MAKALAH

DERET GEOMETRI TAK HINGGA

NADRA FAKHIRAH SHALEH
2084202002

UNIVERSITAS PEJUANG REPUBLIK INDONESIA
2020/2021

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah SWT karena atas rahmat-Nya kami dapat menyelesaikan tentang “**DERET GEOMETRI TAK HINGGA**” ini. Shalawat serta salam senantiasa kita ucapkan kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW, keluarga, sahabat serta semua umatnya hingga kini. Dan Semoga kita termasuk dari golongan yang kelak mendapatkan syafaatnya.

Hanya kata syukur yang bisa penulis sampaikan sehingga makalah yang menjadi tugas mata kuliah Aljabar Linear Elementer bisa terselesaikan dengan baik. Di lain sisi, kami juga mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam proses penyusunan makalah ini.

Demikian yang dapat kami sampaikan, semoga makalah ini dapat menjadi salah satu panduan untuk lebih menghormati guru bagi para pembaca. Kritik dan saran senantiasa kami harapkan agar makalah ini dapat lebih ditingkatkan kedepannya.

Makassar, Desember 2020

Penyusun

BAB I

PENDAHULUAN

A. LATAR BELAKANG

Deret merupakan penjumlahan urutan bilangan atau variabel yang membentuk pola tertentu. Setiap bilangan atau variabel yang dijumlahkan dinamakan suku dari deret tersebut. Jadi deret mempunyai urutan suku yang berpola.

B. TUJUAN

Tujuan dari makalah ini adalah untuk menjelaskan bagaimana konsep dari deret tak hingga.

C. RUANG LINGKUP

Ruang lingkup materi yang dibahas dalam bahan ajar ini adalah;

1. Penjelasan umum Deret Geometri Tak Hingga
2. Sejarah dan penemu Deret Geometri Tak Hingga
3. Sifat-sifat Deret Geometri Tak Hingga
4. Rumus Deret Geometri Tak Hingga
5. Contoh-Contoh dan penyelesaian soal Deret Geometri Tak Hingga
6. Hal-hal yang dianggap perlu dalam ringkasan materi Deret Geometri Tak Hingga

BAB II

PEMBAHASAN

A. PENGERTIAN DERET GEOMETRI TAK HINGGA

Deret geometri tak hingga adalah penjumlahan suku-suku pada barisan geometri yang banyaknya tidak terbatas (tak hingga). Deret geometri tak hingga biasanya dinotasikan sebagai S_{∞} . Deret geometri ini pun biasanya dipakai dalam kehidupan sehari-hari seperti menghitung biasiswa, dan sebagainya. Contoh deret geometri tak hingga 4,3,2,...,.... Bentuk umum dari deret geometri tak hingga adalah $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$ dimana a adalah suku pertama dan r adalah rasio. Tanda titik tiga (...) diatas menandakan bahwa penjumlahan dilanjutkan terus menerus dengan mengikuti pola deret tersebut.

B. SEJARAH DAN PENEMU DERET GEOMETRI TAK HINGGA

Johann Carl Friedrich Gauß atau Gauss lahir di Braunschweig, 30 April 1777, meninggal di Göttingen, 23 Februari 1855 pada umur 77 tahun adalah matematikawan, astronom, dan fisikawan Jerman yang memberikan

beragam kontribusi ia dipandang sebagai salah satu matematikawan terbesar sepanjang masa selain Archimedes dan Isaac Newton.

Dilahirkan di Braunschweig, Jerman, saat umurnya belum genap 3 tahun, ia telah mampu mengoreksi kesalahan daftar gaji tukang batu ayahnya. Menurut sebuah cerita, pada umur 10 tahun, ia membuat gurunya terkagum-kagum dengan memberikan rumus untuk menghitung jumlah suatu deret aritmetika berupa penghitungan deret $1+2+3+\dots+100$. Di sekolahnya, Gauss dikenal merupakan anak yang dapat dikatakan seorang pembuat masalah, tetapi juga merupakan orang yang memiliki kemampuan memecahkan masalah. Pada saat itu, gurunya memberikan soal sulit pada anak muridnya yang juga termasuk Gauss di dalamnya. Saat itu Gauss terbilang masih muda untuk menyelesaikan soal perhitungan $1+2+3+4+\dots+100$. Gurunya bermaksud memberikan soal ini agar sang guru tak perlu mengajar dan dapat beristirahat. Dia yakin bahwa untuk menyelesaikan soal tersebut, butuh waktu lama. Namun, ternyata Gauss berhasil memecahkannya dalam waktu yang cepat. Sang guru pun terkagum-kagum dengan hasil pemecahan Gauss yang cepat dan tepat. Gauss menciptakan cara untuk menghitung deret aritmetika. Cara yang Gauss ciptakan untuk menghitung deret aritmetika tersebut memang telah disederhanakan menjadi rumus " $D_n = n/2(U_1 + U_n)$ " yang lebih sederhana, tetapi tetap berdasarkan cara yang ditemukan Gauss sendiri. Meski cerita ini hampir sepenuhnya benar, soal yang diberikan gurunya sebenarnya lebih sulit dari itu.

Gauss ialah ilmuwan dalam berbagai bidang matematika, fisika, dan astronomi. Bidang analisis dan geometri menyumbang banyak sekali sumbangan-sumbangan pikiran Gauss dalam matematika. Kalkulus (termasuk limit) ialah salah satu bidang analisis yang juga menarik perhatiannya.

C. SIFAT-SIFAT DERET GEOMETRI TAK HINGGA

1. Konvergen

Konvergen artinya memusat atau tidak menyebar. Deret geometri tak hingga yang konvergen berarti deret geometri yang masih memiliki limit jumlah. Syarat deret geometri tak hingga jenis ini adalah rasio berada di antara -1 dan 1, yaitu $-1 < r < 1$ atau $|r| < 1$.

2. Divergen

Divergen artinya menyebar. Deret geometri tak hingga yang divergen berarti deret geometri tak hingga yang tidak terbatas jumlahnya. Syarat deret geometri tak hingga yang divergen adalah $r < -1$ atau $r > 1$.

D. RUMUS DERET GEOMETRI TAK HINGGA

$$\begin{aligned} S_{\infty} &= \infty, & \text{untuk } r > 1 \\ S_{\infty} &= -\infty, & \text{untuk } r < -1 \\ S_{\infty} &= \frac{a}{1-r}, & \text{untuk } -1 < r < 1 \end{aligned}$$

Jenis Deret Geometri Tak Hingga	Rumus Suku ke-n	Rumus Jumlah Tak Hingga
Konvergen ($ r < 1$)	$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$	$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$
Divergen ($ r > 1$)	$S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)}$	$S_{\infty} = \frac{a}{r-1}$

Dengan kata lain, jumlah dari suatu deret tak hingga adalah limit dari jumlah parsial deret tersebut. Dalam notasi limit kita tulis

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

Dengan demikian, jumlah dari deret geometri tak hingga dapat dinyatakan sebagai

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} a(1-r)^n = \frac{a}{1-r}$$

Jika $|r| < 1$ maka limit dari r^n untuk n menuju tak hingga akan sama dengan nol. Akibatnya,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a(1-r)^n = \frac{a}{1-r}$$

Misalkan:

$$S = a + ar + ar^2 + \dots$$

$$\text{Jika } |r| < 1, \text{ maka } S = \frac{a}{1-r}$$

Rumus Mencari Rasio

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Jika sudah mengetahui a dan r nya, sekarang pelajari rumus suku ke- n (U_n) dan juga rumus jumlah n suku yang pertama (S_n)

Rumus Mencari U_n

Untuk mencari suku ke n pada barisan dan deret geometri, bisa memakai rumus berikut ini

$$U_n = ar^{n-1}$$

E. CONTOH-CONTOH DAN PENYELESAIAN SOAL DERET GEOMETRI TAK HINGGA

1. Periksa apakah deret berikut konvergen atau divergen dengan mengamati rasionya!

- a. $3 + 6 + 12 + 24 + \dots$
- b. $2 + 2 + 2 + 2 + \dots$
- c. $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots$
- d. $3 - 1 + 1/3 - 1/9 + \dots$
- e. $-1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$
- f. $2 - 6 + 18 - 54 + \dots$

Jawab :

- a. $3 + 6 + 12 + 24 + \dots$ (**divergen**)

karena $|r| = |2| \geq 1$

- b. $2 + 2 + 2 + 2 + \dots$ (**divergen**)

karena $|r| = |1| \geq 1$

- c. $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots$ (**konvergen**)

karena $|r| = |1/2| < 1$

- d. $3 - 1 + 1/3 - 1/9 + \dots$ (**konvergen**)

karena $|r| = |-1/3| < 1$

e. $-1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ (**divergen**)

karena $|r| = |-1| \geq 1$

f. $2 - 6 + 18 - 54 + \dots$ (**divergen**)

karena $|r| = |-3| \geq 1$

2. Misalkan suku pertama deret geometri tak hingga adalah a . Tentukan batas-batas nilai a agar deret tersebut konvergen dengan jumlah 2.

Jawab :

Dikethaui $S = 2$

$$S = a1 - r \Leftrightarrow 2 = a1 - r$$

$$a = 2(1 - r)$$

$$a = 2 - 2r$$

$$2r = 2 - a$$

$$r = \frac{2 - a}{2}$$

Agar deret geometri yang dimaksud konvergen, haruslah $-1 < r < 1$

$$-1 < 2 - a < 1 \quad (\text{kali } 2)$$

$$-2 < 2 - a < 2 \quad (\text{kurang } 2)$$

$$-4 < -a < 0 \quad (\text{kali } (-1))$$

$$4 > a > 0 \quad 0 < a < 4$$

Jadi, deret tersebut akan konvergen dengan jumlah 2, ketika $0 < a < 4$

BAB III

KESIMPULAN

Meskipun deret ini memiliki suku mencapai tak hingga kita masih dapat mencari jumlah keseluruhannya secara pasti. Namun, tidak semua deret geometri tak hingga dapat kita tentukan jumlahnya. Dilihat dari rasionya (r) deret geometri tak hingga dapat dibedakan menjadi dua yaitu deret geometri konvergen dan deret geometri tak hingga divergen.

DAFTAR PUSTAKA

Hamid, N., & Jusmiana, A. (2020). EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN DARING MENGGUNAKAN MODEL KOOPERATIF TIPE TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION (TAI). *Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 66-80.

<https://id.scribd.com/document/360649095/Isi-Makalah-Deret-Tak-Hingga>

https://www.academia.edu/33336258/Makalah_kelompok

<https://www.quipper.com/id/blog/mapel/matematika/deret-geometri-tak-hingga-matematika-kelas-11/>

https://id.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss

<https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fedumatik.net%2Fderet-geometri-tak-hingga-dan-contoh-soal%2F&psig=AOvVaw3lalpVekF6fet5Qn-7tmfA&ust=1606806438536000&source=images&cd=vfe&ved=0CAMQjB1qFwoTCLjR9Zvbqe0CFQAAAAAdAAAAABAJ>

<https://listianichan.wordpress.com/2019/09/22/barisan-deret/>

<https://smatika.blogspot.com/2018/07/deret-geometri-tak-hingga.html>

https://rumus.co.id/deret-geometri-tak-hingga/#Pengertian_Deret_Geometri_Tak_Hingga

<https://www.madematika.net/2017/10/deret-geometri-tak-hingga-dan-contoh.html>

JUSMIANA, A. (2019). EFEKTIVITAS PENERAPAN PENDEKATAN KETERAMPILAN PROSES TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 4 SIMBUANG KABUPATEN TANA TORAJA. *Socioedu Journal (Pendidikan, Sosial, Humaniora)*, 3(1).