DESAIN BAHAN AJAR BERBASIS KOMUNIKASI MATEMATIS PADA MATERI ELIPS KELAS XI

Tsena Cendikia Wardani¹⁾, Cita Dwi Rosita²⁾, Surya Amami Pramuditya³⁾

¹⁾Mahasiswa Unswagati, Cirebon, tsenacw@gmail.com

²⁾Dosen FKIP Unswagati, Cirebon, citadwirosita@gmail.com

³⁾Dosen FKIP Unswagati, Cirebon, amamisurya@fkip-unswagati.ac.id

Abstrak

Komunikasi matematis berperan penting dalam membantu mempertajam cara berpikir dan melihat berbagai keterkaitan materi matematika; merefleksikan dan mengukur pertumbuhan pemahaman matematika; dan mengorganisasikan pemikiran matematika. Namun, komunikasi matematis belum sepenuhnya berkembang dalam proses pembelajaran matematika khususnya materi elips. Berdasarkan studi pendahuluan ditemukan *learning obstacle* epistemologis sehingga hasil belajar berbasis komunikasi matematis tergolong rendah. Sehingga, peneliti tertarik melakukan penelitian untuk merumuskan suatu alternatif desain pembelajaran terkait materi elips. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan *learning obstacle* yang dialami siswa terkait materi elips kelas XI, validitas bahan ajar berbasis komunikasi matematis pada materi elips kelas XI dan intervensi guru dalam mengimplementasikan bahan ajar berbasis komunikasi matematis pada materi elips kelas XI. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif berupa penelitian desain didaktis dengan subjek penelitian siswa SMAN1 Kota Cirebon yaitu kelas XI IPA 8 dan XII IPA 8. Hasil penelitian ditemukan *learning obstacle* dalam menentukan persamaan elips berpusat di $O(0,0)$, persamaan elips berpusat di (h,k) dan terkait kemampuan komunikasi matematis. Berdasarkan hasil validasi ahli diperoleh persentase sebesar 92,42% dengan interpretasi sangat valid sehingga desain bahan ajar layak diimplementasikan. Adapun intervensi guru sebagai fasilitator dan hasil implementasi sesuai dengan prediksi sehingga desain bahan ajar efektif untuk mengatasi respon-respon siswa dan *learning obstacle* yang muncul.

Kata Kunci: Desain Didaktis, Elips, *Learning Obstacle*, Hambatan Epistemologis, Kemampuan Komunikasi Matematis

Pendahuluan

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang ada dalam kurikulum 2013. Dalam kurikulum 2013 terdapat perubahan nama mata pelajaran dan sub mata pelajaran menjadi lebih unik seperti yang digunakan di pendidikan tinggi dan sekolah keahlian (*vocational school*). Akibatnya mata pelajaran matematika dikelompokkan ke dalam mata pelajaran wajib dan peminatan di tingkat SMA/MA Program IPA. Salah satu sub unik yang diaplikasikan pada kelompok matematika peminatan yaitu elips.

Proses pembelajaran elips mengacu pada salah satu tujuan pembelajaran matematika menurut ^[1] yaitu mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah. Adapun kemampuan seseorang untuk

mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas masalah disebut sebagai kemampuan komunikasi matematis.

^[2]menyatakan bahwa komunikasi matematis merupakan suatu kemampuan siswa dalam menyampaikan sesuatu yang diketahuinya melalui peristiwa dialog atau saling hubungan yang terjadi di lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan. Pesan yang dialihkan berisi tentang materi matematika yang dipelajari siswa di kelas, misalnya berupa konsep, formula, atau strategi penyelesaian suatu masalah. Pihak yang terlibat dalam peristiwa komunikasi di kelas adalah guru dan siswa. Adapun cara pengalihan pesan dapat secara tertulis maupun lisan yang disampaikan guru kepada siswa untuk saling komunikasi, sehingga komunikasi dapat berjalan dengan lancar dan sebaliknya jika komunikasi antara guru dengan siswa tidak berjalan dengan baik maka akan mengakibatkan rendahnya kemampuan komunikasi matematis. Oleh karena itu, kemampuan komunikasi matematis berperan sentral dalam proses pembelajaran matematika. ^[3]menyatakan bahwa komunikasi matematis memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika: 1) membantu mempertajam cara berpikir dan kemampuan siswa dalam melihat berbagai keterkaitan materi matematika; 2) merefleksikan dan mengukur pertumbuhan pemahaman matematika siswa; 3) mengorganisasikan dan mengkonsolidasikan pemikiran matematika siswa. Namun, pentingnya komunikasi matematis belum sepenuhnya berkembang dalam proses pembelajaran matematika khususnya elips dengan pokok bahasan persamaan elips. Berdasarkan hasil studi pendahuluan yang dilakukan oleh peneliti diperoleh data hasil belajar siswa SMAN 1 Kota Cirebon kelas XI IPA 8 berbasis komunikasi matematis dengan pokok bahasan persamaan elips yaitu nilai rata-rata siswa adalah 56,94. Nilai rata-rata tersebut masih tergolong rendah jika berada pada interval 1-100. Selain itu, apabila hasil belajar berbasis komunikasi matematis ini dikaitkan dengan konsep KKM, maka dapat dikatakan hasil belajar berbasis komunikasi matematis siswa SMAN 1 Kota Cirebon kelas XI IPA 8 belum mencapai KKM di sekolah tersebut yaitu 75. Hasil ini menunjukkan bahwa hasil belajar berbasis komunikasi matematis siswa SMAN 1 Kota Cirebon kelas XI IPA 8 masih tergolong rendah. Untuk mengukur kemampuan komunikasi matematis tersebut, dalam studi pendahuluan ini menggunakan empat indikator kemampuan komunikasi matematis sebagai berikut.

- (i) Melukiskan atau merepresentasikan benda nyata, gambar dan diagram dalam bentuk ide dan atau simbol matematika. Salah satu kekeliruan siswa pada indikator ini yaitu siswa mengira bahwa titik fokus pada diagram merupakan titik ujung sumbu mayor, sehingga siswa keliru dalam menentukan koordinat titik fokus, nilai eksentrisitas dan panjang *latus rectum*.
- (ii) Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik, secara lisan dan tulisan dengan menggunakan benda nyata, gambar, grafik dan ekspresi aljabar. Salah satu kekeliruan siswa pada indikator ini yaitu siswa mengira bahwa titik fokus pada diagram elips merupakan titik ujung sumbu mayor, sehingga siswa keliru dalam menentukan fokus, nilai eksentrisitas dan panjang *latus rectum*.
- (iii) Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika atau menyusun model matematika suatu peristiwa. Salah satu kekeliruan siswa pada indikator ini yaitu siswa menuliskan panjang fokus sebagai panjang sumbu minor dan mensubstitusikan panjang sumbu mayor dan panjang fokus ke persamaan elips.

- (iv) Membaca dengan pemahaman suatu representasi matematika. Salah satu kekeliruan siswa pada indikator ini yaitu siswa menuliskan unsur-unsur yang sama dari dua gambar elips yang disajikan pada soal dan siswa tidak dapat mengaitkan hubungan antara dua gambar elips yang tertera pada soal.

Elips merupakan ruang lingkup dari materi geometri. Selain dari hasil studi pendahuluan di atas, adapun penelitian yang berkaitan dengan materi geometri yaitu penelitian kualitatif yang dilakukan oleh ^[4]pada siswa kelas X SMA Negeri 1 Kendal. Dari hasil penelitiannya, penyebab kekeliruan siswa saat menyelesaikan soal materi jarak pada bangun ruang dengan prosedur Newman yaitu (i) siswa tidak dapat memahami masalah sehingga ilustrasi yang tergambar tidak sesuai dengan yang dimaksud, (ii) siswa lupa cara menentukan formula jarak pada bangun ruang dan tidak terbiasa menyelesaikan soal matematika dengan menggunakan prosedur Newman, dan (iii) rendahnya kemampuan memproses jawaban karena siswa kurang cermat dalam proses perhitungan sehingga tidak dapat memanipulasi ekspresi aljabar.

Melihat pemaparan di atas, tidak menutup kemungkinan adanya kesulitan-kesulitan lain yang dialami siswa dalam mempelajari materi geometri yang belum ditemukan. Kesulitan dan hambatan yang dialami siswa dalam belajar ini dikenal dengan *learning obstacle*. Munculnya *learning obstacle* sebagaimana yang dikemukakan oleh ^[5]disebabkan oleh tiga faktor, yaitu hambatan ontogenik (kesiapan mental belajar), didaktis (pengajaran guru atau bahan ajar), dan epistemologis (pengetahuan siswa yang memiliki konteks aplikasi yang terbatas).

Dari penelitian-penelitian di atas dapat disimpulkan bahwa *learning obstacle* yang muncul lebih bersifat epistemologis. Sehingga, penulis tertarik untuk mengidentifikasi *learning obstacle* (dalam hal ini hambatan epistemologis) siswa pada materi elips kelas XI. Dengan mengidentifikasi *learning obstacle* pada materi elips ini akan disusun suatu alternatif desain bahan ajar berupa modul. Adapun penelitian yang mendukung solusi ini yaitu penelitian yang dilakukan oleh ^[6]yang menghasilkan desain didaktis yang dapat diimplementasikan sebagai salah satu alternatif desain pembelajaran konsep garis singgung lingkaran untuk SMP.

Desain bahan ajar ini akan dikaitkan dengan teori belajar Van Hiele. Hal ini dimaksudkan untuk mendukung siswa dalam mempelajari elips dengan lebih jelas dan terkonsep sehingga siswa dapat lebih mudah memahami isi dari desain bahan ajar.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah: (1) bagaimana *learning obstacle* siswa terkait materi elips kelas XI?; (2) apakah bahan ajar berbasis komunikasi matematis pada materi elips kelas XI valid?; dan (3) bagaimana intervensi guru dalam mengimplementasikan bahan ajar berbasis komunikasi matematis pada materi elips kelas XI?.

Metode Penelitian

Pada penelitian ini menggunakan metode kualitatif deskriptif berupa penelitian desain didaktis (*Didactical Design Research*), dimana data yang terkumpul berbentuk kata-kata,

gambar, maupun perilaku yang dicermati oleh peneliti. Menurut ^[7] penelitian desain didaktis pada dasarnya memiliki 3 tahapan, yaitu: (1) analisis situasi didaktis sebelum pembelajaran yang diwujudkan berupa desain didaktis hipotesis atau ADP, (2) analisis metapedagogik, (3) dan retrospektif yakni analisis yang mengaitkan hasil analisis situasi didaktis hipotesis dengan hasil analisis metapedagogik. Adapun teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu *triangulasi* dengan subjek penelitian siswa SMA Negeri 1 Kota Cirebon yaitu 34 siswa kelas XI IPA 8 untuk identifikasi *learning obstacle* dan 20 siswa SMA kelas XII IPA 8 untuk implementasi desain bahan ajar.

[

Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan analisis tes kemampuan responden terkait kemampuan komunikasi matematis pada materi elips dengan pokok bahasan persamaan elips didapat tiga *learning obstacle* yang ditemukan, yaitu: *learning obstacle* dalam menentukan persamaan elips berpusat di $O(0,0)$, *learning obstacle* dalam menentukan persamaan elips berpusat di (h,k) dan *learning obstacle* terkait kemampuan komunikasi matematis.

Learning obstacle siswa dalam menentukan persamaan elips berpusat di $O(0,0)$ terdiri dari *learning obstacle* siswa terkait persamaan elips yang tersaji dalam bentuk grafik dan *learning obstacle* siswa terkait persamaan elips berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di $O(0,0)$ yang tersaji dalam bentuk grafik sebelum implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa menuliskan jawaban bahwa puncak elips sama dengan pusat elips; (2) siswa menuliskan formula titik ujung sumbu mayor untuk menjawab panjang sumbu mayor; (3) siswa menuliskan formula titik ujung sumbu minor untuk menjawab panjang sumbu minor; (4) siswa keliru dalam menentukan nilai c sehingga tidak dapat menentukan nilai eksentrisitas dengan tepat; (5) siswa keliru dalam menuliskan formula persamaan garis direktriks; (6) siswa menuliskan formula persamaan garis lurus untuk menentukan persamaan elips; (7) siswa tidak dapat menuliskan informasi unsur-unsur yang berbeda dan mengaitkan hubungan dari dua grafik elips secara tepat; (8) siswa mengira bahwa fokus elips pada diagram merupakan titik ujung sumbu mayor sehingga siswa keliru dalam menentukan fokus elips, nilai eksentrisitas dan panjang *latus rectum*; (9) siswa menggunakan formula persamaan elips untuk dapat menentukan persamaan direktriks; dan (10) siswa keliru dalam menuliskan formula persamaan garis direktriks. Solusi untuk mengatasi *learning obstacle* tersebut yaitu siswa harus memahami materi prasyarat yaitu konsep unsur-unsur dari persamaan elips serta membuat penekanan pada formula unsur-unsur yang sering terjadi kekeliruan seperti pada fokus elips, titik ujung sumbu mayor, titik ujung sumbu minor, persamaan direktriks dan persamaan elips. Selain itu, siswa diajarkan untuk menganalisis soal terkait persamaan elips sehingga siswa mampu menentukan formula unsur-unsur dari persamaan elips yang tersaji dalam bentuk grafik.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di $O(0,0)$ yang tersaji dalam bentuk grafik setelah implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa menuliskan formula titik ujung sumbu minor untuk menjawab panjang sumbu minor; (2) siswa keliru dalam menentukan nilai c sehingga tidak dapat menentukan nilai eksentrisitas dengan tepat; (3) siswa tidak

dapat menuliskan informasi unsur-unsur elips yang berbeda dan mengaitkan hubungan dari dua grafik elips secara tepat; (4) siswa mengira bahwa fokus elips pada diagram merupakan titik ujung sumbu mayor sehingga siswa keliru dalam menentukan fokus elips, nilai eksentrisitas dan panjang *lactus rectum*; dan (5) siswa keliru dalam menuliskan formula persamaan garis direktriks. *Learning obstacle* yang ditemukan setelah implemntasi bahan ajar sama dengan *learning obstacle* sebelum implementasi bahan ajar tetapi dengan responden yang kecil. Hal ini menunjukkan bahwa implementasi bahan ajar dapat meminimalisir *learning obstacle* terkait persamaan elips yang tersaji dalam bentuk grafik. Selain itu, untuk mengatasi *learning obstacle* yang masih ada, siswa bisa mengantisipasinya dengan memahami kembali materi prasyarat yaitu konsep unsur-unsur dari persamaan elips pada modul dan mengerjakan soal-soal latihan pada modul.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di $O(0,0)$ berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari sebelum implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa merasa kebingungan untuk menentukan nilai a dari panjang sumbu mayor dan nilai c melalui persamaan eksentrisitas, sehingga siswa tidak dapat menentukan panjang sumbu fokal dengan tepat dan (2) siswa masih merasa kebingungan untuk menentukan fokus dan titik ujung sumbu mayor dari soal berbentuk penerapan dalam kehidupan sehari-hari sehingga siswa tidak dapat memodelkan persamaan elips dengan tepat. Solusi untuk mengatasi *learning obstacle* tersebut yaitu siswa harus memahami konsep unsur-unsur terkait persamaan elips serta membuat penekanan pada formula unsur-unsur yang sering terjadi kekeliruan seperti pada titik ujung sumbu mayor, titik ujung sumbu minor dan panjang sumbu fokal. Selain itu, siswa diajarkan untuk menganalisis soal terkait unsur-unsur dari persamaan elips sehingga siswa mampu menentukan formula dan unsur-unsur elips yang tersaji dalam soal berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di $O(0,0)$ berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari setelah implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa merasa kebingungan untuk menentukan nilai a dari panjang sumbu mayor dan nilai c melalui persamaan eksentrisitas, sehingga siswa tidak dapat menentukan panjang sumbu fokal dengan tepat dan (2) siswa masih merasa kebingungan untuk menentukan fokus dan titik ujung sumbu mayor dari soal berbentuk penerapan dalam kehidupan sehari-hari sehingga siswa tidak dapat memodelkan persamaan elips dengan tepat. *Learning obstacle* yang ditemukan setelah implemntasi bahan ajar sama dengan *learning obstacle* sebelum implementasi bahan ajar tetapi dengan responden yang kecil. Hal ini menunjukkan bahwa implementasi bahan ajar dapat meminimalisir *learning obstacle* terkait persamaan elips berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari. Selain itu, untuk mengatasi *learning obstacle* yang masih ada, siswa bisa mengantisipasinya dengan memahami kembali materi prasyarat yaitu konsep unsur-unsur dari persamaan elips pada modul dan mengerjakan soal-soal latihan pada modul.

Learning obstacle siswa dalam menentukan persamaan elips berpusat di (h,k) terdiri dari *learning obstacle* siswa terkait persamaan elips yang tersaji dalam bentuk grafik dan *learning obstacle* siswa terkait persamaan elips berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di (h,k) yang tersaji dalam bentuk grafik sebelum implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa menggunakan formula fokus di elips $(0,0)$ untuk menentukan fokus di elips (h,k) ; (2) siswa menggunakan rumus persamaan elips $(0,0)$ untuk menentukan persamaan elips (h,k) ; dan (3) siswa memiliki konteks pengetahuan terbatas terkait unsur-unsur dari persamaan elips khususnya dalam menentukan nilai c menggunakan kaidah pythagoras sehingga siswa keliru dalam menentukan eksentrisitas dengan tepat. Solusi untuk mengatasi *learning obstacle* tersebut yaitu siswa harus memahami materi prasyarat yaitu konsep unsur-unsur dari persamaan elips serta membuat penekanan pada formula unsur-unsur yang sering terjadi kekeliruan seperti pada fokus elips dan persamaan elips. Selain itu, siswa diajarkan untuk menganalisis soal terkait persamaan elips sehingga siswa mampu menentukan formula unsur-unsur dari persamaan elips yang tersaji dalam bentuk grafik.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di (h,k) yang tersaji dalam bentuk grafik setelah implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa menggunakan formula fokus di elips $(0,0)$ untuk menentukan fokus di elips (h,k) ; (2) siswa menggunakan rumus persamaan elips $(0,0)$ untuk menentukan persamaan elips (h,k) ; dan (3) siswa memiliki konteks pengetahuan terbatas terkait unsur-unsur dari persamaan elips khususnya dalam menentukan nilai c menggunakan kaidah pythagoras sehingga siswa keliru dalam menentukan eksentrisitas dengan tepat. *Learning obstacle* yang ditemukan setelah implementasi bahan ajar sama dengan *learning obstacle* sebelum implementasi bahan ajar tetapi dengan responden yang kecil. Hal ini menunjukkan bahwa implementasi bahan ajar dapat meminimalisir *learning obstacle* terkait persamaan elips yang tersaji dalam bentuk grafik. Selain itu, untuk mengatasi *learning obstacle* yang masih ada, siswa bisa mengantisipasinya dengan memahami kembali materi prasyarat yaitu konsep unsur-unsur dari persamaan elips pada modul dan mengerjakan soal-soal latihan pada modul.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di (h,k) berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari sebelum implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa masih merasa kebingungan untuk menentukan nilai b sehingga tidak dapat memodelkan persamaan elips dengan tepat dan (2) siswa menggunakan formula persamaan elips vertikal berpusat di $(0,0)$ untuk menentukan persamaan elips vertikal berpusat di (h,k) . Solusi untuk mengatasi *learning obstacle* tersebut yaitu siswa harus memahami konsep unsur-unsur dan persamaan elips serta membuat penekanan pada formula unsur-unsur yang sering terjadi kekeliruan seperti pada titik ujung sumbu minor dan persamaan elips. Selain itu, siswa diajarkan untuk menganalisis soal terkait unsur-unsur dari persamaan elips. Sehingga pada akhirnya, siswa mampu menentukan formula dan unsur-unsur elips yang tersaji dalam soal berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari.

Learning obstacle siswa terkait persamaan elips berpusat di (h,k) berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari setelah implementasi bahan ajar yaitu: (1) siswa yang menggunakan formula persamaan elips vertikal berpusat di $(0,0)$ untuk menentukan persamaan elips vertikal berpusat di (h,k) . *Learning obstacle* yang ditemukan setelah implementasi bahan ajar sama dengan *learning obstacle* sebelum implementasi bahan ajar tetapi dengan responden yang kecil. Hal ini menunjukkan bahwa implementasi bahan ajar dapat meminimalisir *learning obstacle* terkait persamaan elips berbentuk penerapan dalam peristiwa sehari-hari.

Selain itu, untuk mengatasi *learning obstacle* yang masih ada, siswa bisa mengantisipasinya dengan memahami kembali materi prasyarat yaitu konsep unsur-unsur dari persamaan elips pada modul dan mengerjakan soal-soal latihan pada modul.

Learning obstacle terkait kemampuan komunikasi matematis sebelum implementasi bahan ajar ditunjukkan pada saat siswa: (1) merepresentasikan diagram elips horizontal berpusat di $O(0,0)$ dalam bentuk ide dan simbol berupa fokus elips, panjang *latus rectum* dan persamaan direktriks; (2) merepresentasikan diagram elips horizontal berpusat di (h,k) dalam bentuk ide dan simbol berupa fokus elips, nilai eksentrisitas dan persamaan direktriks; (3) menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik secara tulisan dengan menggunakan gambar dan ekspresi aljabar berupa panjang sumbu fokal; (4) menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik secara tulisan dengan menggunakan grafik dan ekspresi aljabar berupa titik ujung sumbu minor dan persamaan elips; (5) menyatakan peristiwa sehari-hari dalam simbol matematika berupa panjang fokal dan menyusun model matematika berupa persamaan elips; (6) menyatakan puncak elips, titik ujung sumbu mayor dan minor, fokus elips dan persamaan direktriks dari suatu representasi matematika berupa grafik elips; dan (7) menyatakan puncak elips, titik ujung sumbu mayor dan minor, fokus elips dan persamaan direktriks dari suatu representasi matematika berupa grafik elips. Upaya untuk meminimalisir *learning obstacle* tersebut dengan membuat situasi didaktis.

Learning obstacle terkait kemampuan komunikasi matematis setelah implementasi bahan ajar ditunjukkan pada saat siswa: (1) merepresentasikan diagram elips horizontal berpusat di $O(0,0)$ dalam bentuk ide dan simbol berupa fokus elips dan persamaan direktriks; (2) merepresentasikan diagram elips horizontal berpusat di (h,k) dalam bentuk ide dan simbol berupa fokus elips, nilai eksentrisitas dan persamaan direktriks; (3) menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik secara tulisan dengan menggunakan gambar dan ekspresi aljabar berupa panjang sumbu fokal; (4) menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik secara tulisan dengan menggunakan grafik dan ekspresi aljabar berupa persamaan elips; (5) menyatakan peristiwa sehari-hari dalam simbol matematika berupa panjang fokal dan menyusun model matematika berupa persamaan elips; (6) menyatakan titik ujung sumbu minor dan fokus elips dari suatu representasi matematika berupa grafik elips; dan (7) menyatakan unsur-unsur persamaan elips yang sama dan tidak dapat mengaitkan hubungan dari suatu representasi matematika berupa dua grafik elips. *Learning obstacle* yang ditemukan setelah implementasi bahan ajar sama dengan *learning obstacle* sebelum implementasi bahan ajar tetapi dengan responden yang kecil. Hal ini menunjukkan bahwa implementasi bahan ajar dapat meminimalisir *learning obstacle*. Untuk mengatasi *learning obstacle* yang masih ada, siswa bisa mengantisipasinya dengan memahami kembali materi prasyarat yaitu konsep unsur-unsur dari persamaan elips pada modul dan mengerjakan soal-soal latihan pada modul.

Berdasarkan hasil penilaian validasi ahli, ahli 1 memberikan penilaian validasi bahan ajar dengan interpretasi sangat valid dan memberikan saran terkait kelayakan isi modul yaitu peletakan konten *note* dan desain animasi pada isi modul. Ahli 2 memberikan penilaian validasi bahan ajar dengan interpretasi sangat valid dan memberikan saran terkait indikator komunikasi matematis yaitu berupa penambahan instrumen melukis elips pada koordinat kartesius. Adapun Ahli 3 memberikan penilaian validasi bahan ajar dengan interpretasi sangat valid dan memberikan saran terkait komponen penyajian yaitu cover yang perlu

ditambahkan identitas instansi pendidikan dari penulis dan kata pengantar yang perlu dijelaskan secara singkat landasan kurikulum yang digunakan pada penyusunan modul. Dari ketiga saran ahli tersebut, peneliti sudah melakukan perbaikan sehingga menghasilkan bahan ajar revisi berpersentase keseluruhan sebesar 92,42% dengan interpretasi sangat valid sehingga desain bahan ajar berupa modul berbasis komunikasi matematis layak diimplementasikan dalam proses pembelajaran.

Adapun intervensi guru dalam implementasi desain bahan ajar sebagai fasilitator yang bertugas untuk membimbing dan mengarahkan siswa saat implementasi bahan ajar sesuai dengan tujuan pembelajaran yang diinginkan serta membantu siswa saat mengalami kesulitan dalam memahami isi bahan ajar. Intervensi guru yang dilakukan saat implementasi tergambar pada antisipasi pedagogis. Sebelumnya antisipasi tersebut sudah dibuat oleh guru untuk mengatasi permasalahan diluar prediksi respon sehingga tidak menimbulkan *learning obstacle* yang baru.

Pada situasi didaktis 1 dan 2, menunjukkan hasil respon siswa yang cenderung sesuai prediksi. Intervensi guru dengan mengingatkan unsur-unsur dan formula elips horizontal berpusat di $O(0,0)$ dengan memberikan pengarahannya sesuai materi pada modul. Pada situasi didaktis 3 dan 4, menunjukkan hasil respon siswa yang sesuai prediksi. Intervensi guru dengan mengingatkan kembali materi unsur-unsur dan formula elips horizontal berpusat di $O(0,0)$ khususnya titik-titik ujung sumbu mayor, panjang sumbu mayor, titik-titik ujung sumbu minor, dan panjang sumbu minor dengan memberikan pengarahannya sesuai materi pada modul. Pada situasi didaktis 5, menunjukkan hasil respon siswa yang sesuai prediksi. Intervensi guru dengan memberi arahan kepada siswa mengenai cara mencari titik-titik ujung sumbu mayor, fokus dan panjang sumbu fokal dari persamaan eksentrisitas melalui rangkaian materi pada modul. Pada situasi didaktis 6 dan 8, menunjukkan hasil respon siswa yang cenderung sesuai prediksi dan situasi didaktis 7 menunjukkan hasil respon siswa yang sesuai prediksi. Intervensi guru dengan mengingatkan unsur-unsur dan formula elips vertikal berpusat di $O(0,0)$ dengan memberikan pengarahannya sesuai materi pada modul. Pada situasi didaktis 9 dan 10, menunjukkan hasil respon siswa sesuai prediksi. Intervensi guru dengan mengingatkan unsur-unsur dan formula elips horizontal berpusat di (h,k) dengan memberikan pengarahannya sesuai materi pada modul. Pada situasi didaktis 11, menunjukkan hasil respon siswa sesuai prediksi. Intervensi guru dengan mengingatkan kembali penulisan formula pusat dan puncak elips horizontal berpusat di (h,k) serta mengingatkan kembali definisi pusat dan puncak elips. Pada situasi didaktis 12, menunjukkan hasil respon siswa sesuai prediksi. Intervensi guru dengan mengingatkan unsur-unsur dan formula elips vertikal berpusat di (h,k) dengan memberikan pengarahannya sesuai materi pada modul. Pada situasi didaktis 13, menunjukkan hasil respon siswa sesuai prediksi. Intervensi guru dengan memberi arahan kepada siswa tentang menentukan sumbu fokal, nilai a , b dan c serta persamaan elips pada elips vertikal berpusat di (h,k) sesuai materi pada modul.

Hasil implementasi desain bahan ajar sesuai dengan prediksi sehingga desain bahan ajar efektif untuk mengatasi *learning obstacle* yang muncul dan dapat mengatasi respon-respon siswa yang terjadi saat implementasi.

Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dikemukakan, maka hasil penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. *Learning obstacle* yang teridentifikasi berdasarkan hasil analisis tes kemampuan responden berbasis komunikasi matematis pada materi elips dengan pokok bahasan persamaan elips adalah:
 - a. siswa menuliskan jawaban bahwa puncak elips sama dengan pusat elips;
 - b. siswa menuliskan formula titik ujung sumbu mayor untuk menjawab panjang sumbu mayor;
 - c. siswa menuliskan formula titik ujung sumbu minor untuk menjawab panjang sumbu minor;
 - d. siswa keliru dalam menentukan nilai c sehingga tidak dapat menentukan nilai eksentrisitas dengan tepat;
 - e. siswa keliru menuliskan formula persamaan direktriks;
 - f. siswa menuliskan formula persamaan garis lurus untuk menentukan persamaan elips;
 - g. siswa mengira bahwa titik fokus pada diagram elips merupakan titik ujung sumbu mayor, sehingga siswa keliru dalam menentukan fokus, nilai eksentrisitas dan panjang *latus rectum*;
 - h. siswa menggunakan formula persamaan elips untuk dapat menentukan persamaan direktriks;
 - i. siswa keliru dalam menuliskan formula persamaan garis direktriks;
 - j. siswa menggunakan formula fokus di elips $(0,0)$ untuk menentukan fokus di elips (h,k) ;
 - k. siswa keliru dalam menentukan nilai c sehingga tidak dapat menentukan nilai eksentrisitas dengan tepat;
 - l. siswa menggunakan formula persamaan elips horizontal berpusat di $(0,0)$ untuk menentukan persamaan elips horizontal berpusat di (h,k) ;
 - m. siswa tidak dapat menentukan nilai a dari panjang sumbu mayor pada gambar elips;
 - n. siswa tidak dapat menentukan nilai c dari persamaan eksentrisitas;
 - o. siswa tidak dapat menentukan panjang sumbu fokal dari gambar dan informasi yang tertera pada soal;
 - p. siswa mensubstitusikan panjang sumbu mayor dan panjang sumbu fokal ke persamaan elips;
 - q. siswa mengira bahwa nilai -1 pada pusat $(5,-1)$ sebagai nilai b ;
 - r. siswa menggunakan formula persamaan elips vertikal berpusat di $(0,0)$ untuk menentukan persamaan elips vertikal berpusat di (h,k) ;
 - s. siswa menuliskan unsur-unsur yang sama dari dua grafik elips; dan
 - t. siswa tidak dapat mengaitkan hubungan antara dua grafik elips dan lebih memilih untuk mengosongkan jawabannya.
2. Berdasarkan hasil validasi ahli diperoleh persentase keseluruhan sebesar 92,42% dengan interpretasi sangat valid sehingga desain bahan ajar berupa modul berbasis komunikasi matematis layak diimplementasikan dalam proses pembelajaran materi elips dengan pokok bahasan persamaan elips.
3. Intervensi guru dalam implementasi desain bahan ajar ini sebagai fasilitator yang bertugas untuk membimbing dan mengarahkan siswa saat implementasi bahan ajar sesuai dengan tujuan pembelajaran yang diinginkan serta membantu siswa saat mengalami kesulitan dalam memahami isi bahan ajar berdasarkan antisipasi pedagogis yang telah dirancang sebelumnya. Adanya intervensi yang diterapkan pada desain

bahan ajar ternyata efektif untuk mengatasi *learning obstacle* yang muncul pada saat tes hasil belajar berbasis komunikasi matematis siswa pada materi elips dengan pokok bahasan persamaan elips dan efektif pula mengatasi respon-respon siswa yang terjadi saat implementasi desain bahan.

Saran

Berdasarkan simpulan di atas, maka penulis mengemukakan beberapa saran sebagai berikut.

1. Penelitian yang telah dilakukan terfokus pada kemampuan komunikasi matematis pada materi elips dengan pokok bahasan persamaan elips. Saat penelitian, ditemukan *learning obstacle* siswa terkait kemampuan pemahaman dan koneksi matematis siswa. Oleh karena itu, peneliti menyarankan untuk pengembangan penelitian selanjutnya dilakukan pula pada kemampuan pemahaman dan koneksi matematis siswa.
2. Intervensi yang dipaparkan dalam penelitian ini terbatas intervensi sesuai antisipasi sebelum implementasi. Untuk pengembangan penelitian selanjutnya intervensi diluar antisipasi sebaiknya disertakan sebagai hasil penelitian.

Daftar Pustaka

- [1] Komariyatiningsih, N. dkk. Keterkaitan Kemampuan Komunikasi Matematis Dengan Pendidikan Matematika, *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika ISBN: 978-979-16353-8-7, Tahun 2012 Halaman 2*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- [2] Hendriana, Heris. dkk. (2014). *Penilaian Pembelajaran Matematika*. Bandung: PT Refika Aditama.
- [3] Darkasyi, M. dkk. Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematis dan Motivasi Siswa dengan Pembelajaran *Quantum Learning* pada Siswa SMP Negeri 5 Lhokseumawe, *Jurnal Didaktik Matematika Vol 1, No.1, Tahun 2014 Halaman 22*. Banda Aceh: Univeritas Syiah Kuala Banda Aceh.
- [4] Satoto, S. (2012). *Analisis Kesalahan Hasil Belajar Siswa Kelas X SMA Negeri 1 Kendal dalam Menyelesaikan Soal Materi jarak pada Bangun Ruang*. Tidak Diterbitkan.
- [5] Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situation in Mathematics*. New York: Kluwer Academic Publisher.
- [6] Nur'ela. (2013). *Desain Didaktis Konsep Garis Singgung Lingkaran pada Pembelajaran Matematika Sekolah Pertama (SMP)*. Tidak diterbitkan.
- [7] Suryadi, D. *Didactical Deign Research (DDR)* dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika, *Jurnal Penelitian Pendidikan Matematika Vol 1 Tahun 2013 Hal 3-12*. Bandung: STKIP Siliwangi Bandung.