MAKALAH

“INGKARAN, HIMPUNAN DAN DIAGRAM VENN”

DOSEN PEMBIMBING: JUSMAWATI, S.Pd.,M.Pd

DI

S

U

S

U

N

OLEH:

APRILIA ELSA FARIDHA

(C1C121001)

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN GURU SEKOLAH DASAR

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS MEGAREZKY

2022

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh

Puji syukur ke hadirat Allah subhanallahu wata'ala. Sholawat serta salam kita kirimkan kepada junjungan Nabi besar Muhammad Sholallahu'alaihi Wasallam, karena atas rahmat dan hidayahnya, penulis dapat menyelesaikan tugas makalah yang berjudul "Ingkaran, Himpunan dan Diagram Venn" dengan tepat waktu.

Makalah disusun untuk memenuhi tugas Mata Kuliah Logika. Selain itu makalah ini bertujuan menambah wawasan tentang mata kuliah Himpunan bagi para pembaca dan juga bagi penulis.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada ibu JUSMAWATI, S.Pd., M.Pd selaku dosen Mata Kuliah Logika.

Penulis menyadari makalah ini masih jauh dari sempurna. Oleh sebab itu, saran dan kritik yang membangun diharapkan demi kesempurnaan makalah ini.

Wassalamu'alaikum Warohmatullahi Wabarokatuh.

Makassar, 09 Februari 2022

Aprilia Elsa Faridha

DAFTAR ISI

SAMPUL

KATA PENGANTAR.....	2
---------------------	---

DAFTAR ISI.....	3
-----------------	---

BAB I : PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah.....	5
B. Rumusan Masalah	5
C. Tujuan	5

BAB II : INGKARAN ATAU NEGASI

A. Pengertian Ingkaran atau Negasi	6
a. Ingkaran atau negasi dari suatu Pernyataan.....	6
b. Tabel Kebenaran Ingkaran	6
B. Contoh Ingkaran atau Negasi	6

BAB III : HIMPUNAN I

A. Himpunan.....	8
a. Hubungan antara Himpunan	9
b. Himpunan Finit dan Infinit	10
B. Operasi Himpunan	10
a. Sifat-sifat Operasi Himpunan	12
C. Himpunan Kuasa.....	12
D. Aplikasi Himpunan dan Diagram Venn.....	13

BAB IV : HUBUNGAN ANTARA LOGIKA DAN HIMPUNAN

A. Diagram Venn untuk Himpunan dan Pernyataan	15
B. Aplikasi Teori Himpunan pada Argumen.....	15
C. Aplikasi Logika dalam Pembuktian Konsep-konsep Himpunan	17

BAB V : HIMPUNAN II

A. Pasangan Terurut dan Perkalian Himpunan.....	19
B. Relasi.....	19
a. Macam-macam Relasi.....	19
b. Urutan pada Relasi	20
c. Unsur Awal dan Unsur Akhir	22
d. Unsur Maksimal dan Unsur Minimum	22
e. Batas Atas dan Batas Bawah.....	22

BAB VI : HIMPUNAN III

A. Fungsi.....	24
a. Macam-macam Fungsi.....	25
1) Fungsi Onto atau Subjektif	25
2) Fungsi Satu-satu atau Injektif	26
3) Fungsi Bijektif.....	26
b. Komposisi Fungsi	27
c. Fungsi Invers.....	27
B. Kardinasi	28
a. Himpunan Finit dan Infinit (lanjutan).....	28
b. Himpunan Denumerabel	29
c. Himpunan countabel	29

BAB VII : DIAGRAM VENN

A. Pengertian Diagram Venn.....	30
B. Macam-macam Bentuk Diagram Venn.....	30
C. Hubungan antara Ingkaran Pernyataan dengan Komplemen Himpunan	32
D. Hubungan antara Konjungsi Dua Pernyataan dengan Irisan Dua Himpunan	34
E. Hubungan antara Biimplikasi dengan Himpunan Bagian.....	35
F. Hubungan antara Implikasi dengan Himpunan Bagian	36

BAB VI : PENUTUP

A. Kesimpulan	38
B. Saran	38

DAFTAR PUSTAKA	39
-----------------------------	-----------

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pada umumnya, belajar matematika identik dengan menghafalkan rumus-rumus tertentu dengan buku panduan yang sangat tebal dan banyak. Itulah yang menyebabkan para pelajar merasa bosan untuk belajar matematika. Seringkali mereka bertanya, “Apa sih manfaat belajar matematika dalam kehidupan sehari-hari? Apa manfaat himpunan?”

Matematika sebagai media untuk melatih berfikir kritis, inovatif, mandiri dan mampu menyelesaikan masalah sedangkan bahasa sebagai media menyampaikan ide-ide dan gagasan serta yang ada dalam pikiran manusia. Jelas sekali bahwa Matematika sangat berperan dalam kehidupan sehari-hari, kita tidak dapat menghindar dari Matematika, sekalipun kita mengambil jurusan ilmu sosial tetap saja ada pelajaran Matematika didalamnya karena mau tidak mau Matematika digunakan dalam aktivitas sehari-hari. Salah satunya penerapan himpunan dalam kehidupan sehari-hari.

Dalam matematika, himpunan adalah segala koleksi benda-benda tertentu yang dianggap sebagai satu kesatuan. Walaupun hal ini merupakan ide yang sederhana, tidak salah jika himpunan merupakan salah satu konsep penting dan mendasar dalam matematika modern, dan karenanya studi mengenai himpunan sangatlah berguna.

Himpunan merupakan salah satu dasar dari matematika. Konsep dalam Matematika dapat dikembalikan pada konsep himpunan, misalnya garis adalah himpunan titik. Sebetulnya pengertian himpunan mudah dipahami dan dapat diterima secara intuitif. Mengingat demikian pentingnya teori himpunan, maka dalam kesempatan ini akan dijabarkan beberapa konsep mengenai teori himpunan.

B. Rumusan Masalah

1. Apa yang dimaksud Ingkaran atau Negasi?
2. Menjelaskan tentang tabel kebenaran Ingkaran atau Negasi?
3. Menjelaskan contoh Ingkaran atau Negasi?
4. Menjelaskan seluruh komponen Himpunan dan Diagram Venn?

C. Tujuan

1. Untuk mengetahui pengertian Ingkaran atau Negasi.
2. Untuk mengetahui tabel kebenaran Ingkaran atau Negasi.
3. Untuk mengetahui contoh Ingkaran atau Negasi.
4. Untuk mengetahui seluruh komponen Himpunan dan Diagram Venn.

BAB II

NEGASI ATAU INGKARAN

A. Pengertian Negasi atau Ingkaran

Negasi atau Ingkaran adalah penolakan dari pernyataan yang ada. Jika sebuah pernyataan bernilai salah maka negasinya bernilai benar dan jika pernyataan bernilai benar maka negasinya bernilai salah. Negasi dapat diterapkan sebagai operasi pada gagasan, proposisi nilai kebenaran, atau nilai semantik secara lebih umum.

a. Ingkaran atau Negasi dari suatu pernyataan

Ingkaran atau Negasi dari suatu pernyataan adalah pernyataan lain yang diperoleh dengan menambahkan kata “tidak” atau menyisipkan kata “bukan” pada pernyataan semula. Ingkaran dari suatu pernyataan p disajikan dengan lambang atau $\neg p$ atau $\sim p$, dan dibaca: “tidak p ”. Bila pernyataan p bernilai benar, maka ingkaran nya bernilai salah dan sebaliknya.

Ketika mempunyai pernyataan sederhana atau majemuk, dapat dibuat pernyataan baru berupa ingkaran dari pernyataan awal dengan menambahkan “tidak/bukan”. Pertanyaan baru yang berupa ingkaran ini disebut juga negasi atau penyangkalan. Misalnya diberikan pernyataan: “Durian ini manis”, maka negasi dari pernyataan ini adalah “Durian ini tidak manis”.

b. Tabel Kebenaran Negasi

P	$\sim P$
True	False
False	True

Misalkan p adalah suatu proposisi sebarang. Ingkaran atau negasi dari p adalah suatu proposisi yang bernilai salah, jika proposisi p bernilai benar dan sebaliknya bernilai benar, jika p bernilai salah.

Catatan : Ingkaran dari p dinotasikan dengan $\neg p$ (dibaca : tidak benar bahwa p atau negasi dari p)

P	$\sim P$
B	S
S	B

B = pernyataan bernilai benar

S = pernyataan bernilai salah

B. Contoh Ingkaran atau Negasi

1. P: Besi memuai jika dipanaskan (pernyataan bernilai benar)
~P: Besi **tidak** memuai jika dipanaskan (pernyataan salah).
2. P: Semua unggas adalah burung (S)
~P: Ada unggas yang **bukan** burung (B).
3. Tentukan negasi dari pernyataan-pernyataan berikut ini dan tentukan pula nilai kebenarannya.
 - a) Senin adalah hari setelah Selasa
 - b) Surabaya terletak di Kalimantan

Jawab:

- a) Senin adalah hari setelah Selasa (benar)
Negasinya: Tidak benar bahwa Senin adalah hari setelah Selasa (salah)
- b) Surabaya terletak di Kalimantan (salah)
Negasinya: Surabaya tidak terletak di Kalimantan (benar)

BAB III

HIMPUNAN I

A. Himpunan

Himpunan adalah kumpulan dari benda-benda (objek) yang terdefinisi dengan jelas (menggunakan aturan tertentu) sehingga dapat dibedakan apakah benda/objek tersebut termasuk dalam kumpulan tersebut atau tidak.

Suatu himpunan biasanya di notasikan dengan huruf kapital; A, B, X, Y atau yang lainnya dan benda atau objek dalam suatu himpunan disebut anggota atau unsur, biasanya dinotasikan dengan huruf kecil, seperti a, b, c, s, t atau yang lainnya.

Jika x anggota dari suatu himpunan X, ditulis dengan

$$x \in X$$

yang dibaca “x anggota X atau x dalam X”. Sebaliknya, jika x bukan anggota dari suatu himpunan X, maka ditulis

$$x \notin X$$

yang dibaca “x bukan anggota X”.

Contoh:

- a. Misalkan A adalah himpunan yang terdiri atas huruf-huruf vokal, $A = \{a, i, u, e, o\}$ maka “ $a \in A$ ” tetapi “ $x \notin A$ ”.
- b. Jika G adalah himpunan bilangan genap maka $4 \in G$ tetapi $15 \notin G$.
- c. Jika T adalah himpunan segitiga dan A adalah segitiga sama kaki maka $A \in T$, tetapi jika B adalah lingkaran maka $B \notin T$.

Secara umum, terdapat tiga cara mendeskripsikan suatu himpunan, yaitu :

1. Mendaftarkan semua anggotanya,

Sebagai contoh,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{4, 5, 1, 6, 7, 10\}$$

$$C = \{a, b, c\}$$

Cara di atas dapat dilakukan, jika anggota dari himpunan yang dimaksud berhingga dan sedikit tetapi jika anggota dari himpunan yang dimaksud banyak bahkan tak hingga banyaknya, maka penulisan seperti cara di atas masih dapat dilakukan dengan menambahkan titik-titik “...” yang menyatakan seterusnya sesuai dengan pola yang ada sebelumnya, sebagai contoh :

$$\mathbb{Z}Q = \{4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

Himpunan P menyatakan himpunan yang beranggotakan bilangan asli mulai dari 2 sampai dengan 20 dan himpunan Q merupakan himpunan bilangan genap yang lebih besar dari 2 .

2. Menyatakan deskripsi, karakteristik atau sifat-sifat yang dipenuhi oleh anggota himpunan.

Penulisan himpunan dengan cara ini contohnya sebagai berikut ini.

A adalah himpunan anggota DPR RI dari fraksi Golkar.

B adalah himpunan semua bilangan prima yang lebih dari 2 dan kurang dari 100.

C adalah himpunan mahasiswa Program Studi Matematika Universitas Mataram.
dan sebagainya.

3. Menggunakan notasi pembentuk himpunan

Cara ini dilakukan dengan memberikan aturan yang dapat membedakan suatu obyek apakah termasuk anggota suatu himpunan atau tidak, contohnya :

$$S = \{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ dan } x \geq 5 \}$$

$$T = \{ y \mid 0 \leq y \leq 10 \text{ dan } y \in \mathbb{Z} \}$$

$$U = \{ z \mid z \text{ solusi dari } z^2 - 2z - 3 = 0 \text{ dan } z \in \mathbb{Z} \}$$

Masing-masing contoh di atas dapat juga ditulis sebagai berikut :

$$S = \{ x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 5 \}$$

$$T = \{ y \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq y \leq 10 \}$$

$$U = \{ z \in \mathbb{Z} \mid z \text{ solusi dari } z^2 - 2z - 3 = 0 \}$$

Beberapa himpunan bilangan dan notasinya yang akan sering dijumpai dalam perkuliahan matematika adalah sebagai berikut:

$\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, \dots \}$ adalah himpunan bilangan asli

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$ adalah himpunan bilangan bulat

$\mathbb{Q} = \{ c \mid c = \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z} \text{ dan } b \neq 0 \}$

$\mathbb{R} = \{ x \mid x \text{ adalah bilangan riil} \}$

$\mathbb{C} = \{ z \mid z = a + ib; a, b \in \mathbb{R} \text{ dan } i^2 = -1 \}$

a. **Hubungan antara Himpunan**

Himpunan A disebut himpunan bagian atau subset dari himpunan B, dinotasikan $A \subseteq B$, jika setiap anggota A juga merupakan anggota B,

$$\forall x \in A, x \in B \text{ atau } x \in A \Rightarrow x \in B$$

Relasi $\subseteq$ disebut juga sebagai relasi inklusi

Pada beberapa buku, himpunan bagian dinotasikan " $\subset$ ", pada buku ini tanda " $\subset$ " menyatakan himpunan bagian sejati (*proper subset*). Dalam hal ini, lambang " $A \subset B$ " berarti setiap anggota A adalah anggota B tetapi ada anggota B yang bukan merupakan anggota A.

Catatan : Perhatikan perbedaan antara " $\in$ " dan " $\subseteq$ ".

Jika $A = \{ 1, 2, 3 \}$ maka $1 \in A$ bukan $1 \subseteq A$ dan sebaliknya $\{ 1 \} \notin A$ melainkan $\{ 1 \} \subseteq A$.

Jika $\mathfrak{A} = \{ 1, \{ 1 \}, \{ 1, 2 \}, 2, 3 \}$ maka $1 \in \mathfrak{A}$ dan $\{ 1 \} \in \mathfrak{A}$ tetapi $1 \neq \{ 1 \}$.

Contoh

- Misalkan $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ maka $B = \{ 4, 6, 7, 9 \} \subseteq A$ dan $A \subseteq A$ tetapi $C = \{ 4, 6, 7, 10 \} \not\subseteq A$. Kenapa?
- Jika $T = \{ a, b, c, d \}$ maka $P = \{ b, c, d \}$ dan $Q = \{ b, a, c \}$ merupakan subset dari T tetapi $R = \{ a, b, c, d, e \} \not\subseteq T$.

Himpunan yang tidak memiliki anggota disebut himpunan kosong, yang dinotasikan dengan $\emptyset$ atau $\{ \}$. Tetapi $P = \{ \emptyset \}$ bukan merupakan himpunan kosong, sebab P memiliki anggota yaitu himpunan kosong itu sendiri.

➤ Teorema

Himpunan kosong $\emptyset$ merupakan subset dari setiap himpunan.

Bukti. Misalkan A sebarang himpunan dan $x \in \emptyset$. Akibatnya $x \in A$. Jadi, $\emptyset \subseteq A$.

Catatan : Penarikan kesimpulan ini sah, berdasarkan definisi implikasi, jika hipotesa salah apapun kesimpulan yang diambil selalu bernilai benar, dalam hal ini hipotesa bahwa $x \in \emptyset$ mustahil karena $\emptyset$ tidak punya anggota sehingga menarik kesimpulan apapun termasuk $x \in A$ akan selalu bernilai benar.

Dua buah himpunan A dan B dikatakan sama, ditulis $A = B$, jika berlaku sifat $A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$, yaitu :

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ dan } B \subseteq A$$

Contoh

- Jika $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{2, 3, 1\}$ maka $A = B$. Kenapa?
- Jika $P = \{x \mid x \text{ solusi dari } x^2 = 1\}$ dan $Q = \{-1, 1\}$ maka $A = B$. Kenapa?
- Jika $M = \{a, b, c\}$ dan $N = \{c, d, e\}$ maka $M \neq N$. Kenapa?

b. Himpunan Finit dan Infinit

Himpunan M dikatakan finit, jika $M = \emptyset$ atau jika terdapat bilangan asli n sehingga anggota dari M dapat diurutkan dengan indeks $1, 2, 3, \dots, n$ atau dengan kata lain setiap anggota M berkorespondensi satu-satu dengan bilangan $1, 2, 3, \dots, n$. Jika tidak, M disebut himpunan infinit.

Contoh

- $P = \{a, b, c, \dots, z\}$ merupakan himpunan finit, sebab kita dapat memasangkan anggota P dengan bilangan asli dari 1 sampai 26, yaitu a dengan 1, b dengan 2, c dengan 3 dan seterusnya sampai z dengan 26.
- Q adalah himpunan solusi dari $x^2 = -1$ merupakan himpunan finit, sebab $Q = \emptyset$
- Himpunan bilangan ganjil adalah infinit
- Himpunan $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}$ dan $\mathbb{C}$ merupakan himpunan infinit.

B. Operasi Himpunan

Misalkan A dan B dua himpunan sebarang.

1. Operasi Gabungan

Gabungan himpunan A dan B , dinotasikan $A \cup B$ adalah himpunan semua unsur yang termasuk anggota A atau anggota B ,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

2. Operasi Irisan

Irisan himpunan A dan B , dinotasikan $A \cap B$ adalah himpunan semua unsur yang termasuk anggota A dan anggota B ,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$$

Jika $A \cap B = \emptyset$ maka A dan B dikatakan *disjoint* atau saling lepas.

3. Operasi Komplemen

Misalkan S himpunan semesta pembicaraan dan $A \subseteq S$. Komplemen dari A , dinotasikan A^c adalah himpunan semua anggota S yang bukan merupakan anggota A ,

4. Operasi Selisih / Komplemen relatif

Selisih dari himpunan A dan himpunan B dinotasikan dengan $A \setminus B$ atau $A - B$ adalah himpunan semua anggota A tetapi bukan anggota B ,

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\}$$

5. Operasi Jumlah

Jumlah dua himpunan A dan B dinotasikan dengan $A + B$ adalah himpunan semua anggota A atau B tetapi bukan anggota persekutuan A dan B,

$$A + B = \{x \mid x \in (A \cup B) \text{ dan } x \notin (A \cap B)\}$$

Untuk masing-masing definisi operasi himpunan di atas dengan menggunakan diagram Venn dapat digambarkan sebagai berikut, dimana daerah yang diarsir menyatakan hasil dari operasi himpunan yang dilakukan.

$A \cap B$

$A \cup B$

A^c

$A - B$

$A + B$

Contoh

Misalkan $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x \leq 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, dan

$B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \text{ bilangan prima kurang dari } 9\} = \{2, 3, 5, 7\}$

Maka

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

$$A \cap B = \{2, 3, 5\}$$

$$A^c = \{\dots, -2, -1\} \cup \{6, 7, 8, \dots\}$$

$$B^c = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

$$A - B = \{0, 1, 4\}$$

$$B - A = \{7\}$$

$$A + B = \{0, 1, 4, 7\}$$

a. Sifat-sifat Operasi Himpunan

Misalkan A, B, C sebarang himpunan tak kosong dan S himpunan semesta, maka beberapa hukum berikut berlaku :

1. Hukum Idempoten

a. $A \cup A = A$

b. $A \cap A = A$

2. Hukum Asosiatif

a. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

b. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

3. Hukum Komutatif

a. $A \cup B = B \cup A$

b. $A \cap B = B \cap A$

4. Hukum Distributif

a. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5. Hukum Identitas

a. $A \cup \phi = A$

b. $A \cup S = S$

c. $A \cap S = A$

d. $A \cap \phi = \phi$

6. Hukum Komplemen

a. $A \cup A^c = S$

b. $(A^c)^c = A$

c. $A \cap A^c = \phi$

d. $S^c = \phi$ dan $\phi^c = S$

7. Hukum De Morgan

a. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

b. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

C. Himpunan Kuasa

Jika A sebarang himpunan maka $F(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$ disebut himpunan kuasa dari A, yaitu himpunan semua subset dari A.

Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A

Contoh

a. Jika $A = \emptyset$ maka $2^A = \{\emptyset\}$, sebab subset dari $\emptyset$ hanya $\emptyset$

b. Jika $B = \{1\}$ maka $2^B = \{\emptyset, \{1\}\}$

c. jika $C = \{1, 2\}$ maka $2^C = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

d. Jika $D = \{1, 2, 3\}$ maka $2^D = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

Jika kita perhatikan pola jumlah anggota himpunan kuasa pada masing-masing himpunan di atas, terlihat bahwa himpunan yang jumlah anggotanya berturut-turut 0, 1, 2, dan 3 memiliki himpunan kuasa dengan jumlah anggota berturut-turut 1, 2, 4, dan 8. Hal serupa kalau kita teruskan untuk himpunan yang jumlah anggotanya 4 akan diperoleh jumlah anggota himpunan kuasanya 16 (perlihatkan!) dan seterusnya untuk himpunan yang jumlah anggotanya n akan memberikan himpunan kuasa dengan jumlah anggota sebanyak 2^n .

D. Aplikasi Himpunan dan Diagram Venn

Pengetahuan kita tentang himpunan dan diagram Venn sangat berguna khususnya dalam menyelesaikan masalah-masalah yang melibatkan obyek-obyek dari himpunan yang bersekutu (*over lapping sets*).

Sebagai ilustrasi, misalkan A dan B himpunan sebarang dengan $n(A) = p$, $n(B) = q$ dan $n(A \cap B) = x$. Perhatikan diagram Venn untuk $A \cup B$ dan pembagian daerah I, II dan III.

Akibatnya

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(I) + n(II) + n(III) \\ &= (p - x) + x + (q - x) \\ &= p + q - x \end{aligned}$$

dengan demikian dapat berlaku hubungan :

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Dengan cara serupa, untuk sebarang A, B dan C himpunan berlaku

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Contoh

Dari 80 mahasiswa, 46 mahasiswa memprogramkan matakuliah matematika dan 53 mahasiswa memprogramkan matakuliah Fisika serta 38 mahasiswa memprogramkan kedua matakuliah tersebut.

- Berapa mahasiswa yang memprogramkan matakuliah matematika saja?
- Berapa mahasiswa yang memprogramkan matakuliah fisika saja?
- Berapa mahasiswa yang memprogramkan matakuliah matematika atau fisika?
- Berapa mahasiswa yang tidak memprogramkan kedua matakuliah tersebut?

Jawab :

Misalkan A = Himpunan mahasiswa yang memprogramkan matakuliah matematika

B = Himpunan mahasiswa yang memprogramkan matakuliah fisika

Diketahui bahwa $n(S) = 80$, $n(A) = 46$, $n(B) = 53$ dan $n(A \cap B) = 38$. Dengan menggunakan diagram Venn hubungan di atas dapat digambarkan sebagai berikut :

Jadi,

- Banyaknya mahasiswa yang memprogramkan matakuliah matematika saja adalah 8 orang.
- Banyaknya mahasiswa yang memprogramkan matakuliah fisika saja adalah 15 orang.
- Banyaknya mahasiswa yang memprogramkan kedua matakuliah matematika atau fisika adalah 61 orang.
- Banyaknya mahasiswa yang tidak memprogramkan kedua matakuliah matematika dan fisika adalah 19 orang.

BAB IV

HUBUNGAN ANTARA LOGIKA DAN HIMPUNAN

A. Diagram Venn untuk Himpunan dan Pernyataan

Dalam kehidupan sehari-hari dan menggunakan logika, seringkali kita menggunakan pernyataan yang melibatkan atau membicarakan kumpulan-kumpulan obyek tertentu. Oleh karenanya, kita dapat memanfaatkan teori himpunan dalam menginterpretasikan suatu pernyataan atau menyelesaikan permasalahan logika, termasuk dalam hal ini adalah menentukan validitas suatu argumen. Kelebihan dari pernyataan verbal yang diterjemahkan kedalam bahasa himpunan (pernyataan yang ekuivalen) adalah pernyataan tersebut dapat diilustrasikan dengan menggunakan diagram Venn.

Contoh

“Adit senang bermain mobil-mobilan dan bermain sepak bola”.

Pernyataan di atas, dapat dinyatakan dalam bahasa himpunan sebagai berikut,

“Adit adalah anggota himpunan orang-orang yang senang bermain mobil-mobilan dan anggota himpunan orang-orang yang senang bermain sepak bola”.

atau,

“Adit adalah anggota himpunan orang-orang yang senang bermain mobil-mobilan dan bermain sepak bola”.

Dalam notasi himpunan dapat ditulis,

$\text{Adit} \in \{x \mid x \text{ senang bermain mobil-mobilan}\}$ dan $\text{Adit} \in \{y \mid y \text{ senang bermain sepak bola}\}$ atau,

$\text{Adit} \in \{x \mid x \text{ senang bermain mobil-mobilan dan sepak bola}\}$

Pernyataan tersebut dengan menggunakan diagram Venn adalah sebagai berikut :

Misalkan semesta S himpunan orang,

A himpunan orang yang senang bermain mobil-mobilan.

B himpunan orang yang senang bermain sepak bola

B. Aplikasi Teori Himpunan pada Argumen

Sebelumnya kita telah menterjemahkan pernyataan verbal kedalam pernyataan himpunan dan kemudian diilustrasikan dengan diagram Venn. Pada bagian ini kita akan menterjemahkan pernyataan-pernyataan yang termasuk dalam bagian hipotesis dan kesimpulan dari suatu argumen. Selanjutnya dengan diagram Venn akan dilihat apakah penarikan kesimpulan dari beberapa hipotesis yang ada sah atau tidak. Perhatikan contoh argumen berikut ini.

Contoh

Mahasiswa adalah generasi yang mewakili orang-orang yang berpikiran logis. Tidak seorang pun yang tidak percaya diri mampu menjadi seorang pemimpin yang baik.

Pemimpin yang baik adalah orang yang berpikir logis. Oleh karena, Mahasiswa adalah pemimpin yang baik.

Dengan menggunakan diagram Venn, apakah argumen di atas Valid?

Jawab :

Dalam bahasa himpunan, masing-masing premis dan kesimpulan di atas dapat dinyatakan sebagai berikut :

Premis 1. Himpunan mahasiswa adalah himpunan bagian dari himpunan orang yang berpikiran logis,

Premis 2. Himpunan orang yang tidak percaya diri (A) dan himpunan pemimpin yang baik (B) saling lepas

Premis 3. Himpunan pemimpin yang baik adalah subset dari himpunan orang-orang yang berpikir logis,

Berdasarkan premis-premis di atas, maka ada dua diagram diagram Venn yang mungkin sebagai kesimpulannya, yaitu :

C. Aplikasi Logika dalam Pembuktian Konsep-konsep Himpunan

Hubungan antara notasi himpunan dan simbol-simbol logika tampak sangat jelas. Sebagai contoh, $A \subseteq B$ didefinisikan sebagai setiap anggota A adalah anggota B juga, dengan simbol logika definisi tersebut dapat ditulis

$$\forall x \in A, x \in B$$

Penggunaan simbol-simbol logika khususnya dalam pembuktian konsep-konsep himpunan dapat menyederhanakan masalah sekaligus untuk menghindari kesalahan penafsiran atau makna karena menggunakan kalimat yang terlalu panjang. Berikut beberapa contoh aplikasi logika dalam pembuktian konsep-konsep himpunan.

Contoh

1. Himpunan kosong adalah subset dari sebarang himpunan
2. Misalkan A dan B himpunan sebarang. Buktikan
 - a. jika $A \subseteq B$ maka $A \cup B = B$
 - b. $A \cap B \subseteq A$

Jawab :

1. Misalkan A sebarang himpunan. Akan dibuktikan bahwa $\emptyset \subseteq A$.
 catatan : $\emptyset \subseteq A$. berarti $x \in \emptyset \rightarrow x \in A$.
 Dengan menggunakan konsep logika (implikasi) menyatakan bahwa jika hipotesis salah maka apapun kesimpulan yang diambil maka nilai kebenaran dari implikasi selalu benar. Dengan modal ini, maka hukum di atas mudah untuk dibuktikan, yaitu:
 Ambil $x \in \emptyset$ maka dapat disimpulkan bahwa $x \in A$. Jadi, $\emptyset \subseteq A$.
 Ingat : $x \in \emptyset$ suatu pernyataan salah sehingga kesimpulan $x \in A$ adalah benar
2. a. pernyataan : jika $A \subseteq B$ maka $A \cup B = B$
 hipotesis : $A \subseteq B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$
 akan dibuktikan : $A \cup B = B \leftrightarrow$ (i) $A \cup B \subseteq B$ dan (ii) $B \subseteq A \cup B$

- (i) Bukti : $A \cup B \subseteq B$
Misalkan $x \in A \cup B$. Artinya $x \in A$ atau $x \in B$. Akibat $x \in B$ (hipotesis) atau $x \in B$. Jadi, $x \in B$.
 $\therefore A \cup B \subseteq B$
- (ii) Bukti : $B \subseteq A \cup B$
Misalkan $x \in B$. Akibatnya $x \in A$ atau $x \in B$. Jadi, $x \in A \cup B$.
 $B \subseteq A \cup B$

Berdasarkan (i) dan (ii) maka $A \cup B = B$

b. Bukti : $A \cap B \subseteq A$

Misalkan $y \in A \cap B$. Akibatnya $y \in A$ dan $y \in B$. Jadi, $y \in A$.
Dengan demikian, $A \cap B \subseteq A$

BAB V

HIMPUNAN II

A. Pasangan Terurut dan perkalian Himpunan

Pada pembahasan tentang himpunan sebelumnya, urutan anggota dalam suatu himpunan tidak diperhatikan, misalnya $A = \{1, 2\}$ dan $B = \{2, 1\}$ maka $A = B$. Berbeda dengan himpunan, pasangan terurut dua buah unsur sangat memperhatikan urutan. Pasangan terurut a dan b , dengan notasi (a, b) berarti pasangan terurut dua anggota suatu himpunan dengan urutan pertama a dan urutan kedua b . Oleh karenanya, jika $a \neq b$, maka $(a, b) \neq (b, a)$.

Pasangan terurut dapat juga melibatkan beberapa unsur. Jika terdiri dari 3 unsur (a_1, a_2, a_3) disebut 3-tupel atau tripel, 4 unsur (a_1, a_2, a_3, a_4) disebut 4-tupel dan seterusnya untuk n unsur $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ disebut n -tupel. Dua pasangan terurut $(a, b) = (c, d)$ jika dan hanya jika $a = c$ dan $b = d$. Secara umum, $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$, jika $a_i = b_i$ untuk setiap $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Misalkan A dan B dua himpunan sebarang. Perkalian himpunan A dan B , notasi $A \times B$ adalah himpunan semua pasangan terurut yang berbentuk (a, b) dengan $a \in A$ dan $b \in B$,
$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$$

Contoh

Misal diberikan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{a, b\}$ maka
 $A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b), (4, a), (4, b)\}$
 $B \times A = \{(a, 1), (b, 1), (a, 2), (b, 2), (a, 3), (b, 3), (a, 4), (b, 4)\}$
Perhatikan hasil di atas bahwa $A \times B \neq B \times A$.

B. Relasi

Kadangkala kita dihadapkan dengan masalah dimana kita tidak memerlukan semua anggota dari perkalian antara dua himpunan A dan B , tetapi cukup beberapa saja yang memiliki hubungan tertentu. Hubungan tertentu antara himpunan A dan B kita sebut sebagai relasi antara himpunan A dan B .

Sebarang subset dari $A \times B$ disebut sebagai relasi antara A dan B . Jika $A = B$ maka sebarang subset dari $A \times B$ disebut relasi pada A .

Jika R relasi pada A maka $(x, y) \in R$ juga dinotasikan dengan xRy yang menyatakan bahwa “ x pada relasi R berelasi dengan y ” atau “ x berelasi dengan y ”, jika R sudah cukup diketahui atau dipahami.

Contoh

1. Misalkan $A = \{3, 6, 9, 12\}$ dan R relasi pada A dengan xRy didefinisikan dengan “ x membagi y ”. maka $R = \{(3, 3), (3, 6), (3, 9), (3, 12), (6, 6), (6, 12)\}$
2. Misalkan $P = \{3, 6, 9, 12\}$ dan $Q = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ serta R relasi pada $P \times Q$ dengan xRy : “ x kurang dari y ” maka $R = \{(3, 5), (3, 7), (3, 11), (6, 7), (6, 11), (9, 11)\}$
3. Misalkan $S = \{2, 3, 5\}$ dan R relasi pada S dengan xRy menyatakan $x + y = 12$. Karena jumlah dua anggota S paling besar 10 maka $R = \emptyset$.

a. Macam-macam Relasi

a) Misalkan R relasi pada A .

1. R dikatakan refleksif, jika untuk setiap $a \in A$ berlaku $(a, a) \in R$
2. R dikatakan simetri, jika $\forall a, b \in A, (a, b) \in R$ maka $(b, a) \in R$.
3. R dikatakan transitif, jika $\forall a, b, c \in A, (a, b) \in R$ dan $(b, c) \in R$ maka $(a, c) \in R$.

Contoh

1. Misalkan $A = \{2, 3, 5, 7, 9\}$. Definisikan relasi pada A sebagai berikut :

- a. $R_1 = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (2, 9)\}$
- b. $R_2 = \{(3, 2), (3, 5), (5, 3), (3, 3), (2, 3)\}$
- c. $R_3 = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5), (7, 7), (9, 9), (2, 7), (2, 9), (7, 2)\}$
- d. $R_4 = \{(5, 5), (7, 7), (5, 7), (7, 5), (7, 9), (5, 9), (9, 7), (9, 5)\}$
- e. $R_5 = \{(5, 5), (5, 7), (5, 9), (9, 7)\}$

Dari kelima relasi di atas manakah yang termasuk relasi refleksif, simetri atau relasi transitif.

2. Misalkan $P = \{a, b, c, d\}$ dan R relasi pada P .

- a. Jika $R = \{(a, a), (b, a), (b, b), (c, b), (c, c), (d, c)\}$ maka apakah R termasuk relasi refleksif? jelaskan jawaban anda!
- b. $R = \{(a, b), (b, c), (c, b), (b, a)\}$ maka apakah R termasuk relasi simetri? jelaskan jawaban anda!
- c. $R = \{(a, a), (b, b), (a, b), (b, c), (c, b), (b, a), (c, c), (d, c)\}$ maka apakah R termasuk relasi transitif? jelaskan jawaban anda!

Jawab :

1. Yang termasuk relasi refleksif adalah R_3 ; relasi simetri adalah R_2 dan R_4 dan relasi transitif adalah R_4
 2. a. R bukan relasi refleksif, sebab $d \in P$ tetapi $(d, d) \notin R$.
b. R relasi simetri, sebab $(a, b) \in R$ berimplikasi $(b, a) \in R$ dan $(c, b) \in R$ berimplikasi $(b, c) \in R$ atau sebaliknya.
a. R bukan relasi transitif, sebab (a, b) dan $(b, c) \in R$ tetapi $(a, c) \notin R$.
- b) Relasi R pada A disebut relasi ekuivalen, jika R merupakan relasi refleksif, simetri dan transitif.

Contoh

Misalkan P adalah himpunan segitiga pada bidang datar dan R adalah relasi pada P dengan aRb menyatakan bahwa a kongruen (sama dan sebangun) dengan b . Apakah relasi R pada P tersebut termasuk relasi ekuivalen?

Jawab :

R memenuhi sifat refleksif, sebab setiap segitiga pasti kongruen dirinya sendiri.

R memenuhi sifat simetri, sebab jika ΔABC kongruen dengan ΔPQR maka ΔPQR pasti kongruen dengan ΔABC .

R memenuhi sifat transitif, sebab jika ΔABC kongruen dengan ΔPQR dan ΔPQR kongruen dengan ΔXYZ maka ΔABC kongruen dengan ΔXYZ .

Dengan demikian, R merupakan relasi ekuivalen pada P .

b. Urutan pada Relasi

➤ Jika R relasi pada A dan R memenuhi sifat :

1. refleksif, yaitu $\forall a \in A, (a, a) \in R$
2. antisimetri, yaitu $\forall a, b \in A, (a, b) \in R$ dan $(b, a) \in R$ berakibat $a = b$.

3. transitif, yaitu $\forall a, b, c \in A, (a, b) \in R \text{ dan } (b, c) \in R \text{ berakibat } (a, c) \in R$. Maka relasi R pada A tersebut mendefinisikan suatu urutan parsial (*partial order*), dengan $(a, b) \in R$ dinyatakan dengan " $a \leq b$ " (baca : a mendahului b).

Catatan : tanda " $\leq$ " pada urutan parsial tidak selalu menyatakan "kurang dari" dan untuk menyederhanakan penulisan " $a \leq b$ " sama dengan " $a \leq b$ "

Contoh

Misalkan $B = \{p, q, r, s, t\}$ dan diagram berikut menyatakan hubungan antara anggota-anggota B

relasi " $x \leq y$ " pada B menyatakan bahwa $x = y$ atau x mendahului y . Apakah diagram di samping mendefinisikan suatu urutan parsial pada B ?

Jawab :

Relasi " $x \leq y$ " pada B yang didefinisikan dengan $x = y$ atau x mendahului y sebagaimana diperlihatkan oleh diagram di atas bukan merupakan urutan parsial, karena tidak memenuhi sifat antisimetri, yaitu $r \leq s$ dan $s \leq r$ tetapi $r \neq s$.

- Suatu himpunan A disertai dengan relasi urutan parsial " $\leq$ " tertentu pada A disebut himpunan terurut parsial (*partilly ordered set*, POSET), dinotasikan dengan pasangan terurut $(A, \leq)$.

Dua anggota a dan b pada suatu POSET $(A, \leq)$ dikatakan komparabel atau dapat dibanding, jika $a \leq b$ atau $b \leq a$. Sebaliknya, dikatakan tidak komparabel, jika $a \not\leq b$ dan $b \not\leq a$. Sebagai contoh, perhatikan diagram pada contoh 2.13, terlihat bahwa q dan s tidak komparabel tetapi q dengan yang lainnya yaitu r, t dan p adalah komparabel.

Misalkan $(A, \leq)$ suatu POSET. Beberapa anggota A tidaklah perlu untuk dapat dibandingkan. Tetapi, jika setiap dua anggota pada $(A, \leq)$ dapat dibandingkan maka urutan parsial pada A disebut urutan total pada A .

- Urutan total pada himpunan A adalah urutan parsial pada A dengan tambahan sifat setiap $a, b \in A$ berlaku

$$a < b, \text{ atau } a = b \text{ atau } a > b$$

Himpunan A disertai dengan urutan total $(\leq)$ tertentu pada A disebut himpunan terurut total (*totally ordered set*, TOSET).

Contoh

1. Misalkan $P \subseteq N$ sebarang dengan urutan parsial " $\leq$ " (urutan yang umum dipakai).

Apakah urutan parsial " $\leq$ " pada P termasuk urutan total?

2. Misalkan R adalah urutan parsial pada $Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ yang didefinisikan xRy berarti " x faktor dari y ", $\forall x, y \in Q$. Apakah R urutan total pada Q ?

Jawab :

1. Karena setiap dua bilangan riil selalu dapat dibanding (sifat trikotomi bilangan riil), maka urutan parsial " $\leq$ " pada P merupakan urutan total pada P.
2. R bukan urutan total pada Q, sebab 2 bukan faktor dari 3 dan sebaliknya.

c. Unsur Awal dan Unsur Akhir

Misalkan A adalah himpunan terurut. Unsur $a \in A$ disebut **unsur awal** pada A, jika a mendahului setiap anggota dari A,

$$a \leq x, \forall x \in A$$

unsur $b \in A$ disebut **unsur akhir** pada A, jika b mengatasi setiap anggota dari A,
 $y \leq b, \forall y \in A$

Contoh

- Tentukan unsur awal dan unsur akhir pada
- a. N dengan menggunakan urutan alamiah.
 - b. Z dengan menggunakan urutan alamiah.

Jawab :

- a. Unsur awal pada N adalah 1, sebab $1 \leq n, \forall n \in N$. Sedangkan unsur akhirnya tidak ada.
- b. Unsur awal dan anggota akhir pada Z tidak ada. (kenapa?)

Catatan: Setiap himpunan terurut parsial A, paling banyak memuat satu unsur awal dan satu unsur akhir.

d. Unsur Maksimum dan Unsur Minimum

Misalkan A adalah himpunan terurut. Suatu unsur $a \in A$ disebut **unsur maksimum** pada A, jika tidak ada anggota A yang murni mengatasi a . Sedangkan $b \in A$ disebut **unsur minimum** pada A, jika tidak ada anggota A yang murni mendahului b .

Contoh

Misalkan $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ adalah himpunan terurut dengan urutan seperti pada diagram berikut,

Tentukan unsur maksimum dan unsur minimum pada himpunan P jika ada!

Jawab :

Unsur maksimumnya adalah 3 sedangkan unsur minimumnya 2 dan 5.

e. Batas Atas dan Batas Bawah

Misalkan A himpunan terurut parsial dan $B \subseteq A$. $b \in A$ disebut batas bawah pada B, jika untuk setiap $x \in B$ maka $b \leq x$, atau b mendahului setiap anggota B. Jika β adalah batas bawah pada B dan $\square \square b$, untuk setiap b batas bawah pada B maka β disebut batas bawah terbesar pada B dan dinotasikan dengan $\inf(B)$. Sedangkan,

$a \in A$ disebut batas atas pada B , jika untuk setiap $y \in B$ maka $y \leq a$, atau a mengatasi setiap anggota B . Jika α adalah batas atas pada B dan $\alpha \leq a$, untuk setiap a batas atas pada B maka α disebut batas atas terkecil pada B dan dinotasikan dengan $\sup(B)$.

Berdasarkan definisi di atas, batas bawah terbesar dan batas atas terkecil dari suatu himpunan terurut paling banyak satu.

Contoh

Misalkan $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x < 2\}$ dengan urutan alamiah " $\leq$ ". Jika ada, tentukan batas bawah, batas atas, batas bawah terbesar dan batas atas terkecil pada A .

Jawab :

Batas bawah A adalah $\{y \in \mathbb{Z} \mid y \leq 0\}$;

Batas atas A adalah $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$;

Batas bawah terbesar A adalah 0 dan batas atas terkecil A adalah 2.

BAB VI

HIMPUNAN III

A. Fungsi

Fungsi adalah suatu tripel (f, A, B) yang memenuhi

1. A dan B adalah himpunan dan $f \subseteq A \times B$
2. Untuk setiap $x \in A$ terdapat $y \in B$ sehingga $(x, y) \in f$
3. Jika $(x, y) \in f$ dan $(x, z) \in f$ maka $y = z$

A disebut domain dari f (dinotasikan dengan D_f) dan B disebut kodomain dari f .

Fungsi (f, A, B) sering juga ditulis sebagai $f: A \rightarrow B$. Selanjutnya, jika $(x, y) \in f$ maka biasanya dituliskan dalam bentuk $y = f(x)$ dan y peta dari x oleh f .

Himpunan $\{y \in B \mid \text{terdapat } x \in A \text{ sehingga } y = f(x)\}$ disebut range dari f , dinotasikan dengan R_f . Dengan demikian dapat dipahami bahwa R_f merupakan subset dari kodomain f , yaitu $R_f \subseteq B$.

Sejalan dengan definisi di atas, fungsi $f: A \rightarrow B$ dapat juga didefinisikan sebagai suatu aturan yang mengaitkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota di B , atau

$$\forall x \in A, \exists! y \in B \ni y = f(x) \text{ atau } (x, y) \in f$$

Contoh

Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $f \subseteq A \times \mathbb{N}$ dan f memasangkan setiap anggota A dengan dua kali dirinya atau f didefinisikan sebagai $f(x) = 2x$, $\forall x \in A$.

- a. Apakah f fungsi?
- b. Tentukan $f(2)$, $f(3) + 4$ dan $f(1) + f(4)$

Jawab :

- a. Hubungan antara x dan $f(x)$ di atas dapat dituliskan dalam tabel berikut :

x	1	2	3	4	5
f(x)	2	4	6	8	10

Berdasarkan tabel di atas, terlihat bahwa setiap unsur A sudah dipasangkan dengan tepat satu anggota $\mathbb{N}$. Jadi, $f \subseteq A \times \mathbb{N}$ merupakan suatu fungsi.

- b. Nilai dari :

$$f(2) = 4,$$

$$f(3) + 4 = 2 \square 3 + 4 = 10 \text{ dan}$$

$$f(1) + f(4) = 2 \square 1 + 2 \square 4 = 2 + 8 = 10.$$

Teorema Garis Vertikal

Jika garis vertikal memotong grafik tepat di satu titik maka grafik tersebut merupakan fungsi. Sebaliknya, jika garis vertikal tersebut memotong lebih dari satu maka grafik tersebut bukan suatu fungsi.

Teorema ini mudah kita pahami, jika definisi fungsi di atas dipahami dengan benar. Terkait dengan hal ini, domain dari fungsi merupakan bagian dari sumbu mendatar (sumbu- x) dan kodomainnya pada sumbu vertikal (sumbu- y). Setiap garis vertikal memotong grafik tepat disatu titik berarti setiap anggota domain berpasangan dengan

tepat satu anggota di kodomain. Sebaliknya, jika terdapat garis vertikal yang memotong grafik lebih dari satu titik, berarti ada anggota domain yang berpasangan dengan lebih dari satu titik di kodomain. Hal ini melanggar definisi fungsi, bahwa setiap anggota di domain hanya berpasangan dengan tepat satu anggota di kodomain.

Contoh 6.3.

Grafik manakah di antara grafik-grafik berikut yang merupakan grafik suatu fungsi?

Jawab :

Berdasarkan teorema garis vertikal di atas, grafik yang merupakan representasi fungsi adalah grafik (b), grafik (e) dan grafik (f). Sebaliknya, grafik (a), grafik (c) dan grafik (d) bukan merupakan fungsi (kenapa?)

Misalkan $f: A \rightarrow B$ dan $g: C \rightarrow D$ adalah suatu fungsi. Fungsi f dan g dikatakan sama jika memenuhi

1. $A = C$
2. $B = D$
3. $f(x) = g(x), \forall x \in A = C$.

Dengan kata lain, dua buah fungsi f dan g dikatakan sama ($f = g$), jika

1. $D_f = D_g$ dan
2. $f(a) = g(a), \forall a \in D$.

a. Macam-macam Fungsi

1) Fungsi Onto atau Surjektif

Misalkan $f: A \rightarrow B$ adalah suatu fungsi. f disebut fungsi onto atau surjektif, jika range dari f sama dengan kodomain dari f , yaitu $R_f = B$.

Fungsi onto atau surjeksi disebut juga dengan fungsi pada. Secara operasional, definisi di atas dapat diterjemahkan dengan “setiap kali kita mengambil y anggota di kodomain maka selalu bisa diperoleh atau dicari x anggota di domain sehingga $y = f(x)$ ”. Dengan simbol logika dapat dinyatakan dengan

$$\forall y \in B, \exists x \in A \ni y = f(x)$$

Fungsi $f: A \rightarrow B$ yang bukan fungsi onto dikatakan fungsi into, yaitu $R_f \subset B$ (R_f merupakan subset sejati dari B).

Contoh

1. Contoh 2.17 a) merupakan fungsi onto, tetapi contoh 2.17 b) merupakan fungsi into (kenapa?)
2. Misalkan $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Definisikan fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan $f(x) = x + 1, \forall x \in A$. Fungsi f merupakan fungsi onto, karena $R_f = \{2, 4, 6, 8\} = B$
3. Misalkan $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan fungsi $g: P \rightarrow N$ didefinisikan dengan $g(a) = 3a, \forall a \in P$. Fungsi g merupakan fungsi into (bukan onto), karena $R_g = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \subset N$.

2) Fungsi Satu-satu atau Injektif

Misalkan $f: A \rightarrow B$ adalah suatu fungsi. f disebut fungsi satu-satu (1-1) atau injektif, jika $f(a) = f(b)$ berimplikasi $a = b$ untuk setiap $a, b \in A$.
Atau, $a \neq b$ berimplikasi $f(a) \neq f(b)$ untuk setiap $a, b \in A$.

Contoh

Selidik apakah fungsi-fungsi berikut termasuk fungsi 1-1 atau bukan!

1. Misalkan $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Definisikan fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan $f(x) = x + 1, \forall x \in A$.
2. $g: N \rightarrow N$ dengan $g(a) = 2a, \forall a \in N$.
3. $h: Z \rightarrow Z$ dengan $h(x) = x^2, \forall x \in Z$.

Jawab :

1. Fungsi f adalah fungsi 1-1 (cek !)
2. Misalkan $a_1, a_2 \in N$ sebarang dan $g(a_1) = g(a_2)$.
Akibatnya diperoleh
$$g(a_1) = g(a_2) \leftrightarrow 2a_1 = 2a_2 \leftrightarrow a_1 = a_2$$

 $\therefore$ fungsi g adalah fungsi 1-1.
3. Fungsi h bukan fungsi 1-1, sebab $-1, 1 \in Z$ tetapi $h(-1) = 1 = h(1)$.

3) Fungsi Bijektif

Misalkan $f: A \rightarrow B$ adalah suatu fungsi. f disebut fungsi bijektif, jika f merupakan fungsi onto dan 1-1.

Contoh

Selidiki apakah fungsi-fungsi berikut termasuk fungsi bijektif atau bukan!

1. Misalkan $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Definisikan fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan $f(x) = x + 1, \forall x \in A$.
2. $g: N \rightarrow N$ dengan $g(a) = 2a, \forall a \in N$.
3. $h: Z \rightarrow Z$ dengan $h(x) = x^3, \forall x \in Z$.

Jawab :

1. Fungsi f merupakan fungsi bijeksi, sebab f fungsi onto dan f fungsi 1-1
2. Fungsi g merupakan fungsi bijeksi, sebab
 - a. fungsi g fungsi 1-1
 - b. Akan ditunjukkan g fungsi onto.
Misalkan $b \in N$ sebarang. Terdapat $a = \frac{1}{2}b$ (bagaimana mencarinya) sehingga
 $g(a) = 2(\frac{1}{2}b) = b$.

- $\therefore$ fungsi g adalah fungsi onto.
3. Fungsi h adalah bijeksi, sebab :
- Akan ditunjukkan h fungsi 1-1
Misalkan $x, y \in \mathbb{Z}$ sebarang dan $h(x) = h(y)$.
Akibatnya diperoleh
$$h(x) = h(y) \leftrightarrow x^3 = y^3 \leftrightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{y^3} \leftrightarrow x = y$$
 $\therefore$ fungsi h adalah fungsi 1-1.
 - Akan ditunjukkan h fungsi onto.
Misalkan $y \in \mathbb{Z}$ sebarang. Terdapat $x = \sqrt[3]{y}$ (bagaimana mencarinya)
sehingga $h(x) = (\sqrt[3]{y})^3 = y$.
 $\therefore$ fungsi h adalah fungsi onto.

b. Komposisi Fungsi

Misalkan $f: A \rightarrow B$ dan $g: C \rightarrow D$ adalah suatu fungsi sehingga $R_f \subseteq D_g$. Komposisi fungsi f dan g , dengan notasi $g \circ f$, didefinisikan dengan

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)), \forall x \in D_f.$$

Contoh

Misalkan $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dengan $f(x) = 2x$ dan $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dengan $g(x) = x^3$.

Apakah komposisi fungsi $g \circ f$ dan $f \circ g$ dapat didefinisikan?, jika ya!, tentukan formula $g \circ f$ dan $f \circ g$.

Jawab:

a. Kasus $g \circ f$

Karena $R_f \subseteq \mathbb{N} = D_g$ maka komposisi fungsi $g \circ f$ dapat didefinisikan dengan

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x) = (2x)^3 = 8x^3.$$

b. Kasus $f \circ g$

Karena $R_g \subseteq \mathbb{N} = D_f$ maka komposisi fungsi $f \circ g$ dapat didefinisikan dengan

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^3) = 2x^3 = 2x^3.$$

c. Fungsi Invers

Misalkan $f: A \rightarrow B$ dan $b \in B$. Invers dari b oleh fungsi f , dinotasikan dengan $f^{-1}(b)$ adalah anggota-anggota A yang dipasangkan dengan $b \in B$, atau

$$f^{-1}(b) = \{ a \in A \mid b = f(a) \}$$

Jika $b = f(a)$ maka kita sebut b sebagai peta dari a oleh f , sebaliknya jika $a = f^{-1}(b)$, maka a disebut pra peta dari b oleh f .

Sebagai ilustrasi perhatikan kembali contoh berikut misalkan $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$ dan fungsi $f: A \rightarrow B$ didefinisikan dengan $f(x) = x + 1, \forall x \in A$. Maka

$$f(1) = 2, f(3) = 4, f(5) = 6, f(7) = 8 \text{ dan } f^{-1}(2) = 1, f^{-1}(4) = 3, f^{-1}(6) = 5, f^{-1}(8) = 7$$

Misalkan $f: A \rightarrow B$ adalah fungsi 1-1 dan onto. Akibatnya setiap $b \in B$, hanya terdapat satu $a \in A$ sehingga $f^{-1}(b) = a$. Karena setiap anggota B mempunyai pasangan tepat satu di A , maka $f^{-1}: B \rightarrow A$ merupakan suatu fungsi juga dan disebut fungsi invers dari f .

Catatan : fungsi $f: A \rightarrow B$ yang didefinisikan dengan $f(x) = x, \forall x \in A$ disebut fungsi identitas, dinotasikan dengan $id(A)$.

Misalkan $f: A \rightarrow B$ dan $g: B \rightarrow A$ adalah fungsi. g disebut fungsi invers dari f , dinotasikan dengan $g = f^{-1}$, jika $g(f(x)) = x, \forall x \in A$. Dengan kata lain, g adalah fungsi invers dari f jika dan hanya jika $g \circ f = \text{id}(A)$.

Contoh

Misalkan fungsi f dan g diberikan oleh diagram berikut :

Apakah fungsi f punya invers?

Jawab :

- a. Kasus (i), f tidak punya invers sebab $g \circ f \neq \text{Id}(A)$, sebab $f(b) = 3$ tetapi $g(3) = b$ dan $g(3) = e$.
- b. Kasus (ii), f punya invers sebab $g \circ f = \text{Id}(A)$, mengingat $f(a) = 2, f(b) = 3, f(c) = 4, f(d) = 1, f(e) = 5$ dan $g(2) = a, g(3) = b, g(4) = c, g(1) = d, g(5) = e$ sehingga $(g \circ f)(a) = a, (g \circ f)(b) = b, (g \circ f)(c) = c, (g \circ f)(d) = d$ dan $(g \circ f)(e) = e$. Dengan demikian, f untuk kasus ini punya invers yaitu $g = f^{-1}$.

B. Kardinalitas

a. Himpunan Finat dan Infinat (Lanjutan)

Pada pembahasan sebelumnya, dua himpunan dikatakan ekuivalen jika kedua himpunan tersebut memiliki jumlah anggota yang sama banyaknya. Definisi ini mudah dipahami, jika himpunan yang dibandingkan memiliki jumlah anggota yang tertentu banyaknya (finit). Sebaliknya untuk himpunan-himpunan yang anggota tidak berhingga (infinat), menunjukkan ekuivalensi dua buah himpunan merupakan suatu hal yang sulit. Berkaitan dengan masalah ini, berikut akan didefinisikan ekuivalensi dua himpunan secara umum.

Dua himpunan A dan B dikatakan ekuivalen, $A \cong B$, jika terdapat fungsi $f: A \rightarrow B$ yang bijektif.

Contoh

Misalkan $A = \{1, 3, 5, 6, \dots\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$. Apakah $A \cong B$?

Catatan : untuk mengetahui apakah $A \cong B$ maka kita harus mencari atau membuat suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ yang sifatnya bijektif. Artinya, kita mencari suatu aturan

pengaitan 1-1 dan onto yang mengaitkan setiap anggota A dengan anggota B. Aturan ini mungkin lebih dari satu, tetapi kita cukup mencari atau membuat satu saja.

Jawab :

Buat pengaitan yang menghubungkan setiap anggota A dengan B sebagai berikut,

Pengaitan ini memberikan fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan definisi	$1 \mapsto 2,$
$f(n) = n + 1, \forall n \in A$	$3 \mapsto 4$
Jelas bahwa fungsi $f: A \rightarrow B$ merupakan fungsi bijektif	$5 \mapsto 6$
Dengan demikian, $A \cong B$	$\vdots$
	$n \mapsto n + 1$

b. Himpunan Denumerabel

Himpunan B dikatakan denumerabel (terhitung) , jika $B \cong \mathbb{N}$. Himpunan yang tidak memenuhi syarat ini disebut himpunan nondenumerabel.

Contoh

Misalkan $K = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n-1, \dots\}$;

$L = \{(1,1), (2,4), (3,9), \dots, (n,n^2), \dots\}$

$M = \{1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, \dots, 1/(2n-1), \dots\}$

Apakah himpunan K, L dan M termasuk himpunan denumerabel?

Jawab :

Terhadap masing-masing himpunan K, L dan M dapat dibuat fungsi f , g dan h sehingga

$f: K \rightarrow \mathbb{N}$ dengan $f(n) = 2n - 1, \forall n \in K$;

$g: L \rightarrow \mathbb{N}$ dengan $g(n) = (n, n^2), \forall n \in L$;

$h: M \rightarrow \mathbb{N}$ dengan $h(n) = 1/(2n-1), \forall n \in M$

Masing-masing pengaitan di atas, dapat mendefinisikan fungsi 1-1 dan onto. Dengan demikian, K, L dan M merupakan himpunan denumerabel.

Beberapa sifat yang dimiliki oleh himpunan denumerabel adalah sebagai berikut :

1. Setiap himpunan infinit mempunyai subset yang denumerabel
2. Subset dari himpunan denumerabel adalah himpunan finit atau denumerabel
3. Jika $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ adalah himpunan denumerabel maka $P = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$ merupakan himpunan denumerabel pula. Bagaimana dengan $Q = \bigcap_{i=1}^n A_i$, Apakah termasuk himpunan denumerabel?

c. Himpunan Countabel

Himpunan C dikatakan countabel (terbilang), jika C finit atau denumerabel.

Sebaliknya disebut uncountabel, jika infinit atau nondenumerabel.

Catatan :

1. Subset dari himpunan countabel merupakan himpunan countabel
2. Jika $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ adalah himpunan countabel maka $P = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$ merupakan himpunan countabel juga. Bagaimana dengan $Q = \bigcap_{i=1}^n A_i$, Apakah termasuk himpunan countabel?

BAB VII

DIAGRAM VENN

A. Pengertian Diagram Venn

Diagram venn adalah gambar digram yang digunakan untuk menyatakan hubungan antar himpunan yang memiliki kesesuaian dalam suatu kelompok. Penggunaan diagram venn sangat memudahkan dalam memahami hubungan antar himpunan yang dibicarakan.

Secara umum, diagram venn digunakan untuk menggambarkan antar himpunan yang saling berpotongan, saling lepas, ekuivalen, himpunan bagian, dan himpunan yang sama. Selain itu, diagram venn juga dipakai untuk menjelaskan bentuk-bentuk himpunan. Seperti gabungan himpunan, irisan, selisih dan komplemen.

B. Macam-macam Bentuk Diagram Venn

1. Diagram venn saling berpotongan

2. Diagram venn saling lepas

3. Diagram venn himpunan bagian

4. Diagram venn himpunan yang sama

5. Diagram venn ekuivalen

6. Diagram venn gabungan himpunan

7. Diagram venn irisan himpunan

8. Diagram venn selisih

9. Diagram venn komplemen

C. Hubungan Antara Ingkaran Pernyataan dengan Komplemen Himpunan

Jika P merupakan penyelesaian kalimat terbuka $p(x)$ dalam semesta S , P merupakan pernyataan yang terbentuk dengan mengganti $x \in S$, maka himpunan komplemen dari P (ditulis P') merupakan penyelesaian terbuka $\sim p(x)$ dalam semesta S yang sama.

Ketentuan tersebut dapat dituliskan dengan memakai lambang himpunan sebagai berikut.

$$P = \{x \mid p(x)\}, p \text{ benar jika } x \in P$$

$$P' = \{x \mid \sim p(x)\}, \sim p \text{ benar jika } x \in P'$$

Perhatikan diagram venn pada gambar berikut.

Contoh soal :

Diketahui kalimat terbuka $p(x): x^2 - 6x + 15 < 10$. Peubah x pada kalimat terbuka $p(x)$ berada dalam semesta pembicara $S = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Pernyataan p terbentuk dari $p(x)$ dengan cara mengganti $x \in S$ dan pernyataan $\sim p$ terbentuk dari $\sim p(x)$ dengan cara mengganti $x \in S$.

- Carilah nilai-nilai $x \in S$ sehingga p bernilai benar.
- Carilah nilai-nilai $x \in S$ sehingga $\sim p$ bernilai benar.
- Jika P adalah himpunan penyelesaian kalimat terbuka $p(x)$ dan P' adalah himpunan penyelesaian kalimat terbuka $\sim p(x)$ dalam semesta pembicara S , gambarlah P , P' , dan S dalam sebuah diagram venn.
- Dari jawaban soal (C), jelaskan hubungan P dengan P' .

Penyelesaian:

- Menentukan nilai-nilai x agar p bernilai benar.

P terbentuk dari $p(x): x^2 - 6x + 15 < 10$

$S = \{0,1,2,3,4,5,6\}$, substitusikan masing-masing anggota S ke dalam $p(x)$ yaitu sebagai berikut.

- $p(0): (0)^2 - 6(0) + 15 < 10$
 $p(0): 15 < 10$ (salah)
- $p(1): (1)^2 - 6(1) + 15 < 10$
 $p(1): 10 < 10$ (salah)
- $p(2): (2)^2 - 6(2) + 15 < 10$
 $p(2): 7 < 10$ (benar)
- $p(3): (3)^2 - 6(3) + 15 < 10$
 $p(3): 6 < 10$ (benar)
- $p(4): (4)^2 - 6(4) + 15 < 10$
 $p(4): 7 < 10$ (benar)
- $p(5): (5)^2 - 6(5) + 15 < 10$
 $p(5): 10 < 10$ (salah)
- $p(6): (6)^2 - 6(6) + 15 < 10$
 $p(6): 15 < 10$ (salah)

jadi, p bernilai benar apabila $x = \{2,3,4\}$.

- Menentukan nilai-nilai x agar $\sim p$ bernilai benar.
 $\sim p$ akan bernilai benar apabila p bernilai salah. Jadi agar $\sim p$ bernilai benar maka $x = \{0,1,5,6\}$.
- Gambar diagram venn untuk himpunan P , P' dan S adalah sebagai berikut.

d) Hubungan antara P dan P' adalah sebagai berikut.

Himpunan P yang merupakan penyelesaian dari kalimat terbuka $p(x)$ dan himpunan P' yang merupakan penyelesaian dari kalimat terbuka $\sim p(x)$ berada dalam semesta yang sama yaitu $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

D. Hubungan antara Konjungsi Dua Pernyataan dengan Irisan Dua Himpunan

Jika P dan Q masing-masing merupakan himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka $p(x)$ dan $q(x)$ pada himpunan semesta S, maka $P \cap Q$ adalah himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka $p(x) \wedge q(x)$ pada himpunan semesta S yang sama.

Dalam bentuk lambang himpunan dapat dituliskan sebagai berikut.

$P = \{x \mid p(x)\}$, p benar jika $x \in P$

$Q = \{x \mid q(x)\}$, q benar jika $x \in Q$

$P \cap Q = \{x \mid p(x) \wedge q(x)\}$, $p \wedge q$ benar jika $x \in (P \cap Q)$

Hubungan tersebut dapat digambarkan dengan diagram venn seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini.

Contoh Soal:

Diketahui $p(x): x^2 - 5x + 4 = 0$ dan $q(x): 3 \leq x \leq 5$ dengan x peubah pada himpunan bilangan asli A . Pernyataan p dan q dibentuk dari $p(x)$ dan $q(x)$ dengan mengganti nilai $x \in A$. Carilah nilai x sehingga $(p \wedge q)$ bernilai benar.

Jawab:

Himpunan penyelesaian $p(x): x^2 - 5x + 4 = 0$ adalah $P = \{1, 4\}$

Himpunan penyelesaian $q(x): 3 \leq x \leq 5$ adalah $Q = \{3, 4, 5\}$

Irisan P dan Q dan $P \cap Q$, berarti nilai $x = 4$.

E. Hubungan antara Biimplikasi dengan Himpunan Bagian

Jika P dan Q masing-masing merupakan himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka $p(x)$ dan $q(x)$ pada semesta pembicaraan S , maka $p(x) \Leftrightarrow q(x)$ menjadi biimplikasi $p \Leftrightarrow q$ yang bernilai benar apabila $P = Q$.

Atau dalam bentuk lambang himpunan dapat dituliskan sebagai berikut.

$P = \{x \mid p(x)\}$, p benar jika $x \in P$

$Q = \{x \mid q(x)\}$, q benar jika $x \in Q$

Biimplikasi $p \Leftrightarrow q$ benar, jika $P = Q$

Hubungan tersebut dapat digambarkan dengan diagram venn seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut ini.

Contoh soal:

Suatu pernyataan biimplikasi yang terdiri dari dua kalimat terbuka $p(x)$ dan $q(x)$ akan bernilai benar apabila himpunan penyelesaian dari kedua kalimat terbuka tersebut sama.

a) $p(x): x = 16$ dan $q(x): {}^2\log x = 4$.

Himpunan penyelesaian kedua kalimat terbuka ini adalah sebagai berikut.

Misalkan himpunan penyelesaian $p(x) = P$ dan $q(x) = Q$ maka:

- $x = 16, P = 16$
- ${}^2\log x = 4$
 ${}^2\log 2^4 = 4, Q = 2^4 = 16$

Karena $P = Q$, maka kalimat “ $x = 16$ jika dan hanya jika ${}^2\log x = 4$ ” adalah biimplikasi yang benar.

- b) $p(x): x - 6 > 0$ dan $q(x): x^2 - 7x + 6 > 0$. Himpunan penyelesaian kedua kalimat terbuka ini adalah sebagai berikut.

Misalkan himpunan penyelesaian $p(x) = P$ dan $q(x) = Q$ maka:

- $x - 6 > 0$
 $x > 6, P = \{x \mid x > 6, x \in \mathbb{R}\}.$
- $x^2 - 7x + 6 > 0$
 $(x - 6)(x - 1) > 0, Q = \{x \mid x < 1 \text{ atau } x > 6, x \in \mathbb{R}\}$

Karena $P = Q$, maka kalimat “ $p(x): x - 6 > 0$ dan $q(x): x^2 - 7x + 6 > 0$ ” adalah biimplikasi yang benar.

- c) Dua garis sejajar sudah pasti sebidang. Tapi dua garis sebidang, belum tentu sejajar (bisa saja berhimpit). Jadi, kalimat “dua buah garis sejajar jika dan hanya jika garis itu sebidang” adalah biimplikasi yang benar.

F. Hubungan antara Implikasi dengan Himpunan Bagian

Jika P dan Q masing-masing merupakan himpunan penyelesaian dari kalimat terbuka $p(x)$ dan $q(x)$ pada himpunan semesta S , maka $p \Rightarrow q$ benar jika $P \subset Q$.

Atau dalam bentuk lambang himpunan dapat dituliskan sebagai berikut.

$P = \{x \mid p(x)\}$, p benar jika $x \in P$

$Q = \{x \mid q(x)\}$, q benar jika $x \in Q$

Implikasi $p \Rightarrow q$ benar, jika $P \subset Q$

Hubungan tersebut dapat digambarkan dengan diagram venn seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut ini.

Contoh Soal:

Dalam semesta pembicaraan $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, tentukan nilai kebenaran setiap implikasi berikut ini.

- a) Jika $1 \leq x \leq 2$ maka $x^2 - 5x + 4 \leq 0$
- b) Jika $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ maka $1 \leq x \leq 2$

Jawab:

Misalkan:

P adalah himpunan penyelesaian kalimat terbuka $p(x): 1 \leq x \leq 2$ dalam semesta pembicaraan S, maka $P = \{1, 2\}$.

Q adalah himpunan penyelesaian kalimat terbuka $q(x): x^2 - 5x + 4 \leq 0$ dalam semesta pembicaraan S, maka $Q = \{1, 2, 3, 4\}$

Hubungan antara P dan Q diperlihatkan dengan diagram venn pada gambar di bawah ini.

Dari gambar di atas, tampak bahwa $P \subset Q$ tetapi $Q \not\subset P$. Dengan demikian:

- $p(x) \Rightarrow q(x)$ bernilai benar, atau jika $1 \leq x \leq 2$ maka $x^2 - 5x + 4 \leq 0$, merupakan implikasi yang benar.
- $q(x) \Rightarrow p(x)$ bernilai salah, atau jika $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ maka $1 \leq x \leq 2$, merupakan implikasi yang salah.

BAB VIII

PENUTUP

A. Kesimpulan

Ingkaran atau negasi mem mempelajari beberapa hal yang berkaitan dengan logika, seperti logika secara kalimat, logika dalam kalimat dinyatakan sebagai proposisi dan pola-pola argumen atau pernyataan logis dengan hukum-hukum logika. Keuntungan atau kekuatan bahasa simbol adalah: ringkas, univalent/bermakna tunggal, dan universal/dapat dipakai dimana-mana.

Himpunan adalah kumpulan dari benda-benda (objek) yang terdefinisi dengan jelas (menggunakan aturan tertentu sehingga dapat dibedakan apakah benda/objek tersebut termasuk dalam kumpulan tersebut atau tidak.

Manfaat mempelajari himpunan adalah membantu setiap orang yang mempelajari logika untuk berpikir secara rasional, kritis, lurus, tetap, tertib, metodis dan koheren, meningkatkan kemampuan berpikir secara abstrak, cermat, dan objektif, menambah kecerdasan dan meningkatkan kemampuan berpikir secara tajam dan mandiri, memaksa dan mendorong orang untuk berpikir sendiri dengan menggunakan asas-asas sistematis, meningkatkan cinta akan kebenaran dan menghindari kesalahan-kesalahan berpikir, kekeliruan serta kesesatan, mampu melakukan analisis terhadap suatu kejadian.

Diagram venn merupakan bentuk media pembelajaran untuk menyajikan suatu himpunan dengan cara menggunakan gambar. Semua anggota dari himpunan semesta ditunjukkan dalam dua buah lingkaran beririsan pada suatu persegi panjang, simbol S untuk semesta disimpan di pojok kiri atas.

B. Saran

Tanpa kita sadari ternyata begitu banyak manfaat dari aplikasi matematika untuk kehidupan sehari-hari. Baik dalam bidang ekonomi, pendidikan, dan dalam berbagai disiplin ilmu yang lainnya. Oleh karena itu penulis menyarankan agar kita lebih serius dalam mempelajari matematika dan jangan dijadikan matematika sebagai sesuatu yang menyeramkan untuk dipelajari karena matematika adalah bagian sangat dekat yang tak terpisahkan dari kehidupan kita.

DAFTAR PUSTAKA

1. Smartblogmathematic. “ingkaran” (online),
2. <https://smartblogmathematic.wordpress.com/ingkaran/>, diakses tanggal 27 Maret 2016.
3. Sriyanto. 2007. *Quick Math (Cara Cepat Belajar Matematika)*. Yogyakarta : Penerbit Indonesiatara.
4. Tampomas, Husein. 2013. *Seribu Pena Matematika untuk SMA/MA kelas X*. Jakarta : Penerbit Erlangga.
5. Seputro, Theresia M. H. Tirta, 1989, Pengantar Dasar Matematika : Logika dan Teori Himpunan, Depdikbud Dirjen Pendidikan Tinggi, Proyek Pengembangan LPTK, Jakarta.
6. Simpson, Stephen G., 2006, *Foundations of Mathematics*, Department of Mathematics The Pennsylvania State University, University Park, State College PA 16802.
7. Solov, D, 1982, *How to Read and Do Proof : An Introduction to Mathematical Thought Process*, Wiley, New York.
8. Stephan, Frank, 2006, *Set Theory*, Internet edition, Departments of Mathematics and Computer Science National University of Singapore, Singapore.
9. Walicki, Michal, 2006, *Introduction to Logic*, Internet Edition.
10. <https://cilacapklik.com/2020/09/diagram-venn-dan-himpunan.html>
11. <https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2018/03/ingkaran-pernyataan-dan-komplemen-himpunan.html?m=0>
12. <https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2018/03/hubungan-konjungsi-dan-gabungan-himpunan.html?m=0>
13. <https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2018/03/hubungan-biimplikasi-dengan-dua-himpunan-yang-sama.html?m=0>
14. <https://blogmipa-matematika.blogspot.com/2018/03/hubungan-implikasi-dengan-dua-himpunan-yang-sama.html?m=0>
15. Jusmawati, S.Pd., M.Pd. Matematika dasar. Makassar : 2014
16. Jusmawati, Model-model Pembelajaran di Sekolah Dasar. Yogyakarta : 2020