebabkan karena CMM berbasis kontak, waktu yang dibutuhkan untuk meng-*sample* poin-poin dari permukaan suatu benda kerja adalah cukup lama dibandingkan dengan instrumen CMS berbasis optik (non-kontak). Maka dari itu, untuk meminimalkan waktu *sampling*, jumlah poin yang disampel dari permukaan suatu benda kerja sangatlah terbatas. Maka dari itu, *sampling* yang optimal harus diterapkan (Moroni dan Petro 2014). Proses *sampling* sangat berpengaruh dengan bentuk permukaan suatu benda kerja karena untuk dapat menginspeksi cacat suatu benda kerja, maka proses *sampling* yang terbatas harus dapat menangkap permukaan benda kerja yang cacat tersebut. Selain itu, sistem koordinat dan datum sangat penting dalam menentukan inspeksi geometri (*form*) seperti *perpendicularity*, *location* dan *parallelism*.

Gambar 21: Kontributor-kontributor terhadap nilai ketidakpastian yang “*task specific*” dari hasil suatu pengukuran CMM.

- Algoritma *fitting*.

Untuk dapat menghasilkan suatu nilai pengukuran dari suatu CMS, proses *fitting* sangatlah penting. Proses *fitting* adalah untuk mengasosiasikan suatu geometri, misalnya lingkaran, dari poin data agar suatu *measurand* dapat diukur, misalnya diameter. Ada dua aspek yang harus diperhatikan dalam proses *fitting*:

- Algoritma

Jenis algoritma yang digunakan untuk suatu jenis pengukuran sangatlah mempengaruhi hasil pengukuran. Misalkan, untuk inspeksi geometri (*form*), algoritma *fitting* yang harus digunakan adalah *minimum-zone fitting* (MZ) dan bukan *least-square fitting* (LSQ). Selain itu, algoritma yang terdapat pada perangkat lunak suatu CMS sangat terpengaruh dengan jumlah poin data yang diberikan kepada suatu algoritma untuk diproses.

- Faktor intrinsik

Faktor intrinsik pada umumnya terabaikan walaupun sebenarnya faktor ini juga sangat mempengaruhi hasil pengukuran. Misalnya keahlian operator menggunakan suatu instrumen CMS, jenis *filtering* data yang dipilih operator untuk mengkalkulasi suatu hasil pengukuran, cara operator menempatkan dan mengklam suatu benda kerja dan kebersihan benda kerja ketika diukur karena pada pengukuran berskala mikro, sedikit debu sangat mempengaruhi hasil pengukuran.

9.10.1 Metode ISO/DTS 15530-2

Metode ISO/DTS 15530-2 merupakan sebuah metode untuk evaluasi ketidakpastian suatu pengukuran (dimensi dan geometri) sebuah benda kerja dengan menggunakan sebuah instrumen CMS yang dilakukan dengan mengukur benda kerja tersebut menggunakan berbagai macam pengukuran dengan posisi dan orientasi benda kerja yang berbeda (ISO/DTS 15530-2 2003). Konsep ini dinamakan strategi multi-pengukuran. Instrumen CMS yang digunakan untuk menerapkan metode ini adalah harus merupakan sebuah CMS yang terverifikasi secara periodik, karena rantai keterlacakan dengan metode ini langsung dari instrumen CMS terverifikasi yang digunakan dan dengan mengukur *gauge block* yang terkalibrasi. Metode ISO/DTS 15530-2 tidak menggunakan sebuah artefak khusus yang terkalibrasi, melainkan hanya sebuah atau beberapa *gauge block* yang terkalibrasi. Hal ini yang membuat metode ISO/DTS 15520-2 berbeda dengan metode lainnya.

Gambar 22: Metode dengan multipel strategi *sampling* dengan empat jenis orientasi.

Prosedur untuk menentukan nilai ketidakpastian dengan metode ISO/DTS 15530-2 adalah sebagai berikut:

- Jumlah pengukuran yang dibutuhkan adalah total 20 pengukuran.
Total 20 pengukuran terdiri dari pengukuran dengan 4 orientasi yang berbeda dan masing-masing 5 pengulangan pengukuran untuk setiap orientasi tersebut. Gambar 22 memperlihatkan 4 orientasi pengukuran yang berbeda pada suatu instrumen CMS. Tabel 9 merepresentasikan manajemen data hasil 20 pengukuran dengan metode ISO/DTS 15530-2.
- *Stylus tip* yang digunakan (yang berbentuk bola merah pada gambar 22) haruslah dikualifikasi terlebih dahulu (jangan menggunakan data kualifikasi *stylus* dari yang sebelumnya). Hal ini harus dilakukan untuk meminimalisasi ketidakpastian yang bersumber dari *probing error* atau *stylus tip* yang sudah terdegradasi sehingga tidak memiliki bentuk yang bagus.
- Sangat direkomendasikan untuk menggunakan berbagai macam strategi *sampling* poin untuk setiap orientasi yang berbeda.
Hal ini dilakukan untuk mengikutsertakan sumber ketidakpastian yang berasal dari jenis *sampling* yang digunakan untuk meng-*sample* poin data dari suatu permukaan benda kerja.

Tabel 9: Metode pengukuran untuk metode ISO/DTS 15530-2.

	Posisi $j = 1$	Posisi $j = 2$	Posisi $j = 3$	Posisi $j = 4$
Pengukuran $i = 1$	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}
Pengukuran $i = 2$	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}
Pengukuran $i = 3$	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	Y_{34}
Pengukuran $i = 4$	Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}	Y_{44}
Pengukuran $i = 5$	Y_{51}	Y_{52}	Y_{53}	Y_{54}
Rata-rata Y_i	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
Deviasi standar S_i	S_1	S_2	S_3	S_4

Pada gambar 22, total empat posisi dengan orientasi yang berbeda-beda bertujuan agar sumber ketidakpastian yang berasal dari *error* geometri CMS yang digunakan, seperti *squariness error*, *angular error* dan *scale error*, juga diperhitungkan agar nilai ketidakpastian yang dihasilkan menjadi komprehensif. Pada umumnya, untuk menerapkan metode ISO/DTS 15530-2, *stylus tip* berbentuk *star* dari suatu CMS selalu digunakan untuk dapat melakukan pengukuran dengan berbagai macam orientasi (gambar 22).

Tabel 9 memperlihatkan bagaimana cara mengolah data yang dihasilkan dalam proses pengukuran untuk estimasi ketidakpastian dengan mengikuti metode ISO/DTS 15530-2. Dari tabel 9, pengukuran dikelompokkan menjadi empat bagian berdasarkan orientasi suatu benda kerja yang diukur $\{j = 1, 2, 3, 4\}$. Pada setiap orientasi, lima pengulangan pengukuran dilakukan $\{i = 1, 2, 3, 4, 5\}$. Pada setiap orientasi, strategi *sampling* disarankan berbeda-beda agar ketidakpastian dari efek strategi *sampling* terhadap hasil pengukuran dapat diperhitungkan juga. Dari setiap kelompok orientasi, rata-rata dan deviasi standar dari lima pengulangan pengukuran dikalkulasi.

Kalkulasi-kalkulasi selanjutnya yang diturunkan dari hasil kalkulasi pada tabel 9 adalah sebagai berikut:

- u_{rep} :

$$u_{rep} = \sqrt{\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} S_i^2} \quad (57)$$

Dimana n_1 adalah jumlah pengulangan pada setiap orientasi. Kalkulasi Y_i dan S_i adalah:

$$Y_i = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} Y_{ij} \quad (58)$$

$$S_i = \sqrt{\frac{1}{n_1-1} \sum_{i=1}^{n_1} (Y_{ij} - Y_i)^2} \quad (59)$$

- u_{geo} :

$$u_{geo} = \frac{1}{\sqrt{n_2}} \sqrt{\frac{1}{(n_2-1)} \sum_{i=1}^{n_2} (Y_i - Y)^2} \quad (60)$$

Dimana n_2 adalah jumlah posisi orientasi yang berbeda. Nilai Y diformulasikan sebagai:

$$Y = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \sum_{j=1}^{n_2} \sum_{i=1}^{n_1} Y_{ij} \quad (61)$$

- u_{corr} :

$$u_{corr} = \frac{L}{L_{std}} \sqrt{\left(\frac{u_{std}}{2}\right)^2 + \frac{u_{meas}^2}{n_3}} \quad (62)$$

Dimana L_{std} adalah panjang suatu *gauge block* yang terkalibrasi, L_i panjang *gauge block* hasil dari pengukuran

ke $-i$ dan U_{std} adalah ketidakpastian terekspansi ($k = 2$) yang terdapat pada sertifikat *gauge block* tersebut. Nilai u_{meas} dan $\bar{L}$ diformulasikan sebagai:

$$u_{meas} = \sqrt{\frac{1}{n_3-1} \sum_{i=1}^{n_3} (L_i - \bar{L})^2} \quad (63)$$

$$\bar{L} = \frac{1}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} L_i \quad (64)$$

- Perhitungan koreksi panjang:

$$E_{L \text{ proportion}} = \frac{1}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} \frac{L_i - L_{std}}{L_{std}} \quad (65)$$

$$E_L = L \cdot E_{L \text{ proportion}} \quad (66)$$

Dimana n_3 adalah jumlah pengukuran panjang *gauge block*, pada umumnya $n_3 = 3$, dan L adalah suatu panjang/size yang diukur pada suatu benda kerja.

Penjelasan variabel-variabel tersebut adalah:

- u_{rep} adalah sumber ketidakpastian yang berasal dari CMM *repeatability*, properti benda kerja (misal *form* dan *roughness*), strategi *sampling* dan kotor pada permukaan benda kerja.
- u_{geo} adalah sumber ketidakpastian yang berasal dari CMM *geometry error*, *stylus error*, *tip error*, *fixturing error* dan *alignment error*.
- u_{corr} adalah sumber ketidakpastian yang berasal dari error akibat kesalahan pengukuran panjang referensi (*gauge block*). Sumber ketidakpastian u_{corr} hanya diperhitungkan untuk pengukuran panjang dan *size* saja.
- u_{temp} adalah sumber ketidakpastian yang berasal dari variasi temperatur dan *error* pada koefisien ekspansi termal dari benda kerja yang diukur.
- Untuk pengukuran panjang dan *size*, panjang/size yang diukur L adalah

$$L = L - E_{L \text{ proportion}}. \quad (67)$$

Akhirnya, kalkulasi untuk mengevaluasi ketidakpastian dengan metode ISO 15530-2 adalah sebagai berikut:

- Ketidakpastian untuk pengukuran panjang, jarak dan *size* (seperti: diameter dan kedalaman):

$$U = k \sqrt{\frac{u_{rep}^2}{n_1} + \frac{u_{geo}^2}{n_2} + u_{corr}^2 + u_{temp}^2} \quad (68)$$

- Ketidakpastian untuk pengukuran geometri (*form*) dan untuk pengukuran sudut (*angle*):

$$U = k \sqrt{\frac{u_{rep}^2}{n_1} + \frac{u_{geo}^2}{n_2}} \quad (69)$$

Nilai $k = 2$ untuk 95 % interval kepercayaan dengan asumsi hasil pengukurannya mempunyai distribusi normal.

Keuntungan dan kerugian metode ISO/DTS 15530-2.

Kuntungan metode ISO/DTS 15530-2 adalah:

- Metode ini hanya bisa diterapkan secara efisien pada kasus produksi dengan jumlah volume yang sedikit.
- Metode ini dapat mereduksi ketidakpastian dari *error* volumetrik CMM dengan menggunakan efek rata-rata (*averaging effect*) dari banyak pengukuran dengan orientasi yang berbeda-beda.
- Metode ini sangat cocok untuk mengkalibrasi suatu benda kerja dengan menggunakan CMM.

Kerugian metode ISO/DTS 15530-2 adalah:

- Prosedur untuk menerapkan metode ini membutuhkan waktu yang relatif lama apabila dibandingkan dengan metode ISO 15530-3.
- Metode ini sangat tidak efisien apabila diterapkan untuk pengukuran suatu produk yang diproduksi dalam jumlah besar.

9.10.2 Metode ISO 15530-3

Metode ISO 15530-3 adalah salah satu metode untuk mengevaluasi nilai ketidakpastian suatu pengukuran sebuah benda kerja dengan menggunakan artefak terkalibrasi yang mempunyai bentuk serupa (seperti panjang, geometri dan besaran sudut) dengan benda kerja tersebut (ISO 15530-3 2011). Proses kalibrasi suatu benda kerja harus mempunyai kondisi yang serupa dengan proses pengukuran benda kerja yang serupa di rantai produksi. Metode ISO 15530-3 adalah metode estimasi ketidakpastian yang paling umum diadopsi oleh industri-industri manufaktur.

Gambar 23 memperlihatkan bagaimana metode ISO 15530-3 diterapkan di rantai produksi. Pada gambar 23, sebuah instrumen CMM digunakan untuk menginspeksi suatu geometri benda kerja yang diletakkan *in-line* di dalam sebuah siklus manufaktur. *In-line* CMM tersebut digunakan untuk mengukur sejumlah benda kerja (berwarna abu-abu pada gambar 23) yang diproduksi dalam jumlah yang cukup atau sangat banyak. Untuk mengestimasi nilai ketidakpastian dari pengukuran tersebut, maka sebuah benda kerja (berwarna merah pada gambar 23), yang mempunyai bentuk yang serupa dengan benda kerja yang diukur oleh *in-line* CMM tersebut, harus dikalibrasi oleh sebuah CMM yang mempunyai tingkat keakuratan yang lebih baik dari *in-line* CMM tersebut. Proses estimasi ketidakpastian dengan metode ISO 15530 melibatkan pengukuran benda kerja terkalibrasi tersebut dan beberapa benda kerja hasil produksi.

Gambar 23: Ilustrasi metode ISO 15530-3 untuk estimasi ketidakpastian.

Kalkulasi-kalkulasi metode ISO 15530-3 adalah sebagai berikut:

- Pengukuran artefak (benda kerja) terkalibrasi sebanyak minimal 10 kali dengan strategi *sampling* dan waktu pengukuran yang berbeda untuk mendapatkan u_p . u_p diformulasikan sebagai berikut:

$$u_p = \sqrt{\frac{1}{n_p - 1} \sum_{i=1}^{n_p} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (70)$$

Dimana Y_i adalah pengukuran artefak terkalibrasi ke- i , $n_p = 10$, dan $\bar{Y}$ adalah:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_p} Y_i \quad (71)$$

- Pengukuran artefak terkalibrasi sebanyak 20 kali. Kemudian, perbedaan antara satuan yang diukur dengan yang terkalibrasi dikalkulasi. Perhitungan ini adalah untuk mendapatkan u_b sebagai berikut:

$$u_b = \sqrt{\frac{1}{n_b-1} \sum_{i=1}^{n_b} (diff - \overline{diff})^2} \quad (72)$$

Dimana $n_b = 20$, $diff$ dan $\overline{diff}$ didefinisikan sebagai:

$$\overline{diff} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_b} diff \quad (73)$$

$$diff = L_{meas} - L_{std} \quad (74)$$

- Pengukuran benda kerja yang berbeda-beda yang diproduksi dari *batch* yang berbeda-beda. Hal ini untuk memperhitungkan variasi yang berasal dari proses produksi termasuk variasi ekspansi termal benda kerja. Pengukuran tersebut untuk mengkalkulasi u_w sebagai berikut:

$$u_w = \sqrt{\frac{1}{n_w-1} \sum_{i=1}^{n_w} (Y_{part\ i} - \overline{Y_{part}})^2} \quad (75)$$

Dimana n_w adalah jumlah pengukuran dari beberapa benda kerja, $Y_{part\ i}$ adalah hasil pengukuran benda kerja ke- i dan $\overline{Y_{part}}$ adalah:

$$\overline{Y_{part}} = \frac{1}{n_w} \sum_{i=1}^{n_w} Y_{part\ i} \quad (76)$$

Penjelasan variabel-variabel tersebut adalah:

- u_{cal} adalah sumber ketidakpastian yang berasal dari sertifikat dari artefak (benda kerja) terkalibrasi.
- u_p adalah sumber ketidakpastian yang berasal dari *error* geometri CMM, *stylus error*, dan *sampling error*.
- u_b adalah sumber ketidakpastian yang berasal dari *error* koreksi pengukuran panjang dan *size*.
- u_w adalah sumber ketidakpastian yang berasal variasi *part-to-part*, misalnya *error* akibat proses produksi, variasi temperatur, dan efek lingkungan.

Akhirnya, kalkulasi untuk mengevaluasi ketidakpastian dengan metode ISO 15530-3 adalah sebagai berikut:

$$U = k \times \sqrt{u_{cal}^2 + u_p^2 + u_b^2 + u_w^2} \quad (77)$$

Nilai $k = 2$ untuk 95 % interval kepercayaan dengan asumsi hasil pengukurannya mempunyai distribusi normal.

Keuntungan dan kerugian metode ISO 15530-3.

Kuntungan metode ISO 15530-3 adalah:

- Metode ini hanya membutuhkan untuk diterapkan satu kali saja dan dapat diterapkan untuk semua pengukuran yang mempunyai bentuk benda kerja yang serupa, baik bentuk maupun proses produksinya.
- Semua pengukuran dilakukan pada kondisi yang serupa, seperti: lingkungan dan strategi *sampling*.

Kerugian metode ISO 15530-3 adalah:

- Metode ini membutuhkan artefak terkalibrasi yang mempunyai bentuk serupa dengan benda kerja yang akan diukur untuk setiap properti yang ingin diukur. Hal ini akan menyebabkan meningkatnya biaya inspeksi kualitas untuk menentukan nilai ketidakpastian.
- Metode ini sangat sulit untuk diterapkan pada benda kerja yang mempunyai bentuk *free-form*. Hal ini disebabkan karena untuk memproduksi artefak terkalibrasi (*reference artefact*) yang mempunyai bentuk *free-form* adalah sangat sulit ataupun sangat mahal biayanya.
- Biaya untuk menerapkan metode ini hanya bisa terjustifikasi untuk produksi berskala medium sampai besar.

9.10.3 Metode ISO 15530-4

Metode ISO 15530-4 untuk mengestimasi nilai ketidakpastian yang bersifat “*task spesifik*” termotivasi dari beberapa kekurangan yang terdapat pada dua metode ISO sebelumnya, yaitu ISO 15530-2 dan ISO 15530-3. Kekurangan yang paling utama dari metode ISO 15530-2 adalah metode tersebut membutuhkan waktu yang cukup lama sehingga tidak efisien untuk sistem produksi yang singkat. Selain itu, metode ISO 15530-2 membutuhkan pengukuran dengan orientasi yang berbeda, sehingga apabila benda kerja yang diukur berskala besar, maka sangat susah untuk memposisikan benda kerja tersebut terhadap suatu orientasi tertentu. Metode ISO 15530-3 mempunyai kelemahan utama karena membutuhkan artefak terkalibrasi yang memiliki bentuk serupa dengan suatu benda yang akan diukur. Apabila benda kerja tersebut mempunyai bentuk yang kompleks, maka biaya untuk membuat artefak terkalibrasi yang serupa dengan benda kerja tersebut sangatlah mahal. Biaya yang sangat mahal ini hanya bisa dijustifikasi apabila produksi benda kerja tersebut adalah dalam jumlah yang sangat banyak.

Oleh sebab itu, untuk mengevaluasi nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran, dibutuhkan sebuah metode yang mempunyai sifat-sifat:

- **Fleksibel.**
Metode yang fleksibel adalah metode yang bisa diterapkan untuk berbagai macam jenis dan kondisi pengukuran tanpa merubah proses-proses dari metode tersebut, seperti tidak membuat artefak baru atau melakukan pengukuran ulang.
- **Murah.**
Metode yang murah di sini bermaksud apabila dibandingkan dengan metode lain, misal metode ISO 15530-3 membutuhkan benda kerja yang terkalibrasi sehingga meningkatkan total biaya inspeksi kualitas.
- **Mudah diaplikasikan.**
Mudah diaplikasikan bermaksud bahwa metodenya dapat digunakan oleh banyak operator tanpa harus memiliki keahlian yang tinggi untuk menerapkan metode tersebut.
- **Sedikit campur tangan operator.**
Hal ini bermaksud bahwa dalam menerapkan proses estimasi ketidakpastian, seorang operator tidak harus selalu menggunakan atau memonitor proses estimasi tersebut.
- **Cepat.**
Metode yang diharapkan adalah metode yang relatif cepat dibandingkan metode lainnya, misal metode ISO 15530-2 membutuhkan waktu untuk melakukan sejumlah pengukuran dan metode ISO 15530-3 membutuhkan waktu untuk membuat dan mengkalibrasi artefak yang serupa dengan suatu benda kerja yang diukur.

Metode ISO 15530-4 adalah sebuah metode untuk mengevaluasi atau mengestimasi nilai ketidakpastian yang berbasiskan simulasi Monte-Carlo yang difokuskan untuk hasil pengukuran dengan sebuah mesin CMM (ISO 15530-4 2008). Metode ISO 15530-4 memiliki kelebihan-kelebihan yang telah dijelaskan sebelumnya, yaitu fleksibel, murah, mudah diaplikasikan, sedikit campur tangan operator dan cepat.

Langkah-langkah untuk menerapkan metode ISO 15530-4 diperlihatkan pada gambar 24. Metode ISO 15530-4 terdiri dari dua bagian utama, seperti yang diperlihatkan pada gambar 24, yaitu langkah-langkah yang diperlihatkan dengan garis biru dan langkah-langkah yang diperlihatkan dengan garis merah. Awal dari metode ISO 15530-4 adalah sebuah pengukuran riil benda kerja yang akan dievaluasi hasil ketidakpastian dari benda kerja tersebut. Pengukuran benda kerja tersebut dilakukan dengan suatu mesin CMM.

Aspek yang sangat penting dari metode ISO 15530-4 adalah proses simulasi dimulai dari data hasil pengukuran riil suatu CMM. Hal ini merupakan aspek utama untuk dapat melakukan simulasi Monte-Carlo walaupun detail dari fungsi matematik suatu pengukuran CMM tidak tersedia. Dengan menggunakan hasil pengukuran riil suatu mesin CMM, data hasil pengukuran tersebut merepresentasikan model atau fungsi matematik dari pengukuran tersebut. Untuk melakukan proses simulasi dengan metode ISO 15530-4, poin-poin data (*3D point cloud*) yang dihasilkan dari pengukuran riil tersebut dengan suatu CMM akan diberi gangguan (*perturbed*) yang disebabkan oleh sumber-sumber ketidakpastian. Gangguan-gangguan tersebut dihasilkan dari variabel-variabel acak yang mempunyai distribusi statistik tertentu. Proses penggangguan poin-poin tersebut (*point perturbation*) diulang dalam jumlah yang sangat besar.

Gambar 24: Langkah-langkah estimasi nilai ketidakpastian dengan metode ISO 15530-4.

Penjelasan detail dari langkah-langkah metode ISO 15530-4 adalah sebagai berikut (sesuai dengan gambar 24):

1. **Bagian 1 (garis biru).**
 Bagian ini merupakan langkah pertama dalam menerapkan metode ISO 15530-4 untuk menentukan hasil suatu pengukuran Y . Tahapan-tahapan Bagian 1 adalah:
 - (1) Sebuah pengukuran riil suatu benda kerja dilakukan dengan CMM, baik kontak maupun non-kontak.
 - (2) Poin-poin data 3D (3D *point cloud*) didapatkan dari pengukuran suatu CMM.
 - (3) Poin-poin data tersebut kemudian diproses dengan suatu algoritma pengukuran, misalnya *least-square fitting* atau *minimum-zone fitting*, untuk mengkalkulasi suatu *measurand*, misal *flatness*, *roundness*, *length* dan *location*.
 - (4) Dari hasil proses data tersebut, sebuah hasil pengukuran Y didapatkan. Pada tahap ini, hanya hasil pengukuran Y didapatkan, tetapi nilai ketidakpastiannya belum terestimasi. Untuk mengestimasi hasil pengukuran tersebut, maka Bagian 2 dari metode ISO 15530-4 harus dilakukan, yaitu dengan simulasi Monte-Carlo.
2. **Bagian 2 (garis merah).**
 Bagian ini merupakan tahapan untuk mengestimasi nilai ketidakpastian $U(Y)$ dengan menggunakan metode simulasi Monte-Carlo. Bagian 2 ini dilakukan secara berulang-ulang dalam jumlah yang sangat banyak untuk dilakukan analisis statistik dari data-data hasil simulasi tersebut. Tahapan-Tahapan dari (5a) sampai (8) dilakukan secara berulang-ulang. Tahapan-tahapan Bagian 2 adalah:
 - (5) Pada tahap ini, data-data poin (3D *point cloud*) hasil dari suatu pengukuran riil CMM digunakan sebagai *input* untuk proses simulasi. Data poin tersebut merupakan representasi dari fungsi matematik suatu pengukuran CMM.
 - (5a) Tahap ini merupakan tahapan inti dari proses simulasi Monte-Carlo untuk metode ISO 15530-4. Pada tahap ini, data-data poin yang didapatkan diberikan gangguan-gangguan yang bersumber dari

berbagai sumber utama ketidakpastian yang mempengaruhi hasil suatu pengukuran dengan CMM, misal yang berasal dari *error* geometri, *probing error* dan *error* akibat efek dari lingkungan. Proses pemberian gangguan tersebut merupakan suatu proses matematik yaitu dengan menerapkan transformasi geometri pada data-data poin tersebut.

- (6) Pada tahap ini, berbagai macam data-data poin dihasilkan setelah memberikan gangguan-gangguan terhadap data-data poin yang dihasilkan dari hasil pengukuran riil suatu CMM. Data-data poin yang dihasilkan tersebut lalu diproses dengan menggunakan algoritma yang sama untuk memproses data hasil pengukuran riil.
- (7) Setelah data-data poin yang dihasilkan, maka hasil pengukuran dari simulasi Y_{sim} didapatkan dan disimpan.
- (8) Dari banyaknya Y_{sim} yang dihasilkan dari proses simulasi, standar deviasi σ dari Y_{sim} dikalkulasi untuk mendapatkan estimasi dari ketidakpastian $U(Y)$. Sehingga, hasil pengukuran yang lengkap didapatkan, yaitu $Y \pm U(Y)$

Evaluasi metode ISO 15530-4.

Hasil akhir estimasi ketidakpastian dengan metode ISO 15530-4 yang didapatkan dari simulasi harus dikombinasikan dengan nilai-nilai ketidakpastian yang berasal dari faktor-faktor lain yang tidak diperhitungkan di dalam proses simulasi. Apabila proses simulasi dianggap sudah memperhitungkan seluruh sumber-sumber utama yang berkontribusi terhadap nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran, maka hasil akhir estimasi tersebut adalah ketidakpastian yang berasal dari simulasi tersebut.

Untuk mengkombinasikan nilai ketidakpastian hasil simulasi dengan nilai ketidakpastian yang berasal dari faktor lain, hal ini dapat dikalkulasi dengan:

$$U_{sim} = k \times \sqrt{u_{sim}^2 + \sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (78)$$

dimana u_{sim} adalah ketidakpastian standar (*standard uncertainty*) yang berasal dari simulasi dan u_i adalah ketidakpastian standar dari sumber ke- i yang tidak diperhitungkan di dalam proses simulasi $\{i = 1, 2, 3, \dots, n\}$.

Validasi metode ISO 15530-4.

Ada beberapa metode untuk validasi apakah suatu metode simulasi Monte-Carlo untuk mengestimasi nilai ketidakpastian dapat merepresentasikan hasil riil yang sebenarnya. Di dalam ISO 15530-4, metode-metode validasi tersebut adalah:

- Validasi dengan suatu pengukuran riil dengan CMM.
- Validasi dengan mengkomparasi hasil estimasi ketidakpastian dari simulasi dengan sebuah nilai referensi.
- Validasi dengan investigasi secara statistik hasil historis dari banyak hasil pengukuran.

Validasi dengan suatu pengukuran riil CMM akan dijelaskan sebagai berikut. Validasi dengan metode ini dikuantifikasikan dengan suatu nilai kriteria kecocokan (*plausibility*) E . Kriteria kecocokan tersebut adalah:

$$E = \frac{|y - y_{calCMM}|}{\sqrt{U_{calCMM}^2 + U_{sim}^2}} \leq 1 \quad (79)$$

dimana y adalah hasil pengukuran CMM standar (baik kontak maupun non-kontak), y_{calCMM} adalah nilai terkalibrasi dengan CMM dengan tingkat akurasi yang tinggi (akurasi lebih tinggi dari CMM standar), U_{calCMM} adalah ketidakpastian terekspansi dari proses kalibrasi dengan CMM dengan tingkat akurasi yang tinggi dan U_{sim} adalah ketidakpastian terekspansi hasil dari simulasi Monte-Carlo sesuai dengan ISO 15530-4.

Jumlah pengukuran y direkomendasikan untuk diulang sebanyak minimal 100 kali. Dari setiap hasil pengulangan, nilai E dikalkulasi. Hasil ketidakpastian dari simulasi U_{sim} dianggap dapat merepresentasikan situasi riil apabila kriteria kecocokan $E \leq 1$ haruslah $\geq 95\%$ dari total jumlah E yang terkalkulasi (sebanyak jumlah pengulangan y).

Gambar 25: Ilustrasi dari kriteria kecocokan (*plausibility*).

Ilustrasi dari nilai kecocokan (*plausibility*) diperlihatkan pada gambar 25. Arti dari gambar 25 dan persamaan 79 adalah nilai ketidakpastian hasil dari simulasi U_{sim} dianggap merepresentasikan situasi riil (tervalidasi) apabila ada irisan antara interval y yang terasosiasi dengan U_{sim} dan interval y_{calCMM} yang terasosiasi dengan U_{calCMM} .

9.11 Metode berbasis standard yang lain

Beberapa metode selain metode ISO untuk mengestimasi ketidakpastian hasil pengukuran dengan menggunakan suatu CMM juga tersedia. Contoh metode lain selain metode standar ISO adalah metode yang terdapat pada standar Jerman adalah sebagai berikut:

- VDI/VDE 2617 part 7 untuk evaluasi ketidakpastian hasil pengukuran menggunakan CMM dengan metode simulasi (VDI/VDE 2617-7 2007).
- VDI/VDE 2617 part 11 untuk evaluasi ketidakpastian hasil pengukuran menggunakan CMM menggunakan metode *uncertainty budget* (berbasis metode *tabel/speadsheet*) (VDI/VDE 2617-11 2011).
- VDI/VDE 2629 part 2 untuk evaluasi ketidakpastian hasil pengukuran menggunakan CMM dengan menggunakan artefak terkalibrasi (VDI/VDE 2629-2 2012).
- VDI/VDE 2630 part 2.1 untuk evaluasi ketidakpastian hasil pengukuran menggunakan CMM berbasis *X-ray computed tomography* (VDI/VDE 2630-2.1 2015).

Serupa dengan metode ISO, metode VDI/VDE mempunyai landasan utama GUM dan merupakan pengembangan dari metode tabel dan simulasi Monte-Carlo. Namun pada prakteknya, metode berbasis ISO 15530 lebih banyak diadaptasi dan digunakan karena mempunyai level standardisasi yang lebih tinggi.

Terdapat riset-riset yang menggunakan metode ISO 15530 untuk menentukan nilai ketidakpastian. Beberapa contoh dari riset-riset tersebut adalah sebagai berikut: riset-riset yang menggunakan metode ISO 15530-2 dapat dirujuk di Moroni et al 2014 dan Moroni et al 2017, riset-riset yang menggunakan metode ISO 15530-3 dapat dirujuk di Tosello et al 2009 dan Tosello et al 2010 dan riset-riset yang menggunakan metode ISO 15530-4 dapat dirujuk di Syam 2015, Moroni et al 2015, Jakubiec dan Plowucha 2013. Beaman dan Morse 2010 mempresentasikan hasil komparasi nilai ketidakpastian yang diestimasi dengan menggunakan metode simulasi dari beberapa perangkat lunak komersial dan yang diestimasi dengan menggunakan hasil eksperimen dengan menggunakan CMM.

Kesimpulan dari bab ini adalah nilai ketidakpastian adalah mutlak diperlukan agar suatu hasil pengukuran apapun dapat dipercaya, dikomparasi, terlacak dan reliabel. Metode untuk menentukan nilai ketidakpastian dari suatu hasil pengukuran dapat dilakukan dengan salah satu metode yang telah dipresentasikan dalam bab ini ataupun dengan menggunakan kombinasi dari metode-metode tersebut.

9.11 Contoh kasus: estimasi ketidakpastian hasil pengukuran *laser interferometer*

Bagian ini akan memberikan contoh kasus riil estimasi ketidakpastian hasil pengukuran *laser interferometer* dengan menggunakan metode *spreadsheet* (Haitjema 2008). Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya pada bab 4.5.8 tentang *laser interferometer*, model pengukuran jarak yang diukur dengan *laser interferometer* adalah:

$$d = \frac{L_{Meas}}{n_a(T_a, P_a, Rh)} [1 + \alpha \cdot (T_s - 20^\circ C)] \quad (80)$$

dimana L_{Meas} adalah hasil perhitungan jarak yang dihasilkan oleh suatu interferometri laser, d adalah indeks refraktif udara n_a , T_s adalah temperatur benda yang diukur, T_a adalah temperature lingkungan (atmosphere), Rh adalah kelembapan relatif pada suatu tempat pengukuran, P_a adalah tekanan atmosfer pada tempat pengukuran tersebut. Berdasarkan (Bonsch dan Potulski 1998), hal penting yang harus diketahui adalah bahwa $n_a = f(T_a, Rh, P_a)$. Maka dari itu, untuk dapat menghasilkan suatu pengukuran interferometri laser dengan tingkat akurasi yang tinggi, maka pengukuran-pengukuran parameter T_a , Rh dan P_a tersebut harus dilakukan untuk dapat mekompensasi efek lingkungan dan untuk mengkalkulasi secara akurat panjang gelombang λ_a dari laser yang digunakan. Dengan demikian, sumber-sumber ketidakpastian (*uncertainty*) dari hasil pengukuran jarak/panjang dengan interferometri laser adalah: T_a , P_a , Rh , α , T_m dan *repeatability* dari pengukuran tersebut.

untuk memudahkan penentuan nilai ketidakpastian dari variasi factor lingkungan, berdasarkan (Bonsch dan Potulski 1998), tabel 10 untuk mengkonversi variasi dari faktor lingkungan menjadi variasi dalam satuan jarak digunakan.

Tabel 10: Konversi variasi dari faktor lingkungan menjadi variasi dalam satuan jarak.

Kondisi lingkungan	Perubahan atau ketidakpastian	Perubahan atau ketidakpastian pada suatu jarak yang terukur d per metre.
Temperatur udara, T_a	1 °C	0.93 μm
Tekanan udara, p_a	1 hPa	-0.27 μm
kelembapan Rh	1 % Rh	0.009 μm

Sebagai contoh, sebuah pengukuran benda yang mempunyai panjang nominal 80 mm dilakukan dengan sebuah laser interferometer. Pengukuran dilakukan pada suatu ruangan dengan temperatur $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$, kelembapan relatif $(50Rh \pm 10\%)$ dan pada tekanan atmosphere (1020 ± 2) hPa. Estimasi nilai ketidakpastian dari pengukuran tersebut dengan metode *spreadsheet* diperlihatkan pada tabel 11. Dari hasil estimasi nilai ketidakpastian pada tabel 11, total kombinasi dari standard ketidakpastian (*combined standard uncertainty*) adalah 0.24 μm . dengan demikian, total nilai ketidakpastian terekspansi adalah $2 \times 0.24 = 0.48 \mu\text{m}$.

Tabel 11: Kalkulasi nilai ketidakpastian hasil pengukuran *laser interferometer*.

X_i	Estimasi x_i	Ketidakpastian u_i	Koefisien sensitifitas (dapat dilakukan dengan <i>direct method</i>) $c_i = \frac{\partial P_{20}}{\partial X_i}$	Kontribusi pada nilai ketidakpastian pada kondisi standar $u_i \cdot c_i$ in μm
L_{lin}	80 mm	0	1	0
L_{20}	80.000575 mm	0.085 μm	1	0.085
T_s	20.5 °C	0.2 °C	$L_{20} \cdot \alpha_s$	0.184
α_s	$11.5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$0.7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$L_{20} \cdot (T_s - 20^\circ\text{C})$	0.028
T_a	21 °C	1 °C	$0.93 \cdot 10^{-6} \cdot L_{20}$	0.074
p_a	1020 hPa	2 hPa	$2 \times 0.27 \cdot 10^{-6} \cdot L_{20}$	0.086
H	50 %Rh	10 %Rh	$10 \times 0.9 \cdot 10^{-8} \cdot L_{20}$	0.07
	μm	$u(L_{1,20}) = \sqrt{\sum (u_i \cdot c_i)^2}$		0.24

BAB 10

Keuntungan ekonomi metrologi manufaktur

Metrologi pada umumnya hanya dianggap sebagai “*cost center*” dan harus diminimisasi sebanyak mungkin. Namun demikian, paradigma metrologi sebagai “*cost center*” adalah sangat keliru. Karena, terdapat banyak sekali manfaat atau nilai tambah yang dapat diberikan oleh metrologi pada suatu industri, misalnya manufaktur, dan untuk suatu konsumen.

Beberapa manfaat nyata dari metrologi, misalnya untuk menjamin kualitas suatu produk agar sesuai dengan spesifikasi desain sehingga konsumen dapat membeli suatu produk dengan kualitas yang tinggi, mengimprovisasi suatu proses manufaktur berdasarkan data inspeksi produk yang dilakukan dengan metrologi, dan masih banyak lagi contoh-contoh keuntungan metrologi dalam industri.

Bab ini akan membahas mengenai pentingnya metrologi sehingga mempunyai nilai ekonomi yang sangat penting dalam suatu industri. Beberapa contoh nyata dari manfaat ekonomi dari metrologi manufaktur juga dibahas dalam bab ini. Tujuan utama dari bab ini adalah untuk merubah paradigma metrologi sebagai “*cost center*” menjadi “*profit center*” yang menghasilkan suatu keuntungan ekonomi dalam industri seperti halnya produk yang dihasilkan industri tersebut dan dijual ke konsumen.

10.1 Integrasi pengukuran dan CMM

Metrologi sangat berperan penting dalam meningkatkan produktivitas suatu industri, misalnya manufaktur, dalam berbagai aspek (Kunzmann et al 2005). Metrologi mempunyai peran di semua tahapan proses manufaktur, mulai dari tahapan pra-produksi, produksi sampai dengan paska-produksi. Pada tahapan pra-produksi, metrologi sangat berperan penting pada proses estimasi kapabilitas suatu mesin produksi. Pada estimasi kapabilitas mesin produksi tersebut, aplikasi metrologi yang tidak tepat akan mengakibatkan kesalahan estimasi kapabilitas mesin tersebut (lihat bab 9). Pada tahapan produksi, metrologi sangat penting untuk menentukan suatu produk atau komponen yang dibuat memenuhi spesifikasi desain atau tidak. Selain itu, data-data hasil proses metrologi dapat digunakan untuk meningkatkan kinerja dari mesin-mesin produksi sehingga tingkat efisiensi produksinya meningkat (*cost saving*). Dan terakhir, metrologi berperan sangat penting untuk menjamin barang akhir yang akan dikirim ke suatu konsumen sesuai dengan spesifikasi yang diminta oleh konsumen tersebut, sehingga resiko pengembalian atau perbaikan barang dapat dikurangi. Contoh-contoh yang telah diberikan merupakan hanya sebagian kecil dari keuntungan metrologi dalam suatu industri, sehingga jelas bahwa metrologi bukanlah sebagai “*cost center*” pada sebuah industri. Metrologi harus dianggap sama pentingnya dengan proses produksi karena peran metrologi dapat dikuantifikasikan secara nilai ekonomi layaknya keuntungan yang didapatkan dari penjualan produk-produk hasil manufaktur.

Toleransi sangat mempengaruhi pemilihan jenis instrumen yang tepat digunakan untuk suatu pengukuran dan keseluruhan biaya dari proses inspeksi (Moroni et al 2011). Pada prinsipnya, semakin besar nilai toleransi yang diberikan pada suatu fitur dalam suatu produk, maka biaya inspeksi fitur tersebut semakin murah (tidak membutuhkan suatu instrumen pengukuran yang sangat presisi) dan biaya manufaktur produk tersebut juga akan semakin murah. Namun demikian, nilai toleransi yang besar tersebut akan mengurangi fungsionalitas produk tersebut karena produksi tersebut kurang presisi (nilai toleransinya besar). Dan sebaliknya apabila nilai toleransi suatu fitur sangat kecil, maka biaya inspeksi dan produksi fitur tersebut akan sangat tinggi, tetapi produk yang dihasilkan akan sangat presisi dan mempunyai fungsionalitas yang baik juga. Maka dari itu, biaya suatu proses inspeksi juga bergantung dari spesifikasi desain suatu produk.

Gambar 1 memperlihatkan hubungan antara strategi pengukuran dengan menggunakan CMM kontak dengan biaya produksi serta nilai ketidakpastian hasil suatu pengukuran. Pada gambar 1(kiri) diperlihatkan pengaruh dari jumlah sampel titik-titik yang diukur dengan CMM kontak tersebut terhadap nilai ketidakpastiannya. Dari gambar 1 (kiri), semakin banyak jumlah titik-titik akan mengurangi nilai ketidakpastian sampai batas tertentu, dimana apabila jumlah titik-titik yang diukur melebihi batas tersebut, maka nilai ketidakpastian dari hasil pengukuran tersebut tidak akan berkurang lagi, melainkan akan menambah biaya inspeksi (karena bertambahnya waktu pengukuran, biaya energi mesin CMM, dan lain-sebagainya). Gambar 1(kanan) memperlihatkan bahwa, semakin banyak titik-titik yang diukur, maka pertama-tama biaya inspeksi berkurang (biaya inspeksi berkurang seiring dengan berkurangnya nilai ketidakpastian, sehingga hasil pengukuran semakin terpercaya yang menghasilkan berkurangnya biaya karena kesalahan pengambilan keputusan: menerima komponen yang sebenarnya cacat atau menolak/meng-scrap komponen yang sebenarnya bagus). Namun demikian, sampai pada suatu batas dimana bertambahnya sampel titik-titik yang diukur tidak meningkatkan kualitas hasil pengukuran (nilai ketidakpastiannya stabil, tidak berkurang) melainkan hanya menambah biaya inspeksi. Maka dari itu, setiap pengukuran, baik dengan CMM atau instrumen lainnya, terdapat jumlah sampel titik-titik yang optimum, dimana terjadi keseimbangan antara nilai ketidakpastian yang dihasilkan (lihat bab 9 mengenai ketidakpastian/*uncertainty*) dan biaya inspeksi yang harus dikeluarkan.

Gambar 1: Relasi antara: (kiri) Biaya inspeksi terhadap jumlah dari sampel titik-titik dan (kanan) nilai ketidakpastian terhadap jumlah dari sample titik-titik (Moroni et al 2011).

Untuk pemilihan dan integrasi suatu instrument pengukuran di dalam suatu proses produksi, terdapat dua faktor utama yang menentukan tipe atau jenis dari pemilihan dan integrasi tersebut, yaitu banyaknya variasi dari suatu produk dan banyaknya jumlah produksi dari produk tersebut. Gambar 2 memperlihatkan jenis-jenis instrumen pengukuran yang tepat untuk berbagai macam kondisi dari variasi suatu produk dan jumlah produksinya. Pada gambar 1, terlihat bahwa otomatisasi akan semakin signifikan apabila jumlah variasi suatu produk semakin sedikit dan jumlah produk tersebut semakin banyak. Maka dari itu, berdasarkan gambar 2, pemilihan jenis instrumen pengukuran untuk suatu situasi tertentu adalah tidak sama. Analisis yang dalam diperlukan untuk menentukan instrumen tipe apa yang paling tepat untuk suatu kebutuhan pengukuran dengan suatu kondisi tertentu. Tidak ada suatu instrumen pengukuran yang cocok untuk segala jenis kebutuhan inspeksi.

Gambar 2: Jenis-jenis pemilihan dan integrasi sistem pengukuran terhadap banyaknya variasi suatu produk dan jumlah produksinya (Hocken dan Pereira 2012).

Pada tahapan produksi, metrologi dapat dibagi lagi menjadi beberapa jenis berdasarkan dimana dan/atau kapan metrologi tersebut diaplikasikan pada tahapan produksi tersebut. Metrologi dalam produksi dapat dibagi menjadi: pengukuran *in-process*, *in-line* dan *on-machine/in-situ*. Pengertian dari jenis-jenis pengukuran tersebut adalah sebagai berikut:

- Pengukuran *in-process*: adalah pengukuran dimensi atau geometri atau tekstur permukaan yang terintegrasi pada suatu proses manufaktur atau produksi. Level dari integrasi tersebut dapat berupa integrasi di dalam suatu volume proses produksi atau di pos sebelum atau sesudah proses produksi tersebut. Pengukuran *in-process* terbagi menjadi dua macam, yaitu pengukuran *in-line* dan *on-machine/in-situ*.
- Pengukuran *in-line*: adalah pengukuran dimensi atau geometri atau tekstur permukaan yang terintegrasi pada suatu lini produksi, tetapi diluar dari suatu proses produksi di dalam lini tersebut. Pengukuran *in-line* dapat dilakukan pada sebuah komponen atau produk sebelum atau sesudah proses produksi tersebut.
- Pengukuran *on-machine/in-situ*: adalah pengukuran baik fitur suatu produk (dimensi, geometri atau tekstur permukaan) maupun parameter-parameter suatu mesin proses produksi yang diintegrasikan dan dilakukan di dalam volume proses produksi mesin tersebut yang dilakukan secara bersamaan (parallel) dengan proses produksi tersebut atau dilakukan setelah proses tersebut selesai.

Hanya dengan metrologi, suatu sistem kontrol berbasis *close-loop* dari suatu proses produksi dapat dilakukan.

10.2 Pemilihan CMM dan evaluasi keuangan

Investasi sebuah CMM, dan jenis-jenis instrument pengukuran lainnya yang mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang tinggi, membutuhkan dana yang tidak sedikit. Maka dari itu, keputusan untuk membeli sebuah CMM harus berdasarkan analisis seberapa besar CMM tersebut dapat berkontribusi secara ekonomi pada sebuah industri manufaktur. Walaupun CMM bukanlah sebuah alat produksi yang menghasilkan suatu produk, namun nilai ekonomi yang diberikan CMM (dan instrumen pengukuran lainnya) dapat lebih tinggi dari suatu mesin produksi. Dengan

pemilihan dan penggunaan CMM atau instrumen pengukuran yang tepat, produk dengan kualitas yang tinggi dan biaya produksi yang rendah dimungkinkan untuk direalisasikan. Dengan penerapan CMM dan instrumen pengukuran yang tepat, proses produksi dapat dijaga selalu dalam kondisi yang baik, komponen-komponen *scrap* dan *re-work* dapat dikurangi, dan produk yang dihasilkan mempunyai kualitas yang tinggi sehingga bisa bertahan ditengah-tengah persaingan pasar yang semakin ketat.

Sebelum membahas hal-hal mengenai evaluasi ekonomi suatu CMM, terapat beberapa hal penting yang harus dipahami dan dipertimbangkan sebelum berinvestasi dengan membeli sebuah CMM:

- **Harga dan aspek ekonomi.**
Tentu saja, harga merupakan hal yang paling utama dipertimbangkan. Pembelian sebuah CMM dan instrumen pengukuran lainnya dengan tingkat akurasi dan presisi yang berbeda merupakan investasi yang besar. Namun demikian, investasi yang besar tersebut akan dapat balik dalam bentuk keuntungan ekonomi yang jauh lebih besar apabila jenis CMM yang dibeli dan peakainnya tepat guna.
Investasi CMM harus dijustifikasi dengan nilai ekonomi “tersembunyi” yang dapat diberikan CMM tersebut kepada perusahaan dalam kurun waktu 5-10 tahun ke depan. Misalnya, keuntungan yang didapatkan dari berkurangnya komponen-komponen yang di-*scrap* atau *re-work*, meningkatnya persepsi konsumen karena kualitas suatu produk yang dihasilkan sangat tinggi, meningkatnya efisiensi proses produksi, dan lain sebagainya.
- **Fleksibilitas**
Faktor fleksibilitas CMM adalah termasuk ukuran volume pengukuran, konfigurasi CMM dan jenis aksesoris CMM yang dapat mendukung fungsionalitas suatu CMM. Semakin besar volume pengukuran, maka semakin banyak jenis produk yang dapat diukur, namun semakin besar volume pengukuran, maka tingkat akurasi suatu CMM akan semakin berkurang. Jenis konfigurasi CMM, misalnya *bridge-type* atau *cantilever-type*, sangat bergantung pada jenis produk yang ingin diukur, misalnya untuk pengukuran *body-in-white* suatu mobil, CMM jenis *cantilever-type* adalah lebih tepat karena dapat mengakses fitur-fitur dari *body-in-white* tersebut. Secara umum, jenis CMM yang paling sering digunakan adalah jenis *bridge-type*. Aksesoris CMM yang perlu dipertimbangkan adalah seperti jenis perangkat lunak yang digunakan, ketersediaan berbagai macam *stylus*, kemampuan untuk mengganti sistem probin dari kontak ke non-kontak dan sebaliknya, dan lain sebagainya.
- **Keandalan**
Keandalan CMM adalah sebuah karakteristik yang mencakup tingkat akurasi dan kecepatan pengukuran dari sebuah CMM. Seberapa besar tingkat akurasi CMM yang dibutuhkan adalah sangat bergantung pada seberapa besar toleransi fitur dari suatu produk yang akan diukur. Prinsip umumnya adalah, tingkat akurasi CMM harus minimal 10 kali lipat lebih tinggi dari toleransi yang akan diukur. Misalnya, toleransi suatu fitur yang akan diukur adalah 20 μm , maka tingkat akurasi CMM yang digunakan untuk mengukurnya haruslah mempunyai tingkat akurasi minimal 2 μm . Spesifikasi sebuah CMM adalah berdasarkan parameter MPE_E (lihat Bab 5 untuk lebih jelasnya). Kemudian, seberapa cepat suatu CMM dapat menyelesaikan suatu pengukuran sangat mempengaruhi total biaya inspeksi yang bersumber dari, misalnya upah dari operator dan biaya energi yang digunakan untuk melakukan suatu pengukuran.
- **Dukungan *after-sale* dan pemeliharaan**
CMM merupakan sebuah instrumen yang kompleks dan pemakaian CMM juga merupakan suatu proses yang rumit. Maka dari itu, dukungan *after-sales* suatu produsen CMM sangat bermanfaat. Dengan dukungan *after-sales* yang baik, apabila terjadi suatu masalah yang berkaitan dengan CMM tersebut, masalah tersebut dapat segera diselesaikan sehingga mengurangi waktu *down-time*. Selain itu, pemeliharaan komponen-komponen CMM harus juga dipertimbangkan karena terdapat biaya pemeliharaan dari setiap CMM. Jenis CMM yang berbeda mempunyai pemeliharaan yang berbeda pula, misalnya CMM yang memakai *air-bearing* dan ball-bearing akan mempunyai perbedaan biaya pemeliharaan yang berbeda.

Evaluasi keuangan dengan parameter *Net-present value*

Salah satu parameter yang paling umum digunakan untuk menjustifikasi sebuah investasi, dalam hal ini investasi CMM, adalah *net-present value* (NPV). NPV adalah perbedaan antara nilai sekarang dari kas masuk dan nilai sekarang dari kas keluar yang digunakan untuk menghitung tingkat keuntungan sebuah investasi atau proyek. Properti utama dari kalkulasi NPV adalah perhitungan NPV sangat dipengaruhi oleh seberapa besar nilai masa depan dari kas masuk yang akan diberikan oleh suatu investasi atau proyek. Pada hakekatnya, NPV membandingkan nilai uang sekarang dengan nilai uang tersebut pada masa yang akan datang dengan mempertimbangkan inflasi dan keuntungan. NPV dikalkulasi sebagai berikut:

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r)^t} - C_0 \quad (1)$$

dimana T adalah durasi dari nilai suatu investasi atau proyek, t adalah tahun dimana estimasi keuntungan (atau simpanan) dari C_t , r adalah laju depresiasi nilai suatu investasi atau proyek dalam periode T . C_0 adalah besarnya investasi awal. Apabila NPV bernilai negatif, maka aliran kas juga akan negatif (rugi) sehingga suatu investasi atau proyek dapat ditolak.

10.3 Keuntungan ekonomi

Pada bagian ini, beberapa contoh kasus mengenai kuantifikasi nilai ekonomi (misalnya biaya inspeksi, keuntungan inspeksi, kuantifikasi keuntungan dari inspeksi, dan lain sebagainya) suatu proses pengukuran akan dipresentasikan. Dengan memperlihatkan keuntungan ekonomi dari metrologi manufaktur dalam bentuk contoh kasus dan angka, diharapkan paradigma yang selama ini menganggap metrologi sebagai “*cost center*” dapat berubah. Untuk CMM, terdapat lima peran vital utama untuk suatu industri manufaktur, yaitu: inspeksi untuk post-process suatu produk, inspeksi untuk audit, pengukuran untuk analisis, pengukuran untuk kontrol proses dan pengukuran untuk kalibrasi gauge atau artifak.

10.3.1 Berbandingan biaya inspeksi per komponen

Berbagai jenis biaya yang berhubungan dengan suatu proses pengukuran terbagi menjadi dua kelompok utama, yaitu: biaya tetap dan biaya variabel. Komponen-komponen pembentuk biaya tetap dan biaya variabel adalah sebagai berikut (Brown & Sharpe 2001):

- Biaya tetap

Biaya tetap terdiri dari biaya engineering (analisis), peralatan/sistem, nilai depresiasi, lama waktu depresiasi, tempat per tahun dan perlengkapan awal. Penjelasan dari setiap komponen biaya tersebut adalah sebagai berikut:

 - Biaya engineering: adalah biaya yang muncul untuk mendisai set up berbagai macam gauge untuk suatu pengukuran atau untuk melakukan perencanaan dan pemrograman CMM.
 - Biaya peralatan/sistem: adalah biaya untuk membeli peralatan atau sistem pengukuran. Sebagai contoh, biaya untuk inspeksi manual seperti surface plate, gauge block, master gauge, dial gauge dan alat bantu pengukuran yang presisi lainnya mempunyai biaya sekitar \$20k sampai \$40k. Biaya untuk sebuah CMM manual adalah sekitar \$20k sampai \$100k. Sedangkan, biaya untuk CMM otomatis adalah sekitar \$80k sampai \$500k (Hocken dan Pereira 2012).
 - Lama waktu depresiasi: adalah lamanya siklus suatu sistem pengukuran yang dianggap masih bisa beroperasi sesuai dengan spesifikasinya, pada umumnya lamanya depresiasi suatu sistem pengukuran adalah 7 sampai 10 tahun.
 - Nilai depresiasi: adalah berkurangnya nilai suatu sistem pengukuran per tahunnya. Nilai depresiasi dapat dihitung dengan membagi harga dari suatu sistem pengukuran dan berapa lama (tahun) dari waktu depresiasi

suatu sistem pengukuran.

- Biaya tempat per tahun: adalah biaya untuk penempatan sebuah sistem pengukuran dan biaya untuk mengontrol tempat dimana sistem pengukuran tersebut ditempatkan. Untuk CMM, pada umumnya biaya tempat pertahun (termasuk biaya untuk mengontrol lingkungan tersebut) adalah sekitar \$1000 sampai \$5000 per tahun (Hocken dan Pereira 2012).
- Biaya perlengkapan/aksesoris awal: adalah biaya yang berkaitan dengan perlengkapan awal suatu sistem pengukuran. Misalnya untuk CMM, dibutuhkan biaya awal untuk membeli berbagai macam jenis *probe*, *stylus* dan sistem *fixturing*.
- Biaya variabel
Biaya variabel terdiri dari biaya *fixturing* dan *jig*, tingkat pengoperasian (jumlah *shift* pekerja), pemeliharaan tahunan (*maintanance*), taris inspeksi, operator inspeksi dan pelatihan. Penjelasan dari setiap komponen biaya tersebut adalah sebagai berikut:
 - Biaya *fixturing*, *jig* dan perlengkapan lainnya: adalah biaya untuk memelihara berbagai macam *gauge* yang dimiliki, misalnya untuk biaya kalibrasi ulang dan lain sebagainya.
 - Tingkat pengoperasian: adalah jumlah *shift* dikalikan dengan berapa lama suatu sistem pengukuran digunakan. Sistem pengukuran otomatis mempunyai tingkat pengoperasian yang jauh lebih lama dari sistem pengukuran manual.
 - Biaya pemeliharaan tahunan: adalah biaya untuk melakukan perawatan fisik suatu sistem pengukuran dan juga untuk merevisi versi dari perangkat lunak yang digunakan. Pada umumnya jumlah biaya pemeliharaan diestimasi sejumlah persentase dari harga suatu sistem pengukuran.
 - Biaya tarif inspeksi: adalah biaya yang muncul apabila suatu bagian pengukuran akan di-*out-source* ke pihak lain.
 - Biaya operator inspeksi: adalah biaya upah pekerja yang melakukan inspeksi per jamnya.
 - Biaya pelatihan: adalah biaya yang muncul karena melakukan pelatihan kepada operator untuk suatu kasus pengukuran yang baru atau kompleks.

Untuk lebih jelasnya, Tabel 1 memperlihatkan contoh dari perbandingan biaya inspeksi suatu komponen dengan menggunakan beberapa sistem pengukuran yang berbeda. Dari Tabel 1, dapat dilihat bahwa dengan menggunakan CMM otomatis, biaya inspeksi per komponen menjadi lebih murah. Keuntungan utama CMM otomatis yang membedakan dengan jenis sistem pengukuran lainnya adalah CMM otomatis dapat bekerja tanpa 100 % penjagaan seorang operator dan CMM otomatis dapat mengukur jumlah komponen yang lebih bervariasi dan lebih banyak tanpa membutuhkan setup ulang yang lama.

Tabel 1: Perbandingan biaya inspeksi sebuah komponen dari beberapa sistem pengukuran.

Jenis biaya	Unit	Keterangan	Inspeksi manual berbasis sistem gauge	CMM manual	CMM otomatis
Biaya awal	k\$	Harga sistem	126	140	280
Biaya engineering	k\$	biaya persiapan setup gauge dan lain-lain	50	0	0
Biaya <i>fixturing</i>	k\$	perlengkapan untuk menahan benda dan penempatan benda	102	30	30
Lama depresiasi	tahun		7	7	7
Biaya depresiasi	k\$	harga sistem / lama depresiasi	18	20	40

Biaya tempat	k\$	termasuk biaya listrik untuk kontrol temperatur ruangan	0.5	3	4
Biaya gedung	k\$		45	32	58
Tingkat penggunaan	shift	jumlah shift perkerja	10	80	60
Biaya pemeliharaan	k\$	$(3 \% - 7 \%) \times \text{harga sistem}$	6	8	8
Biaya perlengkapan awal	k\$	30 % dari harga sistem	31	2	2
Biaya operator	k\$	CMM otomatis dapat bekerja tanpa operator	10.6	80.6	10.2
Biaya pelatihan	k\$	pelatihan menggunakan sistem pengukuran termasuk pelatihan setup	3	10	1
Total biaya per tahun	k\$		409.1	412.6	500.2
Tota biaya per jam	\$/h	1200 jam per tahun	341	344	417
Jumlah komponen yang dapat diukur per jam	komponen		1	1	3
Biaya inspeksi per komponen	\$/komponen		341	344	139

10.3.2 Nilai balik investasi untuk CMM otomatis dan biaya kontrol proses.

Salah satu prosedur umum untuk mengetahui investasi CMM atau siste pengukuran lainnya adalah layak atau tidak, analisis return-on-investment (ROI) digunakan. ROI juga sering digunakan untuk menganalisis alternatif pilihan dari berbagai macam peralatan kapital, yaitu peralatan yang harganya sangat tinggi, untuk memilih peralatan mana yang akan paling banyak mendatangkan keuntungan ke depannya.

Dalam menghitung ROI, keuntungan tidak hanya diitung dari berpapa jumlah penjualan atau keuntungan yang didapatkan, misalnya dari penjualan servis, tetapi juga, keuntungan, yang mencakup potensi kerugian yang dapat dicegah, harus diperhitungkan dan diikutsertakan sebagai keuntungan.

Kontributor-kontributor utama dalam perhitungan ROI yang dianggap sebagai pencegahan potensi kerugian dan penghematan biaya operasi adalah:

- Biaya karena proses produksi terhenti karena ditemukannya cacat produksi atau suatu proses produksi di luar batas toleransinya.
- Biaya pergantian komponen produk.
- Biaya pergantian setup karena perubahan toleransi.
- Biaya *gauging* lainnya, seperti: penambahan jumlah *gauge* untuk mengimbangi jumlah inspeksi yang bertambah.
- Biaya analisis hasil suatu inspeksi atau pengukuran.

- Pengurangan dan atau penghilangan biaya produk yang di-*scrap*.
- Pengurangan dan atau penghilangan biaya perbaikan produk atau komponen.
- Pengurangan dan atau penghilangan biaya inspeksi atau pengukuran ulang.

CMM otomatis sangat berpotensi untuk mengurangi biaya-biaya yang disebutkan di atas. Beberapa contoh nyata dari potensi CMM otomatis tersebut adalah sebagai berikut. Hasil pengukuran CMM dapat mendeteksi cacat produksi di awal-awal proses, sehingga solusi untuk menanggulangi cacat tersebut akan semakin mudah dan tidak perlu menghentikan suatu proses produksi dalam waktu yang lama. Dengan menggunakan CMM, berbagai macam bentuk suatu komponen atau produk dapat diukur, sehingga jumlah *gauge* yang dibutuhkan akan semakin sedikit. CMM otomatis pada umumnya dilengkapi dengan sebuah perangkat lunak yang mempunyai kemampuan untuk menganalisis hasil pengukuran, sehingga tidak dibutuhkan seorang pekerja untuk hanya menganalisis hasil suatu pengukuran. Dengan prosedur pengukuran dengan CMM otomatis yang benar, maka hasil suatu pengukuran akan mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang tinggi, sehingga resiko kesalahan pengambilan keputusan terhadap suatu benda apakah benda tersebut harus di-*scrap* atau diperbaiki, akan semakin berkurang. Selain itu, CMM otomatis merupakan sebuah instrumen pengukuran yang sangat fleksibel sehingga hanya dibutuhkan waktu yang singkat untuk mengeset CMM tersebut untuk mengukur berbagai macam komponen dengan ukuran dan bentuk yang berbeda-beda.

Biaya kontrol proses

CMM otomatis mempunyai keuntungan ekonomi yang sangat signifikan untuk biaya kontrol suatu proses produksi untuk mengetahui apakah proses tersebut bekerja sesuai dengan toleransi prosesnya. Tabel 2 memperlihatkan perbandingan dari kapabilitas target dan *gauge* (GR&R) dari berbagai macam sistem pengukuran. Pada Tabel 2, dapat terlihat bahwa CMM otomatis mempunyai kapabilitas yang paling baik dibandingkan dengan sistem pengukuran lainnya (dalam hal ini, semakin kecil nilainya, maka kapabilitasnya akan semakin tinggi, karena nilai tersebut mereresetasi variasi dari suatu sistem pengukuran terhadap hasil pengukurannya). GR&R dibahas dengan detail di Bab 2 dan 4.

Tabel 2: Perbandingan dari kapabilitas target dan *gauge* (GR&R) dari berbagai macam sistem pengukuran.

Informasi	<i>Gauge</i> manual	CMM manual	CMM otomatis
Biaya awal /k\$	40	140	280
Kapabilitas target /%	± 20	± 10	± 5
Kapabilitas <i>gauge</i> (GR&R) /%	30	20	10

Kuantifikasi keuntungan dari informasi pada Tabel 2 adalah sebagai berikut (berdasarkan properti dari kurva distribusi normal):

- *Gauge* manual.
Gauge manual tersebut mempunyai kapabilitas GR&R sebesar 30 % dan kapabilitas target sebesar 20 %. Dengan asumsi rencana kapabilitas awal sebesar 10 %, maka limit kontrol akan bergeser sebesar $30\%/2 - 10\%/2 = 10\%$ yang setara dengan 0.8σ . Hal ini menyebabkan hasil pengukuran suatu produk hasil produksi menggunakan *gauge* tersebut akan mempunyai nilai rata-rata yang bergeser sebesar 1.6σ (untuk kapabilitas target sebesar 20 %). Sehingga total pergeseran dari nilai rata-rata hasil pengukuran adalah sebesar $1.6\sigma + 0.8\sigma = 2.4\sigma$. apabila toleransi suatu produk adalah $\pm 4\sigma$, maka nilai tengah dari hasil pengukuran akan bergeser sebesar $4 - 2.4 = 1.6\sigma$ (yang disebut sebagai kerugian toleransi). Hal ini menyebabkan 5.5 % total produk akan di-*scrap* karena di luar batas toleransi 4σ tersebut karena kesalahan pengambilan keputusan. Padahal produk-produk tersebut sebenarnya masih dalam batas toleransi apabila instrumen yang digunakan mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang lebih tinggi (Persentase variasi kapabilitas target dan *gauge* yang lebih rendah).

- CMM manual.
Dengan perhitungan yang sama seperti pada perhitungan *gauge* manual, dengan kapabilitas target 10 % dan kapabilitas *gauge* 20 %, maka total kerugian toleransinya adalah sebesar 1.2σ . Hal ini menyebabkan 0.26 % total produk akan di-*scrap* karena di luar batas toleransi 4σ tersebut karena kesalahan pengambilan keputusan. Padahal produk-produk tersebut sebenarnya masih dalam batas toleransi apabila instrumen yang digunakan mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang lebih tinggi (Persentasi variasi kapabilitas target dan *gauge* yang lebih rendah).
- CMM otomatis.
Dengan perhitungan yang sama seperti pada perhitungan *gauge* manual, dengan kapabilitas target 5 % dan kapabilitas *gauge* 10 %, maka total kerugian toleransinya adalah sebesar 0.4σ . Hal ini menyebabkan 0.02 % total produk akan di-*scrap* karena di luar batas toleransi 4σ tersebut karena kesalahan pengambilan keputusan. Padahal produk-produk tersebut sebenarnya masih dalam batas toleransi apabila instrumen yang digunakan mempunyai tingkat akurasi dan presisi yang lebih tinggi (Persentasi variasi kapabilitas target dan *gauge* yang lebih rendah).

Jumlah total produk yang di-*scrap* karena pergeseran nilai tengah dari hasil pengukuran seluruh komponen dapat dikonversi menjadi nilai ekonomi secara langsung dengan mengalikan dengan jumlah total dari produksi komponen tersebut. Misalnya, jumlah produksi komponen tersebut adalah sebesar 1000 komponen dengan harga \$10/komponen, maka total kerugian dari 5.5 % komponen yang di-*scrap* adalah sebesar $5.5 \% \times 1000 \times 10 = \$ 550$.

10.3.3 Evaluasi impak eknomi dari metrologi dalam manufaktur

Sebuah metodologi untuk mengkuantifikasi nilai tambah eknomi yang diberikan dari metrologi manufaktur diusulkan oleh Savio 2012. Dengan metode tersebut, biaya dan keuntungan dari metrologi dievaluasi. Untuk biaya, proses kuantifikasinya sangat jelas dan langsung. Namun demikian, kuantifikasi dari keuntungan dari metrologi tidaklah langsung dapat terlihat dan dihitung, karena keuntungan tersebut dapat berupa meningkatnya relaiabilitas dari suatu produk dan berkurangnya biaya garansi dari produk tersebut (minimalisasi biaya produksi).

1. Pemodelan biaya proses inspeksi

Total biaya produksi suatu komponen dimodelkan sebagai:

$$C_T = C_{mp} + C_{ip} \quad (2)$$

dimana C_T adalah total biaya produksi suatu komponen, C_{mp} adalah biaya karena suatu proses manufaktur dan adalah C_{ip} biaya inspeksi. Moroni et al 2011 membagi lagi C_{ip} menjadi dua bagian, yaitu biaya inspeksi itu sendiri dan biaya kesalahan inspeksi, yaitu:

$$C_{ip} = C_{inspection} + C_{error} \quad (3)$$

dimana $C_{inspection}$ adalah biaya penggunaan suatu sistem pengukuran (baik biaya tetap maupun biaya variabel, lihat bagian 10.3.1) dan C_{error} adalah biaya yang muncul karena kesalahan pengambilan keputusan karena hasil pengukuran yang tidak akurat (kesalahan tipe I dan tipe II). C_{error} dibagi menjadi dua bagian, yaitu:

$$C_{error} = C_{\alpha} + C_{\beta} \quad (4)$$

dimana C_{α} adalah biaya yang muncul karena membuang/meng-*scrap* suatu komponen yang sebenarnya bagus

(Type I: *discarding conforming parts*) dan C_β adalah biaya yang muncul karena menerima/mengirim suatu komponen yang sebenarnya cacat (Type II: *accepting non-conforming parts*). C_{error} sangat bergantung pada nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran (Moroni et al 2011). Nilai ketidakpastian suatu hasil pengukuran yang terlalu tinggi (dari yang sebenarnya) mengakibatkan resiko membuang komponen yang bagus akan semakin tinggi. Sebaliknya, nilai ketidakpastian yang terlalu kecil (dari yang sebenarnya) mengakibatkan resiko menerima komponen yang cacat. Sehingga, total biaya produksi secara keseluruhan dihitung sebagai:

$$C_T = C_{mp} + \left[C_{inspection} + [C_\alpha + C_\beta] \right] \quad (5)$$

Dalam pemilihan suatu sistem pengukuran, maka analisis biaya produksi secara keseluruhan harus dilakukan sehingga keputusan mengenai sistem dan prosedur pengukuran dapat berakibat positif bagi ekonomi suatu industri, misalnya manufaktur. Dari persamaan (4) dapat dilihat bahwa pemilihan suatu sistem pengukuran yang tidak tepat akan mengakibatkan banyaknya biaya scrapping komponen-komponen yang bagus atau turunnya persepsi konsumen terhadap suatu produk karena produk yang diduplikatnya sebenarnya cacat, tetapi lolos dari inspeksi kualitas dari produsen yang membuatnya.

2. Pemodelan keuntungan proses inspeksi

Persamaan (5) mengenai perhitungan biaya produksi dan proses inspeksi tidak cukup untuk menjustifikasi suatu investasi sistem pengukuran. Hal ini disebabkan karena tidak adanya komponen dari nilai-tambah ekonomi yang dapat diberikan dari suatu proses inspeksi. Nilai tambah ekonomi dari suatu proses inspeksi adalah sebagai berikut:

- Penghematan biaya produksi karena meningkatnya efisiensi proses.

Contoh dari penghematan ini adalah misalnya suatu produk yang diproses langsung di kirim ke bagian perakitan tanpa melalui proses pengukuran mengakibatkan jalur perakitan terhenti karena terdapat cacat pada produk tersebut sehingga produk tersebut tidak dapat dirakit. Contoh lainnya adalah suatu komponen ditemukan bermasalah ketika dilakukan sebuah tes pada suatu produk yang sudah terakit, sehingga mengakibatkan biaya tambahan karena harus mengganti produk yang cacat tersebut. Pada prinsipnya, semakin cepat sebuah cacat produk ditemukan (semakin pada tahapan awal suatu cacat ditemukan), maka semakin kecil biaya untuk menanggulangi cacat tersebut.

Metode kuantifikasi dari jenis penghematan ini adalah sebagai berikut:

$$S_T = N_p \cdot P_{nc} \cdot \sum_{m=1}^M \left[\sum_{m'=1}^m (1 - P_{id,m'-1}) \cdot P_{id,m'} \cdot C_{nc,m} \right] \quad (6)$$

dimana S_T adalah total penghematan yang didapatkan, N_p adalah jumlah komponen yang diproduksi dalam suatu periode tertentu, P_c adalah fraksi dari komponen yang bagus yang bergantung pada stabilitas suatu proses produksi. Diasumsikan bahwa semua komponen yang bagus (lolos inspeksi) akan berfungsi sesuai dengan yang diinginkan sesuai desain. $P_{nc} = 1 - P_c$ adalah fraksi dari komponen cacat. M adalah jumlah dari proses produksi atau manufaktur. Komponen-komponen yang cacat akan sebagian diestimasi dari setiap tahapan produksi dengan probabilitasnya $P_{id,m}$ dan biayanya $C_{nc,m}$, dimana $P_{id,m} = 0$.

Data yang dibutuhkan untuk mengkalkulasi persamaan (6) adalah nilai $P_{id,m}$ dan $C_{nc,m}$, pada setiap tahapan proses produksi. Nilai dari variabel-variabel tersebut dapat ditentukan dari analisis data historis produksi suatu industri manufaktur. Untuk suatu produk yang baru, dapat menggunakan estimasi dari produk yang mirip dan juga saran dari estimasi seseorang yang ahli dan berpengalaman di proses produksi.

Selain itu, pilihan lainnya adalah untuk meng-outsource suatu komponen ke perusahaan lain dengan meminta biaya ganti rugi apabila komponen yang diorder dari perusahaan tersebut cacat. Hal ini dapat mendorong supplier tersebut untuk dapat meningkatkan kualitas produk mereka.

- Penghematan biaya garansi dari pengembalian suatu produk cacat yang sampai ke pasaran.

Apabila tidak ada proses inspeksi produk, maka cacat pada produk tersebut akan lolos ke konsumen sehingga terjadi pengembalian produk dari konsumen. Tentu saja, pengembalian suatu produk tidak hanya berimplikasi pada biaya riil, tetapi juga dapat menurunkan reputasi suatu perusahaan. Jumlah pengembalian suatu produk oleh konsumen $N_{nc,w}$ dapat dimodelkan dengan:

$$N_{nc,w} = N_p \cdot P_{nc} \cdot \prod_{m=1}^M (1 - P_{id,m}) \quad (7)$$

Total penghematan dari pengurangan jumlah pengembalian suatu produk adalah biaya produksi produk dapat dikalkulasi sebagai berikut:

$$S_w = N_{nc,w} \cdot P_{nc,f} \cdot C_f \quad (8)$$

dimana adalah jumlah penghematan yang didapatkan, $P_{nc,f}$ adalah probabilitas suatu produk akan dikembalikan dalam masa garansi produk tersebut. $P_{nc,f}$ dapat ditentukan dengan analisis distribusi karakteristik dan analisis hubungan antara limit spesifikasi suatu komponen dan limit fungsionalitas komponen tersebut sesuai dengan ISO/TS 14253-4. C_f adalah biaya dari setiap produk yang dikembalikan dalam masa garansinya, termasuk potensi kerugian akibat turunnya reputasi suatu perusahaan di pasaran.

Nilai dari variabel-variabel pada persamaan (7) dan (8) dapat ditemukan pada catatan historis suatu perusahaan terhadap data purna-jual selama masa garansi. Metode *failure mode and effect analysis* (FMEA) sangat bermanfaat untuk menentukan nilai variabel-variabel tersebut.

Sehingga, dari persamaan (6), (7) dan (8), potensi keuntungan PB_{ip} yang didapatkan dari metrologi manufaktur adalah:

$$PB_{ip} = N_p \cdot P_{nc} \cdot \left[\sum_{m=1}^M \left[\sum_{m'=1}^m (1 - P_{id,m'-1}) \cdot P_{id,m'} \cdot C_{nc,m} \right] + \prod_{m=1}^M (1 - P_{id,m}) \cdot P_{nc,f} \cdot C_f \right] \quad (9)$$

- Penghematan yang didapatkan karena bertambahnya pengetahuan teknis mengenai suatu proses dan produk.

Jenis penghematan ini sangat sulit untuk dikuantifikasi karena sangat spesifik pada suatu kondisi perusahaan dan membutuhkan analisis subjektif dari para ahli produksi. Contoh penghematan ini adalah fungsionalitas dari produk yang diproduksi akan semakin bertambah sehingga dapat lebih meningkatkan pengalaman konsumen dalam menggunakan produk tersebut, pembesaran dari nilai toleransi karena dengan pembesaran nilai suatu toleransi, maka biaya produksi semakin berkurang, dan peningkatan pengetahuan suatu proses produksi sehingga proses parameter yang optimum didapatkan yang mengakibatkan suatu proses yang stabil dan terkontrol.

- Penghematan yang didapatkan dari kerugian non-teknis.

Produk yang mengakibatkan cedera atau berkurangnya reputasi baik suatu industri karena konsumen menemukan atau mendapatkan produk yang cacat. Jenis penghematan ini juga sangat sulit untuk dikuantifikasi karena berhubungan dengan sistem hukum suatu negara dan persepsi publik mengenai reputasi suatu perusahaan.

3. Pemodelan evaluasi investasi

Setelah keuntungan ekonomi dari metrologi manufaktur didapatkan atau dikuantifikasi, maka analisis NPV dapat dilakukan (lihat bagian 10.2). Beberapa indikator lainnya yang sering digunakan adalah metode penentuan *internal rate of return* (IRR) dan *payback period* (Sullivan et al 2002).

4. Pemodelan biaya *error* dari inspeksi C_{error}

C_{error} terbagi menjadi dua komponen, yaitu C_α dan C_β , yang merupakan biaya yang muncul karena menolak suatu produk yang sebenarnya bagus dan biaya yang muncul karena menerima atau meloloskan produk cacat. C_α dan C_β didefinisikan sebagai:

$$C_\alpha = N_p \cdot P_c \cdot c_\alpha \cdot \alpha \quad (10)$$

$$C_\beta = N_p \cdot P_{nc} \cdot c_\beta \cdot \beta \quad (11)$$

dimana α adalah probabilitas dari error Tipe I (menolak produk yang bagus) dan β adalah probabilitas dari error Tipe II (menerima produk yang cacat). Detil dari bagaimana cara mentuka probabilitas tipe I dan tipe II tersebut dapat merujuk pada Savio 2012.

Contoh kasus untuk memutuskan investasi sistem pengukuran

Pada bagian ini, sebuah kasus untuk mengkuantifikasi keuntungan ekonomi dengan berinvestasi intuk meningkatkan performansi dari proses inspeksi. Kasus yang diperlihatkan adalah inspeksi komponen-komponen yang diterima pada suatu perusahaan produsen sepeda motor. Komponen tersebut diterima dari suatu suplier dari perusahaan lain. Komponen terseut adalah blok silinder dari suatu mesin motor bakar.

Dari data-data yang dimiliki perusahaan tersebut, variabel-variabel yang berhubungan dengan biaya proses inspeksi adalah sebagai berikut:

- $P_{nc} = 1 \%$ yang diestimasi dari kapabilitas proses C_{pk} (lihat Bab 2 dan Bab 4) komponen-komponen blok silinder yang diterima berkisar 1 sampai 1.5. Total kompone yang diterima adalah sebanyak $N = 23400$ komponen/tahun.
- $P_{nc,f} = 50 \%$ yang diestimasi berdasarkan saran dari seorang ekspert yang berpengalaman dalam kasus ini dan berdasrkan analisis FMEA.
- Biaya rata-rata yang muncul karena komponen yang cacat ditentukan berdasarkan data historis inspeksi komponen masuk pada divisi kualitas perusahaan tersebut.

Tabel 3: Biaya rata-rata komponen cacat dan komponen cacat yang lolos ke konsumen atau pasar.

Tahapan proses manufaktur	Proses inspeksi	Perakitan mesin	Perakitas sepeda motor	Pengetesan sepeda motor	Periode garansi
Biaya logistik dan manajemen (termasuk biaya penurunan reputasi) /EUR	10	10	10	10	500
Biaya perbaikan/scrap /EUR	90	130	175	386	724
Total rata-rata komponen cacat/gagal fungsi /EUR	100	140	185	396	1224

- Biaya rata-rata yang muncul karena komponen cacat yang lolos ke konsumen atau pasar ditentukan dari data historis jaminan garansi konsumen perusahaan sepeda motor tersebut. Tabel 3 memperlihatkan estimasi dari biaya rata-rata komponen cacat dan komponen cacat yang lolos ke pasar tersebut.
- Komponen-komponen yang cacat dapat ditemukan di setiap tahapan produksi. Kemungkinan pendeteksian suatu cacat pada komponen disetiap tahapan produksi diperlihatkan pada Tabel 4. Pada tabel 4, dapat terlihat bahwa, engan kemampuan sistem pengukuran yang dimiliki perusahaan tersebut, cacat selalu lolos pada tahapan perakitan mesin dan perakitan sepeda motor dan baru ketahuan pada saat sepeda motor dites.

Tabel 4: Kemungkinan pendeteksian cacat pada setiap tahapan produksi.

Tahapan proses manufaktur	Perakitan mesin	Perakitan sepeda motor	Pengetesan sepeda motor
Probabilitas pendeteksian suatu cacat pada komponen-komponen ($P_{id,s}$)	0%	0%	20%

Tabel 5: Perbandingan keuntungan investasi untuk alternatif 1 (sistem pengukuran/*gauge* manual) dan 2 (CMM otomatis). Asumsi: pajak = 40 %, bunga pinjaman = 5 % dan lama depresiasi peralatan = 10 tahun.

Biaya-biaya	Investasi 1: Sistem pengukuran (<i>gauge</i>) manual	Investasi 2: CMM otomatis
Nilai investasi awal /EUR	5000	120000
Biaya variabel /EUR.Tahun ⁻¹	32200	39700
Jumlah dimensi yang dapat diukur	5	14
Biaya error Tipe I (C_α) /EUR.Tahun-1	22471	12046
Biaya error Tipe II (C_β) /EUR.Tahun-1	85841	22309
Net Present Valu (NPV) /EUR	-70638	231102
Internal Return Rate /EUR	-	32%
Periode <i>Payback</i> /bulan	-	36

- Dari data pada Tabel 4, perusahaan tersebut dapat mengkuantifikasi potensi keuntungan apabila deteksi cacat dapat dilakukan pada tahapan lebih awal dan deteksi cacat pada tahap akhir, pengetesan sepeda motor, dapat dikurangi. Potensi keuntungan PB_{ip} tersebut adalah sebesar 133108 EUR/tahun.
- Untuk merealisasikan potensi keuntungan tersebut, maka perusahaan tersebut ingin berinvestasi untuk membeli sistem pengukuran baru yang dapat meningkatkan performansi proses inspeksi. Terdapat dua alternatif untuk investasi: alternatif 1 adalah membeli peralatan *gauge* manual yang baru (seperti: micrometer, *go/no-go gauge*, dan *pneumatic gauge*) dan alternatif 2 adalah membeli CMM otomatis.
- Alternatif 1 mempunyai nilai investasi awal yang jauh lebih murah. Tetapi, sistem *gauge* manual tersebut hanya dapat mengukur 5 dimensi kritis dan mempunyai rasio U/T (lihat Bab 3 dan 9) sebesar 0.2.
- Alternatif 2 membutuhkan nilai investasi awal yang jauh lebih besar dari pada alternatif 1. Dengan CMM, total 14 dimensi kritis dapat diukur dan rasio U/T sebesar 0.13. Semakin kecil nilai rasio U/T, maka nilai ketidakpastian dari sistem pengukuran akan semakin kecil (hasil yang lebih reliabel), sehingga dapat mengurangi biaya error tipe I (C_α) dan tipe II (C_β).

- Tabel 5 memperlihatkan detail dari perbandingan keuntungan investasi dari kedua alternatif tersebut. pada Tabel 5, dapat terlihat bahwa alternatif 1 tidak memberikan keuntungan ekonomi dalam periode ke depannya (Nilai NPV negatif), sedangkan alternatif 2 memberikan keuntungan ekonomi yang sangat signifikan terhadap perusahaan kedepannya (Nilai NPV positif).

Pada contoh ini, dapat dilihat bahwa metrologi yang tepat guna akan menjadi suatu kegiatan produktif dan akan menghasilkan keuntungan ekonomi bagi suatu perusahaan.

10.3.4 Keuntungan interoperabilitas CMM

Sistem pengukuran CMM otomatis merupakan suatu sistem yang sudah mapan dipasaran sebagai alat ukur standar dimensi dan geometri. Dengan banyaknya jenis CMM dari berbagai manufaktur yang berbeda, maka perangkat lunak dan tipe data yang digunakan pada setiap CMM tersebut berbeda-beda. Perbedaan tersebut dapat menimbulkan masalah interoperabilitas antar berbagai mesin CMM dan akan menimbulkan potensi kerugian ekonomi suatu perusahaan (Savio et al 2014). Masalah interoperabilitas tersebut dapat mengurangi reproduisibilitas hasil pengukuran dengan berbagai CMM dan akan menambah waktu yang diperlukan untuk menterjemahkan berbagai *part program* CMM yang berbeda-beda (yang menimbulkan biaya labor yang tidak efisien).

Pada zaman sekarang, banyak perusahaan yang mempunyai cabang diberbagai tempat, bahkan di berbagai negara. Pada umumnya, jenis-jenis CMM pada setiap cabangnya berbeda-beda, baik jenis dan produsen pembuatnya. Maka dari itu, masalah interoperabilitas CMM merupakan potensi kerugian yang cukup signifikan. Wujud dari kerugian tersebut akhirnya berupa bertambahnya waktu proses inspeksi dan analisis hasil pengukuran karena ada proses transfer data dari satu format ke format lainnya. Masalah lainnya adalah, dengan adanya transfer format data untuk berbagai jenis perangkat lunak CMM yang berbeda, reproduisibilitas hasil pengukuran menjadi rendah dan dapat mengakibatkan kesalahan pengambilan keputusan menerima atau menolak sebuah komponen yang diukur (error Tipe I dan Tipe II).

Salah satu solusi untuk masalah interoperabilitas CMM adalah dengan memakai kebijakan supplier tunggal untuk sebuah CMM di setiap cabang dari suatu perusahaan. Namun demikian, hal ini tidak bisa diterapkan karena berbagai macam faktor, misalnya untuk perusahaan besar, kebijakan pembelian barang dari supplier tunggal tidak dibolehkan. Solusi yang potensial adalah dengan usaha disusunnya sebuah standar Dimensional Measuring Interface standard (DMIS) yang mendefinisikan bahasa netral untuk komunikasi dan pertukaran data antara sistem pengukuran, terutama CMM. Sementara itu, sebuah solusi yang bernama I++ DME sedang disusun. I++ DME memungkinkan suatu program CMM dapat dijalankan diberbagai jenis CMM yang berbeda produsen.

Keuntungan potensial dari peningkatan efisiensi interoperabilitas antar berbagai jenis CMM adalah (Savio et al 2014):

- Pengurangan biaya pemrograman CMM.
Pengurangan biaya dari pemrograman CMM didapatkan dari pengurangan waktu pembuatan ulang program CMM. Sebagai contoh, apabila terdapat CMM-A dan CMM-B yang merupakan jenis CMM yang berbeda produsennya, maka pada umumnya program yang dibuat CMM-A tidak bisa dijalankan pada CMM-B, dan sebaliknya. Sehingga, program CMM untuk komponen yang sama persis harus dibuat dua kali untuk CMM-A dan CMM-B. Hal ini tentu saja akan menambah waktu yang tidak produktif untuk membuat ulang program CMM tersebut. Masalah ini secara konvensional dapat diminimalisasi dengan menggunakan programmer CMM yang handal dan mengelompokkan berbagai komponen yang mempunyai karakteristik yang sama. Gambar 3 memperlihatkan korelasi positif antara lamanya jam kerja seorang programmer CMM (dengan pengalaman 2 tahun) terhadap jumlah fitur dari suatu produk yang diukur.

Gambar 3: Lamanya jam kerja yang dibutuhkan seorang programmer dengan pengalaman 2 tahun terhadap jumlah fitur suatu produk yang diukur (Savio et al 2014).

- Pengurangan biaya operasi.
Pengurangan biaya ini dapat berupa berkurangnya biaya pelatihan operator secara terus-menerus (karena setiap jenis CMM baru membutuhkan jenis pemrograman yang berbeda), biaya lisensi perangkat lunak dan biaya *outsourcing* karena *programmer* CMM yang dimiliki sudah terlalu banyak beban kerja. Biaya operasi yang muncul karena masalah interoperabilitas CMM adalah:
 1. Biaya pelatihan untuk penggunaan jenis CMM baru.
 2. Biaya pemeliharaan program CMM untuk setiap jenis CMM yang berbeda produsen.
 3. Biaya *upgrade* setiap jenis CMM yang berbeda produsennya.
- Pengurangan biaya tidak produktif.

Contoh dari penghematan jenis ini adalah berkurangnya waktu pemrograman dan waktu tidak efisiensi dalam penggunaan CMM. Gambar 4 memperlihatkan perbandingan biaya pemrograman dengan dan tanpa masalah interoperabilitas. Maksud dari tanpa masalah interoperabilitas adalah program CMM-B dapat menggunakan ulang program CMM-A. Hal tersebut diwujudkan dengan menggunakan perangkat lunak CMM yang berbasis DMIS.

Gambar 4: Perbandingan biaya pemrograman CMM dengan dan tanpa masalah interoperabilitas.

- Pengurangan ketergantungan dari satu vendor untuk membeli suatu sistem pengukuran. Hal ini tentu saja akan mengurangi resiko putusnya dukungan pemeliharaan suatu mesin CMM apabila vendornya sudah tidak ada lagi, banyaknya alternatif pilihan investasi CMM dan lain sebagainya. Kuantifikasi dari pengurangan biaya ini sangat sulit untuk ditentukan.
- Pengurangan waktu pengembangan produk. Contoh dari pengurangan biaya ini adalah mengurangi waktu time-to-market sebuah pengembangan produk baru, karena pada tahap pengembangan, akan terdapat banyak pengukuran yang dibutuhkan untuk berbagai macam bentuk dan lain sebagainya. Apabila setiap pengukuran harus melakukan banyak adaptasi program CMM, maka akan banyak waktu yang terbuang di dalam fase riset pengembangan produk. Contoh lainnya dari pengurangan jenis ini adalah berkurangnya *work-in-progress* (WiP) dan inventori komponen-komponen. Kuantifikasi dari pengurangan biaya ini juga sangat sulit untuk ditentukan.

Setelah potensi keuntungan dari interoperabilitas CMM ditentukan, maka penentuan NPV dari interoperabilitas tersebut dapat dikalkulasi untuk menentukan keputusan suatu investasi CMM.

10.3.5 Value adding metrologi manufaktur untuk efisiensi rantai produksi

Contoh lain dari potensi keuntungan dari metrologi manufaktur melalui peningkatan efisiensi dari rantai proses produksi dibahas oleh Savio et al 2016. Metrology mempunyai peran yang sangat vital di industri manufaktur karena fungsinya yang berperan sebagai penghubung antara proses produksi, desain produk dan fungsi produk. Gambar 5 memperlihatkan fungsi penghubung dari metrologi untuk ketiga komponen tersebut. Pada gambar 5, terlihat bahwa metrologi mempunyai peran yang sangat penting dari siklus suatu produk dan proses produksinya.

Gambar 5: Peran metrologi sebagai penghubung antara proses produksi, desain produk dan fungsi produk.

Industri otomotif merupakan industri yang paling nyata mendapatkan keuntungan dari metrologi. Karena, industri otomotif melibatkan suatu rantai produksi yang masif dan sangat peka terhadap penghematan berbagai macam biaya yang timbul selama proses produksi tersebut. Dalam proses permesinan, metrologi sangat berperan besar untuk meningkatkan akurasi suatu mesin dengan memungkinkannya proses kompensasi error suatu mesin produksi (Kompensasi error dibahas dalam Bab 8).

Dalam berbagai fase proses produksi, peran metrologi terbagi menjadi tiga bagian (Savio et al 2016):

- Keuntungan ekonomi metrologi untuk meningkatkan efisiensi dari suatu prosedur desain produk atau proses. Metrologi dapat mendukung laju proses dari siklus desain dari suatu produk. Berbagai macam keuntungan didapatkan dengan metrologi pada fase ini, seperti:
Spesifikasi desain. Peningkatan komunikasi teknis dari GD&T dan relasinya dengan metrologi menghasilkan analisis spesifikasi desain yang lebih detail dan cepat.

Analisis kegagalan. Tahap ini adalah menganalisis dimensi-dimensi yang paling kritikal dan mengkorelasikan antara geometri produk dengan reliabilitas fungsinya. Tahap ini juga mengelompokkan proses mana yang butuh 100 % inspeksi atau inspeksi berbasis *sampling*. Metode analisis pada tahap ini menggunakan metode FMEA.

Pemilihan proses inspeksi. Tahap ini menganalisis jenis sistem pengukuran yang paling tepat untuk suatu jenis pengukuran tertentu. Metode analisis tahap ini adalah menggunakan analisis bias dan GR&R.

Instruksi kontrol. Setiap prosedur pengukuran didokumentasikan sehingga menjadi prosedur yang standar untuk semua operator.

Kontrol process. Proses produksi dievaluasi dalam bentuk variasi geometri dari komponen yang dihasilkannya dengan menggunakan proses kontrol berbasis statistik.

Verifikasi dari produk. Keputusan menerima atau menolak suatu komponen dilakukan dengan teliti dengan mempertimbangkan toleransi dan nilai ketidakpastian hasil suatu pengukuran.

Validasi periodik dari proses pengukuran. Setiap ada perubahan dalam proses produksi, misalnya parameter permesinan, material dan lain sebagainya, proses pengukuran divalidasi ulang untuk memastikan hasil pengukuran selalu pada tingkat akurasi yang sama.

Total keuntungan metrologi pada fase ini seperti berkurangnya pengembalian produk yang sampai ke konsumen dan pengurangan waktu kerja yang tidak produktif, misalnya: revisi gambar teknik, modifikasi fixture, scrap produk, dan lain sebagainya.

- Keuntungan ekonomi metrologi untuk meningkatkan efisiensi dari rantai produksi.

Keuntungan metrologi pada fase ini adalah berupa inspeksi 100 % untuk produk bernilai tinggi dan berjumlah sedikit. Dengan begitu, kualitas dari produk tersebut dapat selalu terkontrol. Untuk produksi massal yang tidak menerapkan 100 % inspeksi, metrologi berperan untuk mengontrol kualitas produksi massal tersebut dengan teknologi pengukuran in-line di dalam jalur produksi massal tersebut. Metrologi in-line memungkinkan untuk mendeteksi error geometri suatu komponen langsung setelah diproses oleh suatu mesin produksi dan memberikan informasi balik ke mesin tersebut untuk dilakukan pengaturan ulang proses parameter sehingga error tersebut tidak terjadi pada komponen berikutnya. Dalam hal ini, metrologi digunakan untuk menghasilkan suatu kontrol *close-loop* dari suatu proses produksi. Akan dibutuhkan investasi awal untuk menerapkan sistem metrologi in-line pada suatu proses produksi yang sudah berjalan. Namun demikian, keuntungan kedepannya sangat besar, seperti berkurangnya jumlah komponen yang cacat dan berkurangnya waktu setup ulang mesin produksi.

- Keuntungan ekonomi metrologi untuk merevisi toleransi suatu produk berdasarkan parameter yang berkaitan dengan fungsinya.

Pada prinsipnya, semakin kecil toleransi dari dimensi suatu fitur pada suatu produk, maka biaya untuk proses inspeksi fitur tersebut (termasuk juga biaya proses produksinya) akan semakin meningkat. "The golden rule" dalam metrologi adalah, suatu proses pengukuran untuk suatu fitur dinyatakan layak (secara nilai ekonomi) apabila rasio U/T (U : uncertainty, T : tolerance) ≤ 0.2 .

Analisis untuk menentukan fitur mana pada suatu produk yang paling signifikan dan parameter pengukuran apa yang paling tepat menggambarkan properti fitur tersebut dapat mendatangkan keuntungan ekonomi yang sangat signifikan. Sebagai contoh, pada gambar 6, diperlihatkan data dari hasil dari suatu proses gerinda dari suatu permukaan benda. Pada gambar 6, dapat terlihat bahwa parameter R_k dapat merepresentasikan keadaan permukaan benda tersebut lebih baik dari parameter R_a . Dengan parameter R_k , dapat terlihat bahwa proses gerinda diatas 20 s sudah tidak memberikan peningkatan kualitas permukaan benda tersebut secara signifikan, sehingga proses gerinda cukup selama 20 s saja. Hal ini dapat menghemat waktu proses gerinda secara signifikan dan dapat mendatangkan keuntungan ekonomi dari berkurangnya jumlah jam kerja dan energi yang digunakan untuk proses gerinda tersebut.

Gambar 6: Perbandingan parameter Ra dan Rk untuk merepresentasikan kekasaran suatu permukaan yang digerinda (savio et al 2016).

Sebagai rangkuman dari tiga bagian terakhir bab ini, telah dibahas berbagai potensi keuntungan proses inspeksi dan cara kuantifikasinya, yaitu:

- Bagian 10.3.3: potensi keuntungan dari berkurangnya biaya karena kesalahan keputusan menerima atau menolak sebuah komponen yang diukur.
- Bagian 10.3.4: potensi keuntungan dari interoperabilitas berbagai jenis CMM.
- Bagian 10.3.5: potensi keuntungan dari meningkatnya efisiensi suatu rantai produksi, siklus desain produk dan revisi toleransi suatu produk.

Sebagai penutup, contoh-contoh yang diberikan pada bab ini adalah hanya sebagian kecil dari banyaknya keuntungan ekonomi yang didapatkan dari metrologi manufaktur. Sehingga, diharapkan kedepannya metrologi harus dianggap juag sebagai “*profit center*” di dalam suatu industri, terutama industri manufaktur, dan harus dianggap sama pentingnya dengan proses produksi.

Daftar pustaka

- ASME B89.7.2 1999 Dimensional measurement planning *American Society of Mechanical Engineering*.
- ASME Y14.5 2009 Dimensioning and tolerancing *American Society of Mechanical Engineering*.
- ASME Y14.5-1 1994 Mathematical definition of dimensioning and tolerancing principles *American Society of Mechanical Engineering*.
- Barker A, Syam WP, Leach RK 2016 Measurement noise of a coherence scanning interferometer in an industrial environment 31st ASPE Annual Meeting, 23-28 October, Portland, Oregon, USA.
- Bartscher M, Hilpert U, Goebbels J, Weidemann G 2007 Enhancement and proof of accuracy of industrial computed tomography (CT) measurements *Ann. CIRP* **56** 495-498.
- Beaman J and Morse E 2010 Experimental evaluation of software estimates of task specific measurement uncertainty for CMMs *Precis. Eng.* **34** 28-33.
- Bell S 1999 *A Beginner's guide to uncertainty of measurement* NPL Good Practice Guide No. 11.
- BIPM 1983 Unit of length (metre) CGPM Resolution 1. Link: <http://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/metre.html>
- BIPM 2008a *International vocabulary of metrology basic and general concepts and associated terms (VIM)*. ISO, IEC, IFCC, IUPAC, IUPAP, OIML.
- BIPM 2008b *Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*. JCGM-100.
- Bracewell RN. 2000 *The Fourier transform and its applications* (McGraw-Hill: New York).
- Brown & Sharpe 2001 Justifying the CMM P/N 80-80059-2, Brown & Sharpe Measuring Systems Division, Precision Park, North.Kingstown, RI.
- Bonnans JF, Gilbert JC, Lemarechal C, Sagastizabal CA 2003 Numerical optimization (Springer-Verlag: Berlin).
- Bonsch G, Potulski E 1998 Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlen's formulae *Metrologia* **35** 133-139.
- Boothroyd G 2002 *Product design for manufacture and assembly* (Marcel Dekker: New York).
- Bouras A, Syam WP 2013 Hybrid chaos optimization and affine scalling search algorithm for solving linear programming problems *Applied Soft Computing* **13** 2703-2710.
- Burdick RK, Borrer CM, Montgomery DC 2005 Design and analysis of gauge R&R studies: Making decisions with confidence intervals in random and mixed ANOVA models (ASA-SIAM: USA).
- Carmignato S, Dewulf W, Leach R 2018 Industrial X-ray computed tomography (Springer-AG: Switzerland).
- Carmignato S, Pierobon A 2010 International comparison of CT systems for dimensional metrology: The "CT Audit" Project. Industrielle Computertomografie, Tagung, FH Wels, Austria.
- Colosimo BM, Senin N 2011 *Geometric tolerances: Impact on product design, quality inspection and statistical process monitoring* (Springer-Verlag: London).

- Cox MG and Harris PM 2010 *Software support for metrology – NPL best practice guide no. 6* (NPL: Teddington).
- Cox MG, Harris PM, Smith IM 2010 *Software specifications for uncertainty evaluation* (NPL: Teddington).
- De Chiffre L, Carmiganto S, Kruth JP, Schmitt R, Weckenmann A 2014 Industrial applications of computed tomography *Ann. CIRP* **63** 655-677.
- Del Castillo E 2007 *Process optimization: A statistical approach* (Springer: New York).
- Dewulf W, Kiekens K, Tan Y, Welkenhuyzen F, Kruth JP 2013 Uncertainty determination and quantification for dimensional measurements with industrial computed tomography *Ann. CIRP* **62** 535-538.
- Dewulf W, Tan Y, Kiekens K 2012 Sense and non-sense of beam hardening correction in CT metrology *Ann. CIRP* **61** 495-498.
- Dorion T 2007 20 °C – A short history of the standard reference temperature for industrial dimensional measurements *J. Res. Natl. Inst. Stan.* **112** 1-23.
- Dorion T 2008 Gauge blocks – A zombie technology *J. Res. Natl. Inst. Stan.* **113** 175-184.
- Dorion T and Stoup J 1997 Uncertainty and dimensional calibrations *J. Res. Natl. Inst. Stan.* **102** 647-676.
- Fischer BR 2011 *Mechanical tolerance stackup and analysis* (CRC Press: Boca Raton, Florida).
- Folley JD, Dam AV, Feiner SK, Hughes JF, Phillips RL 1994 *Introduction to computer graphics* (Addison-Wesley: New York).
- Fusiello A, Trucco E, Verri A 2000 A compact algorithm for rectification of stereo pairs *Machine vision and applications* **12** 16-22.
- Hamman B 1993 Curvature approximation for triangulated surfaces *Geometric modelling* 139-153.
- Haitjema H 2008 Achieving traceability and sub-nanometer uncertainty using interferometric techniques *Meas. Sci. Technol.* **19** 6pp.
- Hansen HN, Carneiro K, Haitjema H, De Chiffre L. 2006 Dimensional micro and nano metrology *Ann. CIRP* **55** 721-743.
- Harding K 2013 *Handbook of optical dimensional metrology* (CRC Press: Boca Raton).
- Hartley R, Zisserman 2003 *A Multiple view geometry in computer vision* (Cambridge University Press: Cambridge).
- Hines WW, Montgomery DC, Goldsman DM, Borror CM 2003 *Probability and statistics in engineering 4th edition* (John Wiley & Sons: New York).
- Hocken RJ, Raja J, Babu U 1993 Sampling issues in coordinate metrology *Manuf. Rev.* **6** 282
- Hocken RJ, Pereira PH 2012 *Coordinate measuring machines and systems: Second edition* (CRC Press: Boca Raton).
- Huang PS, Ni J 1995 On-line error compensation of coordinate measuring machines *Int. J. Mach. Tools Manufact.* **35** 725-738.
- Goodfellow I, Bengio Y, Courville A 2016 *Deep learning* (MIT Press: Massachussets).
- ISO 1101 2017 Geometrical product specification (GPS) – Geometric tolerancing – Tolerances of form, orientation, location and run-out *International Organization for Standardization*.
- ISO 10360-1 2000 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 1: Vocabulary *International Organization for Standardization*.
- ISO 10360-2 2009 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 2: CMMs used for measuring linear dimension *International Organization for*

Standardization.

ISO 10360-3 2000 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 3: CMMs with the axis of a rotary table as the fourth axis *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-4 2000 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 4: CMMs used in scanning measuring mode *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-5 2010 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 5: CMMs using single and multiple stylus contacting probing systems *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-6 2001 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 6: Estimation of errors in computing Gaussian associated features *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-7 2011 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 7: CMMs equipped with imaging probing systems *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-8 2013 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 8: CMMs with optical distance sensors *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-9 2013 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 9: CMMs with multiple probing systems *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-10 2016 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 10: Laser trackers for measuring point-to-point distances *International Organization for Standardization*.

ISO 10360-12 2016 Geometrical product specification (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machine (CMM) – Part 12: Articulated arm coordinate measurement machines (CMM) *International Organization for Standardization*.

ISO 14253-1 2013 Geometrical product specification (GPS) – Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment – Part 1: Decision rules for proving conformity or nonconformity with specifications *International Organization for Standardization*.

ISO 14405-1 2016 Geometrical product specification (GPS) – Dimensional tolerancing – Part 1: Linear sizes *International Organization for Standardization*.

ISO 14405-2 2011 Geometrical product specification (GPS) – Dimensional tolerancing – Part 2: Dimensions other than linear sizes *International Organization for Standardization*.

ISO 14405-3 2016 Geometrical product specification (GPS) – Dimensional tolerancing – Part 3: Angular sizes *International Organization for Standardization*.

ISO 15530-1 2013 Geometrical product specification (GPS) – Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement – Part 1: Overview and metrological characteristics *International Organization for Standardization*.

ISO/DTS 15530-2 2003 Geometrical product specification (GPS) – Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement – Part 2: Use of multiple measurement strategies

International Organization for Standardization.

ISO 15530-3 2011 Geometrical product specification (GPS) – Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement – Part 3: Used of calibrated workpieces or measurement standards *International Organization for Standardization.*

ISO 15530-4 2008 Geometrical product specification (GPS) – Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement – Part 4: Evaluating task-specific measurement uncertainty using simulation *International Organization for Standardization.*

ISO/TS 23165 2006 Geometrical product specification (GPS) – Guidelines for the evaluation of coordinate measuring machine (CMM) test uncertainty *International Organization for Standardization.*

ISO 5725-1 1994 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 1: General principles and definitions *International Organization for Standardization.*

Jakubiec W and Plowucha W 2013 First coordinate measurements uncertainty evaluation software fully consistent with the GPS philosophy *Procedia CIRP* **10** 317-322.

Jiang BLW 1998 Optimizing complex functions by chaos search. *Cybern. Syst.* **29**(4) 409-419.

Kim WS, Raman S. 2000 On the selection of flatness measurement points in coordinate measuring machine inspection. *Int. J Mach Tools Manuf* **40** 427-443.

Kotz S and Johnson NL 1993 *Process capability indices* (Chapman and Hall: London).

Kreyszig E 1999 *Advanced engineering mathematics* (Wiley: USA).

Kruth JP, Bartscher M, Carmiganto S, Schmitt R, De Chiffre L, Weckenmann A 2011 Computed tomography for dimensional metrology *Ann. CIRP* **60** 821-842.

Kunzmann H, Pfeifer T, Fluegge J. 1993 Scales vs. laser interferometers: Performance and comparison of two measuring systems *Annals. CIRP* **42** 753-767.

Kunzman H, Pfeifer T, Schmitt R, Schwenke H, Weckenmann A 2005 Productive metrology – adding value to manufacture *Annals. CIRP* **54** 155-168.

Leach R 2010 *Fundamental principles of engineering nanometrology* (Elsevier: Oxford).

Leach R 2011 *Optical measurement of surface topography* (Springer: Heidelberg).

Leach R 2013 *Characterisation of areal surface texture* (Springer: Heidelberg).

Luo YZ, Tang GJ, Zhou NL 2008 Hybrid approach for solving systems of nonlinear equations using chaos optimization and quasi-Newton method *Applied Soft Computing* **8**(2) 1068-1073.

Mari L, Blattner P, Pavese F 2017 Improving the understandability of the next edition of the International System of Units (SI) by focusing on its conceptual structure *Measurement* **101** 200-205.

Marquardt DW 1963 An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters *J. Soc. Indust. Appl. Math.* **11** 431-441.

Meadows JD 1995 *Geometric dimensioning and tolerancing: Applications and techniques for use in design, manufacturing, and inspection* (Marcel Dekker: New York).

Mekid S 2009 *Introduction to precision machine design and error assesment* (CRC Press: Boca raton).

Montgomery DC 2001 *Design and analysis of experiments 5th edition* (John Wiley & Sons: New York).

Montgomery DC, Runger GC 2003 *Applied statistics and probability for engineers 3rd edition* (John Wiley & Sons: New York).

- Moroni G, Petro S, Tolio T. 2011 Early cost estimation for tolerance verification *Annals. CIRP* **60** 195-198.
- Moroni G, Petro S. 2013 Inspection strategies and multiple geometric tolerances *Procedia CIRP* **10** 54-60.
- Moroni G, Petro S. 2014 Optimal inspection strategy planning for geometric tolerance verification *Precis. Eng.* **38** 71-81.
- Moroni G, Petro S, Syam WP 2014 Performance improvement for optimization of the non-linear geometric fitting problem in manufacturing metrology *Meas. Sci. Technol.* **8**
- Moroni G, Petro S, Syam WP 2014 Toward an automatic measurement of micro cutting tool *14th euspen International Conference*, Dubrovnik, Croatia.
- Moroni G, Petro S, Syam WP 2014 Four-axis micro measuring systems performance verification *Annals. CIRP* **63** 485-488.
- Moroni G, Syam WP, Petro S 2013 On combining chaos search and levenberg-marquardt algorithm for non-linear substituted geometric fitting problems 11th International Conference on Measurement and Quality Control, 11-13 September 2013, Cracow, Poland.
- Moroni G, Syam WP, Petro S 2015 Uncertainty in 3D micro measurement with focus variation microscopy *Proceeding of 4M/ICOMM international conference 2015*, Milan, Italy.
- Moroni G, Syam WP, Petro S 2016 Comparison of chaos optimization functions for performance improvement of fitting of non-linear geometries *Measurement* **86** 79-92.
- Moroni G, Syam WP, Petro S 2017 Performance verification of a 4-axis focus variation co-ordinate measuring system *IEEE T. Instrum. Meas.* **66** 113-121.
- Nash JC 1979 *Compact numerical methods for computers: Linear algebra and function minimization* (Bristol: Adam Higler).
- NPL History of length measurement link: <http://www.npl.co.uk/educate-explore/factsheets/history-of-length-measurement/>.
- Noughtin PA 2008 chronological history of the modern metric system link: www.metricationmatters.com.
- Pedrotti FL, Pedrotti LS 1993 *Introduction to optics* (Prentice-Hall: New Jersey).
- Phillips SD, Borchardt B, Estler WT, Buttress J 1998 The estimation of measurement uncertainty of small circular features measured by coordinate measuring machines *Precis. Eng.* **22** 87-97.
- Phillips SD et al 2003 The validation of CMM task specific measurement uncertainty software *ASPE summer 51th topical meeting*, Charlotte, NC.
- Press WH, Teukolsky SA, Vetterling WT, Flannery BP 1992 *Numerical recipes in C: The art of scientific computing 2nd edition* (Cambridge University Press: Cambridge).
- Raghavendra NV, Krishnamurthy L. 2013 *Engineering metrology and measurements* (Oxford University Press: New Delhi).
- Rardin R L 2006 *Optimization in Operation Research* (New York: Addison-Wesley).
- Savio E 2012 A methodology for the quantification of value-adding by manufacturing metrology *Annals CIRP* **61** 503-506.
- Savio E, Carmignato S, De Chiffre L 2014 Benefit quantification of interoperability in coordinate metrology *Annals CIRP* **63** 477-480.
- Savio E, De Chiffre L, Carmignato S, Meinertz J 2016 Economic benefits of metrology in manufacturing *Annals CIRP*

65 495-498.

Sartori S, Zhang GX 1995 Geometric error measurement and compensation of machines *Annals CIRP* **44** 599-609.

Schmitz TL, Smith KS 2012 *Mechanical vibrations: modeling and measurement* (Springer: New York).

Selin H. 2008 *Encyclopaedia of the history of science, technology and medicine in non-western cultures* (Springer-Verlag: New York).

Shakarji CM 1998 Least-square fitting algorithms of the NIST algorithm testing system *J. Res. Natl. Stand. Technol.* **103** 633-641.

Shakarji CM 2002 Evaluation of one- and two-sided geometric fitting algorithms in industrial software *Proceeding of the 17th ASPE Annual Meeting*, St. Louis, MO.

Sladek JA 2016 *Coordinate metrology: Accuracy of systems and measurements* (Springer-Verlag: Berlin).

Slocum AH 1992 *Precision machine design* (Prentice-Hall: New Jersey).

Schwenke H, Knapp W, Haitjema H, Weckenmann A, Schmitt R, Delbressine F 2008 Geometric error measurement and compensation of machines-An update *Annals CIRP* **57** 660-675.

Sullivan WG, Wicks EM, Luxhoj J (2002) *Engineering Economy*, 13th ed. Prentice Hall.

Syam WP 2015 *Uncertainty evaluation and performance verification of a 3D geometric focus-variation measurement* PhD Thesis, Politecnico di Milano, Milan, Italy.

Link: <https://www.politesi.polimi.it/handle/10589/100382>.

Tavazoei MS and Haeri M 2007 An optimization algorithm based on chaotic behavior and fractal nature *Comput. Appl. Math.* **206**(2) 1070-1081.

Tosello G, Hansen HN, Gasparin S 2009 Applications of dimensional micro metrology to the product and process quality control in manufacturing of precision polymer micro components *Annals. CIRP* **58** 467-472.

Tosello G, Hansen HN, Marinello F, Gasparin S 2010 Replication and dimensional quality control of industrial nanoscale surfaces using calibrated AFM measurements and SEM image processing *Annals. CIRP* **59** 563-568.

VDI/VDE 2617-7 2006 *Accuracy of coordinate measuring machines: Parameters and their checking – Estimation of measurement uncertainty of coordinate measuring machines by means of simulation* VDI/VDE-Richtlinien.

VDI/VDE 2617-11 2011 *Accuracy of coordinate measuring machines: Characteristics and their checking – Determination of the uncertainty of measurement for coordinate measuring machines using uncertainty budgets* VDI/VDE-Richtlinien.

VDI/VDE 2629-2 2012 *Accuracy of contour measuring systems: Characteristic and their checking- Determination of the uncertainty of specific contour measurements using standards/calibrated workpieces* VDI/VDE-Richtlinien.

VDI/VDE 2630-2.1 2015 *Computed tomography in dimensional measurement: Determination of the uncertainty measurement and the test process suitability of coordinate measurement systems with CT sensors* VDI/VDE-Richtlinien.

Weckenmann A, Estler T, Peggs G, McMurthy D 2004 Probing systems in dimensional metrology *Annals. CIRP* **53** 657-684.

Weckenmann A, Knauer M, Kunzmann H 1998 The influence of measurement strategy on the uncertainty of CMM measurements *Ann. CIRP* **47** 451-454.

Weckenmann A, Peggs G, Hoffmann J 2006 Probing system for dimensional micro and nano metrology *Meas. Sci. Technol* **17**:504.

Whitney DE 2004 *Mechanical assemblies: Their design, manufacture, and role in product development* (Oxford University Press: New York).

Wilhelm RG, Hocken R, Schwenke H 2001 Task specific uncertainty in coordinate measurement *Annals. CIRP* **50** 553-563.

Wikipedia https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Platinum-Iridium_meter_bar.jpg Diakses: 2017.

Ye J, Takac M, Berglund CN, Owen G, Pease RF 1997 An exact algorithm for self-calibration of two-dimensional precision metrology stages *Precis. Eng.* 20 16-32.

Yoshizawa T 2009 *Handbook of optical metrology: principles and applications* (CRC press: USA).

Zhang G, Veale R, Charlton T, Borchardt B, Hocken R 1985 Error compensation of coordinate measuring machines *Annals CIRP* **34** 445-448.

Zhang S 2013 *Handbook of 3D machine vision: Optical metrology and imaging* (CRC press: USA).

Biografi penulis

Wahyudin P. Syam dilahirkan di Patani-Gebe, Maluku, Indonesia, pada tahun 1984. Beliau mendapatkan gelar Ph.D. dalam bidang metrologi manufaktur di Politecnico di Milano, Milan, Italia, pada Januari 2015 dan melanjutkan riset *post-doctoral* di tempat yang sama sampai Juni 2015. Disertasi Ph.D. beliau adalah mengenai verifikasi performansi dan analisis ketidakpastian pada mesin pengukur koordinat (CMM) berbasis optik. Beliau menyelesaikan Ph.D di bawah supervisi Prof. Giovanni Moroni dan Prof. Stefano Petro. Selama menyelesaikan Ph.D., beliau mendalami berbagai macam standar internasional yang berhubungan dengan pengukuran dimensi dan geometri, seperti ISO 10360, ISO 15530, ISO 1101 dan ASME Y14.5. Selain metrologi, beliau juga meneliti dan mendalami bidang *additive manufacturing* dan desain inovatif.

Sejak Juli 2015, beliau bekerja sebagai peneliti di Manufacturing Metrology Team (MMT) di University of Nottingham, United Kingdom. Beliau bekerja dibawah supervisi Prof. Richard Leach. Beliau sekarang sedang mendesain, mengembangkan serta memproduksi sebuah CMM untuk pengukuran berskala mikro berbasiskan prinsip *Information-Rich Metrology* (IRM) untuk pengukuran geometri dan tekstur permukaan. Sebagai tambahan, beliau juga meneliti tentang desain inovatif sebuah struktur berbasis *lattice* untuk digunakan sebagai struktur metrologi untuk mengisoasi atau mengurangi gangguan vibrasi. Topik riset beliau adalah pengukuran geometri dan tekstur permukaan, desain instrumen presisi dan *additive manufacturing*.

Wahyudin P. Syam adalah anggota EUSPEN (*European Society for Precision Engineering and nanotechnology*) dan sebagai peneliti terafiliasi CIRP (*College International Pour la Recherche en Productique*) periode 2016-2019.