BELAJAR OLAH DATA dengan SPSS, MINITAB, R, MICROSOFT EXCEL, EVIEWS, LISREL, AMOS, dan SMARTPLS

(disertai beberapa contoh perhitungan manual)

Prana Ugiana Gio
Elly Rosmaini

USU press
2016

USU Press

Art Design, Publishing & Printing
Gedung F
Jl. Universitas No. 9, Kampus USU
Medan, Indonesia

Telp. 061-8213737; Fax 061-8213737

Kunjungi kami di:
http://usupress.usu.ac.id

ISBN 979 458

Perpustakaan Nasional: Katalog Dalam Terbitan (KDT)

BELAJAR OLAH DATA dengan SPSS, MINITAB, R, MICROSOFT EXCEL, EVIEWS, LISREL, AMOS, dan SMARTPLS / Prana Ugiana Gio dan Elly Rosmaini. – Medan: USU Press, 2016

v, 112 p.; ilus.: 24 cm

Bibliografi
ISBN:

Dicetak di Medan, Indonesia

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur atas kehadirat Allah SWT, karena atas izin-Nya, penulis dapat terus mempertahankan semangat untuk menulis, dan akhirnya dapat menyelesaikan buku ini. Hadirnya buku ini, tidak semata-mata atas usaha penulis sendiri, melainkan atas izin-Nya. Sungguh suatu kebahagiaan bagi penulis bisa berbagi sebagian kecil ilmu pengetahuan milik-Nya melalui buku yang berjudul "**Belajar Olah Data dengan SPSS, MINITAB, R, MICROSOFT EXCEL, EVIEWS, LISREL, AMOS, dan SMARTPLS**".

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu dalam rangka penyelesaian buku ini. Penulis menyadari bahwa buku ini tentunya masih perlu perbaikan, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari para pembaca agar buku ini dapat menjadi lebih baik. Kritik dan saran dapat ditujukan ke alamat email gioprana89@gmail.com atau website www.olahdatamedan.com.

Medan, 4 Januari 2016

Prana Ugiana Gio
Elly Rosmaini

DAFTAR ISI

BAB 1
PERNAK-PERNIK STATISTIK ....
- ⇨ Contoh Sampel-Sampel Berhubungan (*Dependent Samples*) ....
- ⇨ Contoh Sampel-Sampel Independen (*Independent Samples*)..
- ⇨ Pendekatan Nilai Probabilitas (*P-Value*) dan Nilai Kritis (*Critical Value*) dalam Pengambilan Keputusan terhadap Hipotesis ....
- ⇨ Distribusi Populasi (*Population Distribution*) ....
- ⇨ Distribusi Sampling Rata-Rata Sampel $\overline{\mathrm{X}}$ (*Sampling Distribution of* $\bar{X}$)...............................
- ⇨ Rata-Rata dari Distribusi Sampling $\overline{\mathrm{X}}$ ....
- ⇨ Standar Deviasi dari Distribusi Sampling $\overline{\mathrm{X}}$..
- ⇨ Bentuk Distribusi Sampling dari Rata-Rata $\overline{\mathrm{X}}$..

BAB 2
MEMBANGUN DAN MEMODIFIKASI DATA DALAM SPSS ....
- ⇨ *Data View* dan *Variable View* ....
- ⇨ *Value Labels* ....
- ⇨ Menyisipkan Data (*Insert Cases*)..
- ⇨ Menyisipkan Variabel (*Insert Variable*) ....
- ⇨ Menghapus Data dan Variabel (*Clear*) ....
- ⇨ *Select Cases*..
- ⇨ *Compute Variable* ....
- ⇨ *Compute Variable* Bersyarat ....
- ⇨ Menyimpan dan Membuka Data ....

BAB 3
MENYAJIKAN DATA MENGGUNAKAN GRAFIK DAN TABEL ....
- ⇨ Jenis Peringkasan Data dalam SPSS ....
- ⇨ *Summaries for Groups of Cases* ....
- ⇨ *Summaries of Separate Variables* ....
- ⇨ *Values of Individual Cases*..
- ⇨ *OLAP Cubes* ....
- ⇨ *Scatter/Dot* ....
- ⇨ *Interactive Histogram* ....
- ⇨ Membuat Tabel Distribusi Frekuensi Berkelompok dengan *Visual Binning*..............................

BAB 4
UKURAN GEJALA PUSAT, LETAK, PENCARAN, KEMIRINGAN DAN KERUNCINGAN ....
- ⇨ Ukuran Gejala Pusat (*Measure of Central Tendency*) ....
- ⇨ Ukuran Letak...
- ⇨ Ukuran Pencaran atau Dispersi ....
- ⇨ Ukuran Kemiringan (*Skewness*)...
- ⇨ Ukuran Keruncingan (*Kurtosis*)...
- ⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
- ⇨ Penyelesaian dalam Minitab..
- ⇨ Penyelesaian dalam R...

BAB 5
MEMBUAT TABEL DISTRIBUSI DALAM SPSS & MICROSOFT EXCEL ....
- ⇨ Membuat Tabel Distribusi Normal Standar dalam SPSS dan Microsoft Excel ....
- ⇨ Membuat Tabel Distribusi *t Student* dalam SPSS dan Microsoft Excel.....................................
- ⇨ Membuat Tabel Distribusi F dalam SPSS dan Microsoft Excel ....
- ⇨ Membuat Tabel Distribusi *Chi-Square* dalam SPSS dan Microsoft Excel ....

⇨ Membuat Tabel Distribusi *r Product Moment* dalam Microsoft Excel..

BAB 6
UJI NORMALITAS POPULASI..
⇨ Uji Normalitas dengan Uji Kolmogorov-Smirnov..
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab...
⇨ Penyelesaian dalam R ....
⇨ Share...

BAB 7
UJI KESAMAAN VARIANS POPULASI..
⇨ Sekilas Uji Kesaman Varians Populasi dengan Uji Levene...
⇨ Contoh Kasus dalam Uji Levene...
⇨ Penyelesaian dalam SPPSS ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab...
⇨ Penyelesaian dalam R ....
⇨ Share...

BAB 8
UJI RATA-RATA POPULASI (UJI t)..
⇨ Sekilas Uji Rata-Rata Populasi (Uji t)..
⇨ Uji Asumsi Normalitas...
⇨ Contoh Kasus dalam Uji Rata-Rata Populasi...
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab...
⇨ Penyelesaian dalam R ....
⇨ Share...

BAB 9
UJI KESAMAAN RATA-RATA DARI DUA POPULASI (UJI t)..
⇨ Sekilas Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi ....
⇨ Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi untuk Data Berpasangan dan Saling Berhubungan dengan Uji t (*Paired t Test for Dependent Populations*) ....
⇨ Uji Asumsi Normalitas...
⇨ Contoh Kasus dalam Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi untuk Data Berpasangan dan Saling Berhubungan dengan Uji t ....
⇨ Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians yang Sama...
⇨ Uji Asumsi Normalitas...
⇨ Uji Asumsi Kesamaan Varians ....
⇨ Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians yang Tidak Sama ....
⇨ Uji Asumsi Normalitas...
⇨ Uji Asumsi Ketidaksamaan Varians ....
⇨ Contoh Kasus dalam Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi Tidak Berhubungan dengan Uji t ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab...
⇨ Penyelesaian dalam R ....
⇨ Share...

BAB 10
REGRESI LINEAR BERGANDA ....
⇨ Sekilas Regresi Linear Berganda ....
⇨ Mengukur Kecocokkan Model Regresi Linear Berganda terhadap Data dengan Koefisien Determinasi (r^2) ....

⇨ Menguji Kecocokkan Model Regresi Linear Berganda terhadap Data dengan Uji F ....
⇨ Korelasi Parsial (*Partial Correlation*)...
⇨ Uji Signifikansi Koefisien Regresi Secara Individu dengan Uji t ....
⇨ Contoh Kasus dalam Regresi Linear Berganda...
⇨ Asumsi-Asumsi dalam Regresi Linear Berganda...
⇨ Asumsi Normalitas ....
⇨ Asumsi Tidak Terjadi Multikolinearitas ....
⇨ Asumsi Non-Autokorelasi..
⇨ Asumsi Homoskedastisitas...
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Penyelesaian dalam EViews..
⇨ Share...

BAB 11
REGRESI LOGISTIK...
⇨ Sekilas Regresi Logistik...
⇨ Mengukur Kecocokkan Model Regresi Logistik terhadap Data dengan Nagelkerke's R_N^2 ....
⇨ Menguji Kecocokkan Model Regresi Logistik terhadap Data dengan -2log-likelihood, Hosmer-Lemeshow, dan Pearson Chi-Square ....
⇨ Uji Signifikansi Koefisien Regresi Logistik Secara Individu (Uji Wald)
⇨ Contoh Kasus dalam Regresi Logistik ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Share...

BAB 12
ANALISIS DISKRIMINAN...
⇨ Sekilas Analisis Diskriminan ....
⇨ Uji Beda Rata-Rata berdasarkan Kategori-Kategori pada Variabel Tak Bebas dari Masing-Masing Variabel Bebas ....
⇨ Mengukur Kemampuan Variabel-Variabel Bebas yang Digunakan pada Persamaan Diskriminan dalam Menjelaskan Varians (*Variance*) dari Variabel Tak Bebas ....
⇨ Mengukur Kemampuan dan Menguji Signifikansi Persamaan Diskriminan dalam Pengelompokkan ....
⇨ Contoh Kasus dalam Analisis Diskriminan..
⇨ Asumsi-Asumsi dalam Analisis Diskriminan ....
⇨ Asumsi Normalitas Multivariat (*Multivariate Normality Assumption*).......................................
⇨ Asumsi Kesamaan Matriks-Matriks Kovarian (*Assumption of Equal Covariance Matrices*) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Share...

BAB 13
ANALISIS VARIANS SATU ARAH ....
⇨ Sekilas Analisis Varians Satu Arah...
⇨ Contoh Kasus dalam Analisis Varians Satu Arah ....
⇨ Asumsi-Asumsi dalam Analisis Varians Satu Arah..
⇨ Asumsi Normalitas...
⇨ Asumsi Kesamaan Varians...
⇨ Asumsi Sampel-Sampel Acak Independen (*Independent Random Samples*) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....

BAB 14
ANALISIS VARIANS DUA ARAH ....
⇨ Sekilas Analisis Varians Dua Arah ....
⇨ Contoh Kasus dalam Analisis Varians Dua Arah..
⇨ Asumsi-Asumsi dalam Analisis Varians Dua Arah ....

⇨ Asumsi Normalitas ....
⇨ Asumsi Kesamaan Varians ....
⇨ Asumsi Sampel-Sampel Acak Independen (*Independent Random Samples*) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....

BAB 15
ANALISIS KOVARIAN ....
⇨ Sekilas Analisis Kovarian ....
⇨ Contoh Kasus dalam Analisis Kovarian ....
⇨ Asumsi-Asumsi dalam Analisis Kovarian ....
⇨ Asumsi Linearitas dari Regresi (*Linearity of Regression*) ....
⇨ Asumsi Homogenitas dari Regresi (*Homogeneity of Regression*) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Share ....

BAB 16
UJI INDEPENDENDENSI UNTUK VARIABEL-VARIABEL KATEGORI ....
⇨ Sekilas Uji Independendensi untuk Variabel-Variabel Kategori ....
⇨ Tabel Kontingensi (*Contingency Table*) ....
⇨ Uji Chi Kuadrat Pearson (*Pearson's Chi-Square Test*) dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Uji Eksak Fisher (*Fisher's Exact Test*) ....
⇨ Uji Likelihood Ratio dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....

BAB 17
ANALISIS VARIANS MULTIVARIAT (MANOVA) ....
⇨ Sekilas MANOVA ....
⇨ Contoh Kasus dalam MANOVA ....
⇨ Asumsi-Asumsi dalam Analisis MANOVA ....
⇨ Asumsi Normalitas Multivariat (*Multivariate Normality Assumption*) ....
⇨ Asumsi Kesamaan Matriks-Matriks Kovarian (*Assumption of Equal Covariance Matrices*) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....

BAB 18
DISTRIBUSI PROBABILITAS ....
⇨ Distribusi Binomial, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam Microsoft Excel dan R ....
⇨ Distribusi Poisson, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam Microsoft Excel dan R ....
⇨ Distribusi Normal, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam Microsoft Excel dan R ....
⇨ Distribusi Geometri, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam R ....
⇨ Distribusi Binomial Negatif, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam R ....
⇨ Distribusi Hipergeometri, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam R ....

BAB 19
REGRESI NONLINEAR SEDERHANA ....
⇨ Sekilas Regresi Nonlinear Sederhana ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana Kuadratik dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana *Power* dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana Eksponensial dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana *Inverse* dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana Logaritma dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana *Compound* dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana Kubik dan Contoh Perhitungan ....

⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana Kuadratik dalam SPSS ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana *Power* dalam SPSS ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana Eksponensial dalam SPSS ....
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana *Inverse* dalam SPSS..........
⇨ Regresi Nonlinear Sederhana Logaritma dalam SPSS..........

BAB 20
STATISTIKA NONPARAMETRIK..........
⇨ Uji Tanda dan Contoh Perhitungan..........
⇨ Uji Wilcoxon dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Uji Mann-Whitney dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Uji McNemar dan Contoh Perhitungan..........
⇨ Korelasi Berperingkat Spearman dan Contoh Perhitungan..........
⇨ Uji Kruskal-Wallis dan Contoh Perhitungan..........
⇨ Uji Cochran dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Uji Friedman dan Contoh Perhitungan..........
⇨ Uji Chi-Kuadrat dan Contoh Perhitungan ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Tanda)..........
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji Tanda)..........
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Tanda)..........
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Wilcoxon)..........
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji Wilcoxon) ....
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Wilcoxon) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Mann-Whitney) ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji Mann-Whitney)..........
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Mann-Whitney) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji McNemar) ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji McNemar)..........
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji McNemar)..........
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Korelasi Spearman) ....
⇨ Penyelesaian dalam R (Korelasi Spearman) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Kruskal-Wallis) ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji Kruskal-Wallis)..........
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Kruskal-Wallis) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Cochran) ....
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Cochran) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Friedman) ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji Friedman)..........
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Friedman)..........
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Chi-Kuadrat 1)..........
⇨ Penyelesaian dalam SPSS (Uji Chi-Kuadrat 2)..........
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji Chi-Kuadrat 1) ....
⇨ Penyelesaian dalam Minitab (Uji Chi-Kuadrat 2) ....
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Chi-Kuadrat 1) ....
⇨ Penyelesaian dalam R (Uji Chi-Kuadrat 2)..........

BAB 21
ANALISIS FAKTOR..........
⇨ Sekilas Analisis Faktor..........
⇨ Ukuran *Kaiser-Meyer-Olkin of Measure of Sampling Adequacy* (KMO MSA) ....
⇨ Bartlett's Test of *Sphericity* ....
⇨ Ukuran *Kaiser-Meyer-Olkin of Measure of Sampling Adequacy* (KMO MSA) untuk Tiap-Tiap Variabel (*KMO Values for Individual Variables*) ....
⇨ Ekstraksi Faktor (*Factor Extraction*): *Eigenvalues*..........
⇨ *Communalities*..........
⇨ *Component Matrix* (*Before Rotation*)..........

⇨ *Rotated Component Matrix* (*After Rotation*)..
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Share..

BAB 22
ANALISIS KLASTER..
⇨ Sekilas Analisis Klaster..
⇨ Ukuran Kemiripan (*Measure of Similarity*) ....
⇨ Mendeteksi Outlier (*Multivariate Outlier*)..
⇨ Prosedur Pengklasteran ....
⇨ Contoh Perhitungan *Average Linkage*..
⇨ Contoh Perhitungan *Single Linkage*..
⇨ Contoh Perhitungan *Metode Ward*..
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....

BAB 23
ANALISIS KONJOIN ....
⇨ Sekilas Analisis Konjoin..
⇨ Contoh Jenis Data Metrik dan Nonmetrik..
⇨ *Pairwise Approach* dan *Full-Profile Approach* ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....
⇨ Share..

BAB 24
MULTIDIMENSIONAL SCALING (MDS)..
⇨ Sekilas Multidimensional Scaling (MDS)..
⇨ Pengumpulan Data Langsung (*Direct Data Collection*) ....
⇨ Pengumpulan Data Tak Langsung (*Indirect Data Collection*) ....
⇨ Penyelesaian dalam SPSS ....

BAB 25
ANALISIS JALUR (PATH ANALYSIS)..
⇨ Sekilas Analisis Jalur ....
⇨ Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator..
⇨ Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (*Significance Tests of Indirect Effect*) dengan Pendekatan Baron dan Kenny...............
⇨ Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (*Significance Tests of Indirect Effect*) dengan Pendekatan Uji Sobel dan *Bootstrapping* ....
⇨ Analisis Jalur: Dalam Mengestimasi Koefisien Jalur (*Path Coefficient*), Dapat Menggunakan Software (AMOS, LISREL) atau software (SPSS, SAS, EViews, Minitab). Di mana Letak Perbedaannya?..
⇨ Penyelesaian dalam SPSS, Minitab, R, LISREL, Amos, dan SmartPLS....................................
⇨ Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (*Significance Tests of Indirect Effect*) dengan Pendekatan Baron dan Kenny (Output: SPSS, Minitab, R, LISREL, Amos, dan SmartPLS)..
⇨ Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (*Significance Tests of Indirect Effect*) dengan Pendekatan Uji Sobel dan *Bootstrapping* dengan Macro PROCESS oleh Andrew F. Hayes (dengan SPSS) ....

BAB 1

PERNAK-PERNIK STATISTIK

Contoh Sampel-Sampel Berhubungan (Dependent Samples)

Misalkan diberikan data mengenai berat badan sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek X selama satu minggu.

Tabel 1.1 (Data Fiktif)

Nama	A	B	C	D	E	F	G	H	I
P	45 kg	50 kg	35 kg	45 kg	54 kg	44 kg	41 kg	44 kg	35 kg
Q	44 kg	50 kg	37 gk	50 kg	57 kg	48 kg	45 kg	44 kg	35 kg

Berdasarkan data pada Tabel 1.1, perhatikan bahwa terdapat dua sampel, yakni sampel P dan sampel Q. Sampel P merupakan sampel mengenai data berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek X, sedangkan sampel Q menyatakan sampel mengenai data berat badan setelah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek X selama satu minggu.

Perhatikan bahwa data dari kedua sampel tersebut berasal dari subjek yang sama. Data dari sampel P berasal dari subjek A, B, C, . . ., I. Begitu juga data dari sampel Q berasal dari subjek A, B, C, …,I. Subjek tersebut mendapat dua perlakuan, yakni perlakuan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek X, dan perlakuan setelah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek X selama satu minggu. **Dua sampel tersebut, yakni sampel P dan Q disebut sampel-sampel berhubungan (*dependent samples*)**. Atau istilah lainnya adalah **sampel-sampel berpasangan (*paired samples*)**.

Contoh lain, andaikan seorang produsen kerupuk ingin memasarkan kerupuk dengan empat rasa, yakni rasa ayam, daging, ikan, dan udang ke Kota B. Sebelum memasarkan kerupuk-kerupuk tersebut ke Kota B, produsen tersebut ingin mengetahui respon atau penilaian dari masyarakat yang tinggal di sekitar rumahnya terhadap keempat rasa kerupuk tersebut. Misalkan respon yang digunakan berupa "suka" atau "tidak suka". Untuk keperluan penelitian, produsen tersebut mempersilahkan 11 orang untuk mencicipi keempat rasa kerupuk tersebut dan memberikan penilaian atau respon terhadap keempat rasa kerupuk tersebut. Data yang telah dikumpulkan oleh produsen kerupuk tersebut disajikan pada Tabel 1.2.

Berdasarkan data pada Tabel 1.2, respon 0 menyatakan tidak suka, sedangkan respon 1 menyatakan suka. Diketahui seorang subjek yang bernama A hanya menyukai kerupuk rasa ayam. Subjek yang bernama B menyukai keempat rasa kerupuk. Subjek yang bernama F hanya menyukai kerupuk rasa ayam dan udang. Perhatikan bahwa terdapat empat sampel, yakni:

- ⇨ Sampel data penilaian mengenai kerupupuk rasa ayam (sampel pertama).
- ⇨ Sampel data penilaian mengenai kerupuk rasa daging (sampel kedua).
- ⇨ Sampel data penilaian mengenai kerupuk rasa ikan (sampel ketiga).
- ⇨ Sampel data penilaian mengenai kerupuk rasa udang (sampel keempat).

Perhatikan bahwa keempat sampel tersebut berasal dari subjek yang sama, yakni A, B, C, dan seterusnya. **Keempat sampel tersebut merupakan sampel-sampel berhubungan (*dependent samples*) atau *several related samples*.**

Tabel 1.2 (Data Fiktif)

No	Nama	Rasa Kerupuk			
		Ayam	Daging	Ikan	Udang
1	A	1	0	0	0
2	B	1	1	1	1
3	C	0	0	0	0
4	D	0	1	1	1
5	E	1	1	1	1
6	F	1	0	0	1
7	G	1	0	1	1
8	H	1	0	0	1
9	I	1	0	0	0
10	J	1	0	0	0
11	K	1	1	1	1

Contoh Sampel-Sampel Tidak Berhubungan (Independent Samples)

Andaikan seorang dosen ingin meneliti mengenai ada tidaknya perbedaan yang signifikan secara statistika (*statistically significant*) pada nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika. Untuk keperluan penelitian, dosen tersebut meneliti 20 nilai ujian matakuliah kalkulus yang terdiri dari 10 nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika dan 10 nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika. Berikut data yang telah diperoleh.

Tabel 1.3 (Data Fiktif)

Nama Mahasiswa Jurusan Matemaika	X	Nama Mahasiswa Jurusan Statistika	Y
A	65	K	85
B	68	L	75
C	70	M	75
D	80	N	80
E	75	O	75
F	72	P	75
G	65	Q	75
H	60	R	80
I	88	S	90
J	70	T	85

Berdasarkan data pada Tabel 1.3, terdapat dua sampel, yakni sampel X dan Y. Data pada sampel X dan Y berasal dari orang atau subjek yang berbeda-beda. **Kedua sampel tersebut disebut juga dengan sampel-sampel tidak berhubungan (*independent samples*).**

Pendekatan Nilai Probabilitas (P-Value) dan Nilai Kritis (Critical Value) dalam Pengambilan Keputusan terhadap Hipotesis

Penentuan dalam pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat digunakan pendekatan nilai kritis (*critical value approach*) atau pendekatan nilai probabilitas (*probability value approach*). Perlu diperhatikan bahwa pendekatan nilai kritis dan pendekatan nilai probabilitas tidak saling berbeda. Mann dan Lacke (2011:391) menyatakan sebagai berikut.

"*Note that two approaches*−***the p-value approach and the critical-value approach***−*are not mutually exclusive.*"

Dalam pendekatan nilai probabilitas (*p-value*), jika nilai probabilitas (*p-value*) lebih besar atau sama dengan tingkat signifikansi (α), maka hipotesis nol (H_0) diterima. Namun jika nilai probabilitas (*p-value*) lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi, maka hipotesis nol ditolak. Mann dan Lacke (2011:391) menyatakan sebagai berikut.

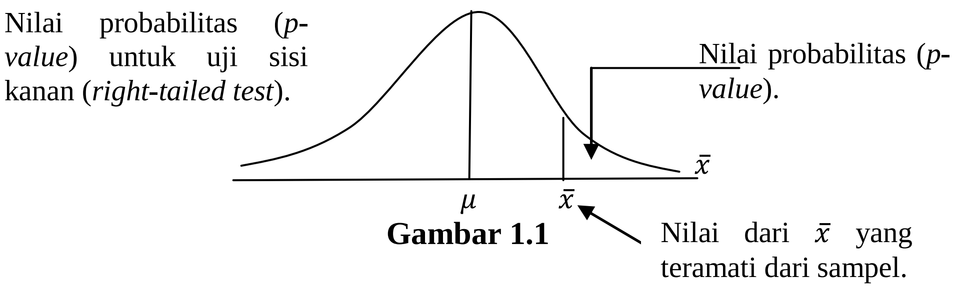
"*Using p-value approach, we reject the null hypothesis if*

$$p\text{-value} < \alpha \text{ or } \alpha > p\text{-value},$$

and we do not reject the null hypothesis if

$$p\text{-value} \geq \alpha \text{ or } \alpha \leq p\text{-value}".$$

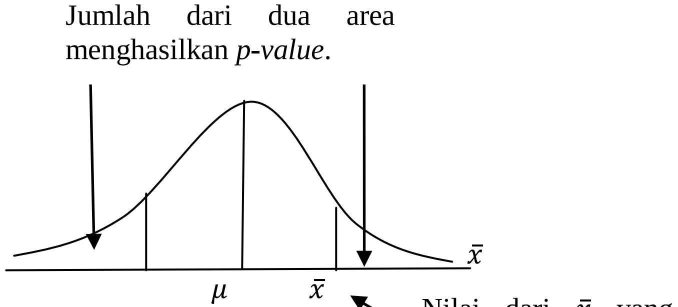
Untuk uji satu sisi (*one-tailed test*), nilai probabilitas (*p-value*) dapat direpresentasikan sebagai luas pada sisi (*tail*) dari kurva distribusi sampling di luar (*beyond*) dari nilai statistik sampel (*value of statistic sample*). Pada Gambar 1.1, nilai probabilitas (*p-value*) menunjukkan luas pada sisi dari kurva distribusi sampling di sebelah kanan dari nilai rata-rata sampel teramati $(\bar{X})$.



Gambar 1.1

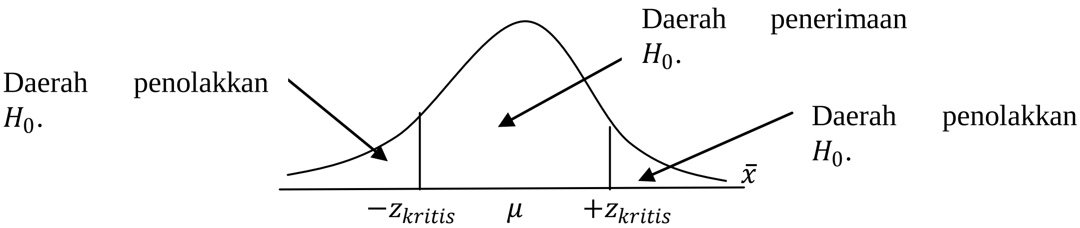
Untuk uji dua sisi (*two-tailed test*), nilai probabilitas (*p-value*) dapat direpresentasikan sebagai dua kali luas pada bagian sisi (*tail*) dari kurva distribusi sampling di luar (*beyond*) dari nilai statistik sampel (*value of statistic sample*). Pada Gambar 1.2 menunjukkan nilai probabilitas (*p-value*) untuk uji dua sisi (*two-tailed test*).

Dalam pendekatan nilai kritis (*critical-value approach*), nilai tingkat signifikansi (α) ditentukan lebih dahulu sebelum menghitung nilai kritis. Nilai dari tingkat signifikansi dapat direpresentasikan sebagai luas total daerah penolakkan hipotesis nol (Mann dan Lacke, 2011:394). Pada kasus distribusi normal standar, nilai kritis normal (standar) (Z_{kritis}) dihitung berdasarkan tabel distribusi normal standar pada suatu tingkat signifikan tertentu. Selanjutnya menghitung nilai statistik dari uji Z atau Z_{hitung} berdasarkan nilai rata-rata sampel $\bar{X}$ yang diamati.



Gambar 1.2

Untuk uji dua sisi (*two-tailed test*), daerah penerimaan dan penolakkan hipotesis nol digambarkan sebagai berikut.



Gambar 1.3

Jika $+Z_{hitung} > +Z_{kritis}$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima atau jika $-Z_{hitung} < -Z_{kritis}$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Namun jika $-Z_{kritis} \leq Z_{hitung} \leq +Z_{kritis}$, maka hipotesis nol diterma dan hipotesis alternatif ditolak. Atau dapat juga dinyatakan sebagai berikut.

$$Jika\ |Z_{hitung}| \leq |Z_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima, H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |Z_{hitung}| > |Z_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak, H_1\ diterima.$$

Berikut disajikan *output* SPSS yang menyajikan **nilai Z_{hitung}** dan **nilai probabilitasnya** (Tabel 1.4).

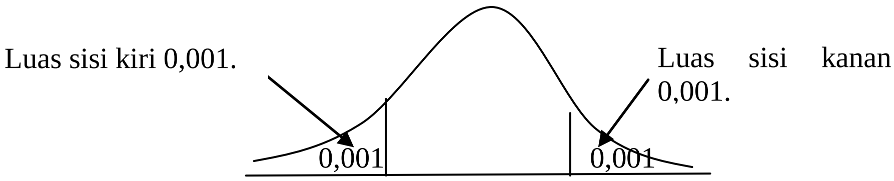
Tabel 1.4

Test Statistics[b]

	sesudah - sebelum
Z	-3.113[a]
Asymp. Sig. (2-tailed)	.002

$Z = -3{,}113$ merupakan nilai statistik dari uji Z (Z_{hitung}), sedangkan *Asymp. Sig. (2-tailed)* = 0,002 merupakan nilai probabilitas (*p-value*).

Berdasarkan Tabel 1.4 diketahui nilai probabilitas (*Asymp. Sig. (2-tailed)*) adalah 0,002. Perhatikan Gambar 1.4. Probabilitas untuk $Z = -3{,}113$ berdasarkan tabel distribusi normal kumulatif adalah 0,0009. Karena uji dua sisi maka $2 \times 0{,}0009 = 0{,}0018 \cong 0{,}002$.



Gambar 1.4

Distribusi Populasi (Population Distribution)

Distribusi populasi dapat diartikan sebagai distribusi probabilitas dari data populasi. Andaikan dalam suatu kelas hanya terdiri lima mahasiswa jurusan matematika. Berikut disajikan nilai ujian matakuliah kalkulus dari lima mahasiswa tersebut.

70, 75, 80, 80, 90

Andaikan X menyatakan nilai ujian matakuliah kalkulus dan $P(X = x)$ atau $f(x)$ menyatakan probabilitas dari suatu nilai ujian matakuliah kalkulus. Berikut disajikan distribusi probabilitas dari data populasi nilai ujian matakuliah kalkulus (Tabel 1.5).

Tabel 1.5 Distribusi Probabilitas dari Data Populasi Nilai Ujian Kalkulus

X	$P(X = x)$
70	0.2
75	0.2
80	0.4
90	0.2
$\sum P(X = x) = \sum f(x) = 1$	

Nilai rata-rata dan standar deviasi berdasarkan data pada Tabel 1.5 dihitung sebagai berikut.

$$\mu = \frac{70 + 75 + 80 + 80 + 90}{5} = 79$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(70 - 79)^2 + (75 - 79)^2 + \cdots + (90 - 79)^2}{5}} = 6{,}633.$$

Perhatikan bahwa μ dan σ merupakan nilai-nilai parameter populasi. Parameter dapat diartikan sebagai suatu nilai atau ukuran yang dihitung berdasarkan populasi.

Distribusi Sampling Rata-Rata Sampel $\bar{X}$ (Sampling Distribution of $\bar{X}$)

Berbeda dengan statistika deskriptif yang rangkaian pengerjaannya meliputi mengorganisasi (*organizing*), menampilkan (*displaying*), dan menjelaskan data dengan menggunakan tabel, grafik, serta ukuran-ukuran seperti rata-rata, median, serta modus, pada statistika inferensi sampai pada tahap pengambilan keputusan atau prediksi mengenai populasi berdasarkan sampel yang diteliti. Konsep mengenai distribusi sampling memberikan teori yang penting untuk membuat prosedur-prosedur statistik inferensi. Daniel (2005:129) menyatakan sebagai berikut.

"*Sampling distributions serve two purposes: (1) they allow us to answer probability questions about sample statistics, and (2) they provide the necessary theory for making statistical inference procedures valid*".

Nilai dari parameter suatu populasi bersifat konstan. Dalam hal ini, untuk setiap data populasi hanya memiliki satu nilai rata-rata populasi μ. Namun hal ini belum tentu berlaku untuk rata-rata sampel $\bar{X}$. Sampel-sampel yang ditarik dari populasi yang sama dan dengan ukuran yang sama dapat menghasilkan nilai rata-rata sampel yang berbeda-beda. Jadi, nilai rata-rata sampel bergantung pada nilai-nilai yang berada dalam sampel tersebut. Oleh karena itu, rata-rata sampel $\bar{X}$ merupakan variabel acak (*random variable*). Sebagaimana pada variabel acak, maka rata-rata sampel $\bar{X}$ memiliki distribusi probabilitas. Distribusi probabilitas $\bar{X}$ sering disebut dengan istilah **distribusi sampling dari $\bar{X}$**. Ukuran-ukuran statistik lainnya seperti median, modus, dan standar deviasi juga memiliki distribusi sampling (Mann dan Lacke, 2011:302).

Pada pembahasan sebelumnya mengenai "Distribusi Probabilitas", diketahui data populasi

70, 75, 80, 80, 90.

Andaikan masing-masing nilai diberi kode huruf sebagai berikut.

V = 70, W = 75, X = 80, Y = 80, dan Z = 90.

Maka, V, W, X, Y, dan Z merupakan kode-kode huruf yang menyatakan kelima nilai ujian matakuliah kalkulus. Kemudian misalkan akan diambil sampel yang terdiri tiga nilai tanpa pengembalian (*without replacement*). Maka banyaknya kemungkinan sampel yang terambil sebagai berikut.

$$C_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!\,3!} = \frac{5.4.3.2.1}{(2.1)(3.2.1)} = 10\ kemungkinan\ sampel$$

VWX, VWY, VWZ, VXY, VXZ, VYZ, WXY, WXZ, WYZ, XYZ

Tabel 1.6 Sampel-Sampel yang Mungkin Terambil beserta Nilai Rata-Rata

Sampel	Nilai-Nilai dalam Sampel			$\bar{X}$
VWX	70	75	80	75
VWY	70	75	80	75
VWZ	70	75	90	78.33
VXY	70	80	80	76.67
VXZ	70	80	90	80
VYZ	70	80	90	80
WXY	75	80	80	78.33
WXZ	75	80	90	81.67
WYZ	75	80	90	81.67
XYZ	80	80	90	83.33

Perhatikan bahwa terdapat 10 kemungkinan sampel. Sampel VWX berarti mengandung nilai 70, 75, dan 80, sampel WYZ berarti mengandung nilai 75, 80, dan 90, dan seterusnya. Tabel 1.6 menyajikan sampel-sampel yang mungkin terambil beserta penghitungan nilai rata-rata. Berdasarkan Tabel 1.6, selanjutnya dibentuk tabel distribusi frekuensi dan frekuensi relatif berdasarkan nilai rata-rata sampel (Tabel 1.7). Tabel 1.8 menyajikan distribusi sampling dari rata-rata sampel $\bar{X}$ berdasarkan data pada Tabel 1.6.

Tabel 1.7 Distribusi Frekuensi dan Frekuensi Relatif Berdasarkan Nilai Rata-Rata Sampel

$\bar{X}$	Frekuensi	Frekuensi Relatif
75	2	0.2
76.67	1	0.1
78.33	2	0.2
80	2	0.2
81.67	2	0.2
83.33	1	0.1
Jumlah	10	1

Tabel 1.8 Distribusi Sampling dari $\bar{X}$ dengan Ukuran Sampel sebanyak 3

$\bar{X}$	$P(\bar{X}=\bar{x})=f(\bar{x})$
75	0.2
76.67	0.1
78.33	0.2
80	0.2
81.67	0.2
83.33	0.1
$\sum P(\bar{X}=\bar{x})=1$	

Tabel 1.8 menyajikan distribusi probabilitas dari rata-rata sampel $\bar{X}$. Sebagai contoh probabilitas untuk memperoleh sampel yang memiliki nilai rata-rata 76,67 sebesar 0,2. Atau dapat dinyatakan

$$P(\bar{X}=81.67)=0.20.$$

Rata-Rata dari Distribusi Sampling $\bar{X}$

Rata-rata dari distribusi sampling $\bar{X}$ (*mean of the sampling distribution of* $\bar{X}$) atau rata-rata dari $\bar{X}$ dilambangkan dengan $\mu_{\bar{X}}$. Berdasarkan Tabel 1.6, berikut akan dihitung rata-rata dari distribusi sampling $\bar{X}$ serta rata-rata populasinya.

$$\mu_{\bar{X}}=\frac{75+75+78{,}33+\cdots+83{,}33}{10}=79$$

$$\mu=\frac{70+75+80+80+90}{5}=79.$$

Perhatikan bahwa bedasarkan perhitungan diperoleh $\mu_{\bar{X}} = 79$ dan $\mu = 79$. Mann dan Lacke (2011:307) menyatakan sebagai berikut.

"*The mean of the sampling distribution of $\bar{X}$* ***is always equal*** *to the mean of the population. Thus, $\mu_{\bar{X}} = \mu$*".

Rata-rata sampel $\bar{X}$ disebut juga sebagai *estimator* atau penduga terhadap rata-rata populasi μ. Suatu statistik dikatakan sebagai estimator tak-bias atau *unbiased estimator* jika nilai rata-rata dari distribusi sampling statistik tersebut sama dengan nilai parameter tertentu. Perhatikan bahwa statistik rata-rata sampel $\bar{X}$ merupakan estimator tak-bias dari parameter rata-rata populasi (μ), karena nilai rata-rata dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ selalu sama dengan rata-rata populasi, yakni

$$\mu_{\bar{X}} = \mu.$$

Standar Deviasi dari Distribusi Sampling $\bar{X}$

Diketahui pada pembahasan sebelumnya bahwa rata-rata dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ dilambangkan dengan simbol $\mu_{\bar{X}}$, sedangkan rata-rata populasi dilambangkan dengan simbol μ. Standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ dilambangkan dengan simbol $\sigma_{\bar{X}}$, sedangkan standar deviasi populasi dilambangkan dengan simbol σ. Pada pembahasan sebelumnya diketahui bahwa rata-rata dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ sama dengan rata-rata populasi μ, yakni

$$\mu_{\bar{X}} = \mu.$$

Namun pada standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ tidak sama dengan standar deviasi populasi (kecuali jika $n = 1$). Sebagai contoh untuk kasus $n = 1$, misalkan suatu populasi terdiri dari tiga angka, yakni 1, 2, 3. Misalkan dari populasi yang terdiri dari tiga angka tersebut, akan diambil sampel yang terdiri atas satu angka. Maka sampel-sampel yang mungkin adalah

1 2 3.

Diketahui rata-rata dari setiap sampel tersebut adalah

1 2 3.

Maka rata-rata dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ tersebut adalah

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2.$$

Sedangkan standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ tersebut adalah

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2}{3}} = 0{,}8165,$$

yang mana

$$\sigma_{\bar{X}} = \sigma \quad (ketika\, n = 1).$$

Mann dan Lacke (2011:307) menyatakan rumus

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

berlaku ketika paling tidak memenuhi salah satu dari kriteria sebagai berikut.

- ⇨ Jumlah elemen dalam populasi berhingga (*finite*) dan pengambilan elemen untuk sampel dari suatu populasi dengan pengembalian (*with replacement*).

- ⇨ Jumlah elemen dalam populasi tak berhingga (*infinite*) dan pengambilan elemen untuk sampel dari suatu populasi tanpa pengembalian (*without replacement*).

Namun kriteria-kriteria tersebut dapat diganti ketika ukuran sampel kecil (*sample size is small*) dalam perbandingannya terhadap ukuran populasi (*in comparison to the population size*). Ukuran sampel dapat dipandang (*is considered*) kecil dalam perbandingannya terhadap ukuran populasi ketika ukuran sampel lebih kecil atau sama dengan 5% dari ukuran populasi, yakni

$$\frac{n}{N} \leq 0{,}05,$$

dengan n merupakan ukuran sampel dan N ukuran populasi. Namun ketika tidak terpenuhi, maka penghitungan $\sigma_{\bar{X}}$ dihitung dengan rumus

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

di mana

$$\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

merupakan faktor koreksi populasi berhingga (Mann dan Lacke, 2011:307).

Berikut diberikan contoh kasus untuk perhitungan standar deviasi dari distribusi sampling $\bar{X}$ dengan rumus $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Misalkan suatu populasi terdiri dari tiga angka, yakni 1, 2, 3. Misalkan dari populasi yang terdiri dari tiga angka tersebut, akan diambil sampel yang terdiri atas dua angka dengan pengembalian (*with replacement*). Maka sampel-sampel yang mungkin adalah sebagai berikut.

(1,1)	(1,2)	(1,3)
(2,1)	(2,2)	(2,3)
(3,1)	(3,2)	(3,3)

Perhatikan bahwa karena jumlah elemen dalam populasi berhingga, yakni tiga, dan pengambilan elemen sampel dengan pengembalian, maka standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Hasil perhitungan rata-rata untuk setiap sampel sebagai berikut.

1	1,5	2
1,5	2	2,5
2	2,5	3

Maka rata-rata dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ tersebut adalah

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{1 + 1{,}5 + 2 + 1{,}5 + 2 + 2{,}5 + 2 + 2{,}5 + 3}{9} = \frac{18}{9} = 2.$$

Berikut perhitungan standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$.

$$\begin{array}{ccc} (1-2)^2 & (1{,}5-2)^2 & (2-2)^2 \\ (1{,}5-2)^2 & (2-2)^2 & (2{,}5-2)^2 \\ (2-2)^2 & (2{,}5-2)^2 & (3-2)^2 \end{array}$$

Maka diperoleh hasil sebagai berikut.

1	0,25	0
0,25	0	0,25
0	0,25	1

Sehingga

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{(1-2)^2 + (1{,}5-2)^2 + (2-2)^2 + \cdots + (3-2)^2}{9}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{1 + 0{,}25 + 0 + 0{,}25 + 0 + 0{,}25 + 0 + 0{,}25 + 1}{9}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \sqrt{0{,}3333333} = 0{,}57735$$

Perhatikan bahwa berdasarkan perhitungan sebelumnya diperoleh

$$\mu_{\bar{X}} = 2$$

$$\sigma_{\bar{X}} = 0{,}57735.$$

Diketahui

$$\mu = \frac{1+2+3}{3} = 2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2}{3}} = \sqrt{0,6666666} = 0,81649658.$$

Perhatikan bahwa

$$\sigma_{\bar{X}} \neq \sigma,$$

namun

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$0,57735 = \frac{0,81649658}{\sqrt{2}}$$

$$0,57735 = 0,57735.$$

Berikut diberikan contoh kasus untuk perhitungan standar deviasi dari distribusi sampling $\bar{X}$ dengan rumus $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$. Misalkan suatu populasi terdiri dari tiga angka, yakni 1, 2, 3. Misalkan dari populasi yang terdiri dari tiga angka tersebut, akan diambil sampel yang terdiri atas dua angka tanpa pengembalian (*without replacement*). Maka sampel-sampel yang mungkin adalah

(1,2)   (1,3)   (2,3)

Perhatikan bahwa karena jumlah elemen dalam populasi berhingga, yakni tiga, namun pengambilan elemen sampel tanpa pengembalian, maka standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Diketahui rata-rata dari setiap sampel tersebut adalah

1,5   2   2,5,

sehingga rata-rata dari distribusi sampling rata-rata ($\bar{X}$) tersebut adalah

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{1,5 + 2 + 2,5}{3} = \frac{6}{3} = 2.$$

Standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ tersebut adalah

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{(1{,}5-2)^2+(2-2)^2+(2{,}5-2)^2}{3}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{0{,}25+0+0{,}25}{3}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{0{,}5}{3}} = \sqrt{0{,}16666667} = 0{,}408248.$$

Perhatikan bahwa berdasarkan perhitungan sebelumnya diperoleh

$$\mu_{\bar{X}} = 2$$

$$\sigma_{\bar{X}} = 0{,}408248.$$

Diketahui

$$\mu = \frac{1+2+3}{3} = 2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-2)^2+(2-2)^2+(3-2)^2}{3}} = \sqrt{0{,}6666666} = 0{,}81649658.$$

Perhatikan bahwa

$$\sigma_{\bar{X}} \neq \sigma.$$

Namun

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$0{,}408248 = \frac{0{,}81649658}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{3-2}{3-1}}$$

$$0{,}408248 = \frac{0{,}81649658}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$0{,}408248 = \frac{0{,}81649658}{2}$$

$$0{,}408248 = 0{,}408248$$

Beberapa hal penting mengenai distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$, yakni:

- Nilai standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ lebih kecil dibandingkan nilai standar deviasi populasi, yakni $\sigma_{\bar{X}} < \sigma$ ketika n lebih besar dari 1. Hal ini terlihat jelas dari rumus

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Sebagai contoh misalkan $\sigma = 20$ dan $n = 4$, maka

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{4}} = 10.$$

Perhatikan bahwa

$$\sigma_{\bar{X}} < \sigma$$

$$10 < 20.$$

- Nilai dari standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ akan semakin mengecil ketika ukuran sampel n semakin besar.

$$\text{ketika } n \uparrow \text{maka } \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \downarrow$$

Sebagai contoh misalkan $\sigma = 20$ dan $n = 4$, maka

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{4}} = 10.$$

Untuk $n = 20$ maka

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{20}} = 4{,}4721.$$

Untuk $n = 50$ maka

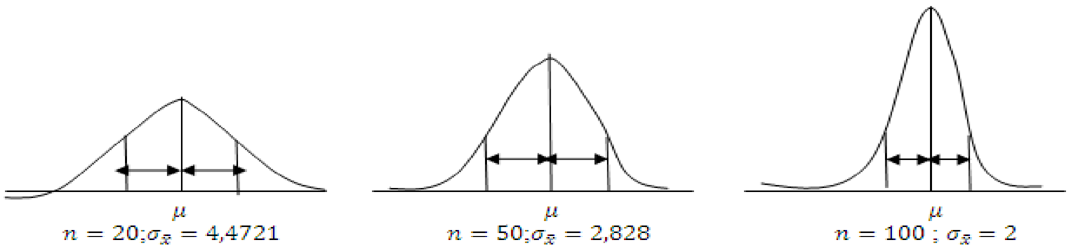
$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{50}} = 2{,}828.$$

Untuk $n = 100$ maka

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{100}} = 2\ .$$

Perhatikan bahwa nilai $\sigma_{\bar{X}}$ semakin mengecil ketika ukuran sampel n semakin besar. Suatu statistik dikatakan estimator konsisten jika nilai standar deviasi dari distribusi sampling statistik tersebut semakin mengecil ketika ukuran sampel n semakin besar, sehingga statistik rata-rata $\bar{X}$ merupakan estimator konsisten dari parameter rata-rata μ (Mann dan Lacke, 2011:307)

Standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ merupakan suatu nilai yang mengukur pencaran atau sebaran dari rata-rata sampel dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ terhadap rata-rata populasinya μ. Semakin kecil nilai standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$, maka rata-rata sampel dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ semakin mengumpul atau lebih dekat terhadap rata-rata populasinya μ. Pada pembahasan sebelumnya, diketahui untuk untuk $n = 20$ diperoleh $\sigma_{\bar{X}} = 4{,}4721$, untuk $n = 50$ diperoleh $\sigma_{\bar{X}} = 2{,}828$, dan untuk $n = 100$ diperoleh $\sigma_{\bar{X}} = 2$. Perhatikan ilustrasi gambar berikut ini (Gambar 1.5).



Gambar 1.5

Bentuk Distribusi Sampling dari Rata-Rata $\bar{X}$

Mann dan Lacke (2011:310) menyatakan bentuk distribusi sampling dari rata-rata $\bar{X}$ berkenaan (*relates*) atas dua hal, yakni:

- ⇨ Sampel yang ditarik dari populasi yang berdistribusi normal.
- ⇨ Sampel yang ditarik dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

Jika sampel-sampel yang ditarik berasal dari populasi yang berdistribusi normal dengan rata-rata dan standar deviasi masing-masing μ dan σ, maka:

- ⇨ Rata-rata distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ sama dengan rata-rata populasi, yakni

$$\mu_{\bar{X}} = \mu.$$

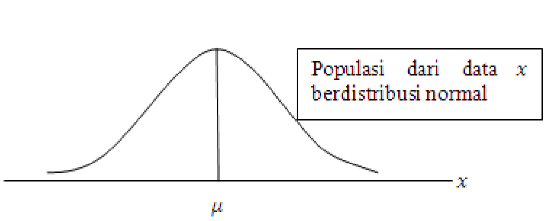
- ⇨ Standar deviasi distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ sama dengan $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, dengan asumsi (*assuming*) $n/N \leq 0{,}05$.
- ⇨ Bentuk dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ berbentuk normal, untuk berapapun ukuran sampel n.

Jadi, jika sampel-sampel yang ditarik berasal dari populasi yang berdistribusi normal dengan rata-rata adalah μ dan standar deviasi adalah σ, maka distribusi sampling dari rata-rata $\bar{X}$ juga terdistribusi secara normal, dengan rata-rata dan standar deviasi

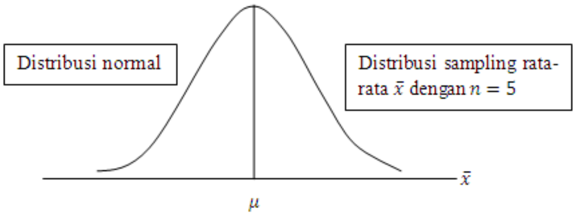
$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad ; \frac{n}{N} \leq 0{,}05.$$

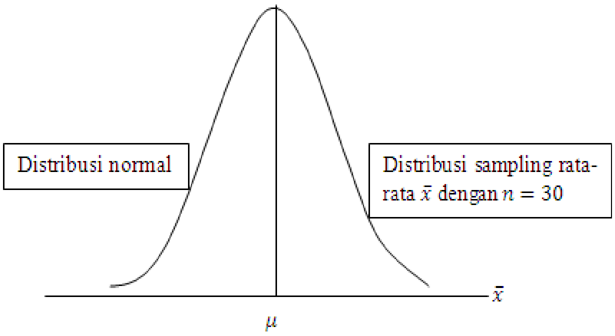
Perhatikan Gambar 1.6 hingga Gambar 1.9.



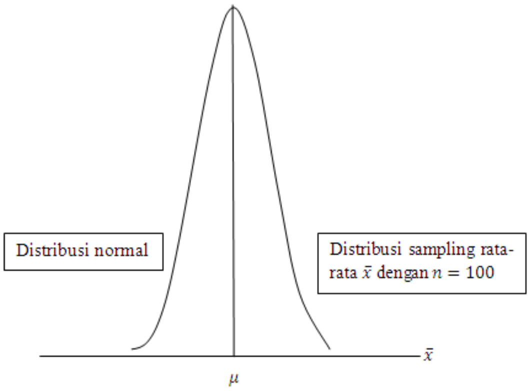
Gambar 1.6



Gambar 1.7



Gambar 1.8



Gambar 1.9

Perhatikan bahwa pada Gambar 1.6 menjelaskan data X berasal dari populasi berdistribusi normal. Pada Gambar 1.7 merupakan kurva dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ dengan $n = 5$. Pada Gambar 1.8 merupakan kurva dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ dengan $n = 30$. Pada Gambar 1.9 merupakan kurva dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ dengan $n = 100$. Perhatikan bahwa karena sampel-sampel ditarik dari populasi yang berdistribusi normal, maka kurva dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ membentuk kurva normal (Gambar 1.7 sampai Gambar 1.9). Perhatikan bahwa standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ pada Gambar 1.8 lebih kecil daripada Gambar 1.7, standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ pada Gambar 1.9 lebih kecil daripada Gambar 1.8. Perhatikan bahwa semakin besar ukuran sampel, maka akan semakin kecil nilai standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$. Dalam prakteknya, seringkali populasi yang diteliti tidak berdistribusi normal. Teorema yang sangat penting untuk menyimpulkan bentuk dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ adalah **Teorema Limit Sentral** (***Central Limit Theorem***).

Teorema limit sentral menyatakan bahwa untuk sampel berukuran besar, distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ akan mendekati normal, tidak peduli apakah sampel-sampel tersebut ditarik dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak, dengan rata-rata dan standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ sebagai berikut.

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \qquad \text{dan} \qquad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

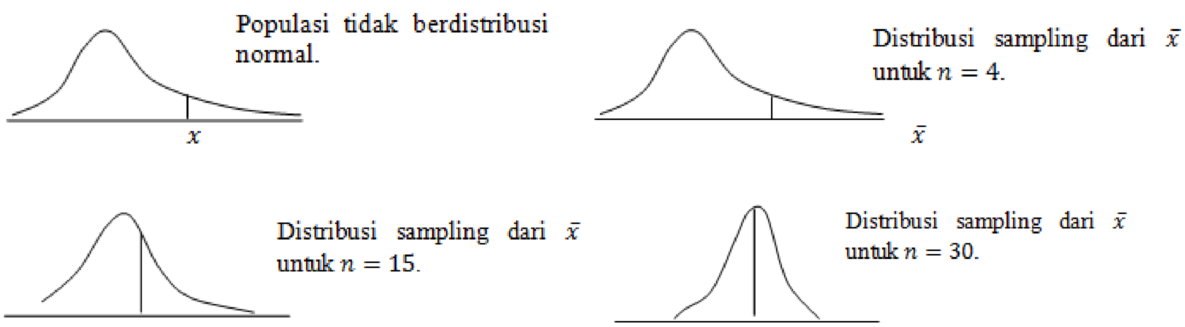
Ukuran sampel n dipertimbangkan cukup besar, yakni $n \geq 30$. Berdasarkan teorema limit sentral, perlu diperhatikan bahwa, jika populasi tidak berdistribusi normal, bentuk dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ **tidak secara tepat normal**, **namun mendekati normal**, ketika sampel berukuran besar. Semakin besar ukuran sampel, maka bentuk dari distribusi sampling rata-rata $(\bar{X})$ akan semakin mendekati normal. Berdasarkan teori limit sentral (Mann dan Lacke, 2011:313),

- ⇨ Ketika ukuran sampel $n \geq 30$, maka bentuk dari distribusi sampling rata-rata $(\bar{X})$ mendekati normal, tidak peduli apakah sampel-sampel tersebut ditarik dari populasi berdistribusi normal atau tidak.

- ⇨ Rata-rata dari distribusi sampling rata-rata $(\bar{X})$, yakni $\mu_{\bar{X}}$ sama dengan rata-rata populasi, yakni μ.

- ⇨ Standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $(\bar{X})$, yakni $\sigma_{\bar{X}}$ sama dengan $\sigma/\sqrt{n}$ dengan syarat $n/N \leq 0{,}05$.

Perhatikan ilustrasi gambar berikut.



Gambar 1.10

Berdasarkan gambar tersebut, populasi tidak berdistribusi normal. Semakin meningkat ukuran sampel, maka distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$ semakin berbentuk distribusi normal. Semakin meningkat ukuran sampel, semakin kecil nilai standar deviasi dari distribusi sampling rata-rata $\bar{X}$.

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Johnson, R.A. dan G.K. Bhattacharyya. 2011. *Statistics, Principles and Methods, 6th Edition*. John Wiley and Sons, Inc.

4. Mann, P. S. dan C.J. Lacke. 2011. *Introductory Statistics, International Student Version, 7th Edition*. Asia: John Wiley & Sons, Inc.

5. Montgomery, D. C. dan G. C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

6. Ott, R.L. dan M. Longnecker. 2001. *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis, 5th Edition*. United States of America: Duxbury.

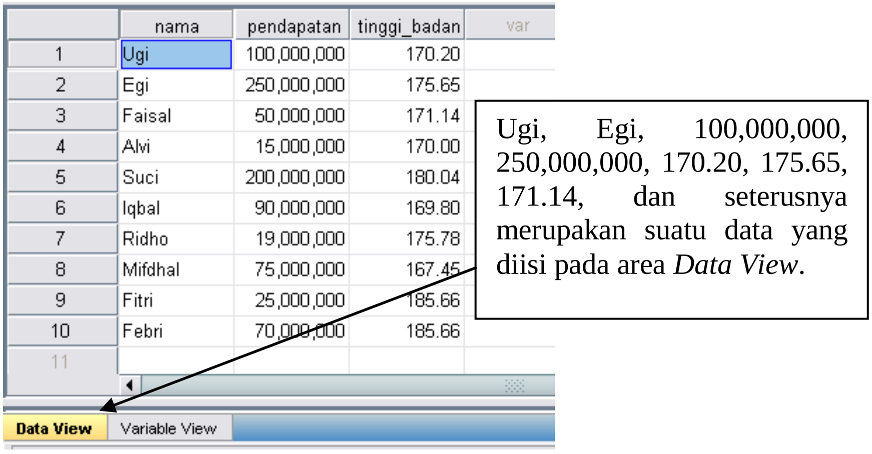
7. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

BAB 2

MEMBANGUN DAN MEMODIFIKASI DATA DALAM SPSS

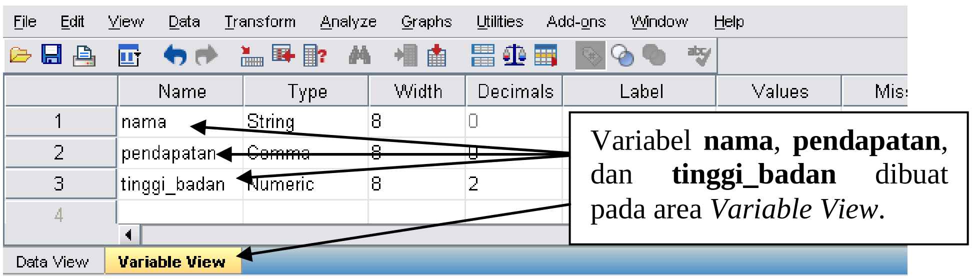
Data View dan Variable View

Area atau wilayah kerja dalam SPSS terbagi menjadi dua, yakni *Data View* dan *Variable View*. *Data View* merupakan suatu area untuk mengisi atau menginput data, sedangkan *Variable View* merupakan suatu area untuk mendefinisikan atau membuat variabel. Perhatikan Gambar 2.1.



Gambar 2.1

Berdasarkan Gambar 2.1, Ugi, Egi, 100,000,000, 250,000,000, 170.20, 175.65, 171.14, dan seterusnya merupakan suatu data yang diisi pada area *Data View*, sedangkan **nama**, **pendapatan**, dan **tinggi_badan** merupakan nama variabel yang dibuat atau didefinisikan pada area *Variable View*. Sebelum mengisi data pada area *Data View*, terlebih dahulu membuat atau mendefinisikan variabel di area *Variable View*. Pada Gambar 2.2, variabel **nama**, **pendapatan**, dan **tinggi_badan** dibuat pada area *Variable View*.



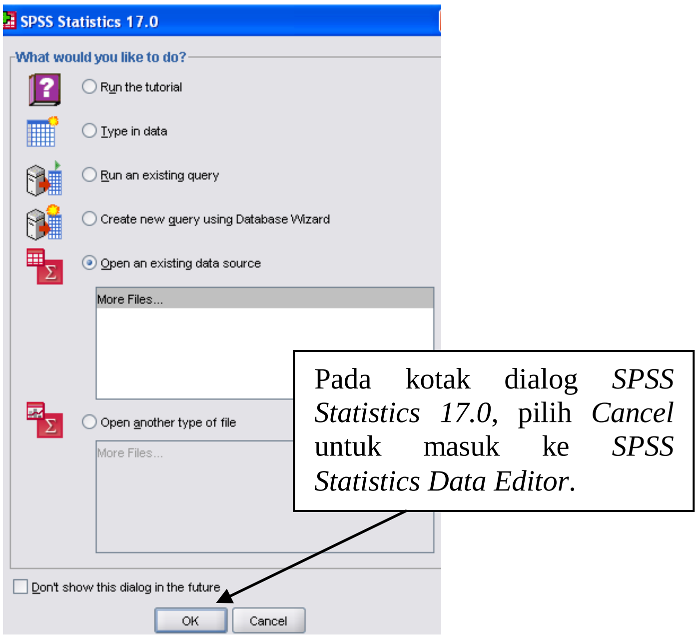
Gambar 2.2

Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1

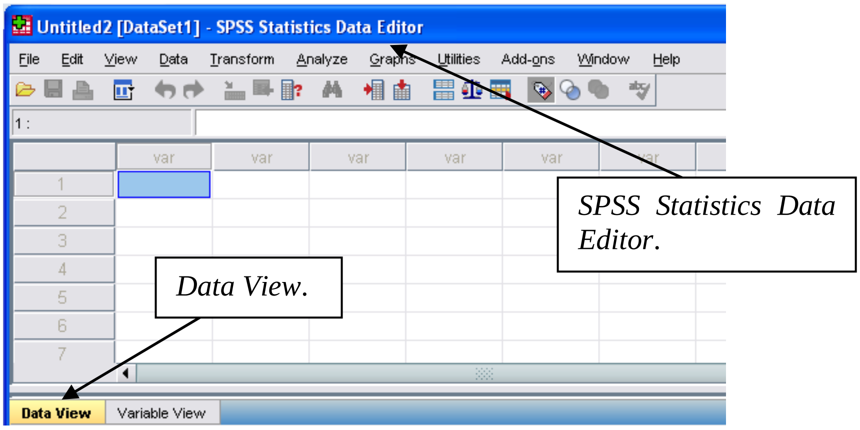
nama	pendapatan	tinggi_badan
Ugi	100,000,000	170.2
Egi	250,000,000	175.65
Faisal	50,000,000	171.14
Alvi	15,000,000	170
Suci	200,000,000	180.04
Iqbal	90,000,000	169.8
Ridho	19,000,000	175.78
Mifdhal	75,000,000	167.45
Fitri	25,000,000	185.66
Febri	70,000,000	185.66

Jika data pada Tabel 2.1 disajikan dalam SPSS, maka hasilnya seperti pada Gambar 2.1. Berikut akan dipaparkan tahapan-tahapan untuk menyajikan data pada Tabel 2.1 dalam SPSS. Aktifkan program SPSS (program SPSS yang digunakan dalam buku ini adalah SPSS 17). *Icon* SPSS terlihat pada Gambar 2.3. Setelah program SPSS diaktifkan, maka akan muncul kotak dialog *SPSS Statistics 17.0* (Gambar 2.4). Pilih *Cancel* untuk masuk ke *SPSS Statistics Data Editor* (Gambar 2.5).

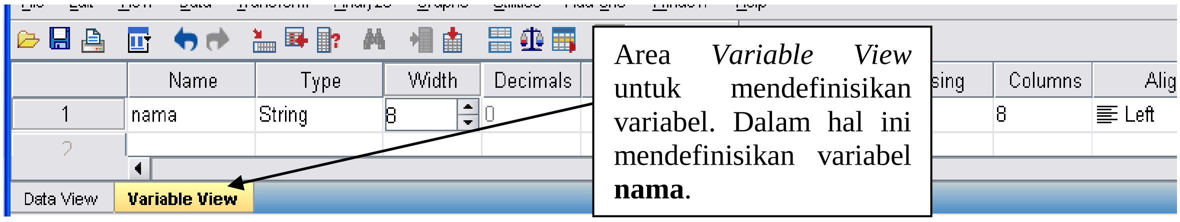


Gambar 2.3 **Gambar 2.4**

Selanjutnya aktifkan *Variable View* dan buat variabel **nama** seperti pada Gambar 2.6. Berdasarkan Gambar 2.6, untuk baris pertama, pada kolom *Name* ketik **nama**, pada kolom *Type* atur menjadi *String*, dan pada kolom *Width* atur menjadi 8. Perhatikan bahwa *String* digunakan untuk data yang tidak ditujukan untuk perhitungan, seperti seperti nama manusia, nama perusahaan, nama sekolah, nama buah, nama planet, dan sebagainya. Nilai *Width* menyatakan jumlah maksimal karakter yang diperkenankan untuk ditampilkan dalam suatu *cell*. Nilai *Width* 8 berarti jumlah maksimal karakter yang akan ditampilkan dalam suatu *cell* sebanyak 8 karakter.

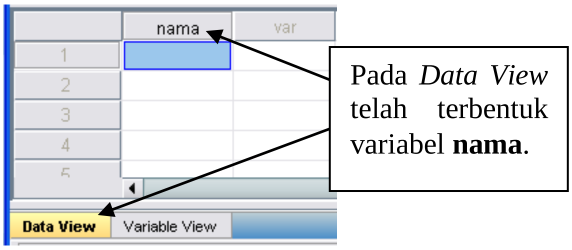


Gambar 2.5



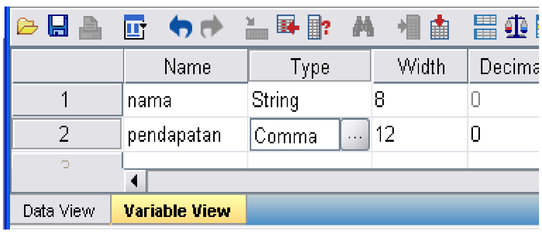
Gambar 2.6

Setelah membuat variabel **nama** pada *Variable View*, aktifkan *Data View*. Pada *Data View* telah terbentuk sebuah variabel yang bernama **nama** (Gambar 2.7).



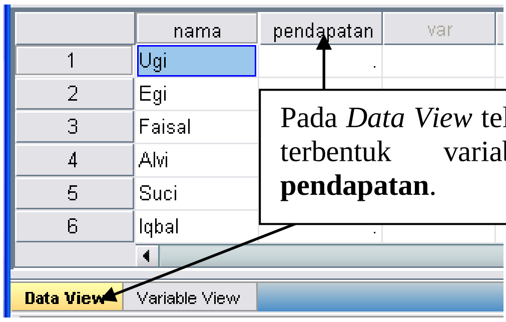
Gambar 2.7

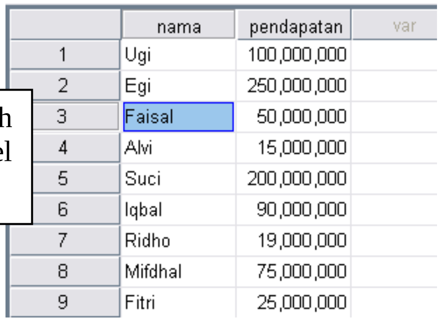
Setelah membuat variabel **nama**, isi data **nama** pada *Data View* (Gambar 2.8).



Gambar 2.8 **Gambar 2.9**

Perhatikan bahwa pada Gambar 2.8 telah dibuat sebuah variabel bernama **nama** dengan data Ugi, Egi, Faisal dan seterusnya. Selanjutnya akan dibuat variabel bernama **pendapatan**. Aktifkan kembali *Variable View* dan buat variabel **pendapatan** (Gambar 2.9). Berdasarkan Gambar 2.9 untuk baris kedua, pada kolom *Name* ketik/isi **pendapatan**, pada kolom *Type* atur menjadi *Comma*, pada kolom *Width* atur menjadi 12, dan pada kolom *Decimal* atur menjadi 0. Perhatikan bahwa *Comma* digunakan untuk data seperti, 1,000 (seribu), 500,000,000 (lima ratus juta), 10,000 (sepuluh ribu), dan sebagainya. Perhatikan bahwa *Decimal* diatur menjadi 0 karena data berupa bilangan bulat. Jika data berbentuk seperti 12,23, 12,11, 100,01, maka atur *Decimal* menjadi 2 (dua angka di belakang koma).

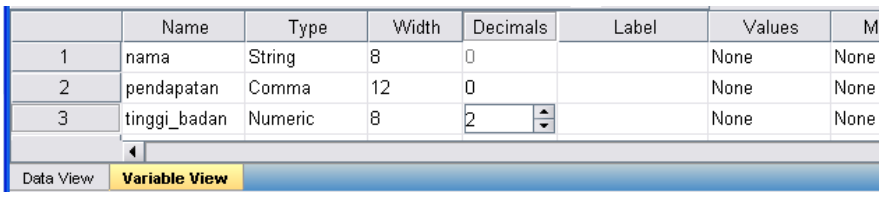




Gambar 2.10 **Gambar 2.11**

Setelah membuat variabel **pendapatan** pada *Variable View*, aktifkan *Data View*. Pada *Data View* telah terbentuk sebuah variabel yang bernama **pendapatan** seperti pada Gambar 2.10. Setelah membuat variabel **pendapatan**, isi data **pendapatan** pada *Data View* seperti pada Gambar 2.11. Perhatikan bahwa pada Gambar 2.11 telah dibuat sebuah variabel baru bernama **pendapatan** dengan data 100,000,000, 250,000,000, 50,000,000, dan seterusnya.

Selanjutnya akan dibuat variabel bernama **tinggi_badan**. Aktifkan kembali *Variable View* dan buat variabel **tinggi_badan** seperti pada Gambar 2.12.



Gambar 2.12

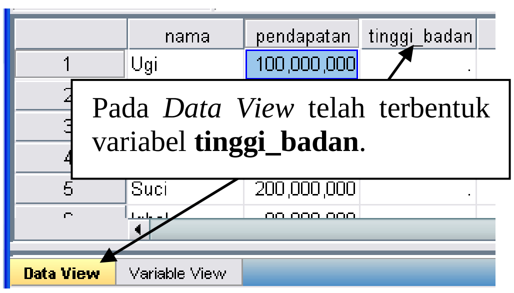
Berdasarkan Gambar 2.12 untuk baris ketiga, pada kolom *Name* ketik/isi **tinggi_badan**, pada kolom *Type* atur menjadi *Numeric*, pada kolom *Width* atur menjadi 8, dan pada kolom *Decimal* atur menjadi 2. Perhatikan bahwa *Numeric* digunakan untuk data berupa angka yang dapat digunakan untuk penghitungan. Perhatikan bahwa *Decimal* diatur menjadi 2 karena di belakang koma melibatkan dua angka.

Setelah membuat variabel **tinggi_badan** pada *Variable View*, aktifkan kembali *Data View*. Pada *Data View* telah terbentuk sebuah variabel yang bernama **tinggi_badan** seperti pada Gambar 2.13. Setelah membuat variabel **tinggi_badan**, isi data **tinggi_badan** pada *Data View* seperti pada Gambar 2.14.

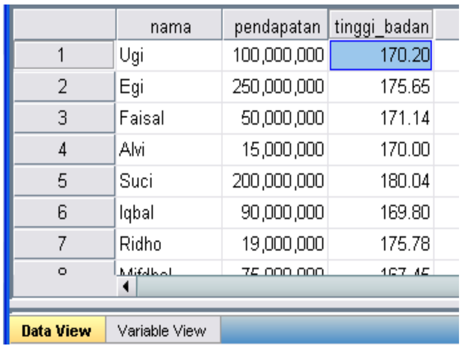
Penting!!

Penulisan nama variabel pada *Variable View* tidak diperkenankan menggunakan spasi. Sebagai contoh :

- **tinggi badan** (penulisan nama variabel tidak diperbolehkan karena mengandung spasi).
- **tinggi_badan** (penulisan nama variabel diperbolehkan).
- **tinggibadan** (penulisan nama variabel diperbolehkan).



Gambar 2.13



Gambar 2.14

Value Labels

Misalkan diberikan data dengan variabel **nama**, **jenis_kelamin**, dan **pekerjaan** seperti pada Tabel 2.2.

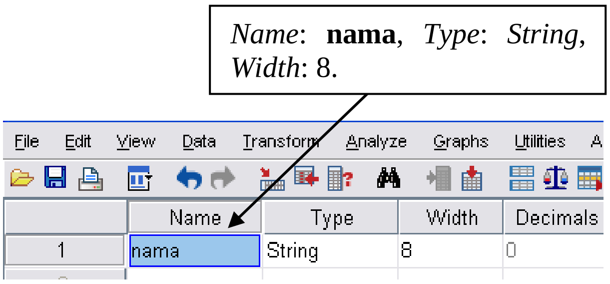
Tabel 2.2

nama	jenis_kelamin	pekerjaan
Ugi	Laki-Laki	Dosen
Egi	Laki-Laki	Karyawan
Faisal	Laki-Laki	Karyawan
Alvi	Perempuan	Karyawan
Suci	Perempuan	Pengusaha
Iqbal	Laki-Laki	Dosen
Ridho	Laki-Laki	Pengusaha
Mifdhal	Laki-Laki	Dosen
Fitri	Perempuan	Karyawan
Febri	Perempuan	Pengusaha

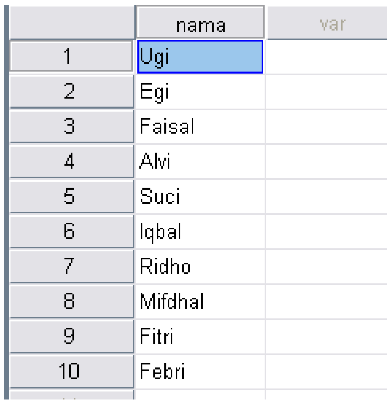
Data pada Tabel 2.2 melibatkan variabel **jenis_kelamin** dan **pekerjaan**. Variabel **jenis_kelamin** mempunyai dua kategori, yakni laki-laki dan perempuan, sedangkan variabel **pekerjaan** mempunyai tiga kategori, yakni dosen, pengusaha, dan karyawan.

Misalkan untuk variabel **jenis_kelamin** ingin diberi kode angka untuk masing-masing kategori, yakni angka (*Value*) 1 untuk kategori laki-laki (*Label*) dan angka (*Value*) 0 untuk kategori perempuan (*Label*). Perhatikan bahwa 0 dan 1 merupakan *Value* (nilai atau angka), sedangkan laki-laki dan perempuan merupakan *Label* (kategori). Pengkodean tersebut dibuat dalam area *Variable View* pada menu *Values*. Jika kategori laki-laki akan diberi kode angka 1, sedangkan perempuan diberi kode angka 0, maka tipe data pada variabel **jenis_kelamin** adalah *numeric*.

Berikut tahapan-tahapan dalam penggunaan *Value Labels*. Aktifkan *Variable View* dan buat variabel **nama** (Gambar 2.15). Setelah variabel **nama** dibuat, aktifkan *Data View* untuk mengisi data variabel **nama**. Hasilnya seperti pada Gambar 2.16.

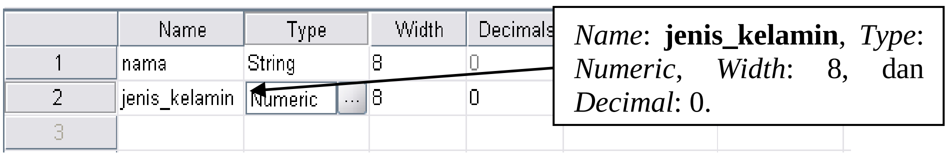


Gambar 2.15



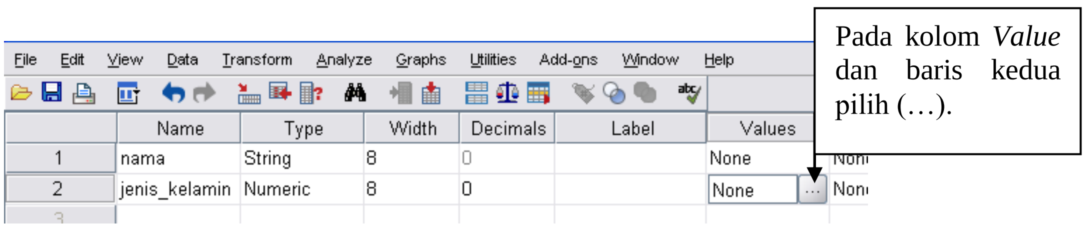
Gambar 2.16

Selanjutnya aktifkan *Variable View* dan buat variabel **jenis_kelamin** seperti pada Gambar 2.17.



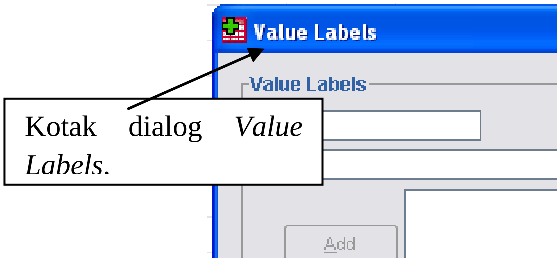
Gambar 2.17

Pada Gambar 2.18, isi *Name* dengan nama **jenis_kelamin** dan *Type* diatur menjadi *Numeric*. Pada kolom *Values* dan baris kedua aktifkan atau pilih **(…)** (Gambar 2.18).

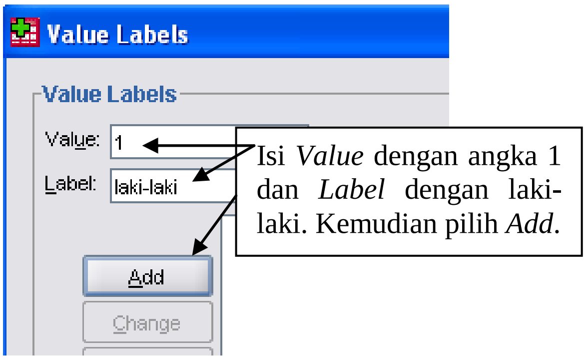


Gambar 2.18

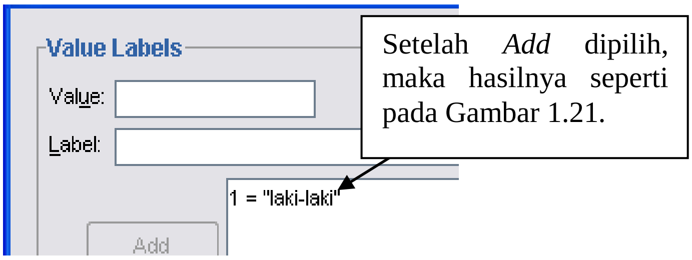
Setelah (…) diaktifkan, maka akan muncul kotak dialog *Value Labels* seperti pada Gambar 2.19. Pada kotak *Value Labels*, isi *Value* dengan angka 1 dan *Label* dengan laki-laki (Gambar 2.20). Kemudian pilih *Add*.



Gambar 2.19

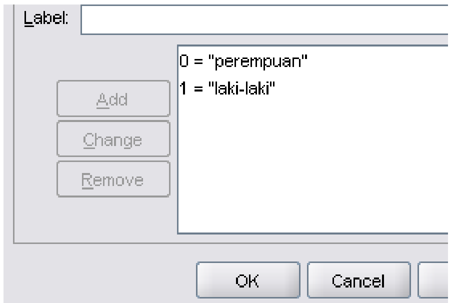


Gambar 2.20



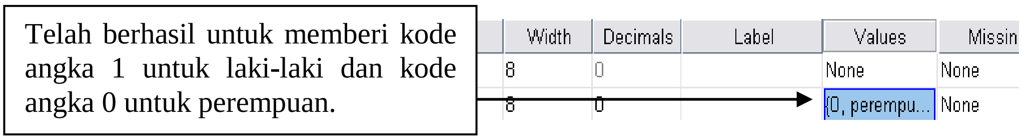
Gambar 2.21

Selanjutnya pada kotak *Value Labels* isi *Value* dengan angka 0 dan *Label* dengan perempuan (Gambar 2.22). Kemudian pilih *Add* (Gambar 2.23).



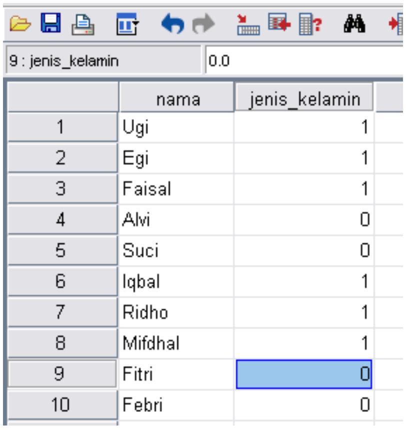
Gambar 2.22 **Gambar 2.23**

Pada Gambar 2.23 telah berhasil untuk memberi kode angka 1 untuk laki-laki dan kode angka 0 untuk perempuan. Selanjutnya pilih *OK*. Perhatikan bahwa tampilan akan kembali pada *Variable View* seperti pada Gambar 2.24.

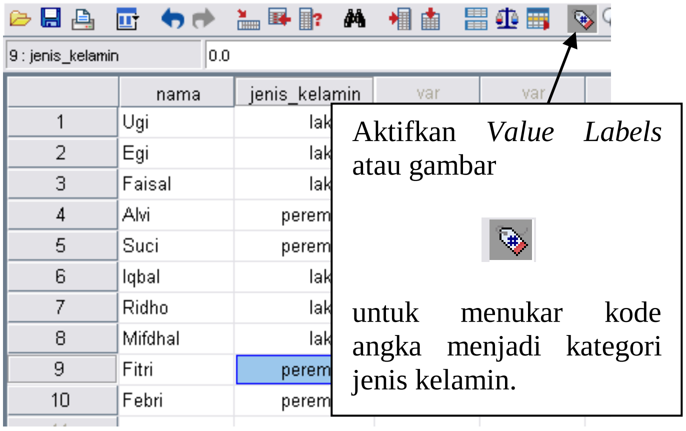


Gambar 2.24

Setelah berhasil memberi kode angka untuk kategori-kategori pada variabel **jenis_kelamin**, maka kembali ke *Data View* dan isi data variabel **jenis_kelamin** seperti pada Gambar 2.25. Pada Gambar 2.25 perhatikan bahwa data yang dimasukkan pada variabel **jenis_kelamin** berupa angka 1 dan 0. Angka 1 untuk laki-laki dan angka 0 untuk perempuan.

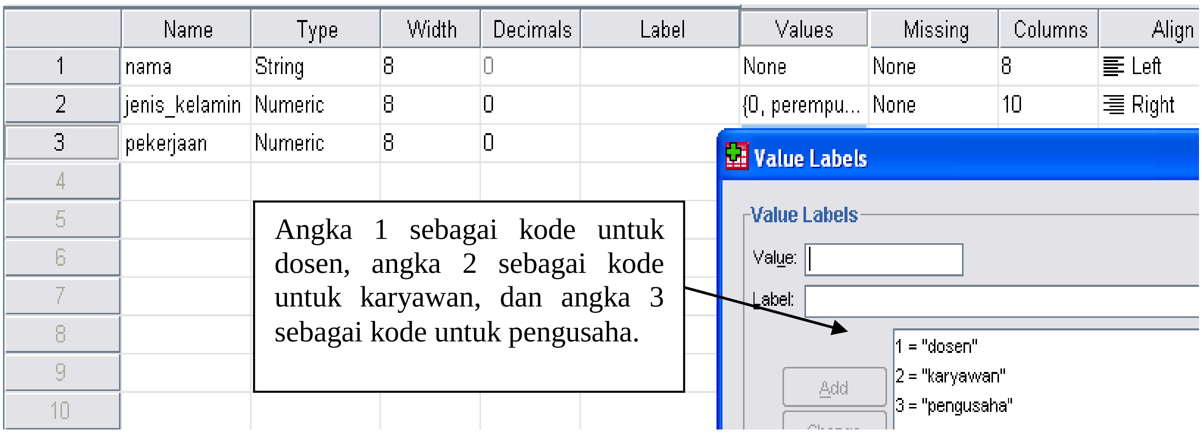


Gambar 2.25

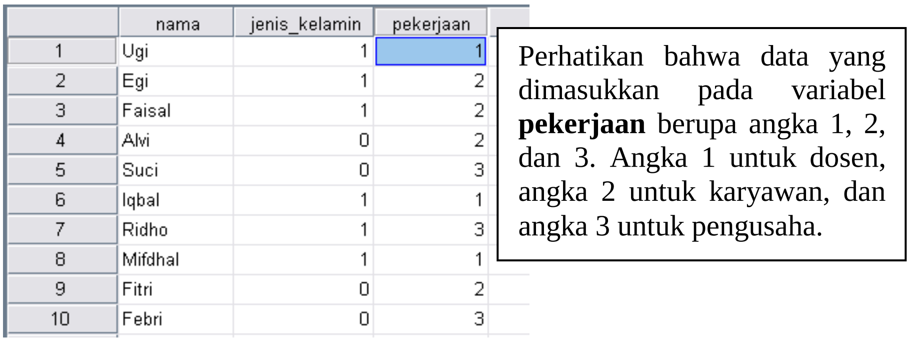


Gambar 2.26

Selanjutnya akan dibuat variabel **pekerjaan** dengan kategori dosen, karyawan dan pengusaha. Misalkan angka 1 sebagai kode untuk dosen, angka 2 sebagai kode untuk karyawan, dan angka 3 sebagai kode untuk pengusaha (Gambar 2.27). Setelah berhasil memberi kode untuk kategori-kategori pada variabel **pekerjaan**, maka kembali ke *Data View* dan masukkan data variabel **pekerjaan** seperti pada Gambar 2.28.

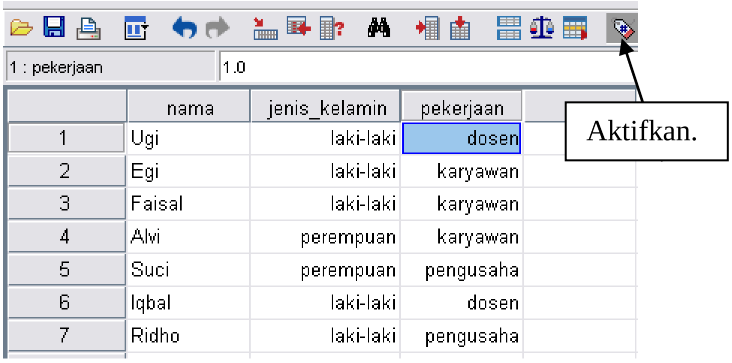


Gambar 2.27



Gambar 2.28

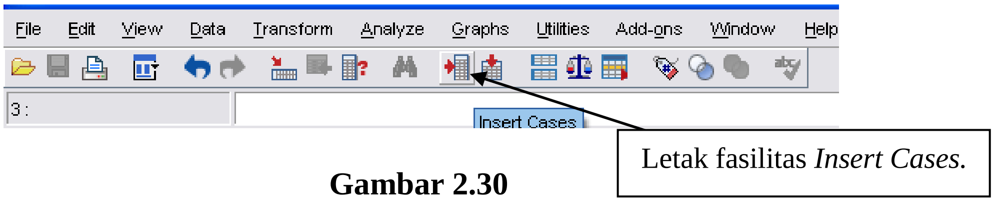
Kemudian klik *icon Value Labels* untuk menukar angka menjadi kategori-kategori pada variabel **pekerjaan** (Gambar 2.29).



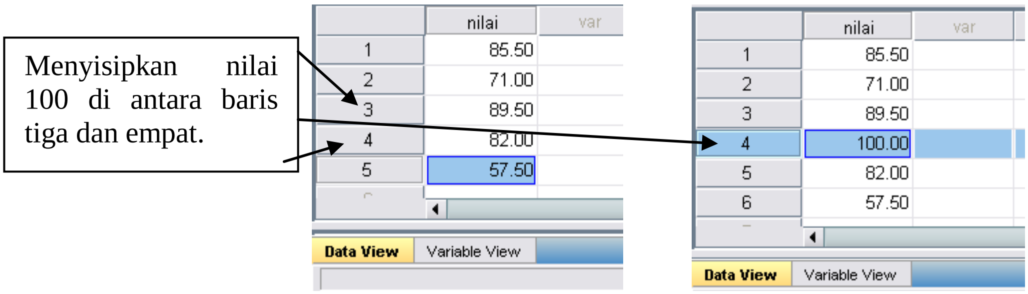
Gambar 2.29

Menyisipkan Data (Insert Cases)

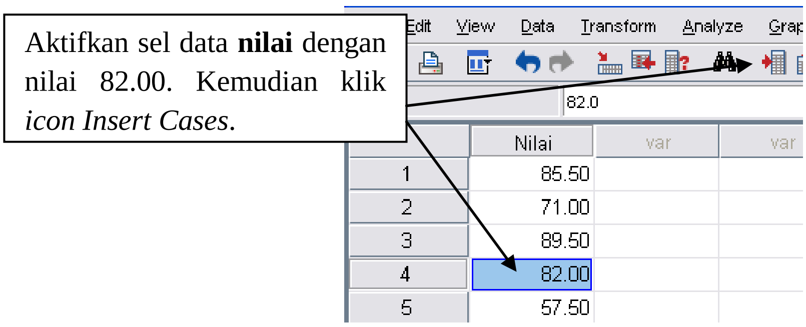
Fasilitas *Insert Cases* pada SPSS digunakan untuk menyisipkan data di antara baris. Pada Gambar 2.31 diberikan ilustrasi mengenai penyisipan suatu data. Misalkan ingin disisipkan sebuah nilai 100 di antara nilai 89.50 dan 82.00. Aktifkan sel data **nilai** dengan nilai 82.00 (Gambar 2.32). Kemudian klik *icon Insert Cases* (Gambar 2.32).



Gambar 2.30

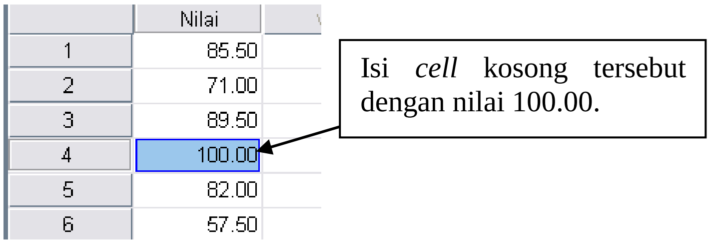


Gambar 2.31



Gambar 2.32

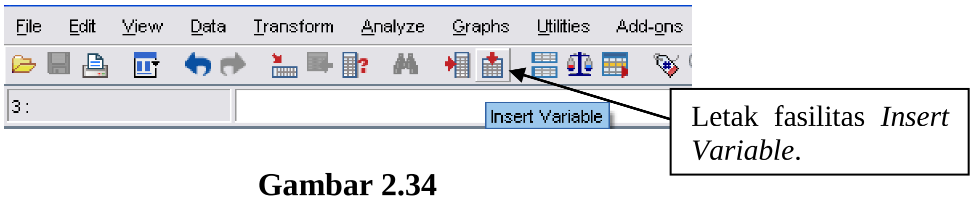
Isi *cell* kosong tersebut dengan nilai 100.00 (Gambar 2.33).



Gambar 2.33

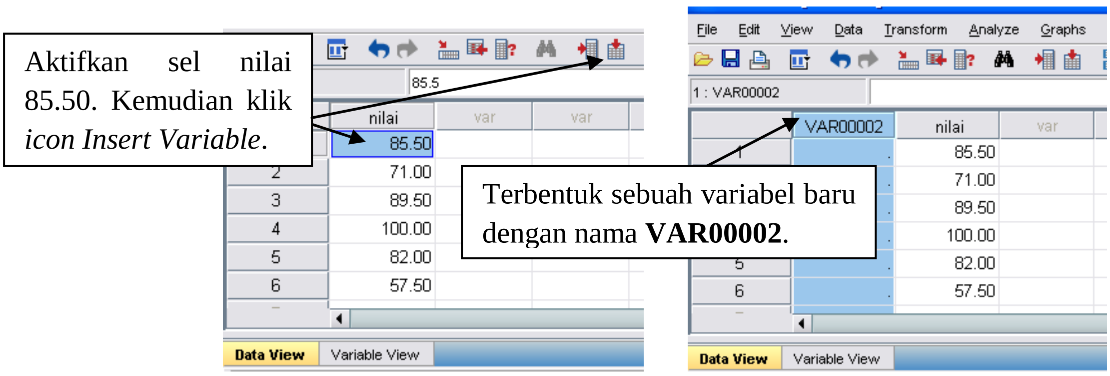
Menyisipkan Variabel (Insert Variable)

Fasilitas *Insert Variable* dalam SPSS digunakan untuk menyisipkan variabel.



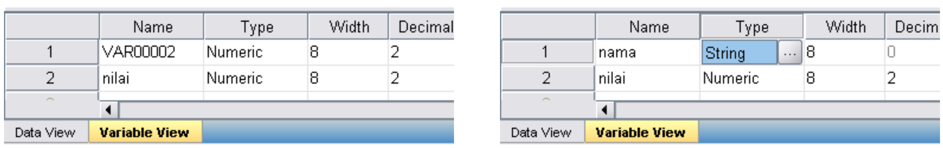
Gambar 2.34

Pada Gambar 2.35, misalkan ingin disisipkan variabel **nama** di sebelah kiri variabel **nilai**. Aktifkan sel nilai 85.50. Kemudian pilih/klik *icon Insert Variable*, maka akan terbentuk sebuah variabel baru dengan nama **VAR00002** (Gambar 2.36).



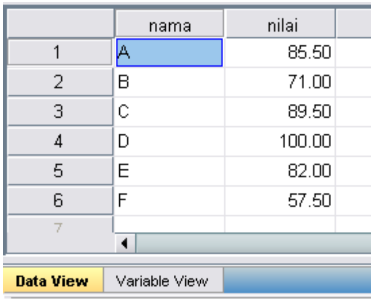
Gambar 2.35 **Gambar 2.36**

Selanjutnya aktifkan *Variable View* dan ubah nama **VAR00001** menjadi **nama**. Kemudian atur jenis data menjadi *String* (Gambar 2.37).



Gambar 2.37

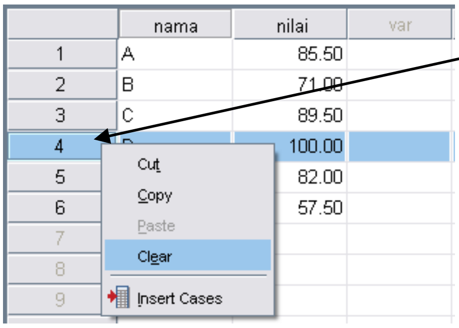
Aktifkan *Data View* dan isi data pada variabel **nama** seperti pada Gambar 2.38.

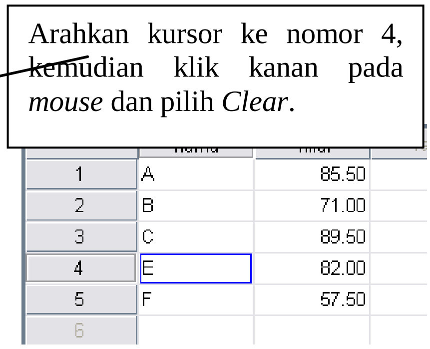


Gambar 2.38

Menghapus Data dan Variabel (Clear)

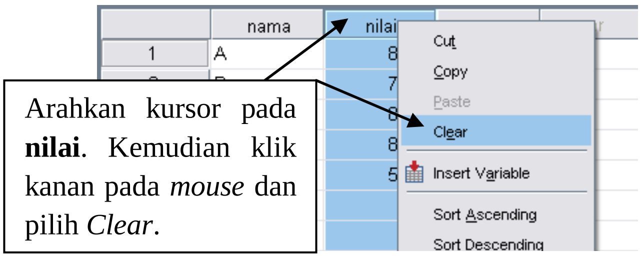
Fasilitas *Clear* dapat digunakan untuk menghapus data atau variabel. Pada Gambar 2.39, andaikan data pada baris 4, yakni nama: D dan nilai: 100.00 akan dihapus. Arahkan kursor ke nomor 4, kemudian klik kanan pada *mouse* dan pilih *Clear*. Hal ini berarti menghapus data pada baris keempat. Hasilnya terlihat pada Gambar 2.40.

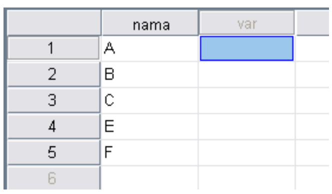




Gambar 2.39 **Gambar 2.40**

Andaikan ingin dihapus variabel **nilai**. Arahkan kursor pada **nilai**. Kemudian klik kanan pada *mouse* dan pilih *Clear* (Gambar 2.41). Hasilnya seperti pada Gambar 2.42.



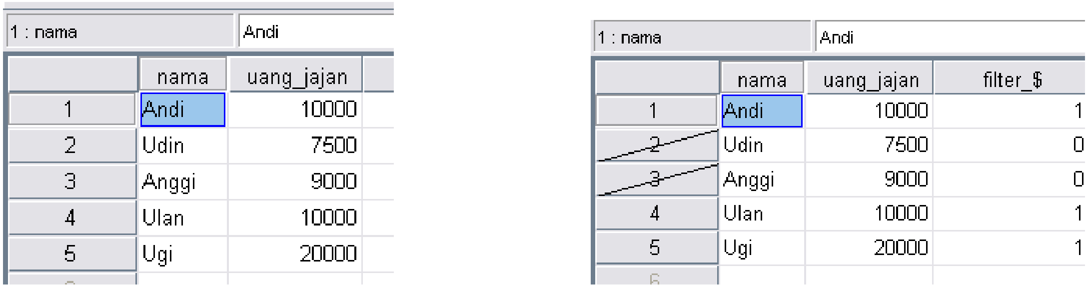


Gambar 2.41 **Gambar 2.42**

Select Cases

Metode *Select Cases* berfungsi untuk memilih data berdasarkan suatu syarat tertentu. Seperti pada Gambar 2.43, metode *Select Cases* digunakan untuk memilih data dengan syarat **uang_jajan** lebih besar atau sama dengan 10000. Jika suatu data tidak memenuhi suatu persyaratan, maka akan diberi garis silang dari kanan atas ke kiri bawah pada nomor data.

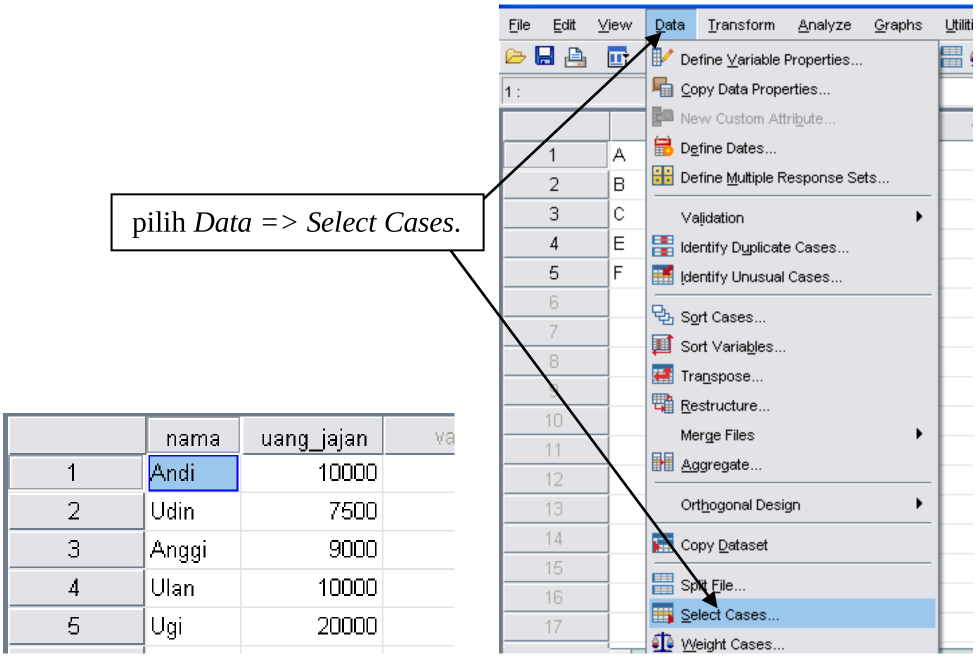
Selain itu, terbentuk variabel bernama **filter_$** dengan nilai data 0 dan 1. Nilai 0 untuk data yang tidak memenuhi persyaratan, sedangkan nilai 1 untuk data yang memenuhi persyaratan (Gambar 2.43).



sebelum penggunaan *Select Casess*　　**setelah penggunaan *Select Cases***

Gambar 2.43

Pada Gambar 2.43, data nomor 2 dan 3 disilang. Hal ini karena tidak memenuhi persyaratan, yakni **uang_jajan** tidak lebih besar atau sama dengan 10000. Sebagai contoh implementasi dari metode *Select Cases*, bangun data pada Gambar 2.44 dalam SPSS. Setelah data pada Gambar 2.44 dibangun dalam SPSS, kemudian pilih *Data* => *Select Cases* (Gambar 2.45), sehingga muncul kotak dialog *Select Cases* (Gambar 2.46).

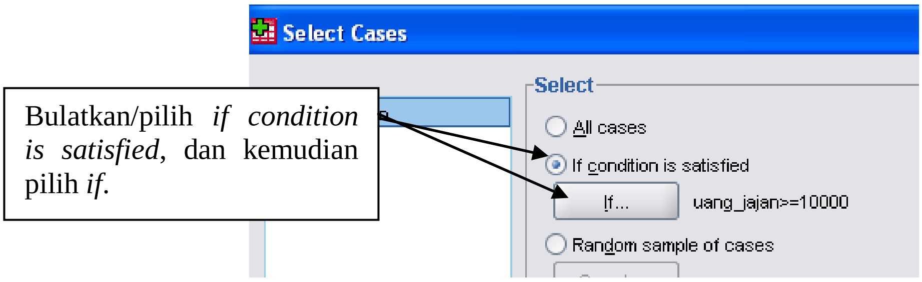


Gambar 2.44　　**Gambar 2.45**

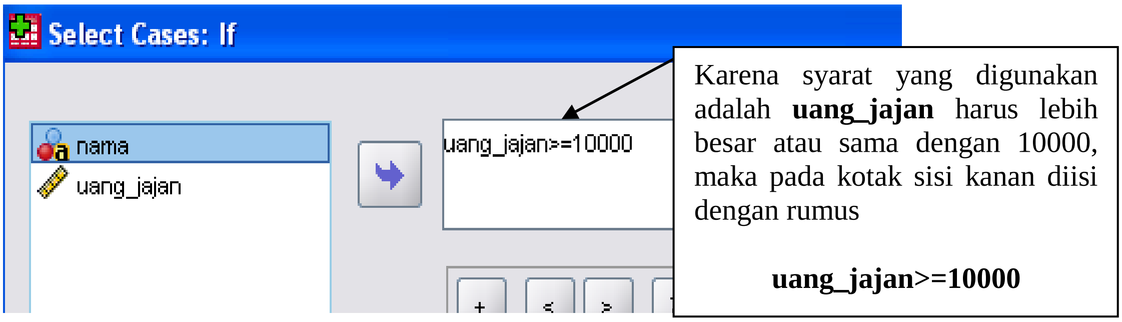
Pada kotak dialog *Select Cases*, pilih *If condition is satisfied* dan pilih *If*... (Gambar 2.46), sehingga muncul kotak dialog *Select Cases: If* (Gambar 2.47). Pada Gambar 2.47, karena syarat yang digunakan adalah **uang_jajan** harus lebih besar atau sama dengan 10000, maka pada kotak sisi kanan diisi dengan rumus

uang_jajan>=10000.

Setelah syarat dibuat seperti pada Gambar 2.47, kemudian pilih *Continue* dan OK. Hasilnya seperti pada Gambar 2.48.



Gambar 2.46



Gambar 2.47

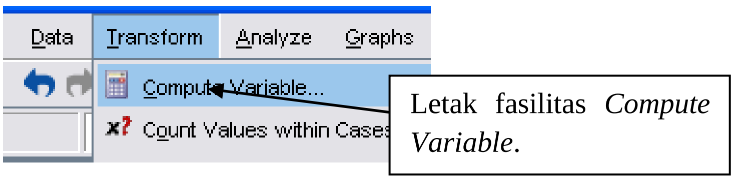
	nama	uang_jajan	filter_$
1	Andi	10000	1
~~2~~	Udin	7500	0
~~3~~	Anggi	9000	0
4	Ulan	10000	1
5	Ugi	20000	1

Gambar 2.48

Perhatikan bahwa pada Gambar 2.48, data pada nomor 2 dan 3 tidak memenuhi persyaratan. Hal ini karena **uang_jajan** pada data nomor 2 dan 3 tidak lebih besar atau sama dengan 10000.

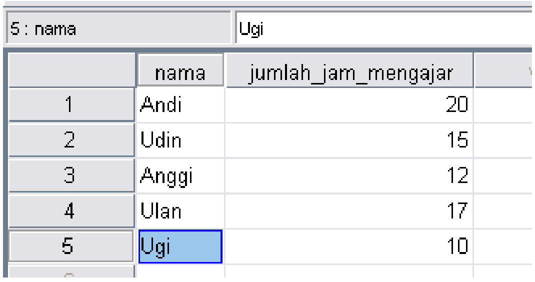
Compute Variable

Compute Variable dapat digunakan untuk membuat variabel baru berdasarkan suatu ekspresi atau rumus tertentu, serta dapat melibatkan variabel yang telah ada.



Gambar 2.49

Misalkan diberikan data seperti pada Gambar 2.50.



Gambar 2.50

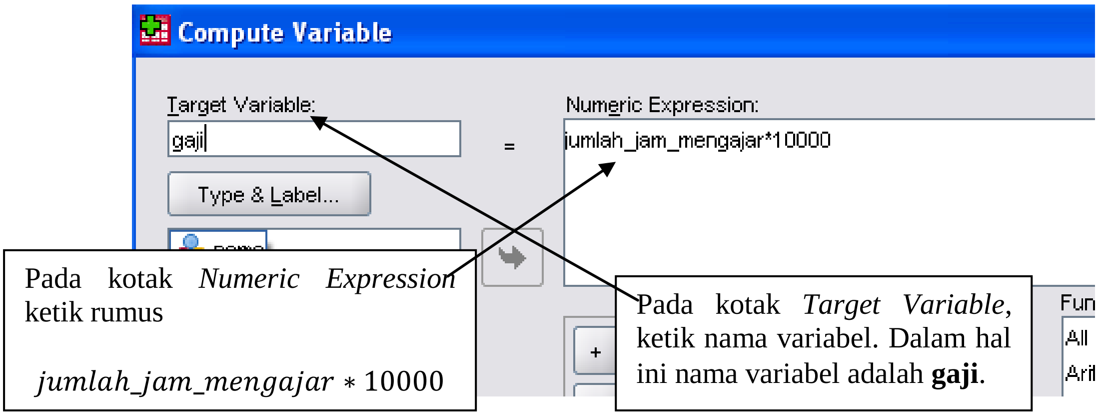
Berdasarkan data pada Gambar 2.50, Andi mempunyai jumlah jam mengajar sebanyak 20 jam dalam seminggu, Udin sebanyak 15 jam, dan seterusnya. Misalkan akan dibuat sebuah variabel bernama **gaji** dengan menggunakan fasilitas *Compute Variable*. Variabel **gaji** dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$gaji = jumlah\_jam\_mengajar \ast Rp.10000.$$

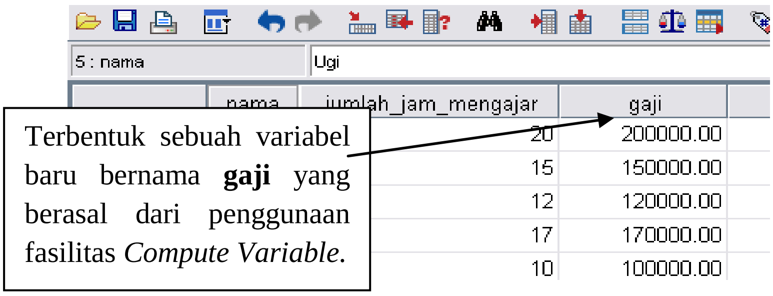
Bangun data pada Gambar 2.50 dalam SPSS. Kemudian pilih *Transform* => *Compute Variable*, sehingga muncul kotak dialog *Compute Variable* (Gambar 2.51). Pada kotak *Target Variable*, ketik nama variabel. Dalam hal ini nama variabel adalah **gaji**. Pada kotak *Numeric Expression* ketik rumus:

$$jumlah\_jam\_mengajar \ast 10000.$$

Selanjutnya pilih OK, sehingga hasilnya seperti pada Gambar 2.52. Perhatikan bahwa pada Gambar 2.52 telah terbentuk sebuah variabel baru bernama **gaji** yang berasal dari penggunaan fasilitas *Compute Variable*.



Gambar 2.51



Gambar 2.52

Compute Variable Bersyarat

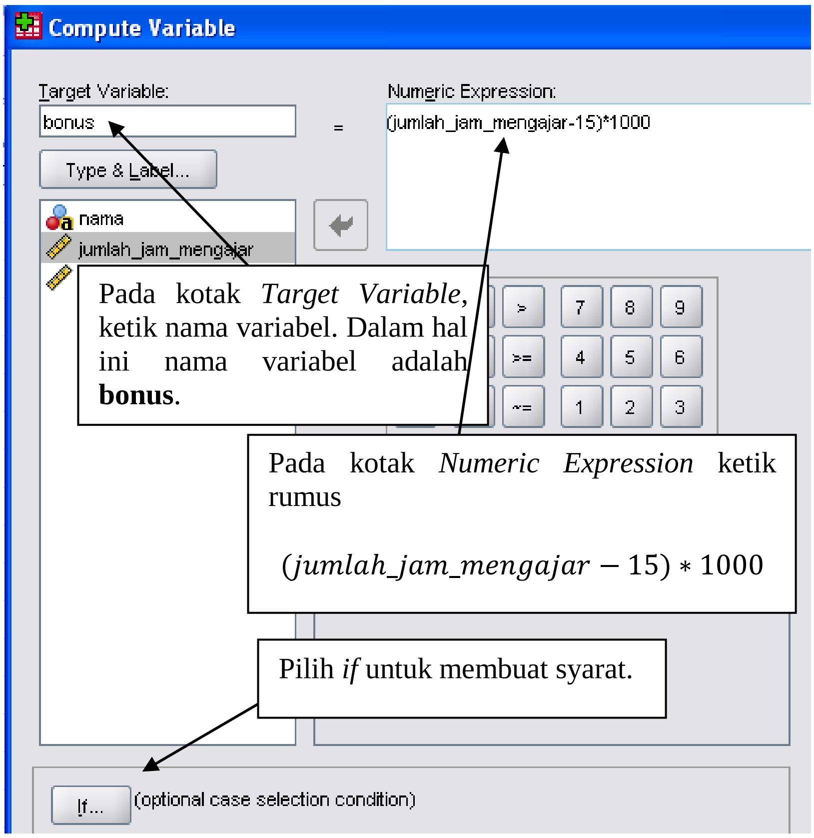
Compute Variable bersyarat tidak lain hanyalah suatu metode untuk membuat variabel baru berdasarkan suatu ekspresi atau rumus tertentu, serta dapat melibatkan variabel yang telah ada dan menggunakan syarat tertentu.

	nama	jumlah_jam_mengajar	gaji
1	Andi	20	200000.00
2	Udin	15	150000.00
3	Anggi	12	120000.00
4	Ulan	17	170000.00
5	Ugi	10	100000.00

Gambar 2.53

Berdasarkan data pada Gambar 2.53, misalkan akan dibuat variabel bernama **bonus** dengan *Compute Variable* bersyarat. Varibel **bonus** dihitung dengan syarat dan rumus sebagai berikut.

- ⇨ Jumlah jam mengajar harus lebih dari 15 jam.
  - Jika jumlah jam mengajar lebih dari 15 jam, maka **bonus** yang akan diterima sebesar $bonus = (jmlh\_jam\_mengajar - 15) * 1000$.

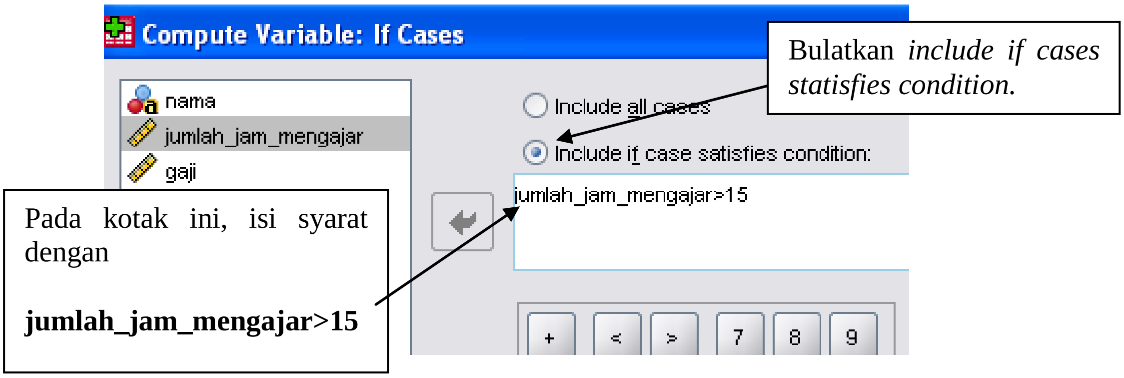


Gambar 2.54

Sebagai contoh implementasi dari *Compute Variable* bersyarat, bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 2.53. Selanjutnya pilih *Transform => Compute Variable*, sehingga muncul kotak dialog *Compute Variable* (Gambar 2.54). Pada kotak *Target Variable* ketik nama variabel. Dalam hal ini nama variabel adalah **bonus**. Pada kotak *Numeric Expression* ketik rumus

$$(jumlah\_jam\_mengajar - 15) * 1000.$$

Selanjutnya pilih *if* untuk membuat syarat. Setelah memilih *if*, maka akan muncul kotak dialog *Compute Variable: if Cases* (Gambar 2.55). Pada Gambar 2.55, pilih atau bulatkan *Include if cases satisfies condition:*, serta isi syarat dengan **jumlah_jam_mengajar>15**. Kemudian pilih *Continue* dan OK, sehingga hasilnya tersaji pada Gambar 2.56.



Gambar 2.55

	nama	jumlah_jam_mengajar	gaji	bonus
1	Andi	20	200000.00	5000.00
2	Udin	15	150000.00	.
3	Anggi	12	120000.00	.
4	Ulan	17	170000.00	2000.00
5	Ugi	10	100000.00	.
6				

Gambar 2.56

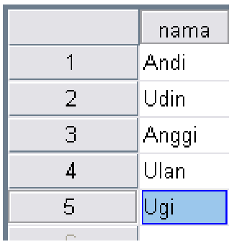
Perhatikan bahwa pada Gambar 2.56 hanya Andi dan Ulan yang mendapatkan bonus. Hal ini karena jumlah jam mengajar mereka memenuhi syarat, yakni lebih besar dari 15.

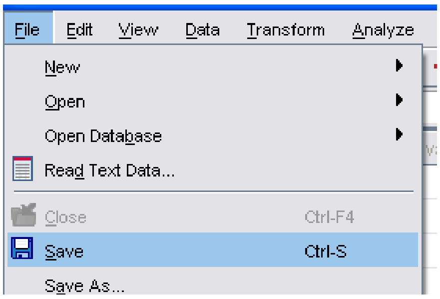
Menyimpan dan Membuka Data

Misalkan data pada Gambar 2.57 akan disimpan. Pilih *File* => *Save* (Gambar 2.58), sehingga muncul kotak dialog *Save Data As* (Gambar 2.59). Pada *File name*, tentukan nama *file* yang akan disimpan. Dalam Gambar 2.59, nama *file*-nya adalah **data simpan**. Setelah menentukan nama *file*, pilih *Save*.

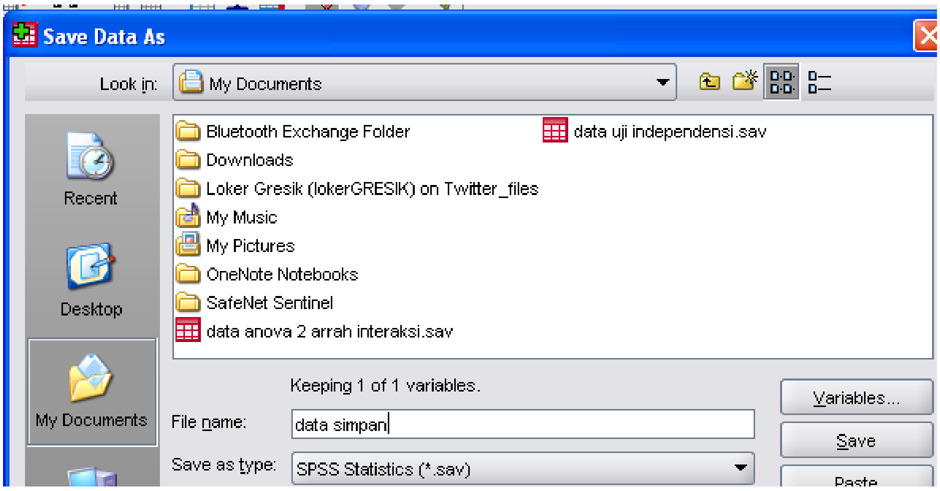
Untuk membuka *file* yang telah disimpan, dalam hal ini *file* yang bernama **data simpan**, pilih *File* => *Open* => *Data* (Gambar 2.60), sehingga muncul kotak dialog *Open Data* (Gambar 2.61).

Selanjutnya pilih *file* yang akan dibuka. Dalam hal ini adalah *file* **data simpan.sav**. Kemudian pilih *Open*.

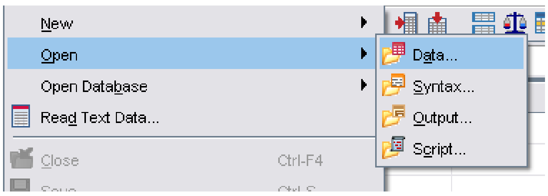




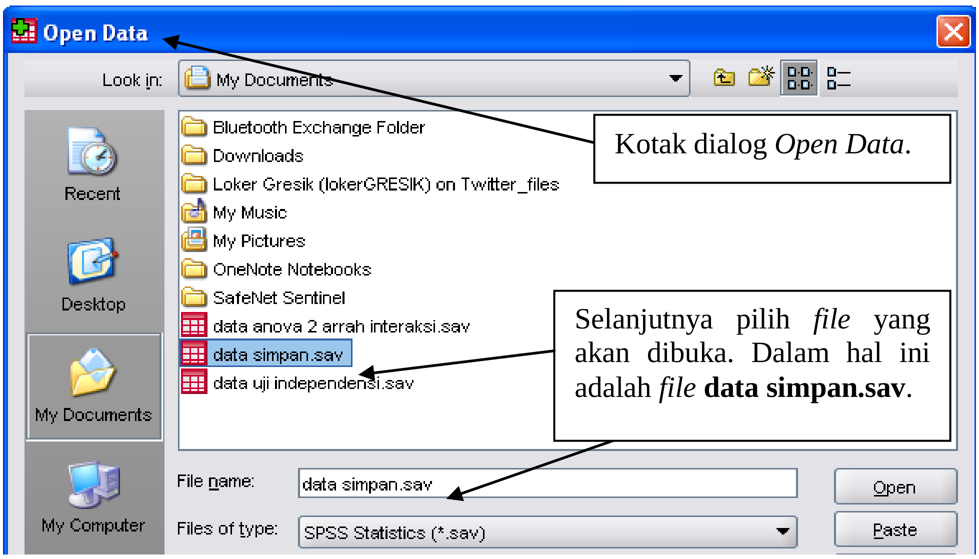
Gambar 2.57 **Gambar 2.58**



Gambar 2.59



Gambar 2.60



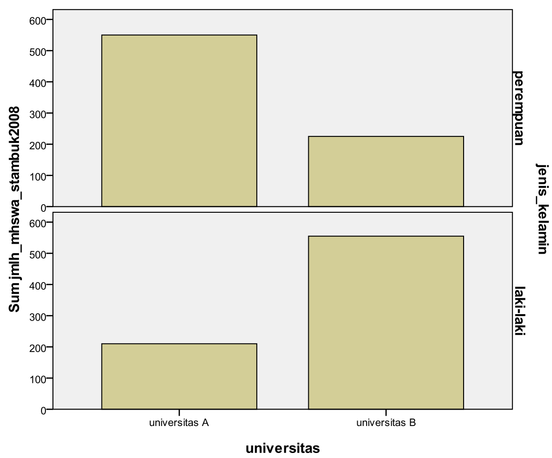
Gambar 2.61

BAB 3

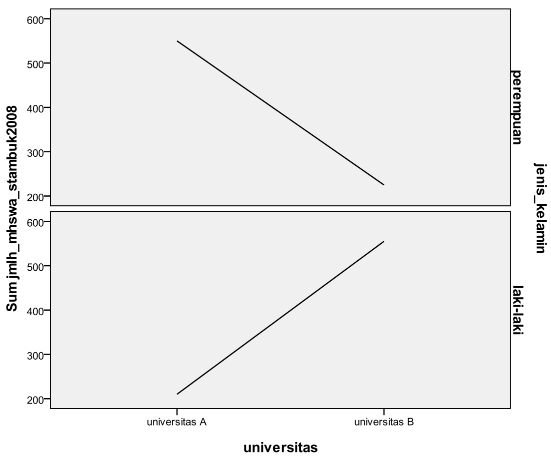
MENYAJIKAN DATA MENGGUNAKAN GRAFIK DAN TABEL

Jenis Peringkasan Data dalam SPSS

Dalam SPSS, suatu data dapat disajikan dengan menggunakan grafik batang (*bar chart*) atau grafik garis. Penyajian data dalam bentuk grafik bertujuan agar mendapatkan gambaran yang lebih jelas mengenai informasi dari suatu data. Berikut merupakan contoh tampilan dari grafik batang (Gambar 3.1) dan grafik garis (Gambar 3.2) dalam SPSS.

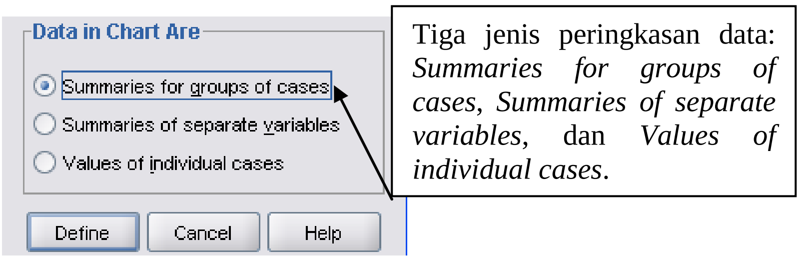


Gambar 3.1



Gambar 3.2

Dalam SPSS, peringkasan (*summaries*) suatu data dalam grafik (grafik batang dan grafik garis) dikelompokkan atas tiga jenis, yakni *Summaries for groups of cases*, *Summaries of separate variables*, dan *Values of individual cases*.



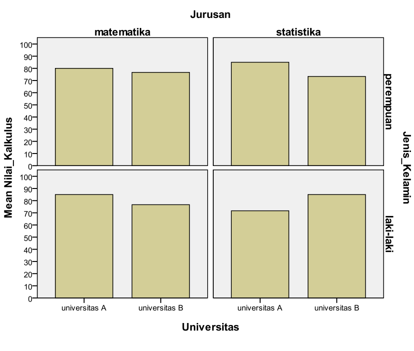
Gambar 3.3

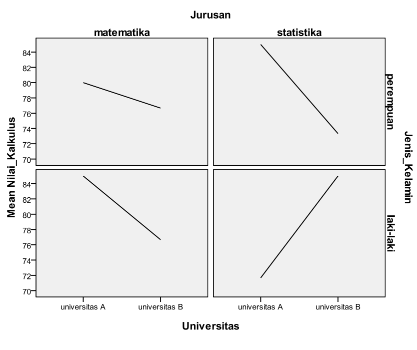
Untuk melihat perbedaan dari ketiga jenis peringkasan data tersebut, perhatikan Gambar 3.4 sampai Gambar 3.9. Gambar 3.4 sampai Gambar 3.9 menyajikan grafik batang dan grafik garis dari ketiga jenis peringkasan data berdasarkan data pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1

	universitas	Jurusan	jenis_kelamin	nilai_kalkulus	nilai_statistika_dasar
1	universitas A	Matematika	laki laki	100	10
2	universitas A	Matematika	Perempuan	90	65
3	universitas A	Matematika	laki laki	65	75
4	universitas A	Matematika	Perempuan	80	60
5	universitas A	Matematika	laki laki	70	70
6	universitas A	Matematika	Perempuan	90	65
7	universitas A	Statistika	laki laki	70	75
8	universitas A	Statistika	Perempuan	85	60
9	universitas A	Statistika	laki laki	60	70
10	universitas A	Statistika	Perempuan	80	65
11	universitas A	Statistika	laki laki	75	75
12	universitas A	Statistika	Perempuan	100	60
13	universitas B	Matematika	laki laki	90	80
14	universitas B	Matematika	Perempuan	60	70
15	universitas B	Matematika	laki laki	80	90
16	universitas B	Matematika	Perempuan	70	70
17	universitas B	Matematika	laki laki	95	80
18	universitas B	Matematika	Perempuan	65	70
19	universitas B	Statistika	laki laki	100	90
20	universitas B	Statistika	Perempuan	75	70
21	universitas B	Statistika	laki laki	80	80
22	universitas B	Statistika	Perempuan	70	70
23	universitas B	Statistika	laki laki	80	90
24	universitas B	Statistika	Perempuan	30	70

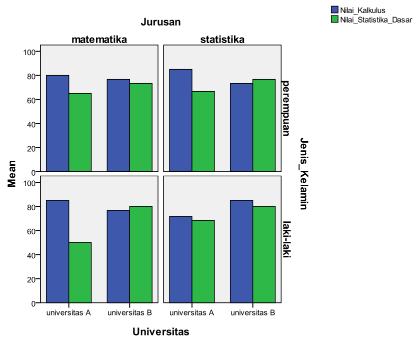
Gambar 3.4 dan Gambar 3.5 merupakan tampilan grafik berdasarkan jenis peringkasan *Summaries for groups of cases* berdasarkan data pada Tabel 3.1.

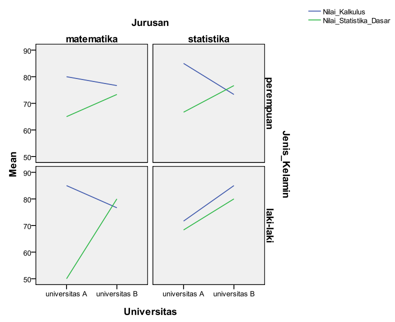




Gambar 3.4 **Gambar 3.5**

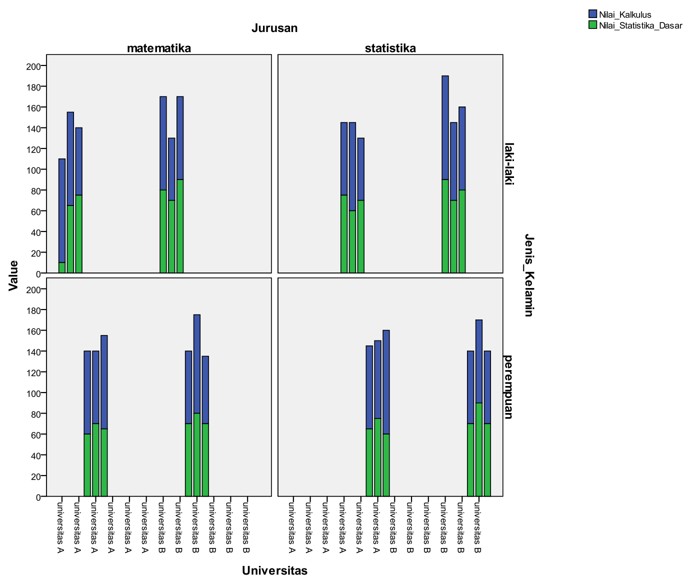
Gambar 3.6 dan Gambar 3.7 merupakan tampilan grafik berdasarkan jenis peringkasan *Summaries of separate variables* berdasarkan data pada Tabel 3.1.



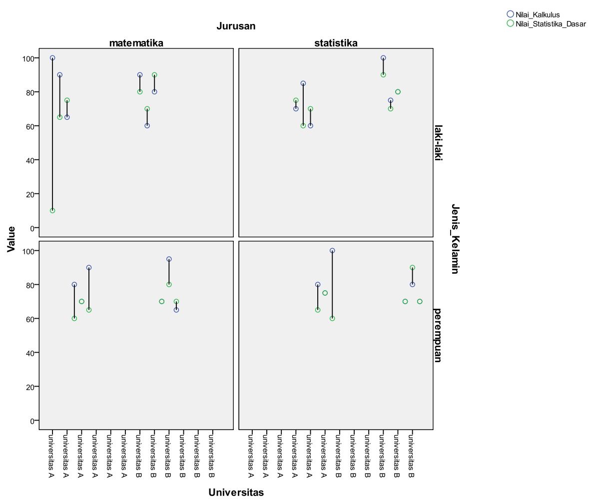


Gambar 3.6 **Gambar 3.7**

Gambar 3.8 dan Gambar 3.9 merupakan tampilan grafik berdasarkan jenis peringkasan *Values of individual cases* berdasarkan data pada Tabel 3.1.



Gambar 3.8

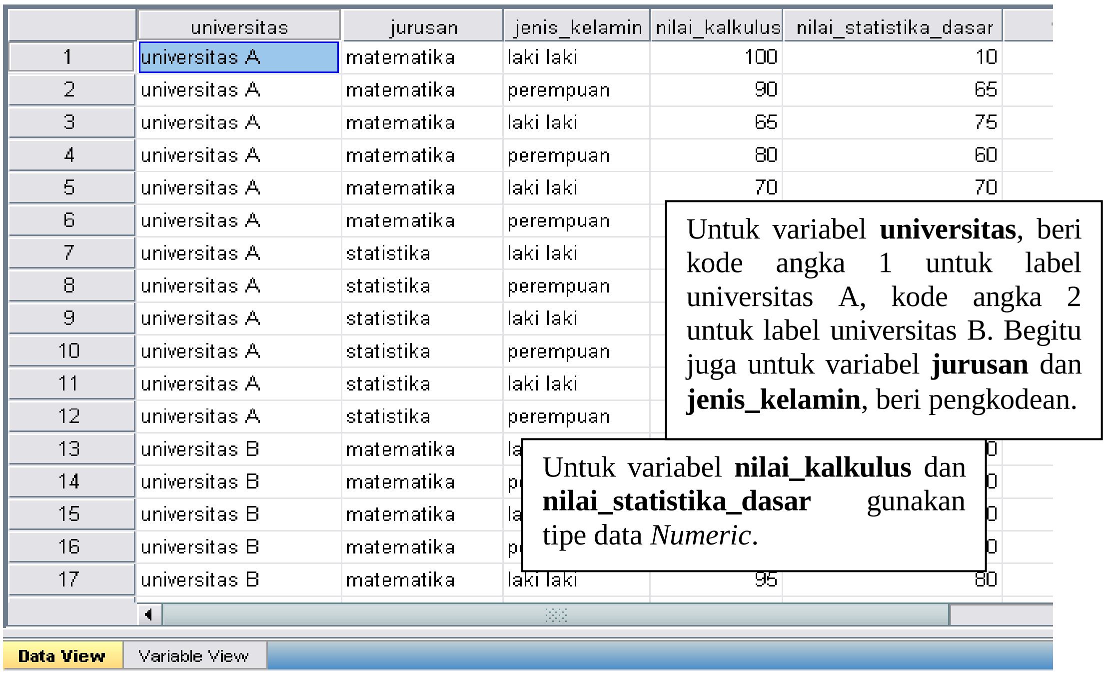


Gambar 3.9

Summaries for Groups of Cases

Peringkasan data berdasarkan *Summaries for groups of cases* merupakan suatu jenis peringkasan data yang meringkas data hanya menggunakan/melibatkan satu variabel. Berikut diberikan ilustrasi penggunaan *Summaries for groups of cases*.

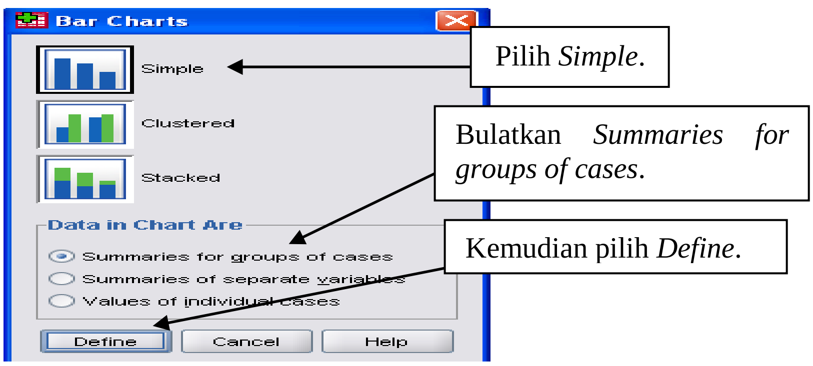
Bangun data pada Tabel 3.1 dalam SPSS (Gambar 3.10). Pada Gambar 3.10, jumlah data sebenarnya adalah 24, namun karena keterbatasan tampilan hanya tampak 17 data. Setelah data pada Tabel 3.1 dibangun dalam SPSS, pilih *Graphs* => *Legacy Dialogs* => *Bar* (Gambar 3.11), sehingga muncul kotak dialog *Bar Charts* (Gambar 3.12). Dalam hal ini, data akan disajikan dalam grafik batang terlebih dahulu.



	universitas	jurusan	jenis_kelamin	nilai_kalkulus	nilai_statistika_dasar
1	universitas A	matematika	laki laki	100	10
2	universitas A	matematika	perempuan	90	65
3	universitas A	matematika	laki laki	65	75
4	universitas A	matematika	perempuan	80	60
5	universitas A	matematika	laki laki	70	70
6	universitas A	matematika	perempuan		
7	universitas A	statistika	laki laki		
8	universitas A	statistika	perempuan		
9	universitas A	statistika	laki laki		
10	universitas A	statistika	perempuan		
11	universitas A	statistika	laki laki		
12	universitas A	statistika	perempuan		
13	universitas B	matematika	la		
14	universitas B	matematika	p		
15	universitas B	matematika	la		
16	universitas B	matematika	p		
17	universitas B	matematika	laki laki	95	80

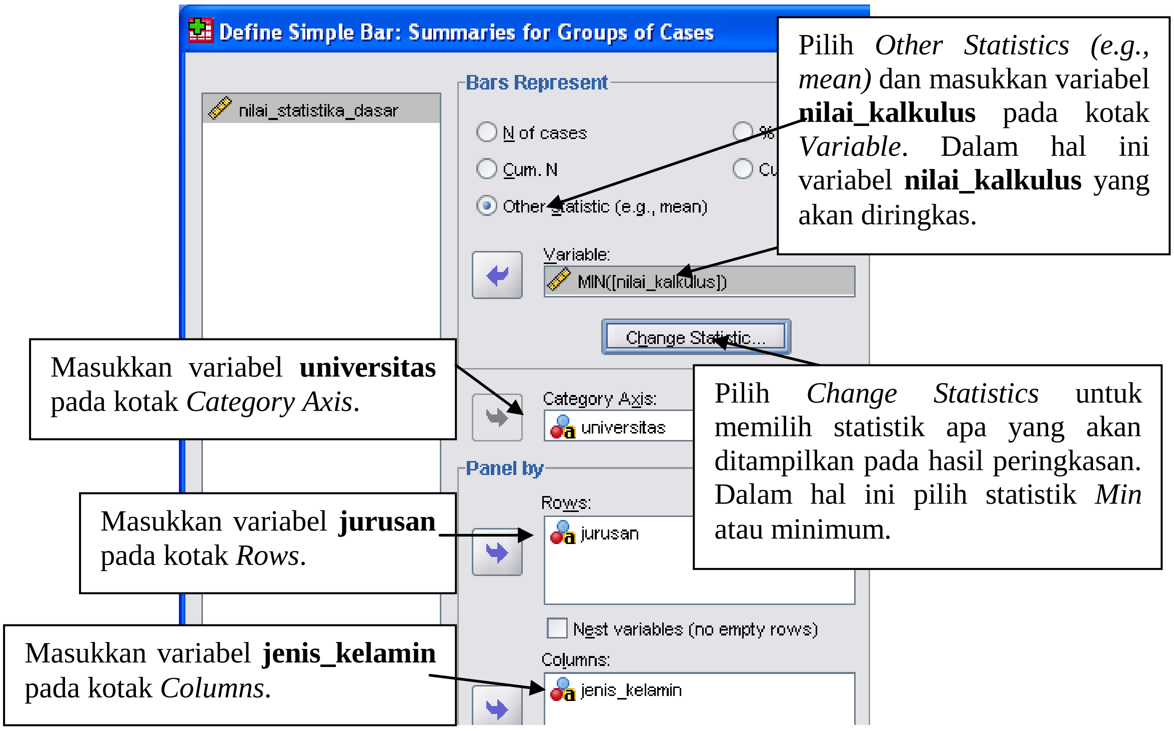
Gambar 3.10

Gambar 3.11



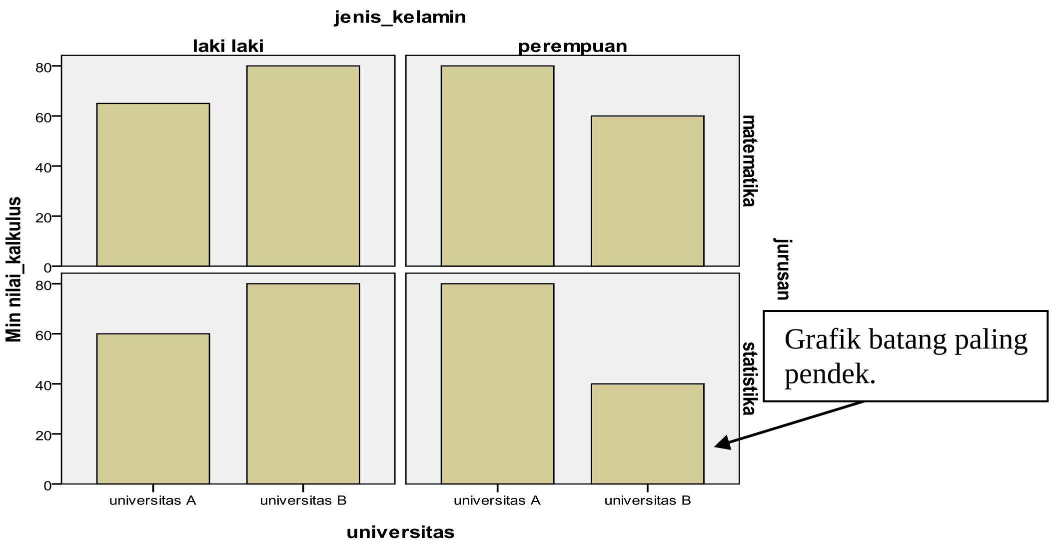
Gambar 3.12

Pada Gambar 3.12 atau kotak *Bar Charts*, pilih *Simple*, dan bulatkan/pilih *Summaries for groups of cases*. Kemudian pilih *Define*, sehingga muncul kotak dialog *Define Simple Bar: Summaries for Groups of Cases* (Gambar 3.13).



Gambar 3.13

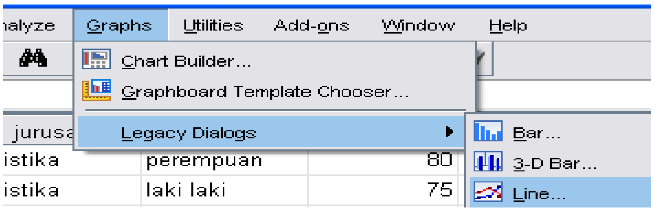
Pada Gambar 3.13, pilih *Other Statistics (e.g., mean)* dan masukkan variabel **nilai_kalkulus** pada kotak *Variable*. Dalam hal ini, variabel **nilai_kalkulus** yang akan diringkas. Pilih *Change Statistics* untuk memilih statistik yang akan ditampilkan pada hasil peringkasan. Dalam hal ini, pilih statistik *Min* atau minimum. Masukkan variabel **universitas** pada kotak *Category Axis*, variabel **jurusan** pada kotak *Rows*, dan variabel **jenis_kelamin** pada kotak *Column*. Kemudian pilih OK, sehingga hasilnya terlihat pada Gambar 3.14.



Gambar 3.14

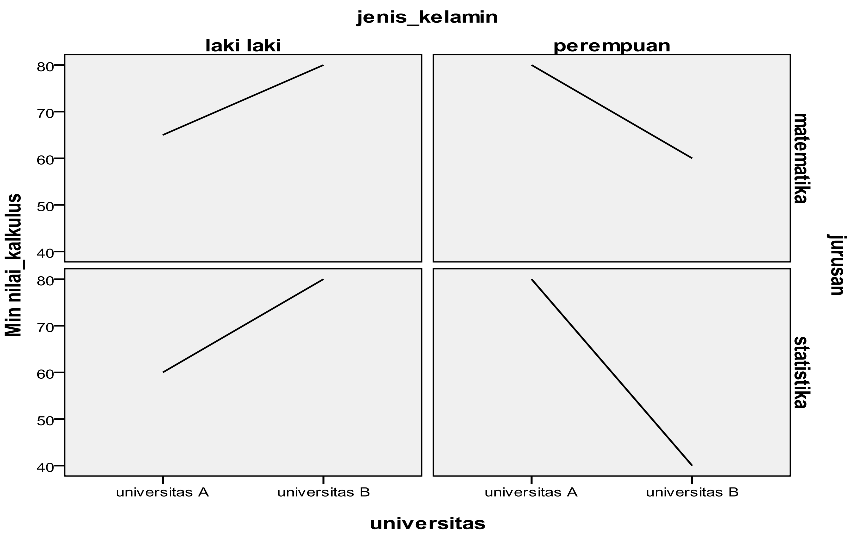
Berdasarkan grafik batang pada Gambar 3.14, dapat ditarik suatu informasi bahwa nilai ujian kalkulus paling rendah terletak pada Universitas B, Jurusan Statistika, dan berjenis kelamin perempuan, yakni dengan nilai 40. Perhatikan bahwa grafik batang tersebut paling pendek. Hal ini juga bisa dilihat pada data Tabel 3.1 dengan nomor 24, yakni Universitas B, Jurusan Statistika, dan jenis kelamin perempuan. Nilai ujian kalkulus tersebut adalah 40 dan nilai tersebut adalah nilai yang paling rendah (minimum).

Penyajian grafik sebelumnya disajikan dengan grafik batang. Untuk menyajikan data dengan grafik garis, pilih *Graphs => Legacy Dialogs => Line* (Gambar 3.15), sehingga muncul kotak dialog *Line Charts*. Pada kotak dialog *Line Charts*, pilih *Simple* dan bulatkan/pilih *Summaries for groups of cases*. Kemudian pilih *Define*, sehingga muncul kotak dialog *Define Simple Line: Summaries for Groups of Cases*. Pada kotak *Line Represents*, pilih *Other Statistics (e.g., mean)* dan masukkan variabel **nilai_kalkulus** pada kotak *Variable*. Dalam hal ini, variabel **nilai_kalkulus** yang akan diringkas. Pilih *Change Statistics* untuk memilih statistik yang akan ditampilkan pada hasil peringkasan. Dalam hal ini, pilih statistik *Min* atau minimum.



Gambar 3.15

Masukkan variabel **universitas** pada kotak *Category Axis*, variabel **jurusan** pada kotak *Rows*, dan variabel **jenis_kelamin** pada kotak *Column*. Kemudian pilih OK. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 3.16.

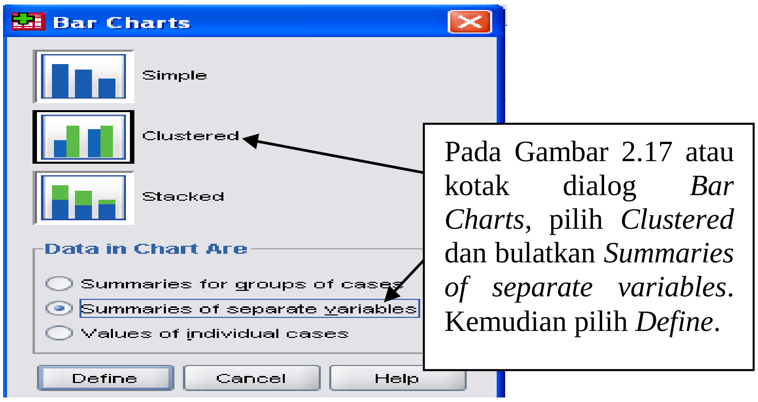


Gambar 3.16

Berdasarkan grafik garis pada Gambar 3.16, dapat ditarik suatu informasi bahwa nilai ujian kalkulus paling rendah terletak pada Universitas B, Jurusan Statistika dan berjenis kelamin perempuan, yakni dengan nilai 40.

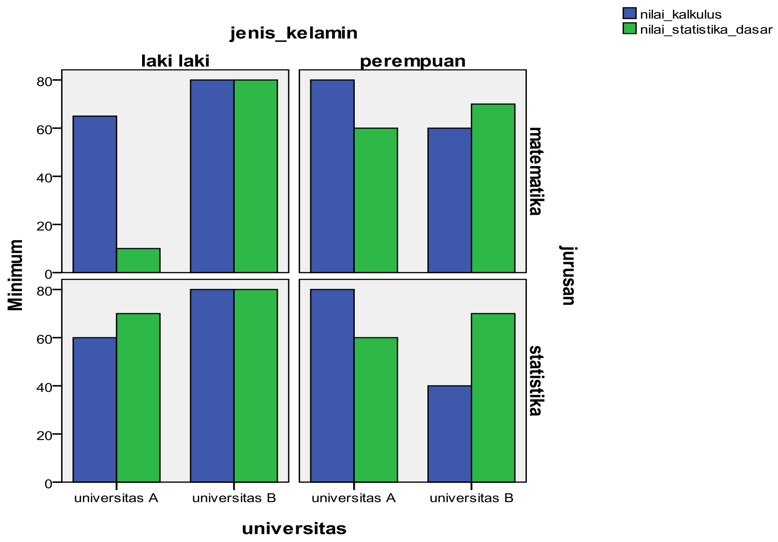
Summaries of Separate Variables

Berikut diberikan ilustrasi penggunaan peringkasan *Summaries of separate variables*. Bangun data pada Tabel 3.1 dalam SPSS. Kemudian pilih *Graphs => Legacy Dialogs => Bar*, sehingga muncul kotak dialog *Bar Charts* (Gambar 3.17). Pada kotak dialog *Bar Charts*, pilih *Clustered* dan bulatkan *Summaries of separate variables*. Selanjutnya pilih *Define*, sehingga muncul kotak dialog *Define Clustered Bar: Summaries of Separate Variables* (Gambar 3.18). Pada Gambar 3.18, masukkan variabel **nilai_kalkulus** dan **nilai_statistika_dasar**. Kemudian pilih *Change Statistics*. Pada kotak *Statistics*, pilih *Minimum Value*. Dalam hal ini, statistik yang ditampilkan adalah nilai minimum. Masukkan variabel **universitas** pada kotak *Category Axis*, variabel **jurusan** pada kotak *Rows*, dan variabel **jenis_kelamin** pada kotak *Columns*. Kemudian pilih OK. Hasilnya terlihat pada Gambar 3.19.



Gambar 3.17

Gambar 3.18

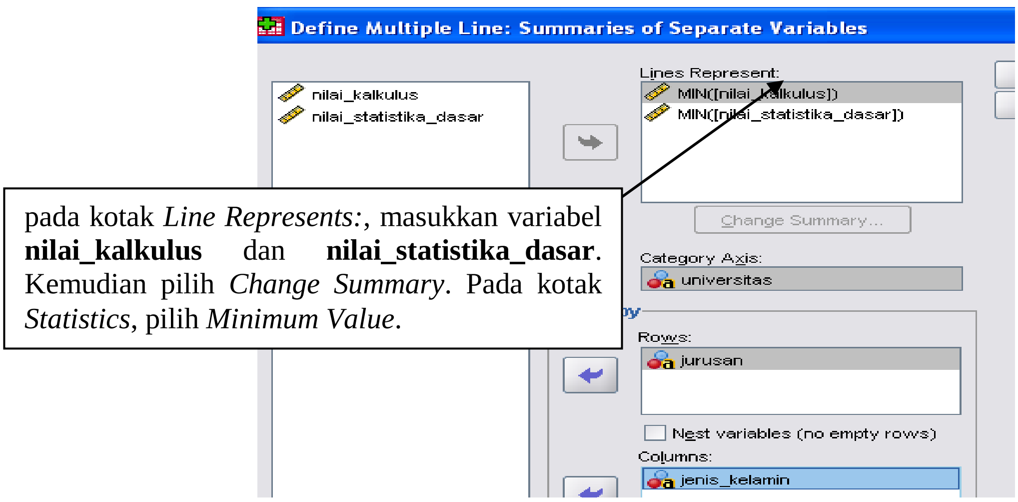


Gambar 3.19

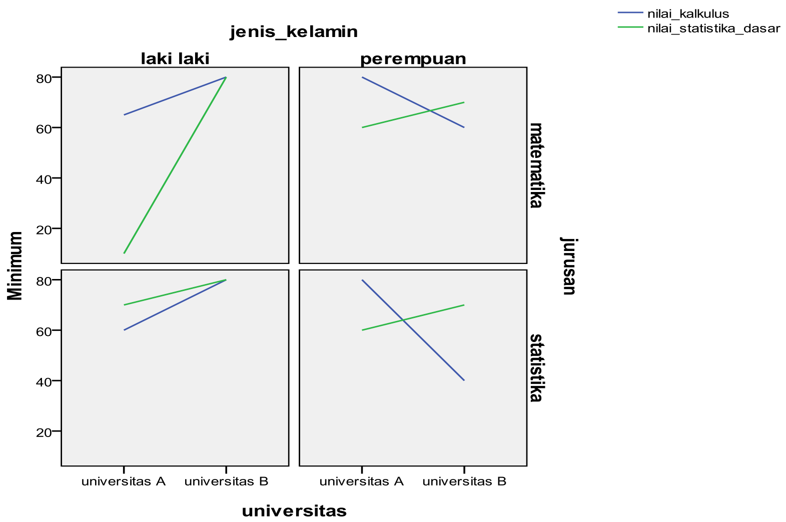
Berdasarkan Gambar 3.19, dapat ditarik suatu informasi bahwa pada Universitas A, Jurusan Matematika, dan jenis kelamin laki-laki memiliki nilai minimum 10 pada matakuliah statistika dasar, sedangkan untuk jenis kelamin perempuan memiliki nilai minimum 60.

Selain itu pada Universitas B, untuk Jurusan Matematika dan Statistika, berjenis kelamin laki-laki memperoleh nilai minimum 80 pada matakuliah kalkulus dan statistika dasar. Penyajian grafik sebelumnya disajikan dengan grafik batang. Untuk menyajikan data dengan grafik garis, pilih *Graphs* => *Legacy Dialogs* => *Line*, sehingga muncul kotak dialog *Line Charts*.

Pada kotak dialog *Line Charts*, pilih *Multiple*, bulatkan *Summaries of separate variables*, serta pilih *Define*, sehingga muncul kotak dialog *Define Multiple Line: Summaries of Separates Variables* (Gambar 3.20). Pada Gambar 3.20, yakni pada kotak *Line Represents*, masukkan variabel **nilai_kalkulus** dan **nilai_statistika_dasar**. Kemudian pilih *Change Summary*. Pada kotak *Statistics*, pilih *Minimum Value*. Dalam hal ini, statistik yang akan ditampilkan adalah nilai minimum. Pada kotak *Category Axis*, masukkan variabel **universitas**. Pada kotak *Rows*, masukkan variabel **jurusan**. Variabel **jenis_kelamin** dimasukkan pada kotak *Columns*. Kemudian pilih OK. Hasilnya terlihat pada Gambar 3.21.



Gambar 3.20

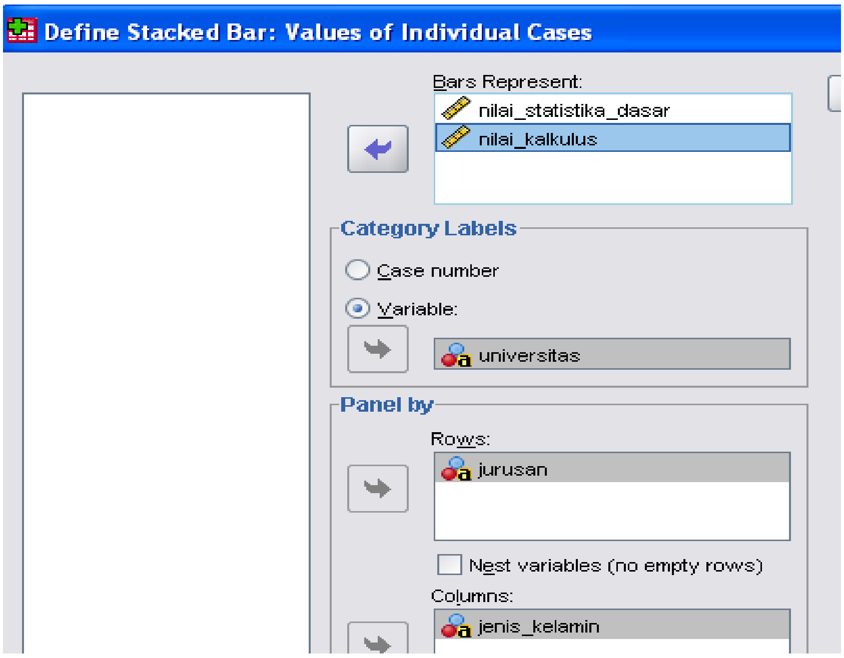


Gambar 3.21

Berdasarkan Gambar 3.21, dapat ditarik suatu informasi bahwa pada Universitas A, Jurusan Matematika, dan jenis kelamin laki-laki memperoleh nilai statistika dasar paling rendah, yakni 10. Selain itu, pada Universitas B, Jurusan Matematika dan Statistika, dan jenis kelamin laki-laki memperoleh nilai minimum 80 pada matakuliah kalkulus dan statistika dasar.

Values of Individual Cases

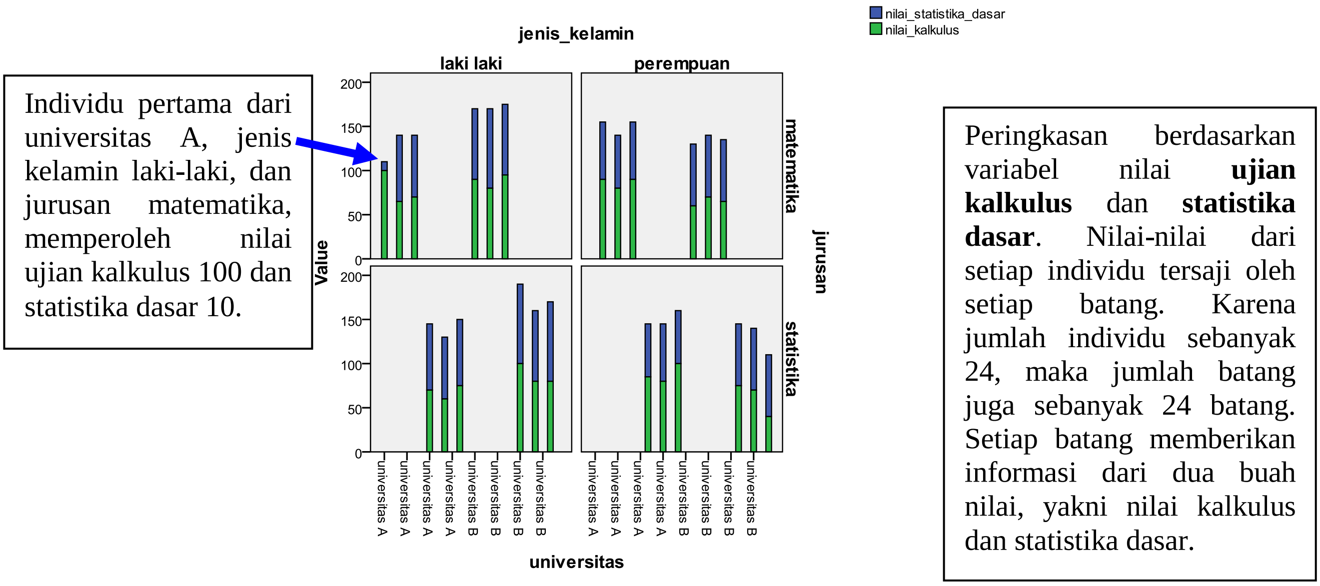
Berikut diberikan ilustrasi penggunaan peringkasan *Values of individual cases*. Bangun data pada Tabel 3.1 dalam SPSS. Kemudian pilih *Graphs => Legacy Dialogs => Bar*, sehingga muncul kotak dialog *Bar Charts*. Pada kotak dialog *Bar Charts*, pilih *Stacked* dan bulatkan *Values of individual cases*. Kemudian pilih *Define*, sehingga muncul kotak dialog *Define Stacked Bar: Values of Individual Cases* (Gambar 3.22).



Gambar 3.22

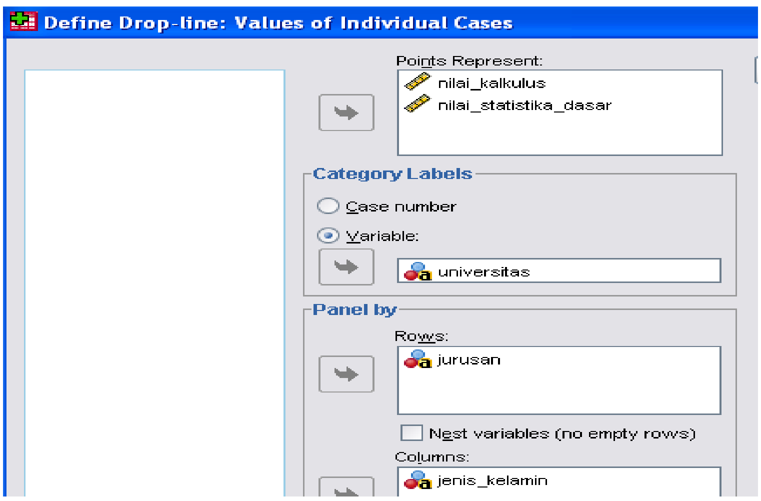
Pada Gambar 3.22, masukkan variabel **nilai_statistika_dasar** dan **nilai_kalkulus** pada kotak *Bars Represent*. Pada *Category Labels*, bulatkan *Variable* dan masukkan variabel **universitas**. Pada *Rows*, masukkan variabel **jurusan**. Pada *Columns*, masukkan variabel **jenis_kelamin**. Kemudian pilih OK. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 3.23.

Perhatikan bahwa peringkasan berdasarkan variabel nilai ujian kalkulus dan statistika dasar. Nilai-nilai dari setiap individu tersaji pada setiap batang. Karena jumlah individu sebanyak 24, maka jumlah batang juga sebanyak 24 batang. Setiap batang memberikan informasi dua buah nilai, yakni nilai ujian kalkulus dan statistika dasar. Individu pertama dari universitas A, jenis kelamin laki-laki, dan jurusan matematika memperoleh nilai ujian kalkulus 100 dan statistika dasar 10.



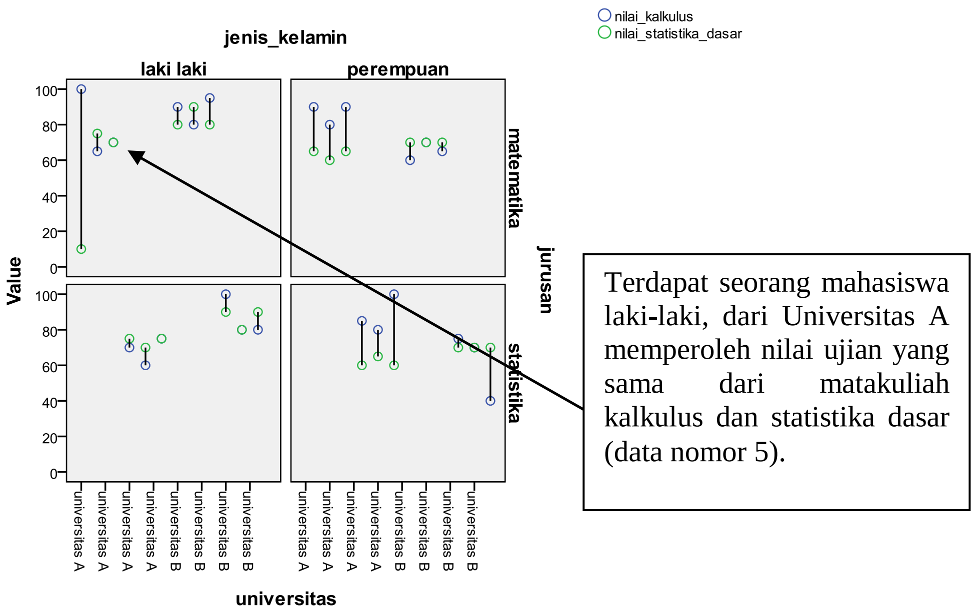
Gambar 3.23

Untuk menyajikan secara grafik garis, langkah-langkah yang dilakukan hampir sama seperti penyajian secara grafik batang. Pilih *Graphs => Legacy Dialogs => Line*, sehingga muncul kotak dialog *Line Charts*. Pada kotak dialog *Line Charts*, pilih *Drop-Line* dan bulatkan *Values of individual cases*. Kemudian pilih *Define*, sehingga muncul kotak dialog *Define Drop-Line: Values of Individual Cases* (Gambar 3.24).



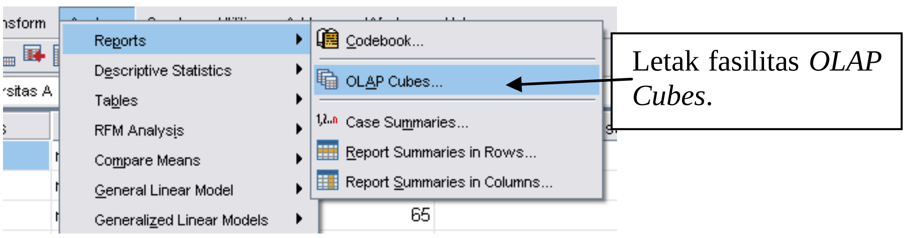
Gambar 3.24

Pada Gambar 3,24, masukkan variabel **nilai_kalkulus** dan **nilai_statistika_dasar** pada kotak *Points Represents*. Pada kotak *Category Labels*, bulatkan *Variable:* dan masukkan variabel **universitas**. Pada kotak *Rows*, masukkan variabel **jurusan**. Pada kotak *Columns*, masukkan variabel **jenis_kelamin**. Kemudian pilih OK. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 3.25.



Gambar 3.25

OLAP Cubes



Gambar 3.26

Pada pembahasan sebelumnya, telah dipelajari bagaimana cara menyajikan data dalam bentuk grafik, baik itu grafik batang maupun grafik garis. Suatu data juga dapat disajikan dalam bentuk tabel. *OLAP Cubes* merupakan fasilitas yang terdapat dalam SPSS untuk menyajikan data dalam bentuk tabel.

Tabel 3.2

OLAP Cubes

universitas:universitas B
jurusan:statistika
jenis_kelamin:laki laki

	Sum	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
nilai_kalkulus	260	86.67	11.547	80	100
nilai_statistika_dasar	260	86.67	5.774	80	90

Berbeda dengan penyajian data secara grafik yang hanya dapat menampilkan informasi dari satu ukuran statistik, pada *OLAP Cubes* dapat menyajikan lebih dari satu ukuran statistik, seperti *mean*, *median*, *modus*, *minimum*, dan sebagainya. Tabel 3.2 merupakan hasil dari penggunaan fasilitas *OLAP Cubes*. Perhatikan bahwa pada Tabel 3.2, penyajian infomasi lebih dari satu ukuran statistik, yakni *sum*, *mean*, *std. deviation*, *minimum* dan *maximum*. Berdasarkan Tabel 3.2, dapat ditarik suatu informasi bahwa pada Universitas B, Jurusan Statistika dan jenis kelamin laki-laki memperoleh nilai kalkulus minimum 80 dan maksimum 100.

Tabel 3.3

OLAP Cubes

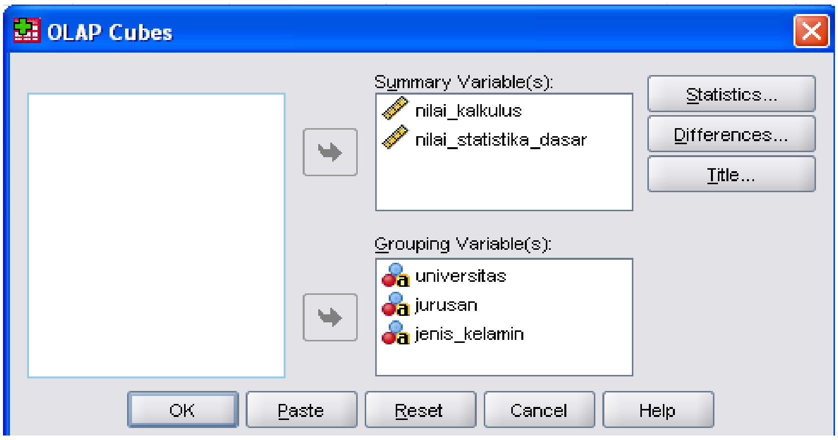
Klik dua kali secara cepat untuk mengubah informasi berdasarkan universtias, jurusan, dan jenis kelamin.

universitas:universitas A
jurusan:statistika
jenis_kelamin:laki laki

	Sum	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
nilai_kalkulus	205	68.33	7.638	60	75
nilai_statistika_dasar	220	73.33	2.887	70	75

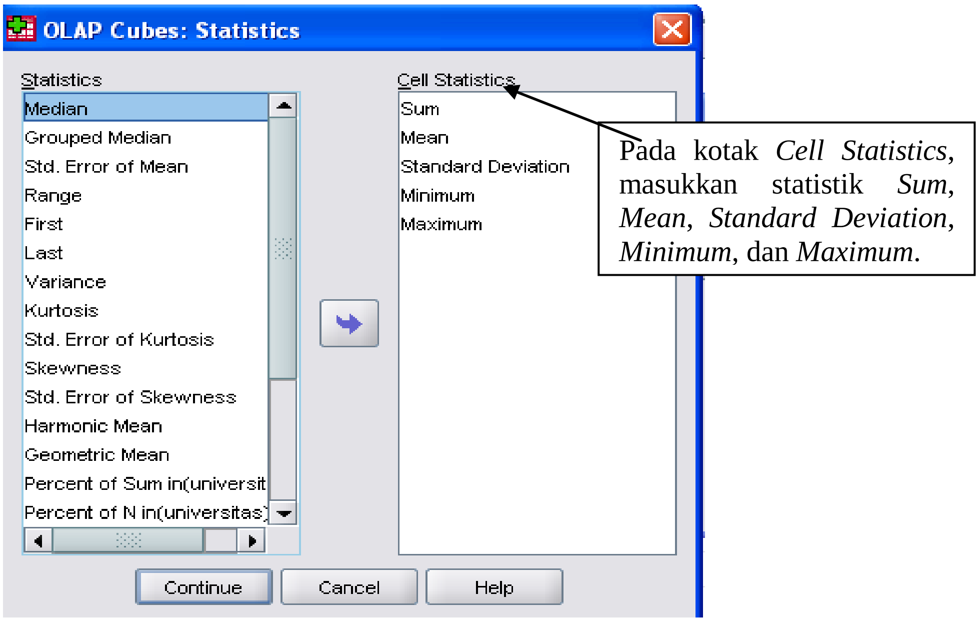
Berdasarkan Tabel 3.3, dapat ditarik suatu informasi bahwa pada Universitas A, Jurusan Statistika dan jenis kelamin laki-laki memperoleh nilai kalkulus minimum 60 dan maksimum 75.

Berikut akan diberikan ilustrasi penggunaan dari fasilitas *OLAP Cubes* dalam SPSS. Bangun data pada Tabel 3.1 dalam SPSS. Kemudian pilih *Analyze => Reports => OLAP Cubes* (Gambar 3.26), sehingga muncul kotak dialog *OLAP Cubes* (Gambar 3.27).



Gambar 3.27

Pada Gambar 3.27, masukkan variabel **nilai_kalkulus** dan **nilai_statistika_dasar** pada kotak *Summary Variable(s)*. Kemudian masukkan variabel **universitas**, **jurusan**, dan **jenis_kelamin** pada kotak *Grouping Variable(s)*. Selanjutnya pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak dialog *OLAP Cubes: Statistics* (Gambar 3.28). Pada Gambar 3.28, masukkan statistik *Sum*, *Mean*, *Standard Deviation*, *Minimum* dan *Maximum* pada kotak *Cell Statistics*,. Kemudian pilih *Continue* dan OK. Hasilnya tersaji pada Tabel 3.4.



Gambar 3.28

Tabel 3.4

OLAP Cubes

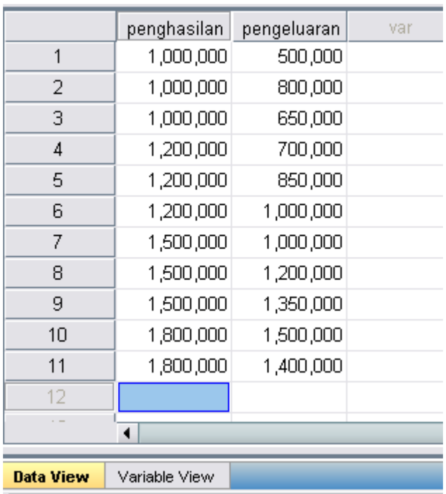
universitas:Total
jurusan:Total
jenis_kelamin:Total

Klik dua kali secara cepat untuk mengubah informasi berdasarkan universitas, jurusan, dan jenis kelamin.

	Sum	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
nilai_kalkulus	1860	77.50	15.880	30	100
nilai_statistika_dasar	1680	70.00	15.534	10	90

Scatter/Dot

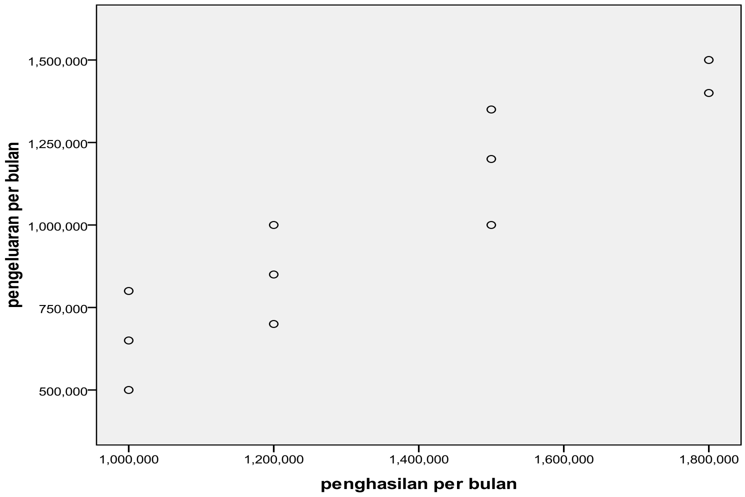
Misalkan diberikan data sebagai berikut (Gambar 3.29).



	penghasilan	pengeluaran	var
1	1,000,000	500,000	
2	1,000,000	800,000	
3	1,000,000	650,000	
4	1,200,000	700,000	
5	1,200,000	850,000	
6	1,200,000	1,000,000	
7	1,500,000	1,000,000	
8	1,500,000	1,200,000	
9	1,500,000	1,350,000	
10	1,800,000	1,500,000	
11	1,800,000	1,400,000	
12			

Gambar 3.29

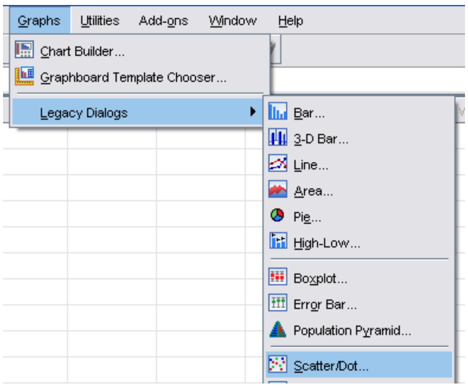
Data pada Gambar 3.29 menyajikan informasi mengenai penghasilan dan pengeluaran per-bulan dari 11 individu. Individu pertama memperoleh penghasilan per-bulan sebesar Rp. 1.000.000 dan pengeluaran per-bulan sebesar Rp. 500.000. Individu kelima memperoleh penghasilan per-bulan sebesar Rp. 1.200.000 dan pengeluaran per-bulan sebesar Rp. 850.000.



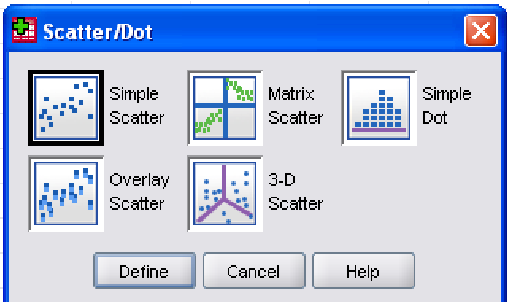
Gambar 3.30

Berdasarkan Gambar 3.30, sumbu horizontal menyatakan penghasilan per-bulan, sedangkan sumbu vertikal menyatakan pengeluaran per-bulan. Titik-titik pada Gambar 3.30 menyatakan penghasilan dan pengeluaran per-bulan. Berdasarkan Gambar 3.30 terlihat suatu pola bahwa semakin tinggi penghasilan per-bulan, maka pengeluaran per-bulan cenderung meningkat. Gambar 3.30 diperoleh dengan menggunakan fasilitas *Scatter/Dot* dalam SPSS.

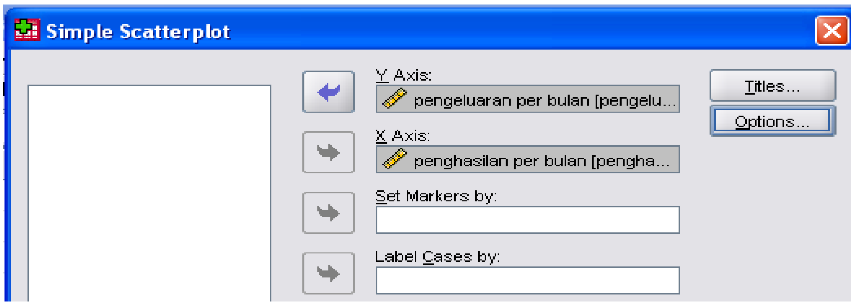
Berikut akan diberikan ilustrasi penggunaan dari fasilitas *Scatter/Dot* dalam SPSS. Bangun data pada Gambar 3.29 dalam SPSS. Kemudian pilih *Graphs* => *Scatter/Dot* (Gambar 3.31), sehingga muncul kotak dialog *Scatter/Dot* (Gambar 3.32). Pada Gambar 3.32, pilih *Simple Scatter* dan pilih *Define*, sehingga muncul kotak dialog *Simple Scatterplot* (Gambar 3.33). Pada Gambar 3.33, masukkan variabel **pengeluaran** pada *Y-Axis* dan masukkan **penghasilan** pada *X-Axis*. Kemudian pilih OK. Hasilnya tersaji pada Gambar 3.30.



Gambar 3.31



Gambar 3.32



Gambar 3.33

Interactive Histogram

Misalkan diberikan data sebagai berikut (Tabel 3.5).

Tabel 3.5

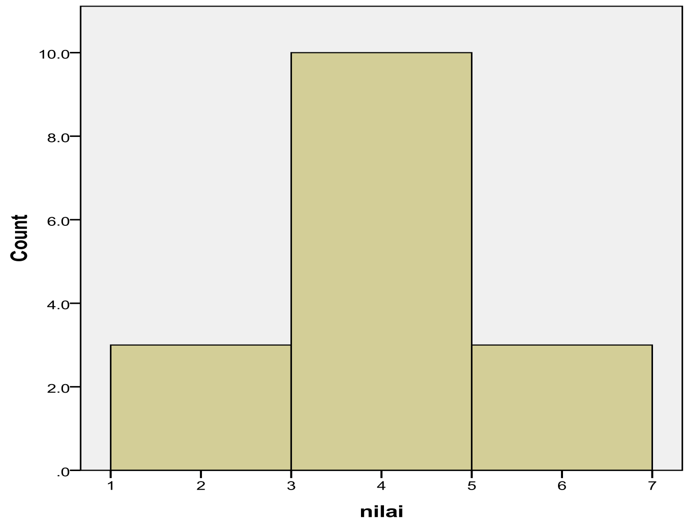
2	2	2	3	3	3	4	4
4	4	3	3	3	5	5	6

Berdasarkan data pada Tabel 3.5, disajikan tabel distribusi frekuensi sebagai berikut (Tabel 3.6).

Tabel 3.6

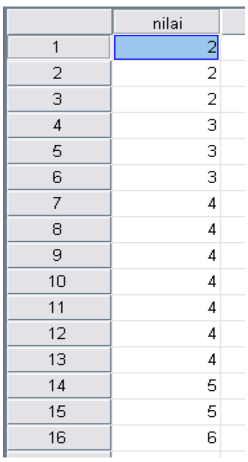
Interval	Frekuensi
$1 \leq X < 3$	3
$3 \leq X < 5$	10
$5 \leq X < 7$	3
Total	16

Andaikan akan dibuat histogram dalam SPSS berdasarkan tabel distribusi frekuensi pada Tabel 3.6 seperti pada Gambar 3.34. Berdasarkan histogram pada Gambar 3.34, diketahui frekuensi pada kelas interval $1 \leq X < 3$ adalah 3, frekuensi pada kelas interval $3 \leq X < 5$ adalah 10, dan frekuensi pada kelas interval $5 \leq X < 7$ adalah 3.

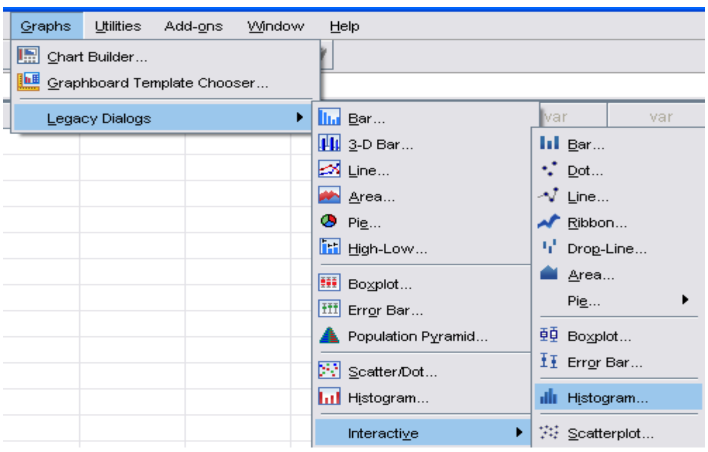


Gambar 3.34

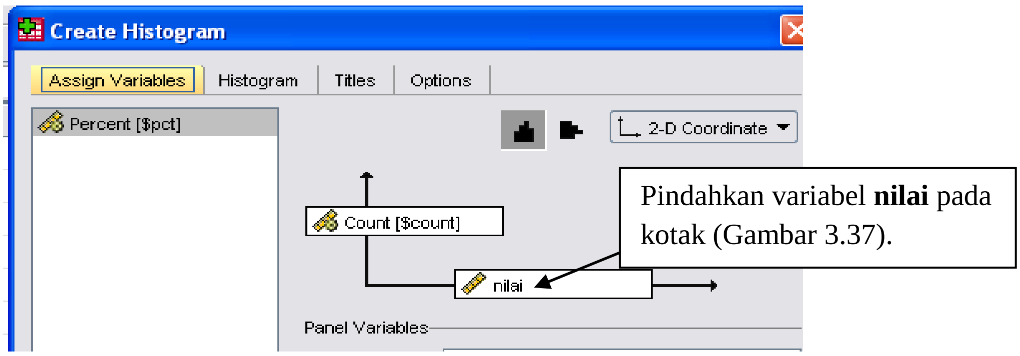
Berikut langkah-langkah untuk membuat histogram pada Gambar 3.34. Bangun data pada Tabel 3.5 dalam SPSS (Gambar 3.35). Selanjutnya pilih *Graphs* => *Legacy Dialogs* => *Interactive* => *Histogram* (Gambar 3.36), sehingga muncul kotak dialog *Create Histogram* (3.37). Selanjutnya pindahkan variabel **nilai** pada kotak (Gambar 3.37). Kemudian pilih *Histogram* (Gambar 3.38). Selanjutnya atur *Number of intervals* menjadi 3, *Width of intervals* menjadi 2, dan *First interval width* menjadi 1%. Kemudian pilih OK. *Output* histogram tersaji seperti pada Gambar 3.34.



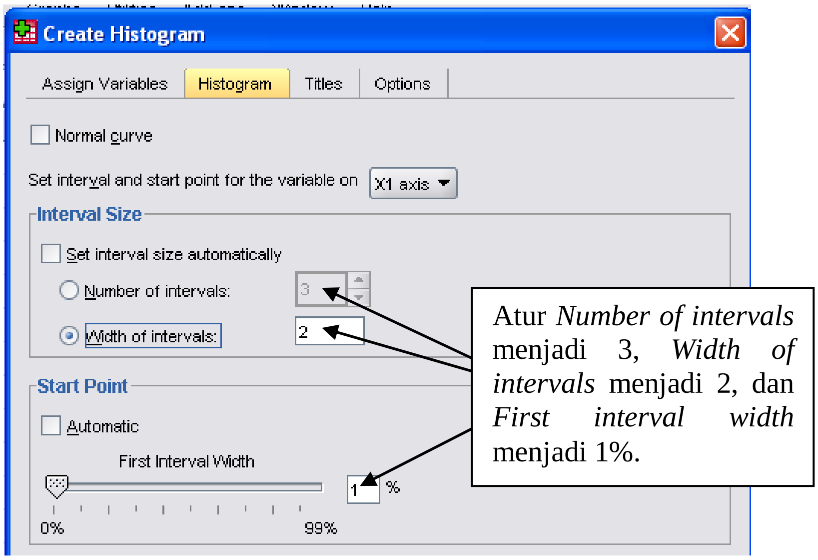
	nilai
1	2
2	2
3	2
4	3
5	3
6	3
7	4
8	4
9	4
10	4
11	4
12	4
13	4
14	5
15	5
16	6



Gambar 3.35 **Gambar 3.36**



Gambar 3.37



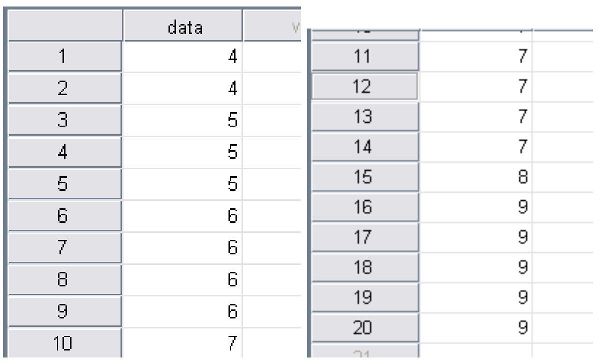
Gambar 3.38

Selanjutnya misalkan diberikan data sebagai berikut.

Tabel 3.7

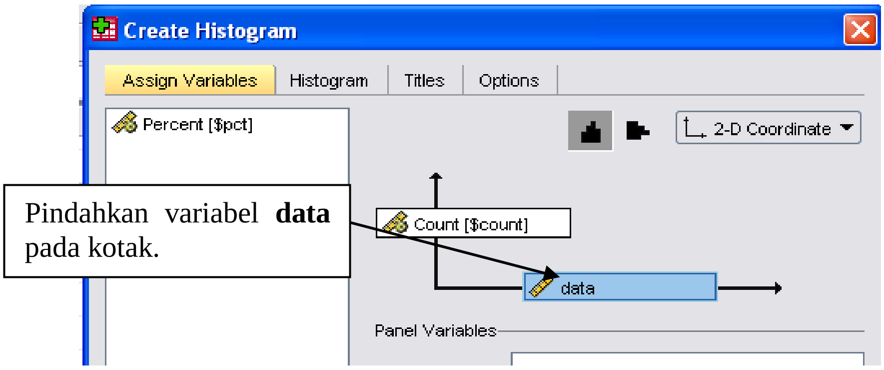
4	7	6	9
4	7	6	9
5	7	6	9
5	7	6	9
5	8	7	9

Berdasarkan data pada Tabel 3.7, berikut akan disajikan histogram dalam SPSS dengan interval $3 \leq X < 6$, $6 \leq X < 9$, dan $9 \leq X < 12$. Bangun data pada Tabel 3.7 dalam SPSS (Gambar 3.39). Selanjutnya pilih *Graphs* => *Legacy Dialogs* => *Interactive* => *Histogram*, sehingga muncul kotak dialog *Create Histogram* (3.40). Selanjutnya pindahkan variabel **data** pada kotak (Gambar 3.40). Kemudian pilih *Histogram* (Gambar 3.41). Selanjutnya atur *Number of intervals* menjadi 3, *Width of intervals* menjadi 3, dan *First interval width* menjadi 3%. Kemudian pilih OK. *Output* histogram tersaji seperti pada Gambar 3.42.

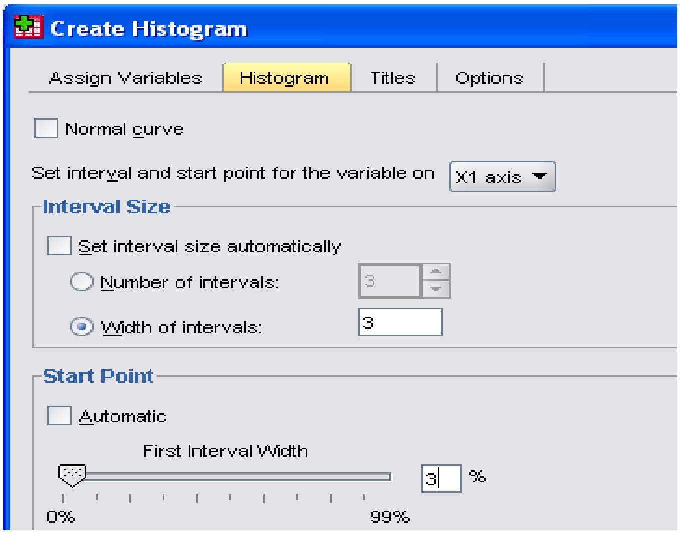


	data
1	4
2	4
3	5
4	5
5	5
6	6
7	6
8	6
9	6
10	7
11	7
12	7
13	7
14	7
15	8
16	9
17	9
18	9
19	9
20	9

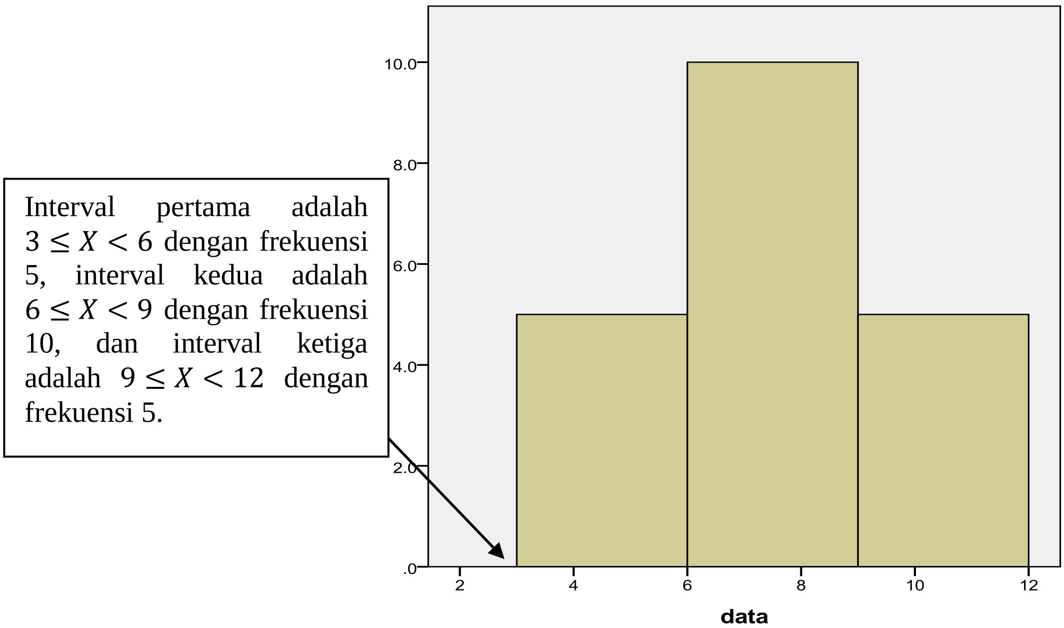
Gambar 3.39



Gambar 3.40



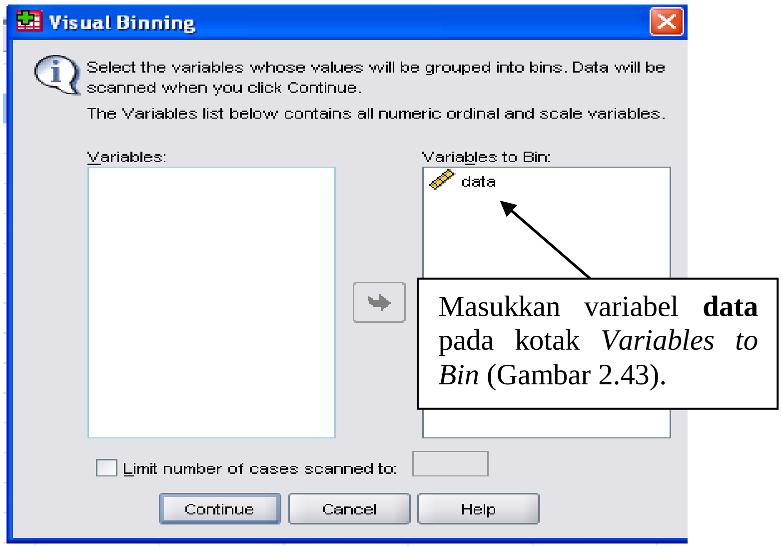
Gambar 3.41



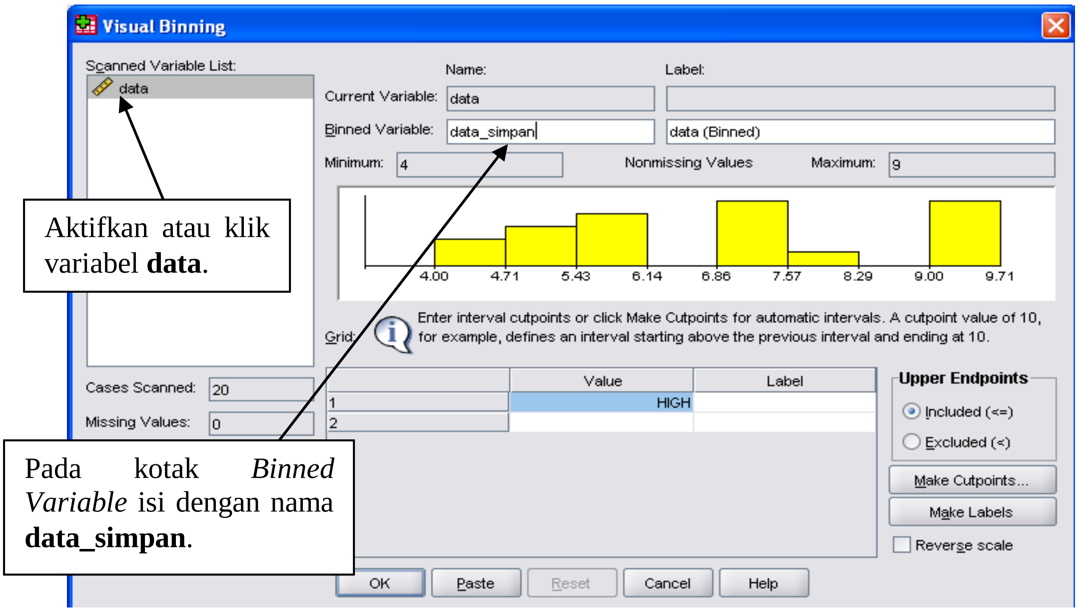
Gambar 3.42

Membuat Tabel Distribusi Frekuensi Berkelompok dengan Visual Binning

Berikut tahap-tahap untuk membuat tabel distribusi frekuensi berkelompok dalam SPSS berdasarkan data pada Tabel 3.7 dengan *Visual Binning*. Andaikan melibatkan tiga interval, dengan masing-masing interval ≤ 5, 6 – 8, dan 9 – 11. Bangun data pada Tabel 3.7 dalam SPSS (Gambar 3.39). Selanjutnya pilih *Transform* => *Visual Binning*, sehingga muncul kotak dialog *Visual Binning* (Gambar 3.43). Masukkan variabel **data** pada kotak *Variables to Bin* (Gambar 3.43), kemudian pilih *Continue*. Selanjutnya aktifkan atau klik variabel **data** (Gambar 3.44), sehingga pada kotak *Minimum* terisi 4 dan *Maximum* terisi 9. Pada kotak *Binned Variable* isi dengan nama **data_simpan** (Gambar 3.44). Pada kolom *Value* dan *Label*, atur seperti pada Gambar 3.45. Setelah dilakukan pengaturan seperti pada Gambar 3.45, kemudian pilih OK, sehingga muncul pemberitahuan seperti pada Gambar 3.46. Pada Gambar 3.46, pilih OK, sehingga terbentuk variabel **data_simpan** (Gambar 3.47).

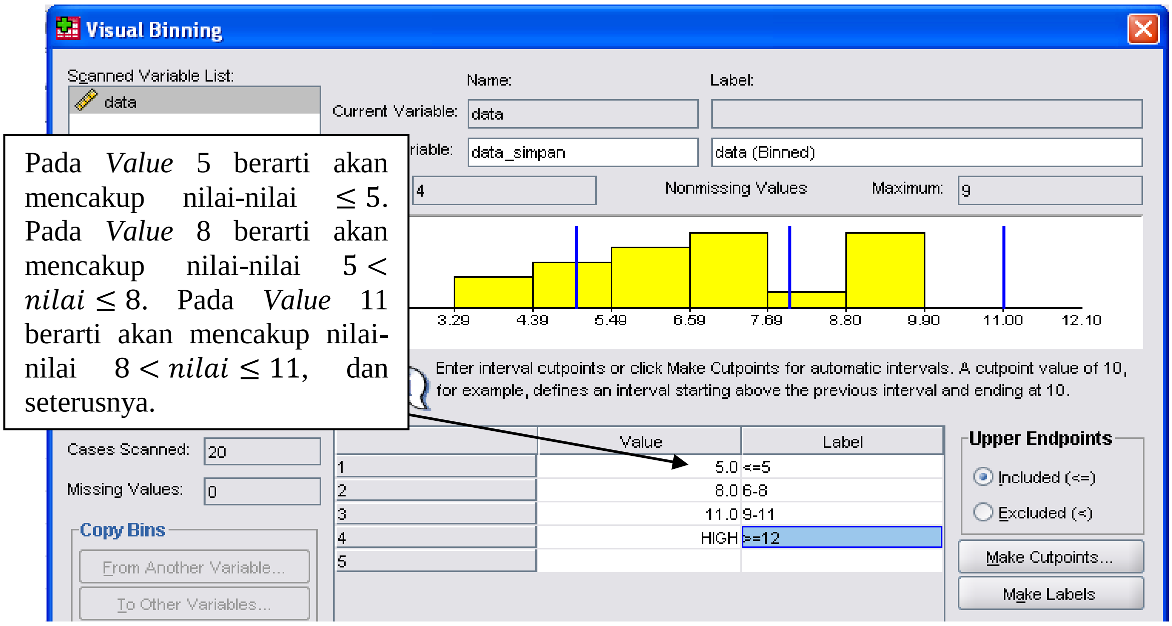


Gambar 3.43

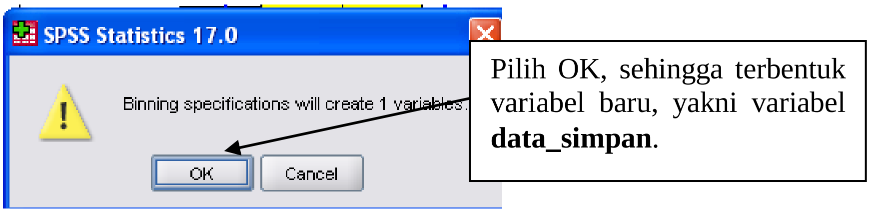


Gambar 3.44

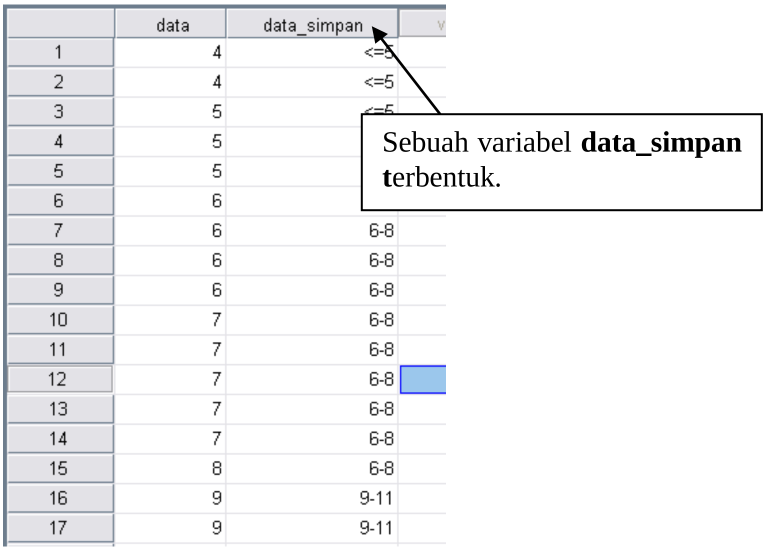
Selanjutnya pilih *Analyze* => *Descriptive Statistics* => *Frequencies*, sehingga muncul kotak dialog *Frequencies* (3.48). Masukkan variabel **data_simpan** pada kotak *Variable(s)*. Kemudian pilih OK. Hasilnya tersaji pada Tabel 3.8.



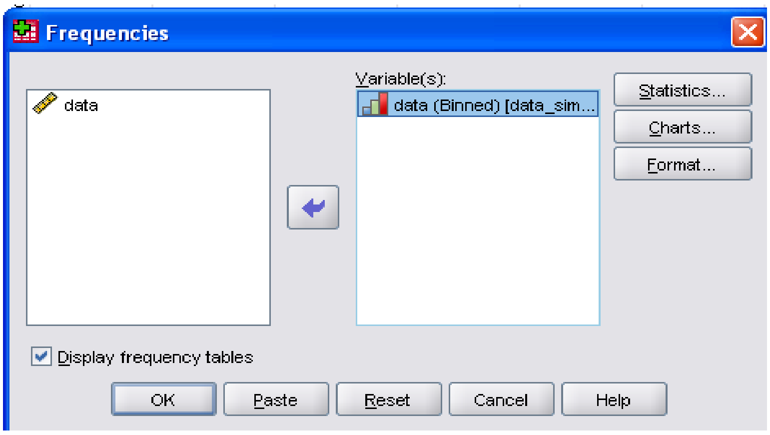
Gambar 3.45



Gambar 3.46



Gambar 3.47



Gambar 3.48

Tabel 3.8

Distribusi frekuensi dengan 3 kelas interval.

data (Binned)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	<=5	5	25.0	25.0	25.0
	6-8	10	50.0	50.0	75.0
	9-11	5	25.0	25.0	100.0
	Total	20	100.0	100.0	

BAB 4

UKURAN GEJALA PUSAT, LETAK, PENCARAN, KEMIRINGAN DAN KERUNCINGAN

Ukuran Gejala Pusat (Measure of Central Tendency)

Ukuran gejala pusat merupakan suatu ukuran atau nilai yang letaknya cenderung terletak dipusat data. Beberapa contoh dari ukuran gelaja pusat adalah rata-rata hitung, median, dan modus. Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1

Nilai	Nilai	Nilai	Nilai	Nilai
1	5	9	12	16
2	6	10	13	17
3	7	11	14	18
4	8	11	15	

Berdasarkan data pada Tabel 4.1, berikut akan dihitung jumlah keseluruhan nilai (*sum*), rata-rata hitung (*mean*), modus (*mode*), dan median.

Jumlah Keseluruhan Nilai (Sum)

Andaikan terdapat n buah nilai, yakni $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$. Jumlah dari keseluruhan nilai tersebut dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$jumlah\ keseluruhan\ nilai = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n\ .$$

Jumlah keseluruhan nilai untuk data pada Tabel 4.1 adalah $1 + 2 + 3 + \cdots + 18 = 172$.

Rata-Rata Hitung (Mean)

Rata-rata hitung merupakan jumlah seluruh nilai dari data dibagi dengan banyaknya data. Berikut rumus untuk menghitung nilai rata-rata hitung.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$= \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n}{n}.$$

Rata-rata hitung sampel secara umum dilambangkan dengan $\bar{X}$, sedangkan untuk populasi μ. Andaikan data pada Tabel 4.1 merupakan data sampel. Berikut akan dihitung nilai rata-rata hitung berdasarkan data pada Tabel 4.1.

$$\bar{X} = \frac{1 + 2 + 3 + \cdots + 18}{19}$$

$$\bar{X} = 9{,}578947.$$

Nilai rata-rata hitung berdasarkan data pada Tabel 4.1 adalah 9,578947.

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$$

Perhatikan bahwa rata-rata hitung 9,57 cenderung terletak di pusat data.

Modus (Mode)

Modus merupakan nilai data dengan frekuensi atau jumlah kemunculan paling banyak. Berdasarkan data pada Tabel 4.1, nilai dengan frekuensi kemunculan paling banyak adalah nilai 11, yakni muncul sebanyak dua kali.

Median

Median merupakan suatu nilai yang membagi data menjadi dua bagian yang sama. Sebelum menghitung nilai median, terlebih dahulu data diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar. Berikut rumus menghitung median untuk data dengan jumlah genap.

$$Median = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}.$$

Berikut rumus menghitung median untuk data dengan jumlah ganjil.

$$Median = X_{\frac{n+1}{2}}.$$

Perhatikan bahwa $X_{\frac{n}{2}}$ merupakan nilai X yang terletak pada urutan ke$-\frac{n}{2}$. Sebelum menghitung nilai median, data terlebih dahulu diurutkan dari yang terkecil hingga yang terbesar. Berikut disajikan kembali data pada Tabel 4.1 setelah diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar.

$$1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,11,12,13,14,15,16,17,18.$$

Diketahui banyaknya nilai $n = 19$, sehingga banyaknya data adalah ganjil.

$$Median = X_{\frac{n+1}{2}}$$

$$Median = X_{\frac{19+1}{2}}$$

$$Median = X_{10}.$$

Perhatikan bahwa X_{10} berarti nilai median terletak pada data dengan urutan ke-10, yakni 10.

Nilai median 10 cenderung terletak di pusat data serta nilai median tersebut membagi data menjadi dua bagian yang sama.

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$$

Perhatikan bahwa nilai median membagi menjadi dua bagian yang sama. Masing-masing bagian terdiri dari 9 nilai.

Ukuran Letak

Kuartil dan desil merupakan jenis-jenis dari ukuran letak. Ukuran tersebut membagi data menjadi beberapa bagian yang sama. Sebagai contoh pada ukuran kuartil terdapat tiga buah nilai. Letak dari nilai-nilai kuartil tersebut membagi data menjadi empat bagian yang sama.

Kuartil $(\boldsymbol{K})$

Ukuran kuartil terdiri dari tiga buah nilai yang membagi data menjadi empat bagian yang sama.

$$1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11.$$

Nilai kuartil dikelompokkan atas tiga, yakni kuartil pertama (K_1), kuartil kedua (K_2), dan kuartil ketiga (K_3). Angka $3, 6$, dan 9 masing-masing merupakan K_1, K_2, dan K_3. Berikut rumus untuk menghitung nilai kuartil.

$$K_i = \frac{i(n+1)}{4}\ ; i = 1,2,3.$$

Perhatikan bahwa K_i merupakan nilai dari kuartil ke$-i$ dengan $i = 1, 2,$ dan 3. Berikut disajikan kembali data pada Tabel 4.1.

$$1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,11,12,13,14,15,16,17,18$$

Diketahui jumlah data $n = 19$. Berikut akan dihitung nilai dari K_1, K_2, dan K_3.

$$K_1 = \frac{1(19+1)}{4}$$

$$K_1 = 5.$$

$K_1 = 5$ berarti nilai K_1 terletak pada data dengan urutan ke-5, yakni 5.

$$K_2 = \frac{2(19+1)}{4}$$

$$K_2 = 10.$$

$K_2 = 10$ berarti nilai K_2 terletak pada data dengan urutan ke-10, yakni 10.

$$K_3 = \frac{3(19+1)}{4}$$

$$K_3 = 15.$$

$K_3 = 15$ berarti nilai K_3 terletak pada data dengan urutan ke-15, yakni 14. Ketiga nilai kuartil tersebut membagi data menjadi empat bagian yang sama dengan banyaknya nilai untuk masing-masing bagian adalah 4.

Desil ($\boldsymbol{D}$)

Ukuran desil terdiri dari sembilan nilai yang membagi data menjadi sepuluh bagian yang sama.

$$1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,11,12,13,14,15,16,17,18.$$

Perhatikan bahwa nilai-nilai yang dilingkar merupakan nilai-nilai desil. Nilai-nilai tersebut membagi data menjadi 10 bagian yang sama. Masing-masing bagian terdiri dari 1 nilai. Terdapat sembilan nilai desil, yakni desil pertama (D_1), desil kedua (D_2), dan sampai dengan desil kesembilan (D_9). Berikut rumus untuk menghitung nilai desil.

$$D_i = \frac{i(n+1)}{10}\ ; i = 1,2,3,\dots,9.$$

Berikut akan dihitung nilai desil pertama, kedelapan, dan kesembilan berdasarkan data pada Tabel 4.1.

$$D_1 = \frac{1(19+1)}{10} = 2.$$

Nilai desil ke-1 terletak pada data dengan urutan ke-2, yakni 2.

$$D_8 = \frac{8(19+1)}{10} = 16.$$

Nilai desil ke-8 terletak pada data dengan urutan ke-16, yakni 15.

$$D_9 = \frac{9(19+1)}{10} = 18.$$

Nilai desil ke-9 terletak pada data dengan urutan ke-18, yakni 17. Sembilan nilai desil tersebut membagi data menjadi sepuluh bagian yang sama dengan banyaknya nilai untuk masing-masing bagian adalah 1.

Ukuran Pencaran atau Dispersi

Ukuran pencaran atau dispersi merupakan suatu nilai yang mengukur tingkat pencaran atau sebaran nilai-nilai data terhadap nilai rata-ratanya.

7,8,9

6,8,10

5,8,11

4,8,12.

Dari keempat data ini memiliki nilai rata-rata yang sama, namun data 4,8,12 memiliki nilai pencaran data yang tinggi terhadap rata-ratanya.

Nilai pencaran yang tinggi menunjukkan nilai-nilai data cenderung terletak cukup jauh terhadap nilai rata-rata dari data tersebut. Beberapa contoh dari ukuran pencaran adalah *range*, varians, dan standar deviasi. Misalkan diberikan data sebagai berikut.

Tabel 4.2

Nilai	Nilai	Nilai	Nilai	Nilai
10	20	30	40	50
10	30	30	40	50
10	30	30	40	50
20	30	30	50	

Berdasarkan data pada Tabel 4.2, berikut akan dihitung nilai maksimum, minimum, *range*, varians, dan standar deviasi.

Nilai Maksimum

Nilai maksimum merupakan nilai yang paling tinggi dari suatu data. Berdasarkan data pada Tabel 4.2, nilai maksimum adalah nilai 50.

Nilai Minimum

Nilai minimum merupakan nilai yang paling rendah dari suatu data. Berdasarkan data pada Tabel 4.2, nilai minimum adalah nilai 10.

Range

Range merupakan selisih antara nilai maksimum dengan nilai minimum. Diketahui nilai maksimum adalah 50 dan nilai minimum adalah 10, sehingga nilai *range* adalah $50 - 10 = 40$.

Varians (Variance)

Varians (dalam hal ini varians untuk sampel) dilambangkan dengan s^2. Berikut rumus untuk menghitung nilai varians.

$$s^2 = \frac{|X - \bar{X}|^2}{n - 1}.$$

Nilai varians sampel (s^2) berdasarkan data pada Tabel 4.2 adalah

$$s^2 = \frac{3 \times |10 - 31{,}6|^2 + 2 \times |20 - 31{,}6|^2 + \cdots + 4 \times |50 - 31{,}6|^2}{19 - 1}$$

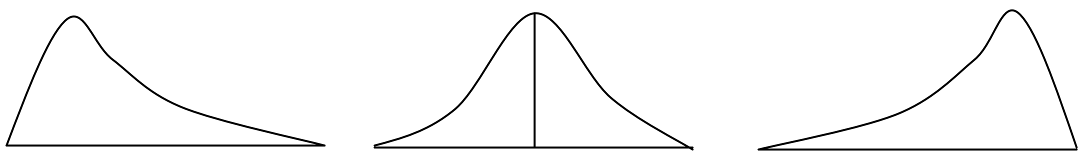
$$s^2 = 180{,}7018.$$

Standar Deviasi

Standar deviasi merupakan akar pangkat dua dari nilai varians $\left(\sqrt{s^2} = s\right)$. Diketahui nilai varians adalah 180,7018, sehingga nilai standar deviasi adalah $\sqrt{180{,}7018} = 13{,}4425$.

Ukuran Kemiringan (Skewness)

Ukuran kemiringan atau *skewness* merupakan suatu nilai yang mengukur ketidaksimetrisan distribusi data. Suatu data dikatakan berdistribusi simetris sempurna bila nilai rata-rata, median, dan modus dalam data adalah sama.



(1) (2) (3)

Pada Gambar (1) kurva cenderung condong ke kanan atau disebut kurva positif. Pada Gambar (2) kurva bersifat simetris. Pada Gambar (3) kurva cenderung condong ke kiri atau disebut kurva negatif. Berikut rumus untuk menghitung nilai kemiringan suatu data.

$$Kemiringan = \frac{n}{(n-1)(n-2)}\left(\frac{\sum (X - \bar{X})^3}{s^3}\right).$$

Bila nilai kemiringan < 0 atau negatif, maka kurva cenderung condong ke kiri (kurva negatif). Jika nilai kemiringan > 0 atau positif, maka kurva cenderung condong ke kanan (kurva positif). Jika nilai kemiringan mendekati 0 atau 0, maka kurva cenderung simetris. Misalkan diberikan data sebagai berikut (Tabel 4.3).

Tabel 4.3

Nilai (X)	Nilai (X)	Nilai (X)	Nilai (X)
1	3	4	5
2	3	4	6
2	3	4	6
3	3	5	

Tabel 4.4

	X	Frekuensi (f)	fX	$f\sum(X-\bar{X})^3$
	1	1	1	-17,576
	2	2	4	-8,192
	3	5	15	-1,08
	4	3	12	0,192
	5	2	10	5,488
	6	2	12	27,648
Jumlah				
Rata-rata ($\bar{X}$)	3,6	15	54	6,48
Standar deviasi (s)	1,454058			

Berdasarkan data pada Tabel 4.3, berikut akan dihitung nilai kemiringan. Dari Tabel 4.4, diketahui $\bar{X} = 3{,}6$ dan $s = 1{,}454058$, sehingga nilai kemiringan dapat dihitung sebagai berikut.

$$kemiringan = \frac{n}{(n-1)(n-2)}\left(\frac{\sum(X-\bar{X})^3}{s^3}\right)$$

$$= \frac{15}{(15-1)(15-2)}\left(\frac{6{,}48}{1{,}454058^3}\right)$$

$$= 0{,}17372.$$

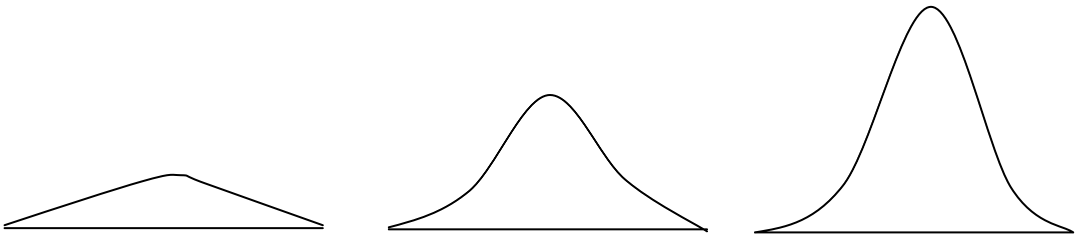
Nilai kemiringan berdasarkan perhitungan adalah 0,17372.

Ukuran Keruncingan (Kurtosis)

Ukuran keruncingan atau *kurtosis* merupakan suatu nilai yang mengukur tingkat keruncingan atau ketinggian puncak dari distribusi data. Berikut rumus untuk menghitung kurtosis.

$$Kurtosis = \left\{\frac{(n)(n+1)\sum(X-\bar{X})^4}{(n-1)(n-2)(n-3)s^4}\right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}.$$

Pada Gambar (1), (2), dan (3), ketinggian atau keruncingan puncak kurva berbeda-beda. Gambar (2) merupakan kurva normal atau mesokurtis. Suatu kurva normal mempunyai nilai keruncingan atau ketinggian $= 3$. Pada Gambar (1), kurva cenderung datar dan puncak tidak terlalu tinggi. Kurva ini dinamakan kurva platikurtis. Pada kurva yang cenderung datar, nilai kurtosis < 3. Pada Gambar (3), puncak kurva terlihat lancip dan tinggi. Kurva ini dinamakan kurva leptokurtis. Pada kurva leptokurtis, nilai kurtosis > 3. Berikut akan dihitung nilai kurtosis berdasarkan data pada Tabel 4.3.



(1) (2) (3)

Berdasarkan data pada Tabel 4.4, diketahui nilai $\bar{X} = 3{,}6$ dan $s = 1{,}454058$, sehingga

$$kurtosis = \left\{\frac{(n)(n+1)\sum(X-\bar{X})^4}{(n-1)(n-2)(n-3)s^4}\right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

$$kurtosis = \left\{\frac{(15)(15+1)(133{,}568)}{(15-1)(15-2)(15-3)(1{,}454^3)}\right\} - \frac{3(15-1)^2}{(15-2)(15-3)}$$

$$kurtosis = -0{,}485756.$$

Nilai kurtosis berdasarkan perhitungan adalah $-0{,}485756$. Tabel untuk perhitungan disajikan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5

	X	Frekuensi (f)	fX	$f\sum(X-\bar{X})^4$
	1	1	1	45,6976
	2	2	4	13,1072
	3	5	15	0,648
	4	3	12	0,0768
	5	2	10	7,6832
	6	2	12	66,3552
Jumlah		15	54	133,568

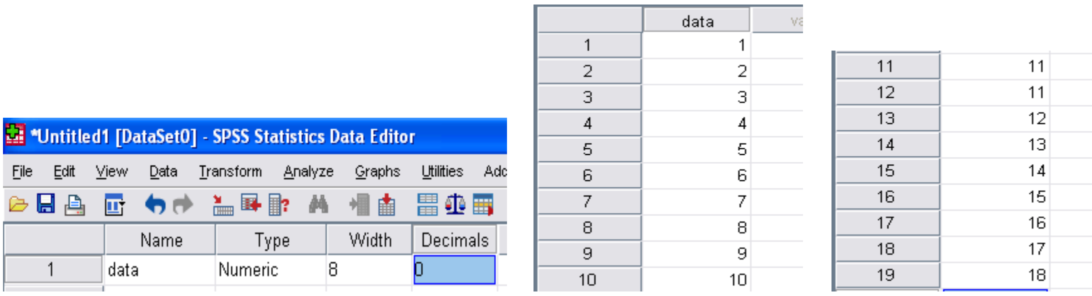
PENYELESAIAN DALAM SPSS

Ukuran Gejala Pusat dan Ukuran Letak

Bangun data pada Tabel 4.1 dalam SPSS seperti pada Gambar 4.1. Pilih *Analyze* => *Descriptive Statistics* => *Frequencies* (Gambar 4.2), sehingga muncul kotak dialog *Frequencies* (Gambar 4.3).

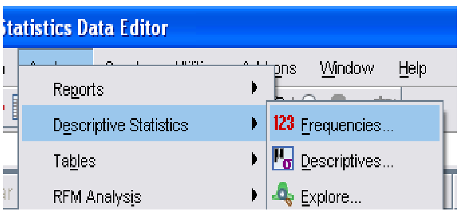
Tabel 4.1

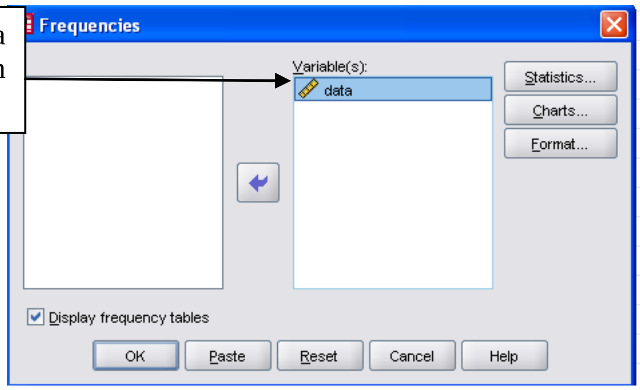
Data	Data	Data	Data	Data
1	5	9	12	16
2	6	10	13	17
3	7	11	14	18
4	8	11	15	



Gambar 4.1

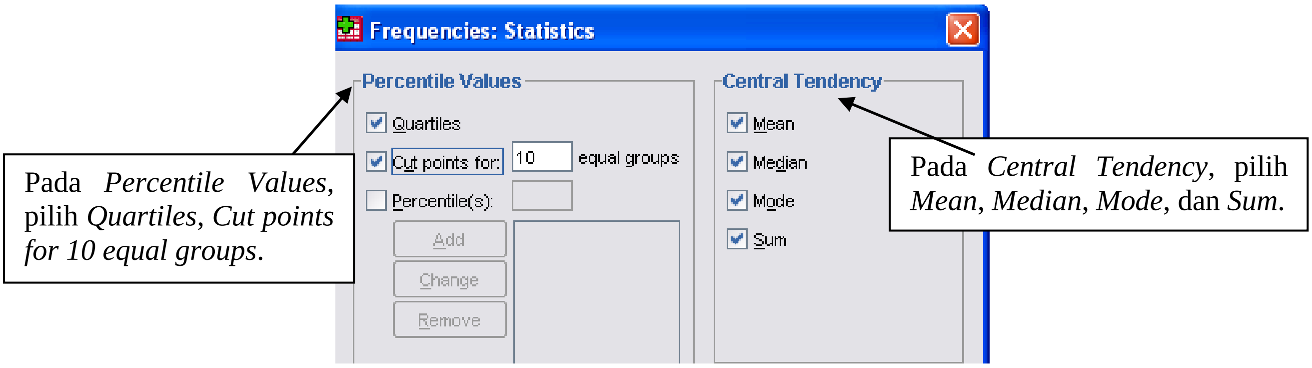
Pindahkan variabel **data** pada kotak *Variable(s)*, kemudian pilih *Statistics*.





Gambar 4.2 **Gambar 4.3**

Pada Gambar 4.3, pindahkan variabel **data** pada kotak *Variable(s)*. Selanjutnya pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak *Frequencies: Statistics* (Gambar 4.4). Pada *Central Tendency*, pilih *Mean*, *Median*, *Mode*, dan *Sum*. Pada *Percentile Values*, pilih *Quartiles*, *Cut points for 10 equal group*. Kemudian pilih *Continue* dan OK. Hasilnya seperti pada Tabel 4.2.



Gambar 3.4

Tabel 4.2

Statistics

Data

N	Valid	19
	Missing	0
Mean		9.58
Median		10.00
Mode		11
Sum		182
Percentiles	10	2.00
	20	4.00
	25	5.00
	30	6.00
	40	8.00
	50	10.00
	60	11.00
	70	13.00
	75	14.00
	80	15.00
	90	17.00

Berdasarkan Tabel 4.2, yakni Tabel *Statistics*, diperoleh rata-rata hitung atau *Mean* 9,58, median 10, modus 11, jumlah keseluruhan atau *Sum* 182, desil pertama 2, desil kedua 4, kuartil pertama 5, desil ketiga 6, desil keempat 8, desil kelima sama dengan kuartil kedua 10, desil keenam 11, desil ketujuh 13, kuartil ketiga 14, desil kedelapan 15 dan desil kesembilan 17. Hasil ini sesuai dengan perhitungan secara manual sebelumnya.

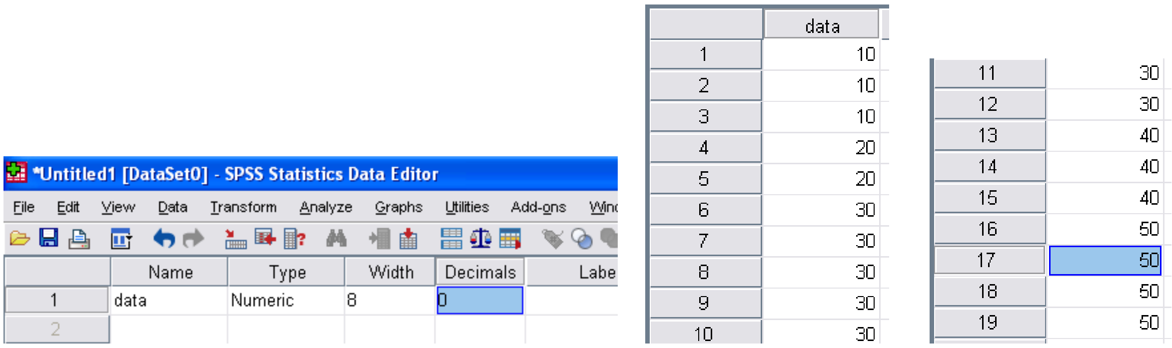
Catatan: Perhatikan bahwa *Cut points for 10 equal group* berarti membagi data menjadi sepuluh bagian yang sama. Ini sama saja menentukan nilai-nilai desil. Jika *Cut points for 100 equal group* berarti membagi data menjadi seratus bagian yang sama. Ini sama saja mencari nilai-nilai persentil.

Ukuran Pencaran atau Dispersi

Bangun data pada Tabel 4.3 dalam SPSS seperti pada Gambar 4.5. Selanjutnya pilih *Analyze => Descriptive Statistics => Frequencies*, sehingga muncul kotak dialog *Frequencies*. Pindahkan variabel **data** ke kotak *Variable(s)*. Kemudian pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak dialog *Frequencies: Statistics*. Pada kotak *Dispersion*, pilih *Std. Deviation*, *Minimum*, *Maximum*, *Variance*, dan *Range*. Kemudian pilih *Continue* dan OK. Hasilnya tersaji pada Tabel 4.4.

Tabel 4.3

Data	Data	Data	Data	Data
10	20	30	40	50
10	30	30	40	50
10	30	30	40	50
20	30	30	50	



Gambar 4.5

Tabel 4.4
Statistics

Data

N	Valid	19
	Missing	0
Std. Deviation		13.443
Variance		180.702
Range		40
Minimum		10
Maximum		50

Berdasarkan Tabel 4.4, yakni Tabel *Statistics*, diperoleh nilai standar deviasi atau *Std. Deviation* 13,443, varians atau *Variance* 180,702, *Range* 40, minimum 10 dan maksimum 50. Hasil ini sesuai dengan perhitungan sebelumnya secara manual.

Tabel 4.5
Data

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	10	3	15.8	15.8	15.8
	20	2	10.5	10.5	26.3
	30	7	36.8	36.8	63.2
	40	3	15.8	15.8	78.9
	50	4	21.1	21.1	100.0
	Total	19	100.0	100.0	

Perhatikan bahwa pada Tabel 4.5, yakni Tabel *Data*, dapat ditarik suatu informasi bahwa nilai 10 memiliki frekuensi sebanyak 3, nilai 20 memiliki frekuensi sebanyak 2, nilai 30 memiliki frekuensi sebanyak 7, dan seterusnya.

Ukuran Kemiringan dan Kurtosis

Bangun data pada Tabel 4.6 dalam SPSS. Selanjutnya pilih *Analyze => Descriptive Statistics => Frequencies*, sehingga muncul kotak dialog *Frequencies*. Pindahkan variabel **data** pada kotak *Variable(s)*. Kemudian pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak dialog *Frequencies: Statistics*. Pada kotak *Distribution* pilih *Skewness* dan *Kurtosis*. Kemudian pilih *Continue* dan OK. Hasilnya seperti pada Tabel 4.7. Berdasarkan Tabel 4.7, yakni Tabel *Statistics*, diperoleh nilai *Skewness* sebesar 0,174 dan nilai kurtosis sebesar -0,486. Hasil perhitungan SPSS sama dengan hasil perhitungan secara manual.

Tabel 4.6

Data	Data	Data	Data
1	3	4	5
2	3	4	6
2	3	4	6
3	3	5	

Tabel 4.7

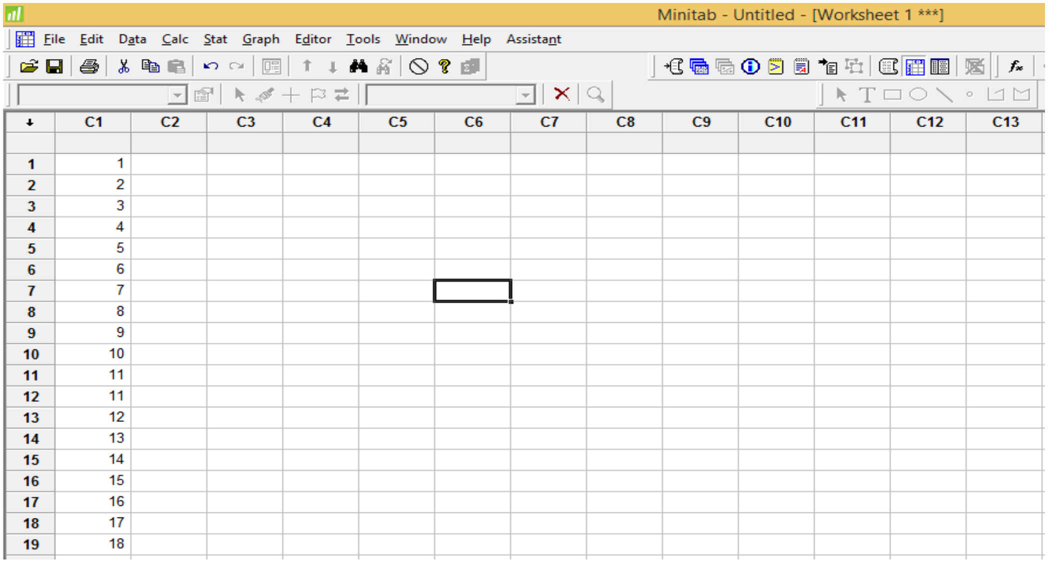
Statistics

data

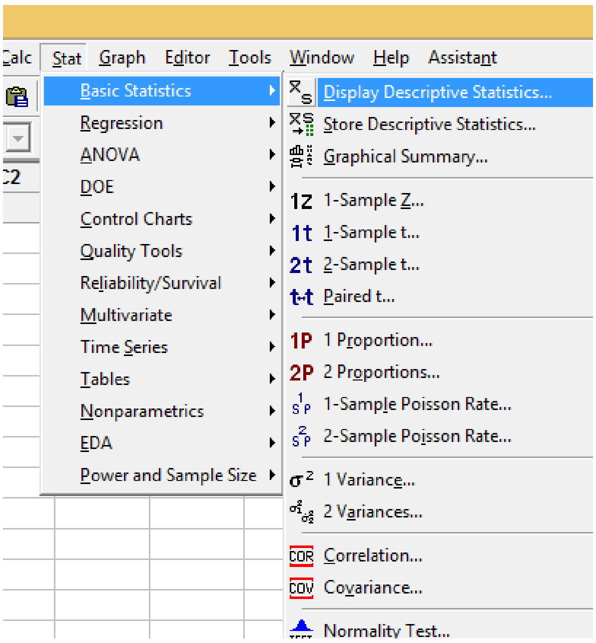
N	Valid	15
	Missing	0
Skewness		.174
Std. Error of Skewness		.580
Kurtosis		-.486
Std. Error of Kurtosis		1.121

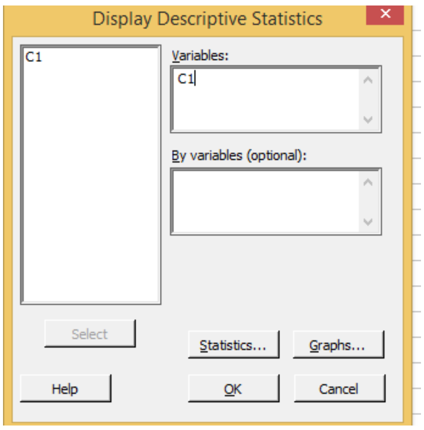
PENYELESAIAN DALAM Minitab

Bangun data pada Tabel 4.1 dalam Minitab seperti pada Gambar 4.6. Pilih *Stat* => *Basic Statistics* => *Display Descriptive Statistics* (Gambar 4.7), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 4.8. Pada Gambar 4.8, masukkan variabel **C1** ke dalam kotak *Variables:*, kemudian pilih *Statistics*, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 4.9. Pada Gambar 4.9, pilih ukuran-ukuran yang dikehendaki, kemudian pilih OK. Selanjutnya pilih *Graphs*, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 4.10. Pada Gambar 4.10, pilih *Histogram of data* dan *Histogram of data, with normal curve*. Kemudian pilih OK dan OK.

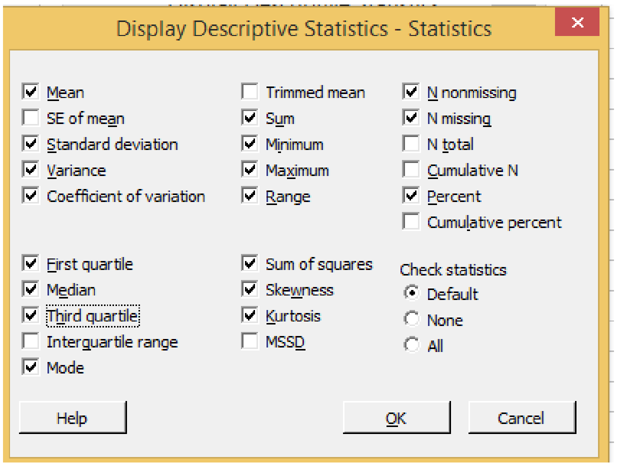


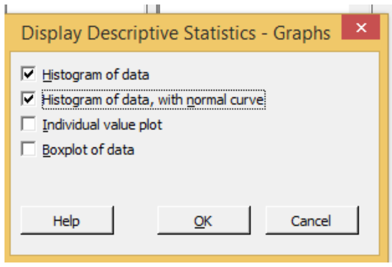
Gambar 4.6





Gambar 4.7 **Gambar 4.8**





Gambar 4.9 **Gambar 4.10**

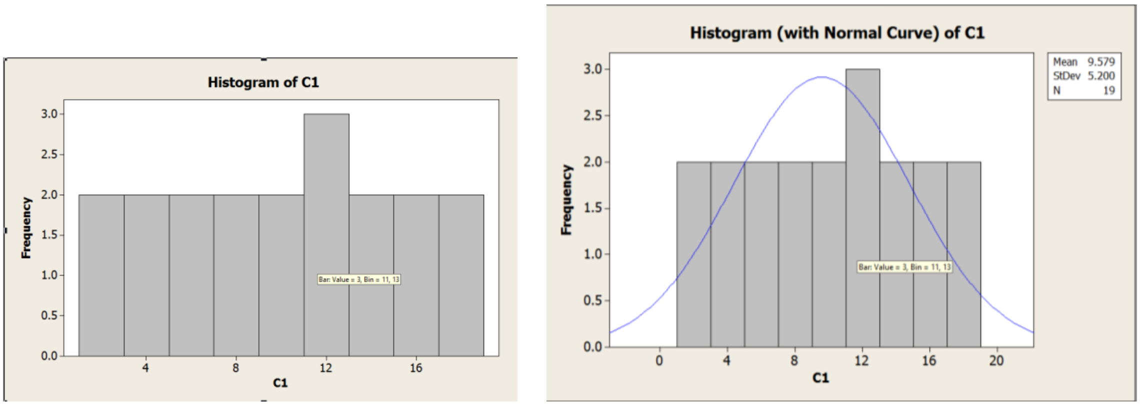
Gambar 4.11 sampai Gambar 4.12 merupakan hasil atau *output* berdasarkan Minitab. Pada Gambar 4.11 menyajikan ukuran-ukuran seperti rata-rata (*Mean*) 9,58, standar deviasi (*StDev*) 5,20, dan seterusnya. Pada Gambar 4.12 menyajikan histogram tanpa dan dengan kurva normal.

```
Welcome to Minitab, press F1 for help.
```

Descriptive Statistics: C1

```
                                                                    Sum of
Variable   N  N*  Percent  Mean  StDev  Variance  CoefVar     Sum  Squares
C1        19   0      100  9.58   5.20     27.04    54.28  182.00  2230.00

                                                             N for
Variable  Minimum    Q1  Median     Q3  Maximum  Range  Mode   Mode  Skewness
C1           1.00  5.00   10.00  14.00    18.00  17.00    11      2     -0.05


Variable  Kurtosis
C1           -1.09
```

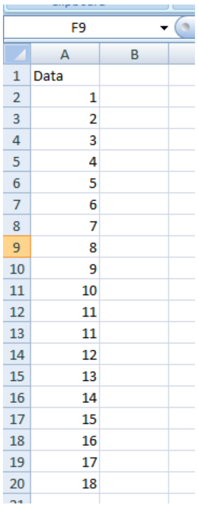
Gambar 4.11

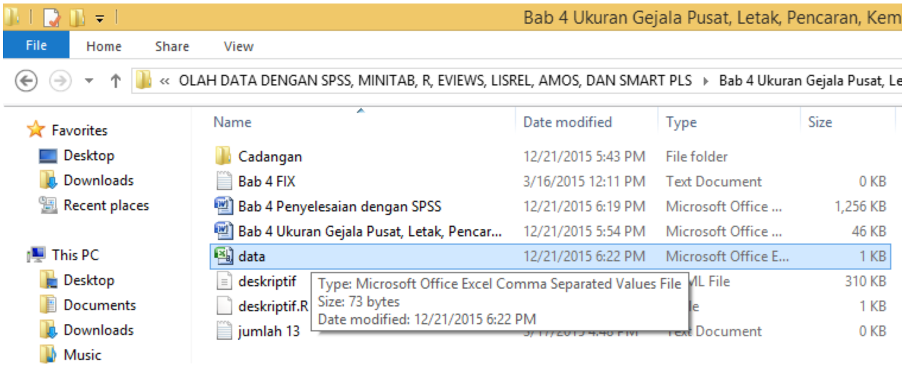


Gambar 4.12

PENYELESAIAN DALAM R

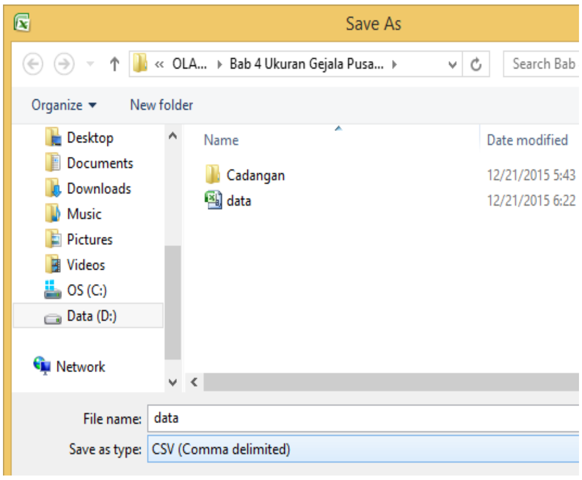
Data terlebih dahulu dibuat dalam *Microsoft Excel* (Gambar 4.13) dan disimpan dengan format tipe **.csv** (Gambar 4.14 dan Gambar 4.15). Ketik kode R seperti pada Gambar 4.16. Kemudian *Compile* dan pilih HTML (Gambar 4.17). Hasilnya seperti pada Gambar 4.18.

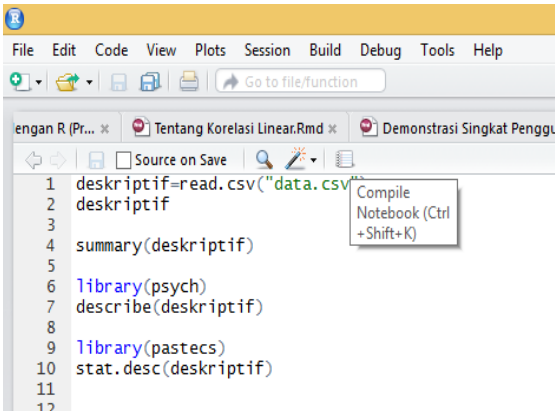




Gambar 4.13

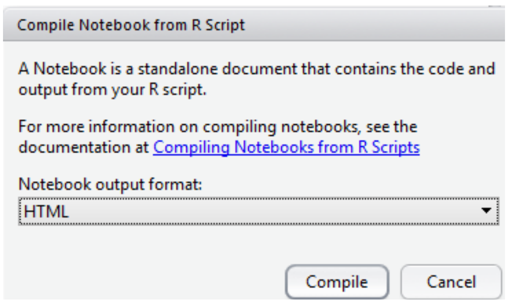
Gambar 4.14





Gambar 4.15

Gambar 4.16



Gambar 4.17

Gio

Mon Dec 21 19:26:01 2015

```
deskriptif=read.csv("data.csv")
deskriptif
```

```
##    Data
## 1     1
## 2     2
## 3     3
## 4     4
## 5     5
## 6     6
## 7     7
## 8     8
## 9     9
## 10   10
## 11   11
## 12   11
## 13   12
## 14   13
## 15   14
## 16   15
## 17   16
## 18   17
## 19   18
```

```
summary(deskriptif)
```

```
##       Data
## Min.   : 1.000
## 1st Qu.: 5.500
## Median :10.000
## Mean   : 9.579
## 3rd Qu.:13.500
## Max.   :18.000
```

```
library(psych)
describe(deskriptif)
```

```
##      vars  n mean  sd median trimmed  mad min max range  skew kurtosis
## Data    1 19 9.58 5.2     10    9.59 5.93   1  18    17 -0.04    -1.32
##        se
## Data 1.19
```

```
stat.desc(deskriptif)
```

```
##                     Data
## nbr.val       19.0000000
## nbr.null       0.0000000
## nbr.na         0.0000000
## min            1.0000000
## max           18.0000000
## range         17.0000000
## sum          182.0000000
## median        10.0000000
## mean           9.5789474
## SE.mean        1.1928535
## CI.mean.0.95   2.5060921
## var           27.0350877
## std.dev        5.1995276
## coef.var       0.5428078
```

Gambar 4.18

Referensi

1. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

2. Mann, P. S. dan C. J. Lacke. 2001. *Introductory Statistics, International Student Version, 7th Edition*. Asia: John Wiley & Sons, Inc.

3. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

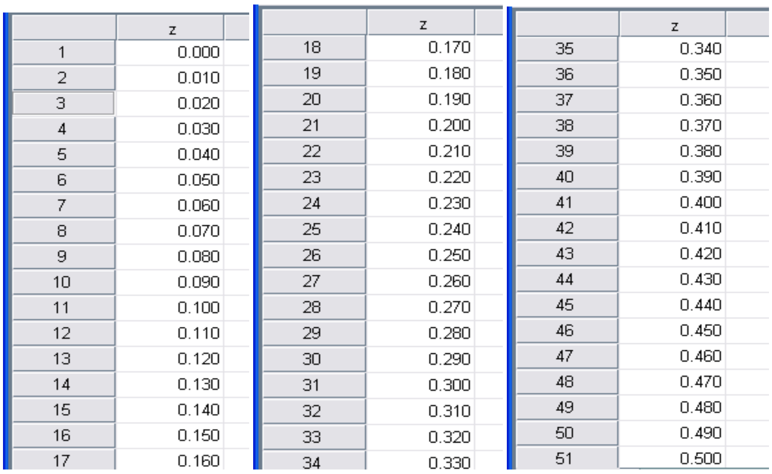
4. Spiegel, M.R. dan L. J. Stephens. 1999. *Statistics, 3rd Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

BAB 5

MEMBUAT TABEL DISTRIBUSI DALAM SPSS & *MICROSOFT EXCEL*

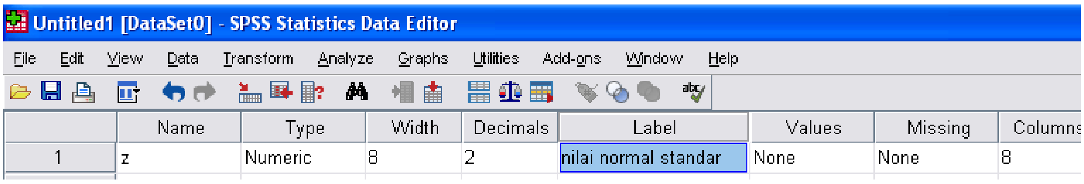
Membuat Tabel Distribusi Normal Standar dalam SPSS dan Microsoft Excel

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi normal standar dalam SPSS. Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 5.1 dan Gambar 5.2.



	z		z		z
1	0.000	18	0.170	35	0.340
2	0.010	19	0.180	36	0.350
3	0.020	20	0.190	37	0.360
4	0.030	21	0.200	38	0.370
5	0.040	22	0.210	39	0.380
6	0.050	23	0.220	40	0.390
7	0.060	24	0.230	41	0.400
8	0.070	25	0.240	42	0.410
9	0.080	26	0.250	43	0.420
10	0.090	27	0.260	44	0.430
11	0.100	28	0.270	45	0.440
12	0.110	29	0.280	46	0.450
13	0.120	30	0.290	47	0.460
14	0.130	31	0.300	48	0.470
15	0.140	32	0.310	49	0.480
16	0.150	33	0.320	50	0.490
17	0.160	34	0.330	51	0.500

Gambar 5.1

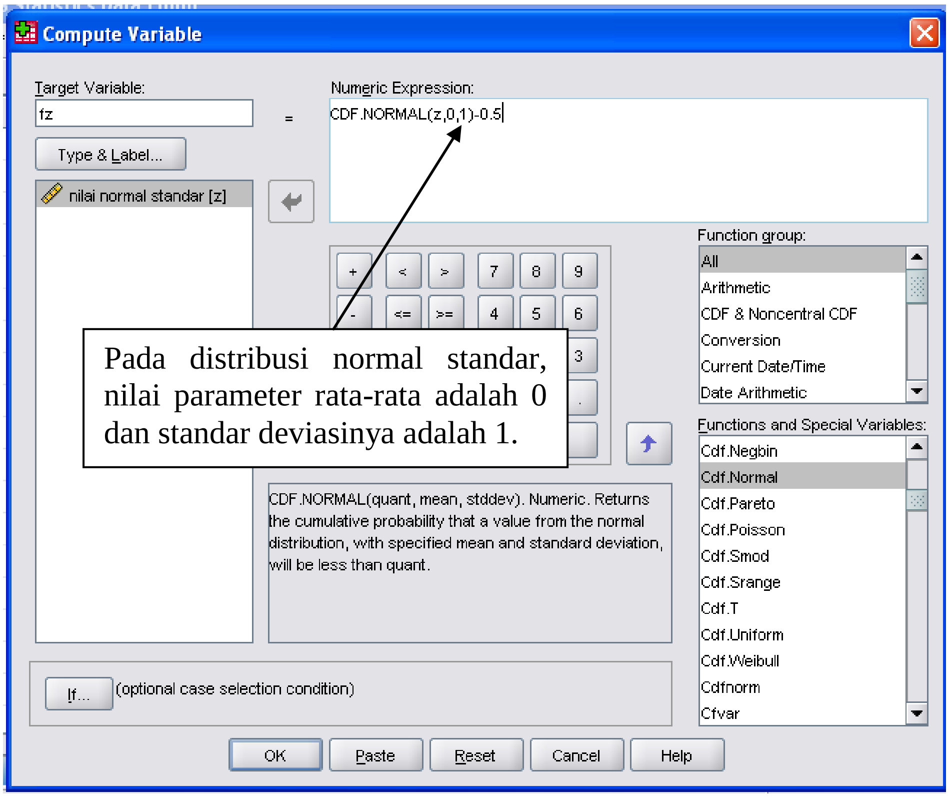


Gambar 5.2

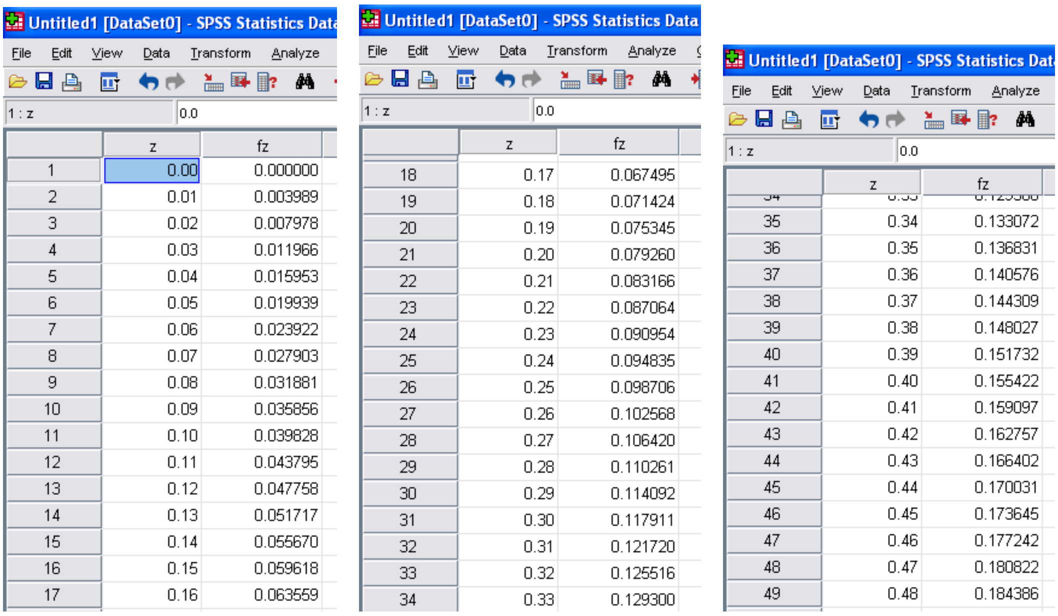
Selanjutnya pilih *Transform* => *Compute Variable*, sehingga muncul tampilan *Compute Variable* (Gambar 5.3). Pada kotak *Target Variable*, ketik **fz**, dan pada kotak *Numeric Expression*, ketik rumus berikut.

CDF.NORMAL(z,0,1)-0.5

Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 5.4.



Gambar 5.3



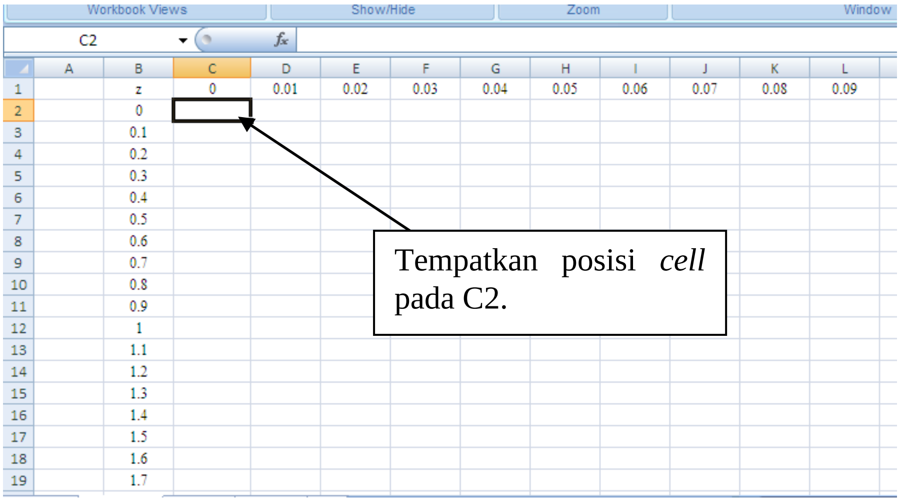
	z	fz
1	0.00	0.000000
2	0.01	0.003989
3	0.02	0.007978
4	0.03	0.011966
5	0.04	0.015953
6	0.05	0.019939
7	0.06	0.023922
8	0.07	0.027903
9	0.08	0.031881
10	0.09	0.035856
11	0.10	0.039828
12	0.11	0.043795
13	0.12	0.047758
14	0.13	0.051717
15	0.14	0.055670
16	0.15	0.059618
17	0.16	0.063559
18	0.17	0.067495
19	0.18	0.071424
20	0.19	0.075345
21	0.20	0.079260
22	0.21	0.083166
23	0.22	0.087064
24	0.23	0.090954
25	0.24	0.094835
26	0.25	0.098706
27	0.26	0.102568
28	0.27	0.106420
29	0.28	0.110261
30	0.29	0.114092
31	0.30	0.117911
32	0.31	0.121720
33	0.32	0.125516
34	0.33	0.129300
35	0.34	0.133072
36	0.35	0.136831
37	0.36	0.140576
38	0.37	0.144309
39	0.38	0.148027
40	0.39	0.151732
41	0.40	0.155422
42	0.41	0.159097
43	0.42	0.162757
44	0.43	0.166402
45	0.44	0.170031
46	0.45	0.173645
47	0.46	0.177242
48	0.47	0.180822
49	0.48	0.184386

Gambar 5.4

Sebagai contoh, probabilitas di antara $Z = 0$ dan $Z = 0{,}16$ adalah

$$P(0 \leq Z \leq 0{,}16) = 0{,}063559.$$

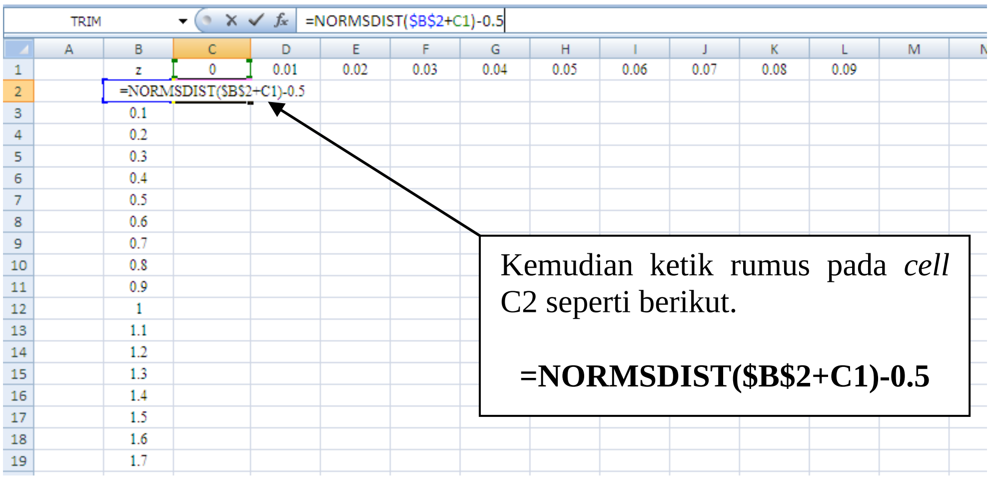
Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi normal standar dalam *Microsoft Excel*. Bangun data dalam *Microsoft Excel*, seperti pada Gambar 5.5.



Gambar 5.5

Pada Gambar 5.5, tempatkan posisi pada *cell* C2. Kemudian ketik rumus pada *cell* C2 seperti berikut.

=NORMSDIST(B2+C1)-0.5

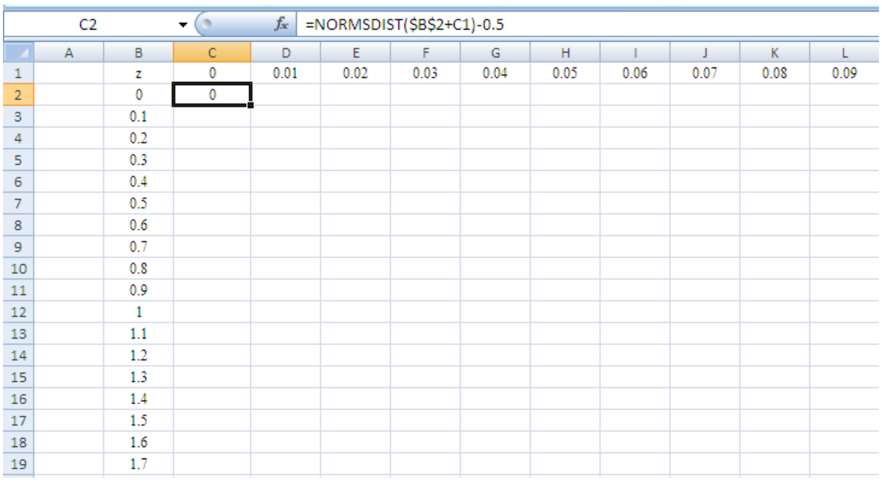


Gambar 5.6

Hasilnya seperti pada Gambar 5.7. Kemudian pada *cell* C2, geser ke kanan, sehingga diperoleh hasil seperti pada Gambar 5.8. Kemudian letakkan kembali pada *Cell* C3. Ketik rumus pada *Cell* C3 sebagai berikut.

=NORMSDIST(B3+C1)-0.5

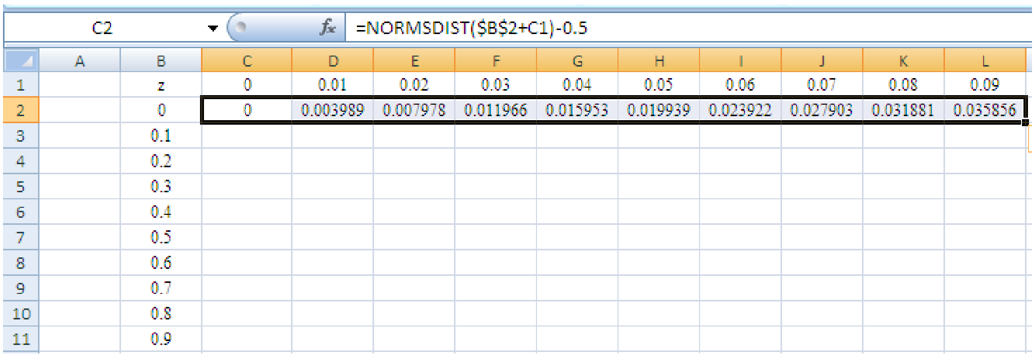
Hasilnya seperti pada Gambar 5.9. Kemudian pada *cell* C3, geser ke kanan, sehingga diperoleh hasil seperti pada Gambar 5.10.



C2 | =NORMSDIST(B2+C1)-0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2		0	0									
3		0.1										
4		0.2										
5		0.3										
6		0.4										
7		0.5										
8		0.6										
9		0.7										
10		0.8										
11		0.9										
12		1										
13		1.1										
14		1.2										
15		1.3										
16		1.4										
17		1.5										
18		1.6										
19		1.7										

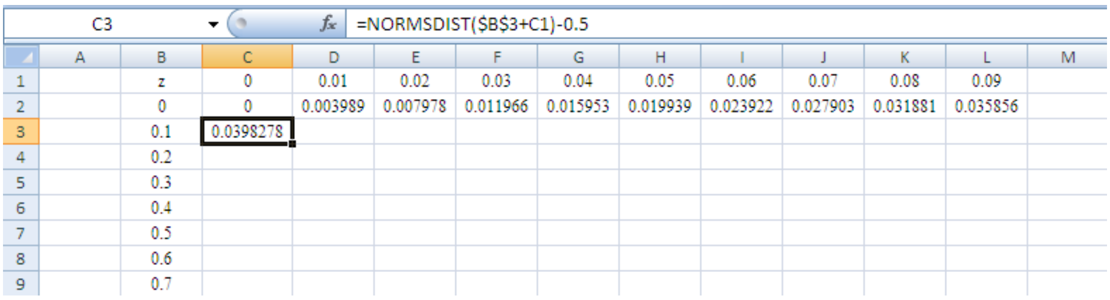
Gambar 5.7



C2 | =NORMSDIST(B2+C1)-0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2		0	0	0.003989	0.007978	0.011966	0.015953	0.019939	0.023922	0.027903	0.031881	0.035856
3		0.1										
4		0.2										
5		0.3										
6		0.4										
7		0.5										
8		0.6										
9		0.7										
10		0.8										
11		0.9										

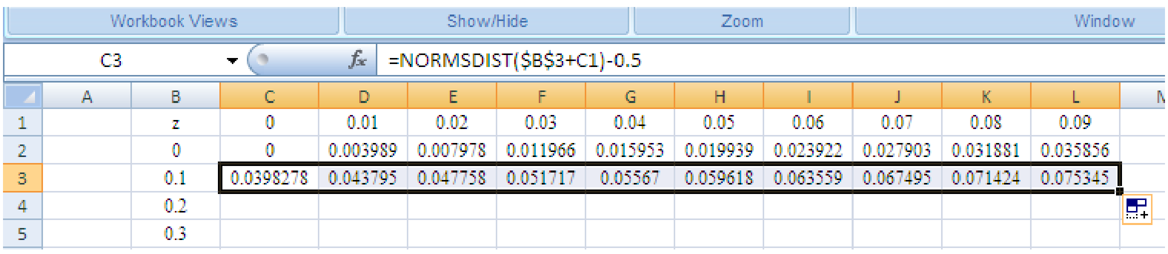
Gambar 5.8



C3 | =NORMSDIST(B3+C1)-0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	
2		0	0	0.003989	0.007978	0.011966	0.015953	0.019939	0.023922	0.027903	0.031881	0.035856	
3		0.1	0.0398278										
4		0.2											
5		0.3											
6		0.4											
7		0.5											
8		0.6											
9		0.7											

Gambar 5.9



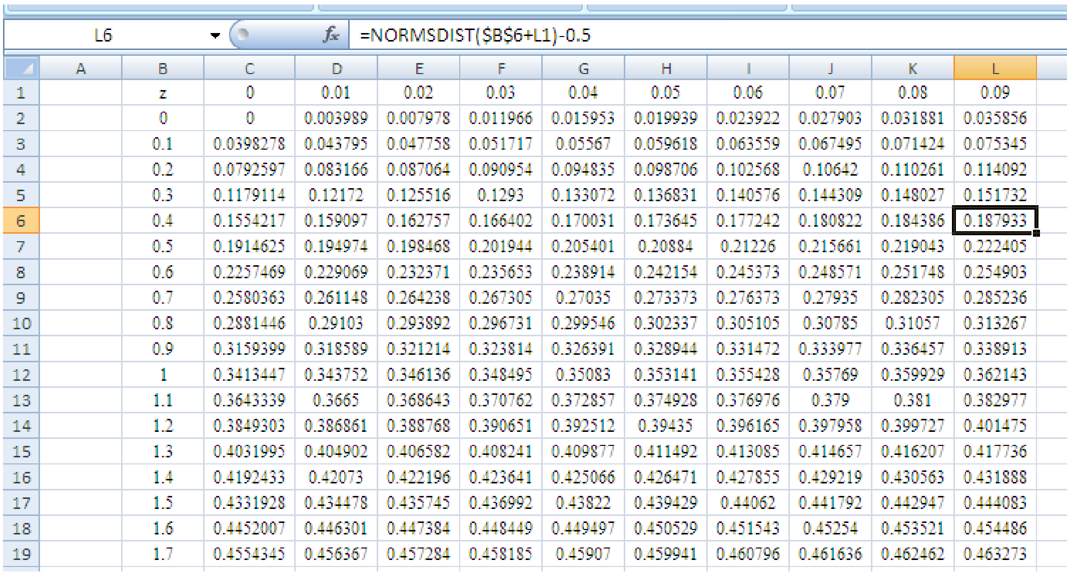
Workbook Views | Show/Hide | Zoom | Window

C3 | =NORMSDIST(B3+C1)-0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2		0	0	0.003989	0.007978	0.011966	0.015953	0.019939	0.023922	0.027903	0.031881	0.035856
3		0.1	0.0398278	0.043795	0.047758	0.051717	0.05567	0.059618	0.063559	0.067495	0.071424	0.075345
4		0.2										
5		0.3										

Gambar 5.10

Lakukan terus, sehingga diperoleh hasil seperti pada Gambar 5.11 dan Tabel 5.1.



L6 =NORMSDIST(B6+L1)-0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2		0	0	0.003989	0.007978	0.011966	0.015953	0.019939	0.023922	0.027903	0.031881	0.035856
3		0.1	0.0398278	0.043795	0.047758	0.051717	0.05567	0.059618	0.063559	0.067495	0.071424	0.075345
4		0.2	0.0792597	0.083166	0.087064	0.090954	0.094835	0.098706	0.102568	0.10642	0.110261	0.114092
5		0.3	0.1179114	0.12172	0.125516	0.1293	0.133072	0.136831	0.140576	0.144309	0.148027	0.151732
6		0.4	0.1554217	0.159097	0.162757	0.166402	0.170031	0.173645	0.177242	0.180822	0.184386	0.187933
7		0.5	0.1914625	0.194974	0.198468	0.201944	0.205401	0.20884	0.21226	0.215661	0.219043	0.222405
8		0.6	0.2257469	0.229069	0.232371	0.235653	0.238914	0.242154	0.245373	0.248571	0.251748	0.254903
9		0.7	0.2580363	0.261148	0.264238	0.267305	0.27035	0.273373	0.276373	0.27935	0.282305	0.285236
10		0.8	0.2881446	0.29103	0.293892	0.296731	0.299546	0.302337	0.305105	0.30785	0.31057	0.313267
11		0.9	0.3159399	0.318589	0.321214	0.323814	0.326391	0.328944	0.331472	0.333977	0.336457	0.338913
12		1	0.3413447	0.343752	0.346136	0.348495	0.35083	0.353141	0.355428	0.35769	0.359929	0.362143
13		1.1	0.3643339	0.3665	0.368643	0.370762	0.372857	0.374928	0.376976	0.379	0.381	0.382977
14		1.2	0.3849303	0.386861	0.388768	0.390651	0.392512	0.39435	0.396165	0.397958	0.399727	0.401475
15		1.3	0.4031995	0.404902	0.406582	0.408241	0.409877	0.411492	0.413085	0.414657	0.416207	0.417736
16		1.4	0.4192433	0.42073	0.422196	0.423641	0.425066	0.426471	0.427855	0.429219	0.430563	0.431888
17		1.5	0.4331928	0.434478	0.435745	0.436992	0.43822	0.439429	0.44062	0.441792	0.442947	0.444083
18		1.6	0.4452007	0.446301	0.447384	0.448449	0.449497	0.450529	0.451543	0.45254	0.453521	0.454486
19		1.7	0.4554345	0.456367	0.457284	0.458185	0.45907	0.459941	0.460796	0.461636	0.462462	0.463273

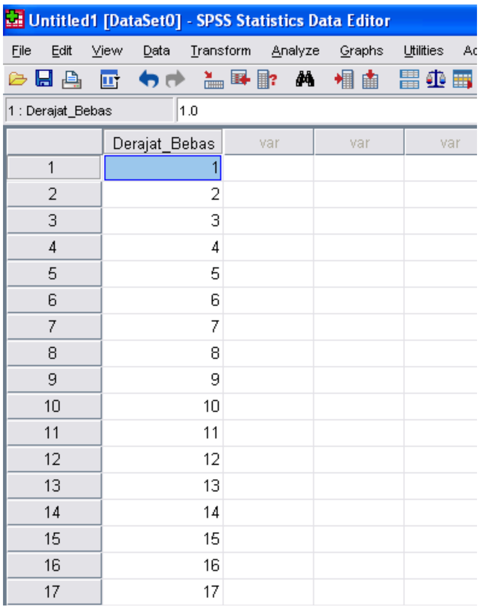
Gambar 5.11

Tabel 5.1 Distribusi Normal Standar dengan *Microsoft Excel*

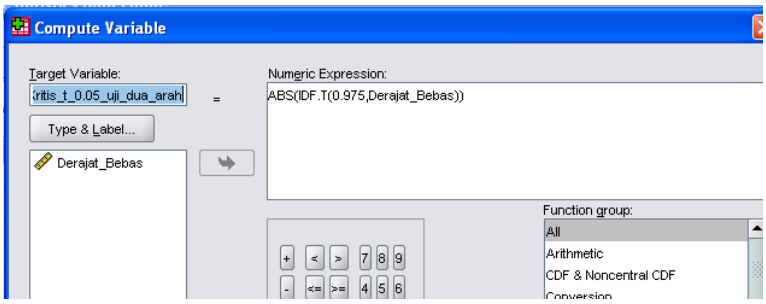
z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0	0.004	0.008	0.012	0.016	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.091	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.148	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.17	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.195	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.219	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.258	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.291	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.334	0.3365	0.3389
1	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.377	0.379	0.381	0.383
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.398	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.437	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633

Membuat Tabel Distribusi t Student dalam SPSS dan Microsoft Excel

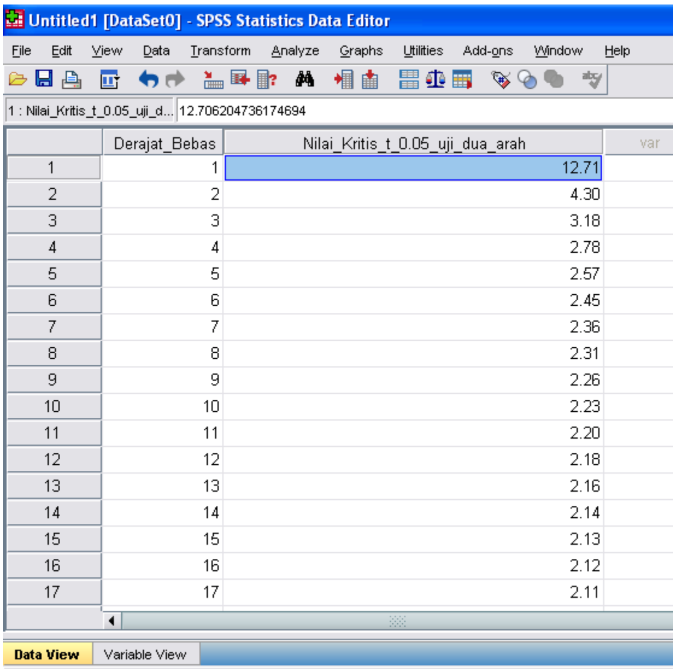
Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi *t student* dalam SPSS dengan tingkat signifikansi 5%. Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 5.12. Kemudian pilih *Transform* => *Compute Variable*, sehingga muncul tampilan *Compute Variable* (Gambar 5.13). Pada kotak *Target Variable*, ketik **Nilai_Kritis_t_0.05_uji_dua_arah**, dan pada kotak *Numeric Expression*, ketik **ABS(IDF.T(0.975,Derajat_Bebas))**. Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 5.14.



Gambar 5.12

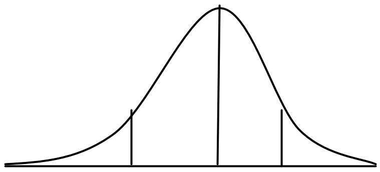


Gambar 5.13



Gambar 5.14

Sebagai contoh nilai kritis t, dengan derajat bebas 10 dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}23$.

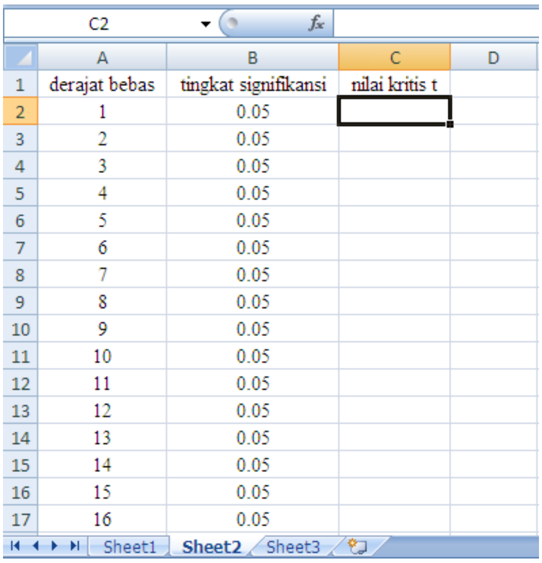


$t = -2{,}23$ $\quad$ $t = +2{,}23$

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi t *student* dalam *Microsoft Excel*. Bangun data dalam *Microsoft Excel*, seperti pada Gambar 5.15. Kemudian tempatkan posisi pada *cell* C2. Pada *cell* C2, ketik rumus sebagai berikut.

=TINV(B2,A2)

Hasilnya seperti pada Gambar 5.16. Kemudian pada *cell* C2, geser ke bawah, sehingga diperoleh hasil seperti pada Gambar 5.17 dan Tabel 5.2.

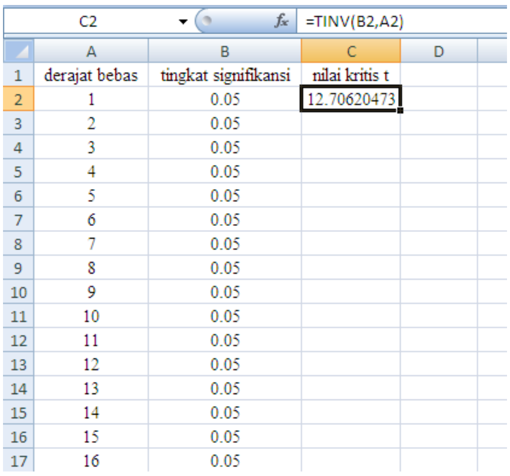


C2

	A	B	C	D
1	derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis t	
2	1	0.05		
3	2	0.05		
4	3	0.05		
5	4	0.05		
6	5	0.05		
7	6	0.05		
8	7	0.05		
9	8	0.05		
10	9	0.05		
11	10	0.05		
12	11	0.05		
13	12	0.05		
14	13	0.05		
15	14	0.05		
16	15	0.05		
17	16	0.05		

Sheet1 Sheet2 Sheet3

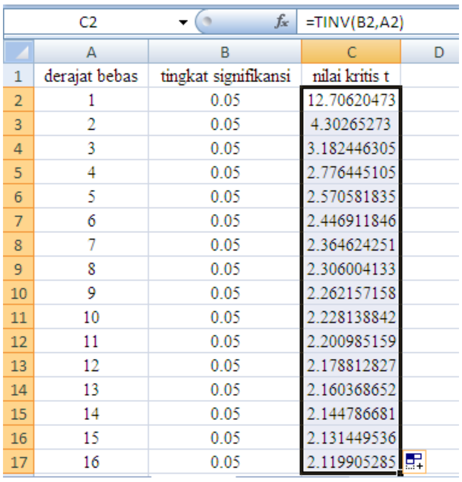
Gambar 5.15



C2 =TINV(B2,A2)

	A	B	C	D
1	derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis t	
2	1	0.05	12.70620473	
3	2	0.05		
4	3	0.05		
5	4	0.05		
6	5	0.05		
7	6	0.05		
8	7	0.05		
9	8	0.05		
10	9	0.05		
11	10	0.05		
12	11	0.05		
13	12	0.05		
14	13	0.05		
15	14	0.05		
16	15	0.05		
17	16	0.05		

Gambar 5.16



C2 =TINV(B2,A2)

	A	B	C	D
1	derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis t	
2	1	0.05	12.70620473	
3	2	0.05	4.30265273	
4	3	0.05	3.182446305	
5	4	0.05	2.776445105	
6	5	0.05	2.570581835	
7	6	0.05	2.446911846	
8	7	0.05	2.364624251	
9	8	0.05	2.306004133	
10	9	0.05	2.262157158	
11	10	0.05	2.228138842	
12	11	0.05	2.200985159	
13	12	0.05	2.178812827	
14	13	0.05	2.160368652	
15	14	0.05	2.144786681	
16	15	0.05	2.131449536	
17	16	0.05	2.119905285	

Gambar 5.17

Tabel 5.2 Distribusi *t Student*

Derajat Bebas	Tingkat Signifikansi	Nilai Kritis t
1	0.05	12.70620473
2	0.05	4.30265273
3	0.05	3.182446305
4	0.05	2.776445105
5	0.05	2.570581835
6	0.05	2.446911846
7	0.05	2.364624251
8	0.05	2.306004133
9	0.05	2.262157158
10	0.05	2.228138842
11	0.05	2.200985159
12	0.05	2.178812827
13	0.05	2.160368652
14	0.05	2.144786681
15	0.05	2.131449536
16	0.05	2.119905285
17	0.05	2.109815559
18	0.05	2.100922037
19	0.05	2.09302405
20	0.05	2.085963441
21	0.05	2.079613837
22	0.05	2.073873058
23	0.05	2.068657599
24	0.05	2.063898547
25	0.05	2.059538536
26	0.05	2.055529418
27	0.05	2.051830493
28	0.05	2.048407115
29	0.05	2.045229611

30	0.05	2.042272449
31	0.05	2.039513438
32	0.05	2.036933334
33	0.05	2.034515287
34	0.05	2.032244498
35	0.05	2.030107915
36	0.05	2.028093987
37	0.05	2.026192447
38	0.05	2.024394147
39	0.05	2.022690901
40	0.05	2.02107537
41	0.05	2.019540948
42	0.05	2.018081679
43	0.05	2.016692173
44	0.05	2.015367547
45	0.05	2.014103359
46	0.05	2.012895567
47	0.05	2.01174048
48	0.05	2.010634722
49	0.05	2.009575199
50	0.05	2.008559072
51	0.05	2.007583728
52	0.05	2.006646761
53	0.05	2.005745949
54	0.05	2.004879275
55	0.05	2.004044769
56	0.05	2.003240704
57	0.05	2.002465444
58	0.05	2.001717468
59	0.05	2.000995361
60	0.05	2.000297804
61	0.05	1.999623567
62	0.05	1.998971498
63	0.05	1.998340522
64	0.05	1.997729633
65	0.05	1.997137887
66	0.05	1.996564396
67	0.05	1.996008331
68	0.05	1.995468907
69	0.05	1.99494539
70	0.05	1.994437086
71	0.05	1.993943341
72	0.05	1.993463539
73	0.05	1.992997097
74	0.05	1.992543466
75	0.05	1.992102124

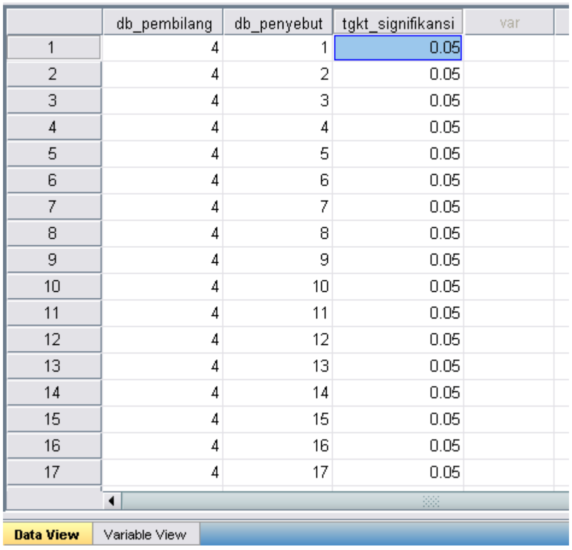
76	0.05	1.991672579
77	0.05	1.991254363
78	0.05	1.990847036
79	0.05	1.990450177
80	0.05	1.990063387
81	0.05	1.989686288
82	0.05	1.989318521
83	0.05	1.988959743
84	0.05	1.988609629
85	0.05	1.988267868
86	0.05	1.987934166
87	0.05	1.987608241
88	0.05	1.987289823
89	0.05	1.986978657
90	0.05	1.986674497
91	0.05	1.98637711
92	0.05	1.986086272
93	0.05	1.985801768
94	0.05	1.985523395
95	0.05	1.985250956
96	0.05	1.984984263
97	0.05	1.984723136
98	0.05	1.984467404
99	0.05	1.9842169
100	0.05	1.983971466
101	0.05	1.98373095
102	0.05	1.983495205
103	0.05	1.98326409
104	0.05	1.983037471
105	0.05	1.982815217
106	0.05	1.982597204
107	0.05	1.982383312

Membuat Tabel Distribusi F dalam SPSS dan Microsoft Excel

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi F, dengan tingkat signifikansi 5% dalam SPSS. Bangun data dalam SPSS, seperti pada Gambar 5.18 dan Gambar 5.19. Selanjutnya pilih *Transform => Compute Variable*, sehingga muncul tampilan *Compute Variable* (Gambar 5.20). Pada kotak *Target Variable*, ketik **nilai_kritis_F**, dan pada kotak *Numeric Expression,* ketik rumus

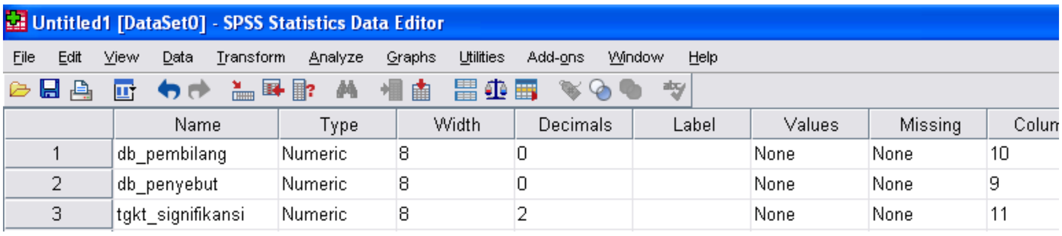
IDF.F(0.95,db_pembilang,db_penyebut)

Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 5.21. Sebagai contoh, berdasarkan Gambar 5.21, nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang 4, derajat bebas penyebut 15, dan tingkat signifikansi 0,05 adalah 3,0566. Nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang 4, derajat bebas penyebut 4, dan tingkat signifikansi 0,05 adalah 6,3882.



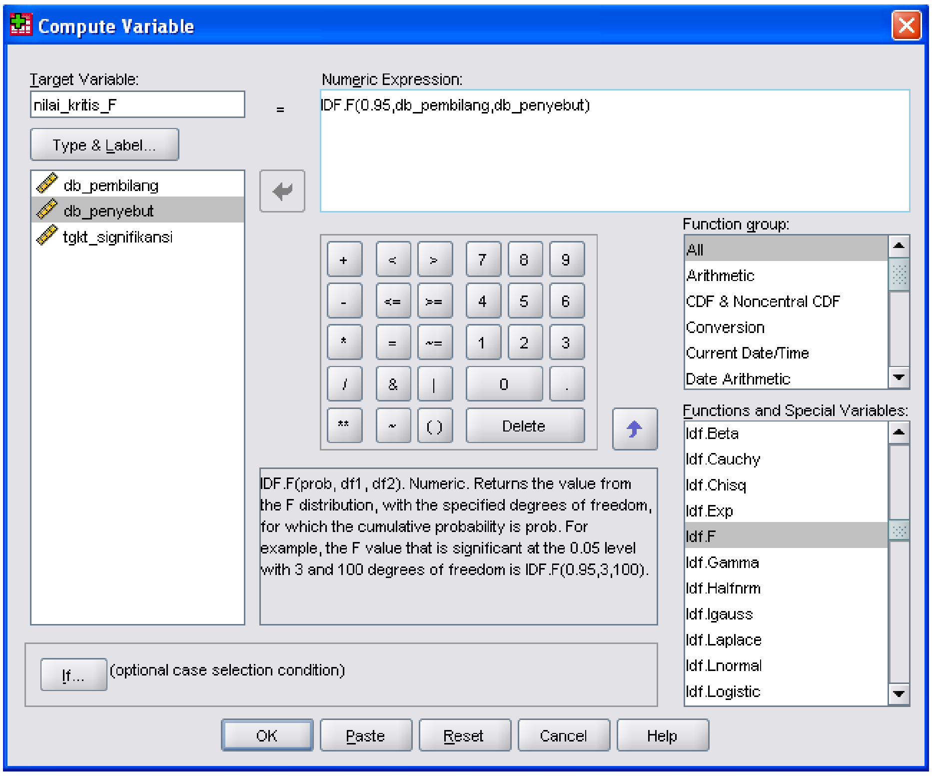
	db_pembilang	db_penyebut	tgkt_signifikansi	var
1	4	1	0.05	
2	4	2	0.05	
3	4	3	0.05	
4	4	4	0.05	
5	4	5	0.05	
6	4	6	0.05	
7	4	7	0.05	
8	4	8	0.05	
9	4	9	0.05	
10	4	10	0.05	
11	4	11	0.05	
12	4	12	0.05	
13	4	13	0.05	
14	4	14	0.05	
15	4	15	0.05	
16	4	16	0.05	
17	4	17	0.05	

Gambar 5.18

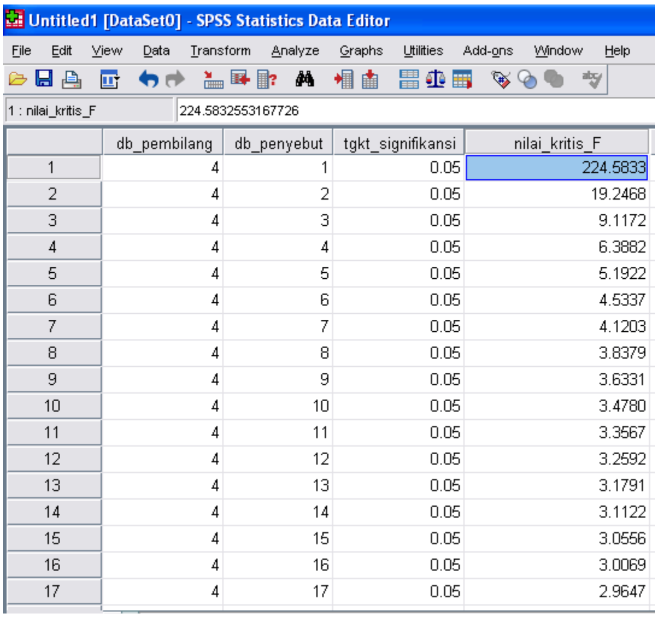


	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Colum
1	db_pembilang	Numeric	8	0		None	None	10
2	db_penyebut	Numeric	8	0		None	None	9
3	tgkt_signifikansi	Numeric	8	2		None	None	11

Gambar 5.19



Gambar 5.20



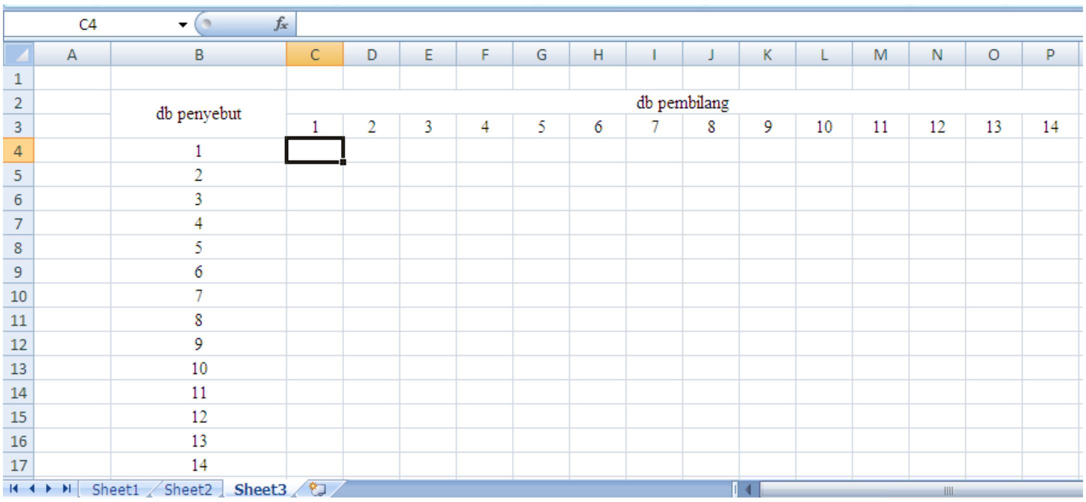
	db_pembilang	db_penyebut	tgkt_signifikansi	nilai_kritis_F
1	4	1	0.05	224.5833
2	4	2	0.05	19.2468
3	4	3	0.05	9.1172
4	4	4	0.05	6.3882
5	4	5	0.05	5.1922
6	4	6	0.05	4.5337
7	4	7	0.05	4.1203
8	4	8	0.05	3.8379
9	4	9	0.05	3.6331
10	4	10	0.05	3.4780
11	4	11	0.05	3.3567
12	4	12	0.05	3.2592
13	4	13	0.05	3.1791
14	4	14	0.05	3.1122
15	4	15	0.05	3.0556
16	4	16	0.05	3.0069
17	4	17	0.05	2.9647

Gambar 5.21

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi *F* dalam *Microsoft Excel*. Bangun data dalam *Microsoft Excel*, seperti pada Gambar 5.22. Kemudian tempatkan posisi pada *cell* C4. Pada *cell* C4, ketik rumus sebagai berikut.

=FINV(0.05,C3,B4)

Hasilnya seperti pada Gambar 5.23. Kemudian pada *cell* C4, geser ke bawah, sehingga diperoleh hasil seperti pada Gambar 5.24.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1																
2		db penyebut							db pembilang							
3			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
4		1														
5		2														
6		3														
7		4														
8		5														
9		6														
10		7														
11		8														
12		9														
13		10														
14		11														
15		12														
16		13														
17		14														

Gambar 5.22

C4 =FINV(0.05,C3,B4)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2		db penyebut							db pembilang			
3			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4		1	161.448									
5		2										
6		3										
7		4										
8		5										
9		6										
10		7										
11		8										
12		9										
13		10										
14		11										
15		12										
16		13										
17		14										
18												

Sheet1 Sheet2 Sheet3

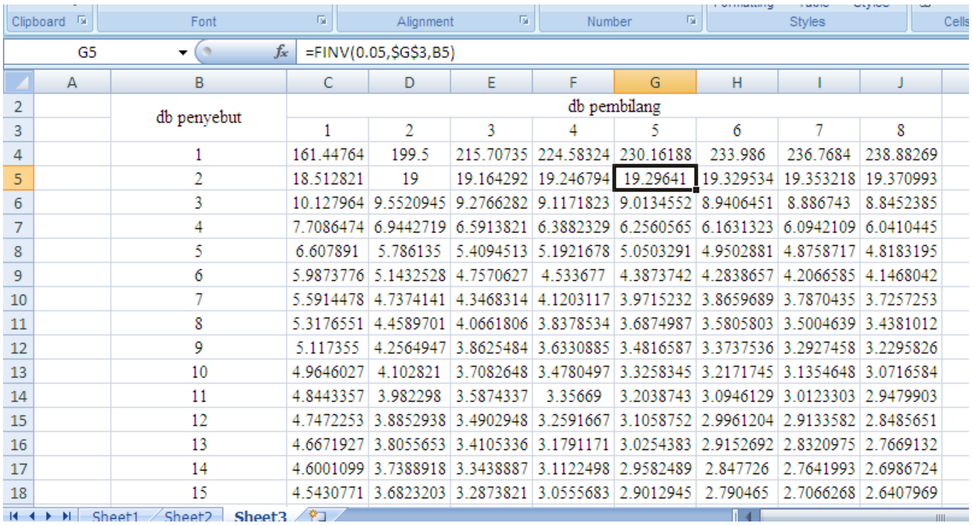
Gambar 5.23

C4 =FINV(0.05,C3,B4)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2		db penyebut							db pembilang		
3			1	2	3	4	5	6	7	8	9
4		1	161.448								
5		2	18.5128								
6		3	10.128								
7		4	7.70865								
8		5	6.60789								
9		6	5.98738								
10		7	5.59145								
11		8	5.31766								
12		9	5.11736								
13		10	4.9646								
14		11	4.84434								
15		12	4.74723								
16		13	4.66719								
17		14	4.60011								

Gambar 5.24

Lakukan langkah yang sama untuk kolom-kolom selanjutnya, sehingga diperoleh tabel distribusi *F* seperti pada Gambar 5.25 atau Tabel 5.3.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2		db penyebut	db pembilang							
3			1	2	3	4	5	6	7	8
4		1	161.44764	199.5	215.70735	224.58324	230.16188	233.986	236.7684	238.88269
5		2	18.512821	19	19.164292	19.246794	19.29641	19.329534	19.353218	19.370993
6		3	10.127964	9.5520945	9.2766282	9.1171823	9.0134552	8.9406451	8.886743	8.8452385
7		4	7.7086474	6.9442719	6.5913821	6.3882329	6.2560565	6.1631323	6.0942109	6.0410445
8		5	6.607891	5.786135	5.4094513	5.1921678	5.0503291	4.9502881	4.8758717	4.8183195
9		6	5.9873776	5.1432528	4.7570627	4.533677	4.3873742	4.2838657	4.2066585	4.1468042
10		7	5.5914478	4.7374141	4.3468314	4.1203117	3.9715232	3.8659689	3.7870435	3.7257253
11		8	5.3176551	4.4589701	4.0661806	3.8378534	3.6874987	3.5805803	3.5004639	3.4381012
12		9	5.117355	4.2564947	3.8625484	3.6330885	3.4816587	3.3737536	3.2927458	3.2295826
13		10	4.9646027	4.102821	3.7082648	3.4780497	3.3258345	3.2171745	3.1354648	3.0716584
14		11	4.8443357	3.982298	3.5874337	3.35669	3.2038743	3.0946129	3.0123303	2.9479903
15		12	4.7472253	3.8852938	3.4902948	3.2591667	3.1058752	2.9961204	2.9133582	2.8485651
16		13	4.6671927	3.8055653	3.4105336	3.1791171	3.0254383	2.9152692	2.8320975	2.7669132
17		14	4.6001099	3.7388918	3.3438887	3.1122498	2.9582489	2.847726	2.7641993	2.6986724
18		15	4.5430771	3.6823203	3.2873821	3.0555683	2.9012945	2.790465	2.7066268	2.6407969

Gambar 5.25

Tabel 5.3 Distribusi *F*

db penyebut	db pembilang							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	161.45	199.5	215.71	224.58	230.16	233.99	236.768	238.88
2	18.513	19	19.164	19.247	19.296	19.33	19.3532	19.371
3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.88674	8.8452
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.09421	6.041
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.87587	4.8183
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.20666	4.1468
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.866	3.78704	3.7257
8	5.3177	4.459	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.50046	3.4381
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.29275	3.2296
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.478	3.3258	3.2172	3.13546	3.0717
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.01233	2.948
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.91336	2.8486
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.70663	2.6408
16	4.494	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.81	2.6987	2.6143	2.548
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.57672	2.5102
19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.54353	2.4768
20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.599	2.51401	2.4471
21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.48758	2.4205
22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.46377	2.3965
23	4.2793	3.4221	3.028	2.7955	2.64	2.5277	2.44223	2.3748
24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.42263	2.3551
25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.603	2.4904	2.40473	2.3371
26	4.2252	3.369	2.9752	2.7426	2.5868	2.4741	2.38831	2.3205
27	4.21	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.37321	2.3053

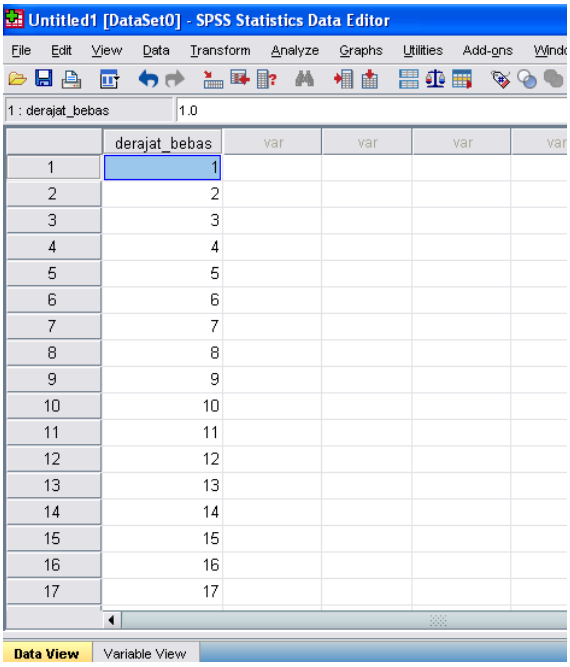
28	4.196	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.35926	2.2913
29	4.183	3.3277	2.934	2.7014	2.5454	2.4324	2.34634	2.2783
30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.33434	2.2662
31	4.1596	3.3048	2.9113	2.6787	2.5225	2.4094	2.32317	2.2549
32	4.1491	3.2945	2.9011	2.6684	2.5123	2.3991	2.31274	2.2444
33	4.1393	3.2849	2.8916	2.6589	2.5026	2.3894	2.30298	2.2346
34	4.13	3.2759	2.8826	2.6499	2.4936	2.3803	2.29383	2.2253
35	4.1213	3.2674	2.8742	2.6415	2.4851	2.3718	2.28524	2.2167
36	4.1132	3.2594	2.8663	2.6335	2.4772	2.3638	2.27714	2.2085
37	4.1055	3.2519	2.8588	2.6261	2.4696	2.3562	2.26951	2.2008
38	4.0982	3.2448	2.8517	2.619	2.4625	2.349	2.2623	2.1936
39	4.0913	3.2381	2.8451	2.6123	2.4558	2.3423	2.25549	2.1867
40	4.0847	3.2317	2.8387	2.606	2.4495	2.3359	2.24902	2.1802
41	4.0785	3.2257	2.8327	2.6	2.4434	2.3298	2.24289	2.174
42	4.0727	3.2199	2.827	2.5943	2.4377	2.324	2.23707	2.1681
43	4.067	3.2145	2.8216	2.5888	2.4322	2.3185	2.23153	2.1625
44	4.0617	3.2093	2.8165	2.5837	2.427	2.3133	2.22625	2.1572
45	4.0566	3.2043	2.8115	2.5787	2.4221	2.3083	2.22122	2.1521
46	4.0517	3.1996	2.8068	2.574	2.4174	2.3035	2.21642	2.1473
47	4.0471	3.1951	2.8024	2.5695	2.4128	2.299	2.21183	2.1427
48	4.0427	3.1907	2.7981	2.5652	2.4085	2.2946	2.20744	2.1382
49	4.0384	3.1866	2.7939	2.5611	2.4044	2.2904	2.20323	2.134
50	4.0343	3.1826	2.79	2.5572	2.4004	2.2864	2.1992	2.1299
51	4.0304	3.1788	2.7862	2.5534	2.3966	2.2826	2.19534	2.126
52	4.0266	3.1751	2.7826	2.5498	2.393	2.2789	2.19163	2.1223
53	4.023	3.1716	2.7791	2.5463	2.3894	2.2754	2.18806	2.1187
54	4.0195	3.1682	2.7758	2.5429	2.3861	2.272	2.18463	2.1152
55	4.0162	3.165	2.7725	2.5397	2.3828	2.2687	2.18133	2.1119
56	4.013	3.1619	2.7694	2.5366	2.3797	2.2656	2.17816	2.1087
57	4.0099	3.1588	2.7664	2.5336	2.3767	2.2625	2.17509	2.1056
58	4.0069	3.1559	2.7636	2.5307	2.3738	2.2596	2.17214	2.1026
59	4.004	3.1531	2.7608	2.5279	2.371	2.2568	2.16929	2.0997
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5252	2.3683	2.2541	2.16654	2.097
61	3.9985	3.1478	2.7555	2.5226	2.3657	2.2514	2.16388	2.0943
62	3.9959	3.1453	2.753	2.5201	2.3631	2.2489	2.16131	2.0917
63	3.9934	3.1428	2.7505	2.5177	2.3607	2.2464	2.15883	2.0892
64	3.9909	3.1404	2.7482	2.5153	2.3583	2.244	2.15642	2.0868
65	3.9886	3.1381	2.7459	2.513	2.356	2.2417	2.1541	2.0844
66	3.9863	3.1359	2.7437	2.5108	2.3538	2.2395	2.15184	2.0821
67	3.984	3.1338	2.7416	2.5087	2.3517	2.2373	2.14965	2.0799
68	3.9819	3.1317	2.7395	2.5066	2.3496	2.2352	2.14753	2.0778
69	3.9798	3.1296	2.7375	2.5046	2.3475	2.2332	2.14547	2.0757
70	3.9778	3.1277	2.7355	2.5027	2.3456	2.2312	2.14348	2.0737
71	3.9758	3.1258	2.7336	2.5008	2.3437	2.2293	2.14154	2.0717
72	3.9739	3.1239	2.7318	2.4989	2.3418	2.2274	2.13966	2.0698
73	3.972	3.1221	2.73	2.4971	2.34	2.2256	2.13782	2.068

74	3.9702	3.1203	2.7283	2.4954	2.3383	2.2238	2.13605	2.0662
75	3.9685	3.1186	2.7266	2.4937	2.3366	2.2221	2.13431	2.0644
76	3.9668	3.117	2.7249	2.492	2.3349	2.2204	2.13263	2.0627
77	3.9651	3.1154	2.7233	2.4904	2.3333	2.2188	2.13099	2.0611
78	3.9635	3.1138	2.7218	2.4889	2.3317	2.2172	2.12939	2.0595
79	3.9619	3.1123	2.7203	2.4874	2.3302	2.2157	2.12784	2.0579
80	3.9604	3.1108	2.7188	2.4859	2.3287	2.2142	2.12632	2.0564
81	3.9589	3.1093	2.7173	2.4844	2.3273	2.2127	2.12485	2.0549
82	3.9574	3.1079	2.7159	2.483	2.3259	2.2113	2.12341	2.0534
83	3.956	3.1065	2.7146	2.4817	2.3245	2.2099	2.122	2.052
84	3.9546	3.1052	2.7132	2.4803	2.3231	2.2086	2.12063	2.0506
85	3.9532	3.1038	2.7119	2.479	2.3218	2.2072	2.1193	2.0493
86	3.9519	3.1026	2.7106	2.4777	2.3205	2.2059	2.11799	2.048
87	3.9506	3.1013	2.7094	2.4765	2.3193	2.2047	2.11672	2.0467
88	3.9493	3.1001	2.7082	2.4753	2.3181	2.2034	2.11547	2.0454
89	3.9481	3.0989	2.707	2.4741	2.3169	2.2022	2.11426	2.0442
90	3.9469	3.0977	2.7058	2.4729	2.3157	2.2011	2.11307	2.043
91	3.9457	3.0966	2.7047	2.4718	2.3145	2.1999	2.1119	2.0418
92	3.9445	3.0954	2.7036	2.4707	2.3134	2.1988	2.11077	2.0407
93	3.9434	3.0943	2.7025	2.4696	2.3123	2.1977	2.10966	2.0395
94	3.9423	3.0933	2.7014	2.4685	2.3113	2.1966	2.10857	2.0384
95	3.9412	3.0922	2.7004	2.4675	2.3102	2.1955	2.10751	2.0374
96	3.9402	3.0912	2.6994	2.4665	2.3092	2.1945	2.10647	2.0363
97	3.9391	3.0902	2.6984	2.4655	2.3082	2.1935	2.10545	2.0353
98	3.9381	3.0892	2.6974	2.4645	2.3072	2.1925	2.10445	2.0343
99	3.9371	3.0882	2.6965	2.4636	2.3063	2.1915	2.10347	2.0333
100	3.9361	3.0873	2.6955	2.4626	2.3053	2.1906	2.10251	2.0323

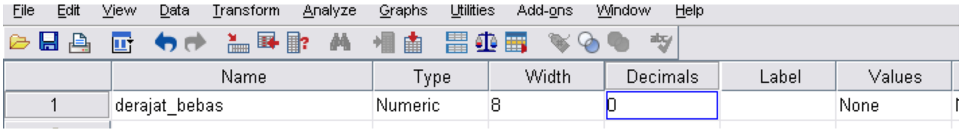
Membuat Tabel Distribusi Chi-Square dalam SPSS dan Microsoft Excel

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi *chi-square*, dengan tingkat signifikansi 5% dalam SPSS. Bangun data dalam SPSS, seperti pada Gambar 5.26 dan Gambar 5.27. Selanjutnya pilih *Transform* => *Compute Variable*, sehingga muncul tampilan *Compute Variable* (Gambar 5.28).

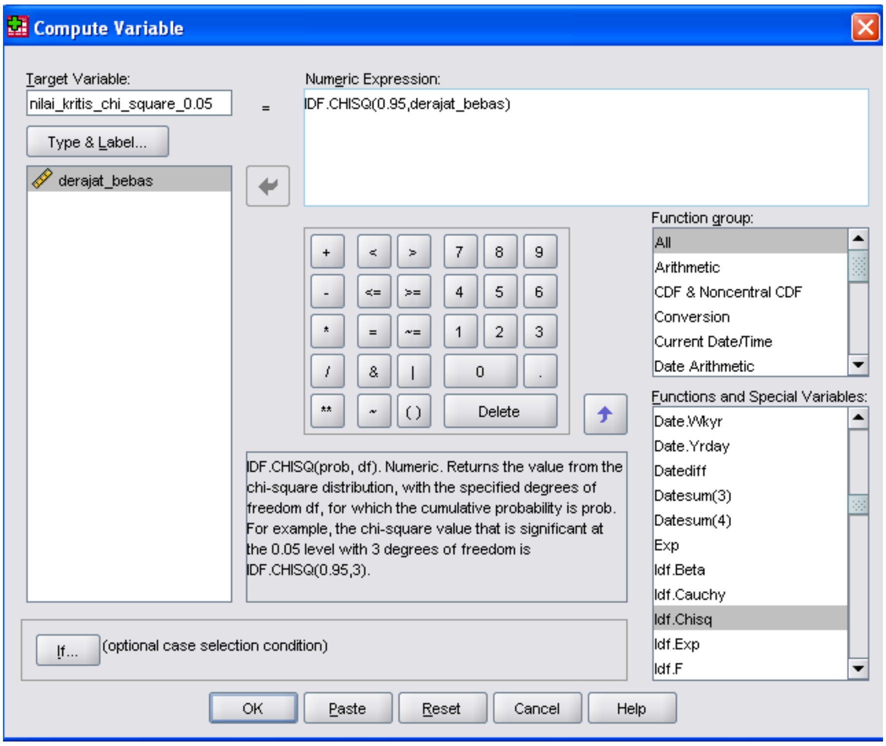
Pada kotak *Target Variable*, ketik **nilai_kritis_chi_square_0.05**, dan pada kotak *Numeric Expression*, ketik **IDF.CHISQ(0.95,derajat_bebas)**. Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 5.29. Sebagai contoh, nilai kritis *chi-square* dengan derajat bebas 16 dan tingkat signifikansi 5% adalah 26,2962. Nilai kritis *chi-square* dengan derajat bebas 10 dan tingkat signifikansi 5% adalah 18,3070.



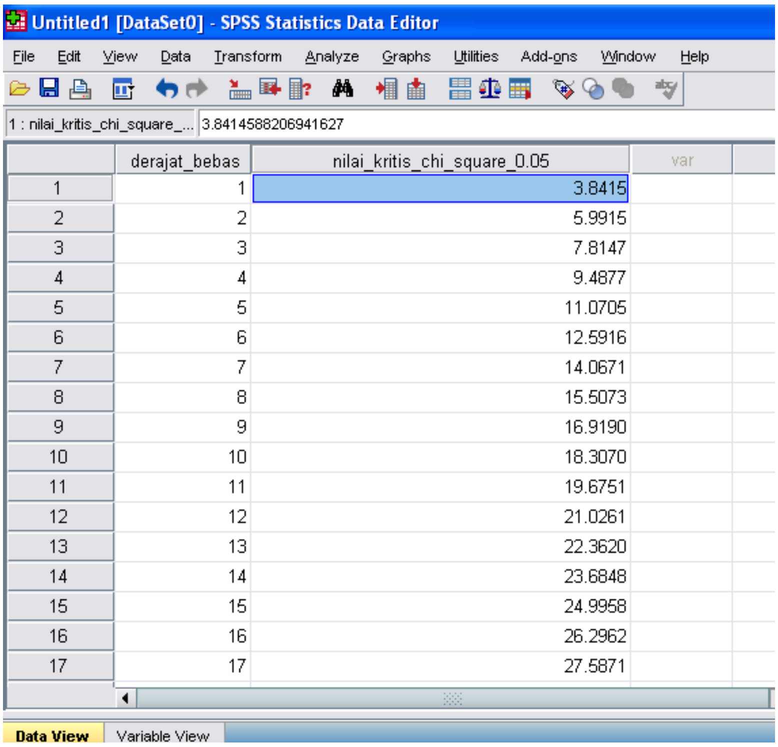
Gambar 5.26



Gambar 5.27



Gambar 5.28



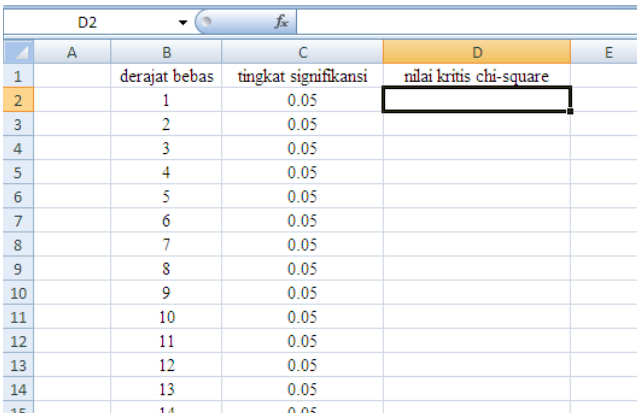
	derajat_bebas	nilai_kritis_chi_square_0.05	var
1	1	3.8415	
2	2	5.9915	
3	3	7.8147	
4	4	9.4877	
5	5	11.0705	
6	6	12.5916	
7	7	14.0671	
8	8	15.5073	
9	9	16.9190	
10	10	18.3070	
11	11	19.6751	
12	12	21.0261	
13	13	22.3620	
14	14	23.6848	
15	15	24.9958	
16	16	26.2962	
17	17	27.5871	

Gambar 5.29

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi *chi-square* dalam *Microsoft Excel*. Bangun data dalam *Microsoft Excel*, seperti pada Gambar 5.30. Kemudian tempatkan posisi pada *cell* D2. Pada *cell* D2, ketik rumus sebagai berikut.

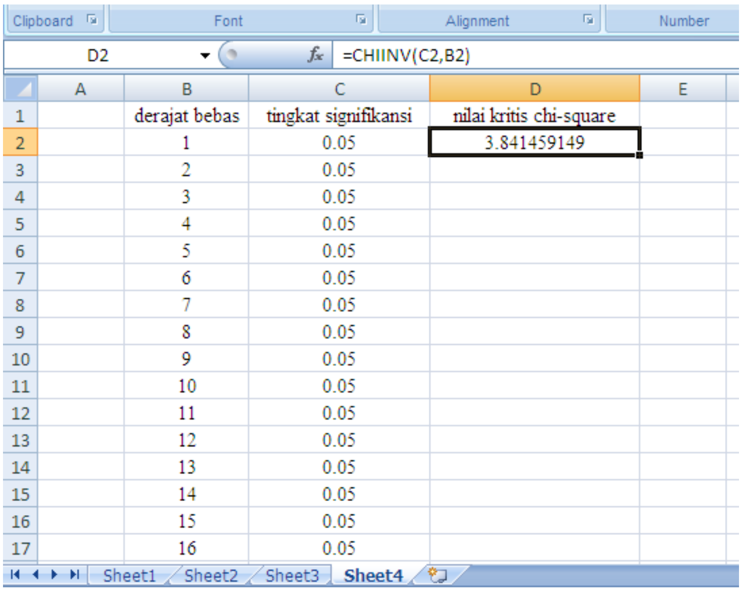
=CHIINV(C2,B2)

Hasilnya seperti pada Gambar 5.31. Kemudian pada *cell* D2, geser ke bawah, sehingga diperoleh hasil seperti pada Gambar 5.32 dan Tabel 5.4.



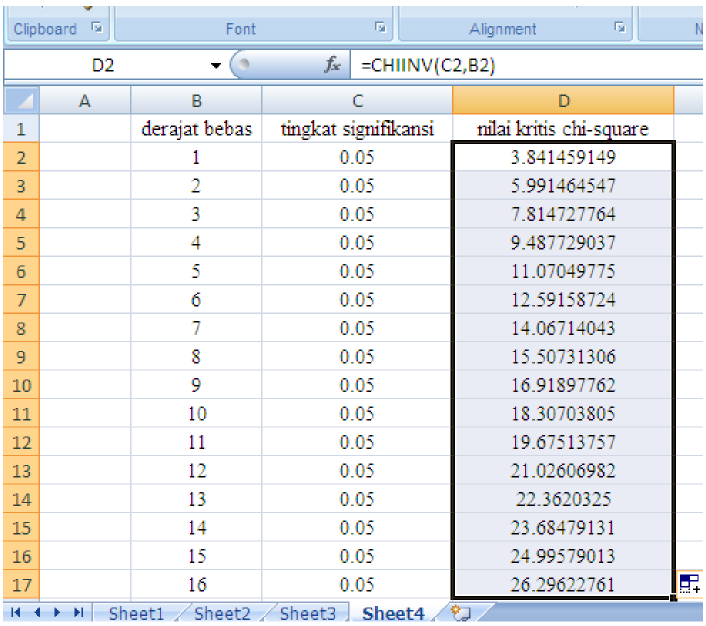
	A	B	C	D	E
1		derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis chi-square	
2		1	0.05		
3		2	0.05		
4		3	0.05		
5		4	0.05		
6		5	0.05		
7		6	0.05		
8		7	0.05		
9		8	0.05		
10		9	0.05		
11		10	0.05		
12		11	0.05		
13		12	0.05		
14		13	0.05		

Gambar 5.30



	A	B	C	D	E
1		derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis chi-square	
2		1	0.05	3.841459149	
3		2	0.05		
4		3	0.05		
5		4	0.05		
6		5	0.05		
7		6	0.05		
8		7	0.05		
9		8	0.05		
10		9	0.05		
11		10	0.05		
12		11	0.05		
13		12	0.05		
14		13	0.05		
15		14	0.05		
16		15	0.05		
17		16	0.05		

Gambar 5.31



	A	B	C	D
1		derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis chi-square
2		1	0.05	3.841459149
3		2	0.05	5.991464547
4		3	0.05	7.814727764
5		4	0.05	9.487729037
6		5	0.05	11.07049775
7		6	0.05	12.59158724
8		7	0.05	14.06714043
9		8	0.05	15.50731306
10		9	0.05	16.91897762
11		10	0.05	18.30703805
12		11	0.05	19.67513757
13		12	0.05	21.02606982
14		13	0.05	22.3620325
15		14	0.05	23.68479131
16		15	0.05	24.99579013
17		16	0.05	26.29622761

Gambar 5.32

Tabel 5.4 Distribusi *Chi-Square*

derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis chi-square
1	0.05	3.841459149
2	0.05	5.991464547
3	0.05	7.814727764
4	0.05	9.487729037
5	0.05	11.07049775
6	0.05	12.59158724
7	0.05	14.06714043
8	0.05	15.50731306
9	0.05	16.91897762

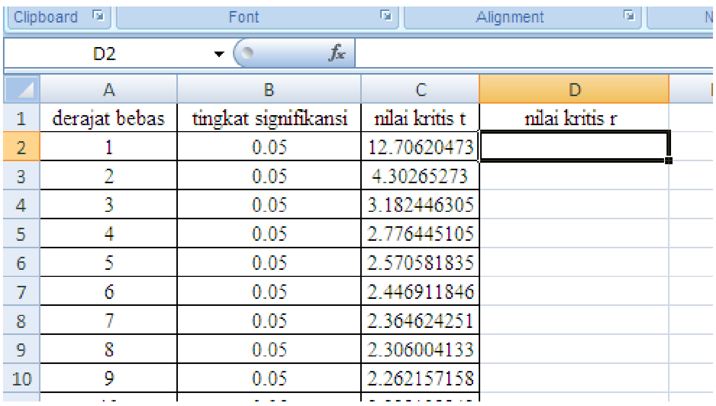
10	0.05	18.30703805
11	0.05	19.67513757
12	0.05	21.02606982
13	0.05	22.3620325
14	0.05	23.68479131
15	0.05	24.99579013
16	0.05	26.29622761
17	0.05	27.58711164
18	0.05	28.86929943
19	0.05	30.14352721
20	0.05	31.41043286
21	0.05	32.67057337
22	0.05	33.92443852
23	0.05	35.17246163
24	0.05	36.4150285
25	0.05	37.65248413
26	0.05	38.88513865
27	0.05	40.11327205
28	0.05	41.33713813
29	0.05	42.55696777
30	0.05	43.77297178
31	0.05	44.98534322
32	0.05	46.19425944
33	0.05	47.39988381
34	0.05	48.60236738
35	0.05	49.80184958
36	0.05	50.99846018
37	0.05	52.19231975
38	0.05	53.38354065
39	0.05	54.5722278
40	0.05	55.75847932
41	0.05	56.9423872
42	0.05	58.12403775
43	0.05	59.3035121
44	0.05	60.48088667
45	0.05	61.65623348
46	0.05	62.82962054
47	0.05	64.00111212
48	0.05	65.17076907
49	0.05	66.33864905
50	0.05	67.50480652
51	0.05	68.66929388
52	0.05	69.83216031
53	0.05	70.99345279
54	0.05	72.15321612
55	0.05	73.31149298

56	0.05	74.4683241
57	0.05	75.6237484
58	0.05	76.77780308
59	0.05	77.93052372
60	0.05	79.08194439
61	0.05	80.23209774
62	0.05	81.38101507
63	0.05	82.52872641
64	0.05	83.6752606
65	0.05	84.82064534
66	0.05	85.96490727
67	0.05	87.108072
68	0.05	88.25016421
69	0.05	89.39120764
70	0.05	90.53122518
71	0.05	91.6702389
72	0.05	92.80827009
73	0.05	93.94533966
74	0.05	95.08146673
75	0.05	96.21667082
76	0.05	97.35097045
77	0.05	98.48438354
78	0.05	99.61692741
79	0.05	100.7486188
80	0.05	101.8794741
81	0.05	103.0095088
82	0.05	104.1387383
83	0.05	105.2671774
84	0.05	106.3948404
85	0.05	107.5217411
86	0.05	108.6478931
87	0.05	109.7733095
88	0.05	110.898003
89	0.05	112.0219859
90	0.05	113.1452703
91	0.05	114.2678679
92	0.05	115.3897899
93	0.05	116.5110475
94	0.05	117.6316514
95	0.05	118.751612
96	0.05	119.8709396
97	0.05	120.989644
98	0.05	122.1077349
99	0.05	123.2252218
100	0.05	124.3421137
101	0.05	125.4584198

102	0.05	126.5741486
103	0.05	127.6893087
104	0.05	128.8039083
105	0.05	129.9179552
106	0.05	131.0314582
107	0.05	132.1444244
108	0.05	133.2568616
109	0.05	134.368777
110	0.05	135.4801778
111	0.05	136.5910711
112	0.05	137.7014637
113	0.05	138.8113624
114	0.05	139.9207738
115	0.05	141.0297041
116	0.05	142.1381599
117	0.05	143.2461471
118	0.05	144.3536719
119	0.05	145.46074
120	0.05	146.5673574
121	0.05	147.6735296
122	0.05	148.7792621
123	0.05	149.8845604
124	0.05	150.9894298
125	0.05	152.0938755

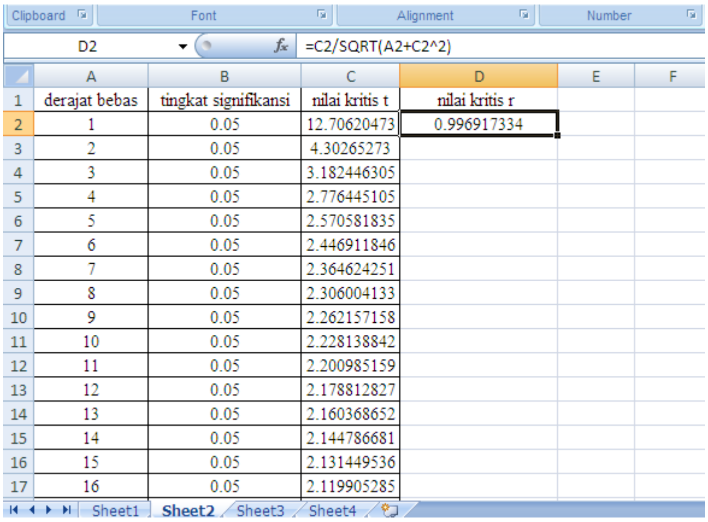
Membuat Tabel Distribusi r *Product Moment dalam Microsoft Excel*

Berikut langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi *r product moment* dalam *Microsoft Excel*, dengan tingkat signifikansi 5% dalam SPSS. Data pada Gambar 5.17 disajikan kembali pada Gambar 5.33 dengan penambahan kolom untuk nilai kritis *r*. Tempatkan posisi *cell* pada D2 dan ketik rumus **=C2/SQRT(A2+C2^2)**. Maka hasilnya seperti pada Gambar 5.34



	A	B	C	D
1	derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis t	nilai kritis r
2	1	0.05	12.70620473	
3	2	0.05	4.30265273	
4	3	0.05	3.182446305	
5	4	0.05	2.776445105	
6	5	0.05	2.570581835	
7	6	0.05	2.446911846	
8	7	0.05	2.364624251	
9	8	0.05	2.306004133	
10	9	0.05	2.262157158	

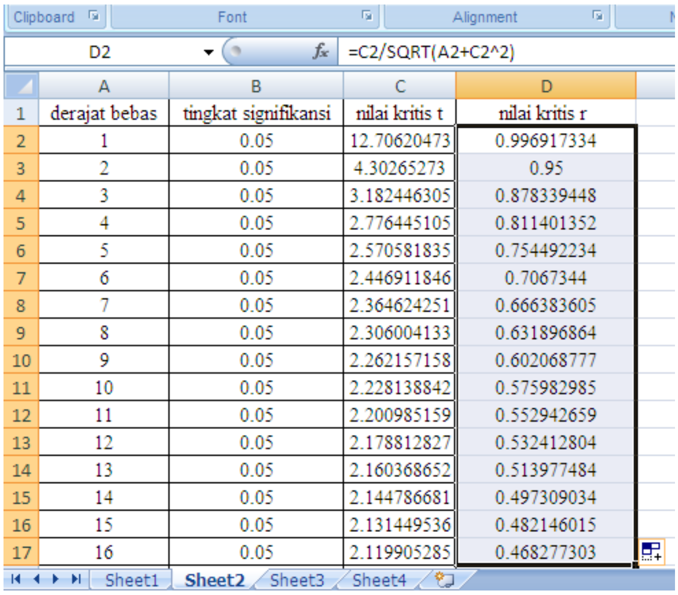
Gambar 5.33



D2 =C2/SQRT(A2+C2^2)

derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis t	nilai kritis r
1	0.05	12.70620473	0.996917334
2	0.05	4.30265273	
3	0.05	3.182446305	
4	0.05	2.776445105	
5	0.05	2.570581835	
6	0.05	2.446911846	
7	0.05	2.364624251	
8	0.05	2.306004133	
9	0.05	2.262157158	
10	0.05	2.228138842	
11	0.05	2.200985159	
12	0.05	2.178812827	
13	0.05	2.160368652	
14	0.05	2.144786681	
15	0.05	2.131449536	
16	0.05	2.119905285	

Gambar 5.34



D2 =C2/SQRT(A2+C2^2)

derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis t	nilai kritis r
1	0.05	12.70620473	0.996917334
2	0.05	4.30265273	0.95
3	0.05	3.182446305	0.878339448
4	0.05	2.776445105	0.811401352
5	0.05	2.570581835	0.754492234
6	0.05	2.446911846	0.7067344
7	0.05	2.364624251	0.666383605
8	0.05	2.306004133	0.631896864
9	0.05	2.262157158	0.602068777
10	0.05	2.228138842	0.575982985
11	0.05	2.200985159	0.552942659
12	0.05	2.178812827	0.532412804
13	0.05	2.160368652	0.513977484
14	0.05	2.144786681	0.497309034
15	0.05	2.131449536	0.482146015
16	0.05	2.119905285	0.468277303

Gambar 5.35

Tabel 5.5 Distribusi *r Product Moment*

derajat bebas	tingkat signifikansi	nilai kritis t	nilai kritis r
1	0.05	12.70620473	0.996917334
2	0.05	4.30265273	0.95
3	0.05	3.182446305	0.878339448
4	0.05	2.776445105	0.811401352
5	0.05	2.570581835	0.754492234
6	0.05	2.446911846	0.7067344
7	0.05	2.364624251	0.666383605
8	0.05	2.306004133	0.631896864
9	0.05	2.262157158	0.602068777
10	0.05	2.228138842	0.575982985
11	0.05	2.200985159	0.552942659

12	0.05	2.178812827	0.532412804
13	0.05	2.160368652	0.513977484
14	0.05	2.144786681	0.497309034
15	0.05	2.131449536	0.482146015
16	0.05	2.119905285	0.468277303
17	0.05	2.109815559	0.455530502
18	0.05	2.100922037	0.443763399
19	0.05	2.09302405	0.432857556
20	0.05	2.085963441	0.422713503
21	0.05	2.079613837	0.413247029
22	0.05	2.073873058	0.404386321
23	0.05	2.068657599	0.396069727
24	0.05	2.063898547	0.388243995
25	0.05	2.059538536	0.380862857
26	0.05	2.055529418	0.373885908
27	0.05	2.051830493	0.367277681
28	0.05	2.048407115	0.361006904
29	0.05	2.045229611	0.355045884
30	0.05	2.042272449	0.349370006
31	0.05	2.039513438	0.343957288
32	0.05	2.036933334	0.338788053
33	0.05	2.034515287	0.333844617
34	0.05	2.032244498	0.329111042
35	0.05	2.030107915	0.324572913
36	0.05	2.028093987	0.320217167
37	0.05	2.026192447	0.316031926
38	0.05	2.024394147	0.312006366
39	0.05	2.022690901	0.308130601
40	0.05	2.02107537	0.304395578
41	0.05	2.019540948	0.300792993
42	0.05	2.018081679	0.297315209
43	0.05	2.016692173	0.293955192
44	0.05	2.015367547	0.29070645
45	0.05	2.014103359	0.287562981
46	0.05	2.012895567	0.284519225
47	0.05	2.01174048	0.281570024
48	0.05	2.010634722	0.278710589
49	0.05	2.009575199	0.275936458
50	0.05	2.008559072	0.273243479
51	0.05	2.007583728	0.270627772
52	0.05	2.006646761	0.268085715
53	0.05	2.005745949	0.265613918
54	0.05	2.004879275	0.26320921
55	0.05	2.004044769	0.260868604
56	0.05	2.003240704	0.258589308
57	0.05	2.002465444	0.256368692

58	0.05	2.001717468	0.254204284
59	0.05	2.000995361	0.252093751
60	0.05	2.000297804	0.250034898
61	0.05	1.999623567	0.248025651
62	0.05	1.998971498	0.246064049
63	0.05	1.998340522	0.244148241
64	0.05	1.997729633	0.242276472
65	0.05	1.997137887	0.240447082
66	0.05	1.996564396	0.238658496
67	0.05	1.996008331	0.236909221
68	0.05	1.995468907	0.235197837
69	0.05	1.99494539	0.233522997
70	0.05	1.994437086	0.231883419
71	0.05	1.993943341	0.230277884
72	0.05	1.993463539	0.22870523
73	0.05	1.992997097	0.227164349
74	0.05	1.992543466	0.225654188
75	0.05	1.992102124	0.224173738
76	0.05	1.991672579	0.22272204
77	0.05	1.991254363	0.221298173
78	0.05	1.990847036	0.219901261
79	0.05	1.990450177	0.218530464
80	0.05	1.990063387	0.217184978
81	0.05	1.989686288	0.215864035
82	0.05	1.989318521	0.214566897
83	0.05	1.988959743	0.213292858
84	0.05	1.988609629	0.212041241
85	0.05	1.988267868	0.210811396
86	0.05	1.987934166	0.209602699
87	0.05	1.987608241	0.208414551
88	0.05	1.987289823	0.207246376
89	0.05	1.986978657	0.206097622
90	0.05	1.986674497	0.204967756
91	0.05	1.98637711	0.203856266
92	0.05	1.986086272	0.20276266
93	0.05	1.985801768	0.201686463

Berdasarkan Tabel 5.5, nilai kritis r *product moment* dengan derajat bebas 93 adalah $\pm 0{,}201686463$.

BAB 6

UJI NORMALITAS POPULASI

Uji Normalitas dengan Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov dapat digunakan untuk menguji suatu asumsi apakah suatu data sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Pada pembahasan pada Bab 1 telah dibahas mengenai distribusi sampling dari rata-rata $\bar{X}$. Apabila data sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal, maka distribusi sampling dari rata-rata $\bar{X}$ juga mengikuti distribusi normal. Asumsi normalitas memiliki peranan penting dalam uji-uji parametrik, seperti uji beda rata-rata dari dua populasi dengan uji t dan analisis varians. Hal ini karena uji-uji parametrik akan bekerja dengan baik ketika asumsi normalitas dipenuhi. Conover (1999:115) menyatakan sebagai berikut.

"Most parametric methods are based on the normality assumption because the theory behind the test can be worked out with the normal population distribution. The resulting procedures are efficient and powerful procedures for normally distributed data. Other parametric procedures have been developed assuming the population has other distributions, such as the exponential, Weibull, and soon".

Pada uji Kolmogorov-Smirnov, hipotesis nol menyatakan data yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan data yang diteliti tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Andaikan $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k$ merupakan nilai-nilai pada sampel acak (*random sample*). Misalkan $f(X_i)$ menyatakan probabilitas dari nilai X_i, sedangkan $F(X_i) = f(X \leq X_i)$ menyatakan probabilitas kumulatif dari nilai X_i, di mana $i = 1,2,3, \ldots, k$. Selanjutnya andaikan Z_i merupakan nilai normal (sampel) terstandarisasi dari hasil transformasi nilai X_i dan $F(Z_i) = f(Z \leq Z_i)$ menyatakan probabilitas kumulatif dari nilai normal Z_i terstandarisasi. Nilai normal Z_i terstandarisasi merupakan hasil transformasi dari nilai X_i yang dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{s}, i = 1,2,3, \ldots, k$$

Perhatikan bahwa $\bar{X}$ merupakan rata-rata sampel sebagai estimasi dari rata-rata populasi μ, sedangkan s merupakan standar deviasi sampel sebagai estimasi dari standar deviasi populasi σ. Misalkan D_i menyatakan nilai mutlak dari selisih antara $F(Z_i)$ dan $F(X_i)$, yakni

$$\mathrm{D_i} = |F(Z_i) - F(X_i)|, i = 1,2,3, \ldots, k.$$

Nilai D_i paling besar (*maximum*) atau D_{max} merupakan nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov. Nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov (D_{max}) kemudian dibandingkan dengan nilai kritis berdasarkan tabel distribusi Kolmogorov-Smirnov untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Kolmogorov-Smirnov.

$$Jika\ D_{max} \leq nilai\ kritis, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ D_{max} > nilai\ kritis, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 6.1 merupakan tabel distribusi Kolmogorov-Smirnov. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas (*p-value*) dari uji Kolmogorov-Smirnov terhadap tingkat signifikansi α (*significance level*). Berikut aturan pengambilan keputusan berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 6.2 menyajikan nilai statistik dan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Tabel 6.1

n	$\alpha = 0{,}2$	$\alpha = 0{,}1$	$\alpha = 0{,}05$	$\alpha = 0{,}02$	$\alpha = 0{,}01$
1	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
2	0,684	0,776	0,842	0,900	0,929
3	0,565	0,636	0,708	0,785	0,829
4	0,493	0,565	0,624	0,689	0,734
5	0,447	0,509	0,563	0,627	0,669
6	0,410	0,468	0,519	0,577	0,617
7	0,381	0,436	0,483	0,538	0,576
8	0,359	0,410	0,454	0,507	0,542
9	0,339	0,387	0,430	0,480	0,513
10	0,323	0,369	0,409	0,457	0,486
11	0,308	0,352	0,391	0,437	0,468
12	0,296	0,338	0,375	0,419	0,449
13	0,285	0,325	0,361	0,404	0,432
14	0,275	0,314	0,349	0,390	0,418
15	0,266	0,304	0,338	0,377	0,404
16	0,258	0,295	0,327	0,366	0,392
17	0,250	0,286	0,318	0,355	0,381
18	0,244	0,279	0,309	0,346	0,371

Tabel 6.2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		data
N		16
Normal Parameters[a,,b]	Mean	70.00
	Std. Deviation	16.330
Most Extreme Differences	Absolute	.125
	Positive	.125
	Negative	-.125
Kolmogorov-Smirnov Z		.500
Asymp. Sig. (2-tailed)		.964

Nilai *Absolute* 0,125 merupakan nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov, sedangkan nilai *Asymp. Sig. (2-tailed)* merupakan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

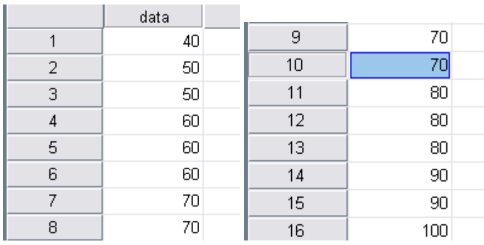
PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan seorang mahasiswa semester 8 sedang menyusun tugas akhir dan baru saja mengambil sampel mengenai nilai ujian matematika kelas 6 SD sebanyak 16 siswa. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh mahasiswa tersebut.

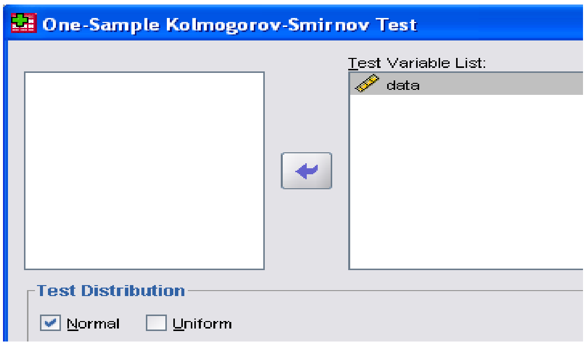
Tabel 6.1 (Data Fiktif)

Nomor	Nama	Nilai	Nomor	Nama	Nilai	Nomor	Nama	Nilai
1	A	40	7	H	70	13	N	80
2	B	50	8	I	70	14	O	90
3	C	50	9	J	70	15	P	90
4	D	60	10	K	70	16	Q	100
5	F	60	11	L	80			
6	G	60	12	M	80			

Berikut akan digunakan uji Kolmogorov-Smirnov dalam SPSS untuk menentukan apakah data tersebut ditarik dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak (misalkan tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$). Bangun data pada Tabel 6.1 dalam SPSS (Gambar 6.1). Selanjutnya pilih *Analyze => Nonparametric Statistics => 1-Sample K-S*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* (Gambar 6.2).



	data		
1	40	9	70
2	50	10	70
3	50	11	80
4	60	12	80
5	60	13	80
6	60	14	90
7	70	15	90
8	70	16	100



Gambar 6.1 **Gambar 6.2**

Pada Gambar 6.2, masukkan variabel **data** pada kotak *Test Variable List*. Kemudian pilih *Normal* pada *Test Distribution* dan pilih OK. Hasil SPSS tersaji pada Tabel 6.2.

Tabel 6.2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		data
N		16
Normal Parameters[a,,b]	Mean	70.00
	Std. Deviation	16.330
Most Extreme Differences	Absolute	.125
	Positive	.125
	Negative	-.125
Kolmogorov-Smirnov Z		.500
Asymp. Sig. (2-tailed)		.964

Berdasarkan Tabel 6,2, diketahui nilai *Mean* atau rata-rata adalah 70 dan nilai *Std. Deviation* atau standar deviasi 16,330. Diketahui nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov (*Absolute*) adalah 0,125. Nilai kritis Kolmogorov-Smirnov dengan jumlah elemen dalam sampel $n = 16$ dan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$ adalah 0,327. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Kolmogorov-Smirnov.

$$Jika\ D_{max}\ \leq nilai\ kritis, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ D_{max}\ > nilai\ kritis, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov (0,125) lebih kecil dibandingkan nilai kritis Kolmogorov-Smirnov (0,327), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak, sehingga asumsi mengenai data nilai ujian matematika kelas 6 SD ditarik dari populasi yang berdistribusi normal dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

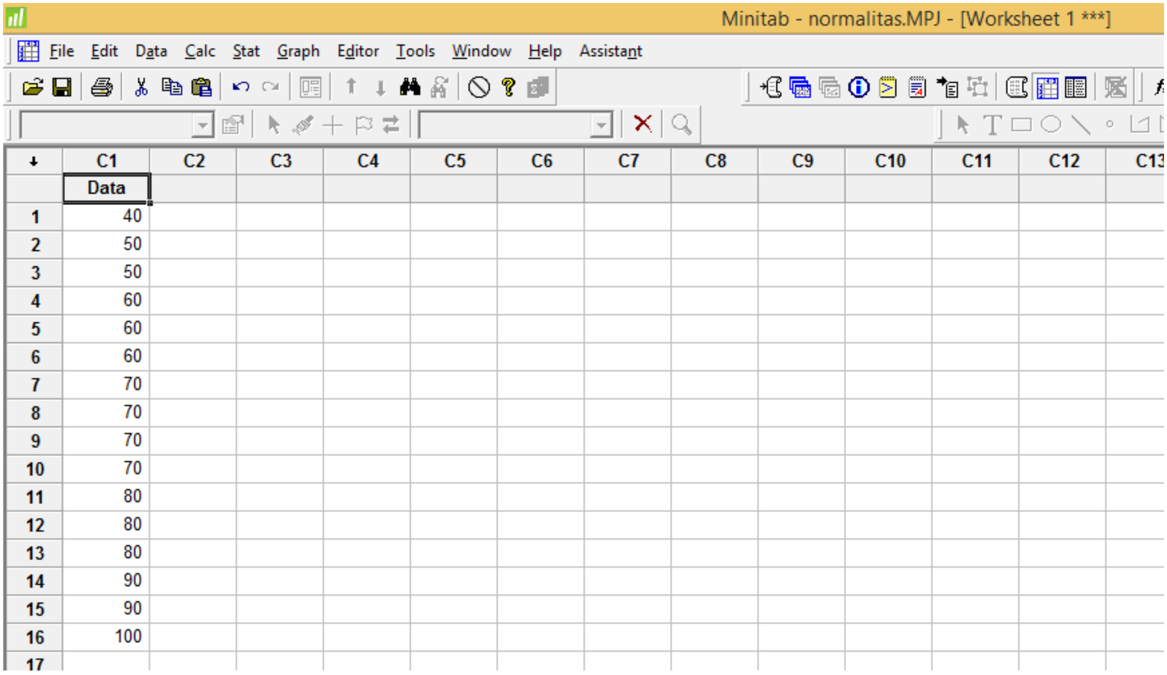
Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas (*p-value*) dari uji Kolmogorov-Smirnov terhadap tingkat signifikansi α (*significance level*). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

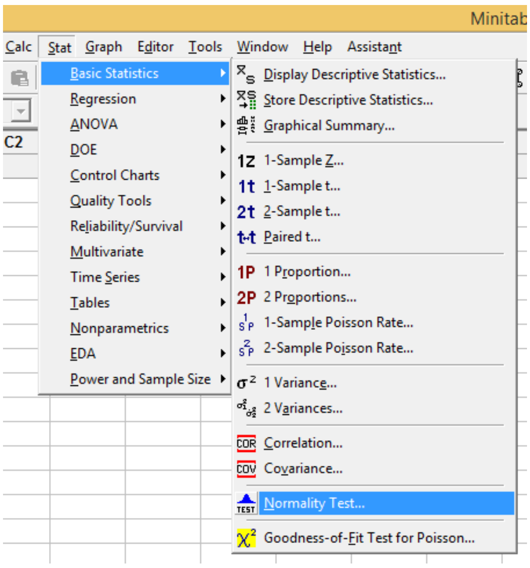
Berdasarkan Tabel 6.2, diketahui nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov (*Asymp. Sig. (2-tailed)*) adalah 0,964. Diketahui tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas (0,964) lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak.

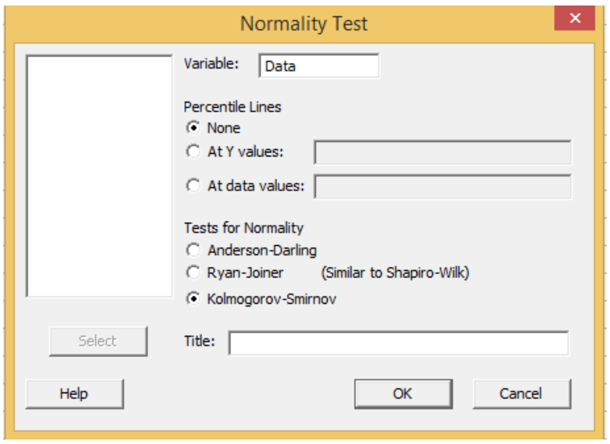
PENYELESAIAN DALAM Minitab

Bangun data pada Tabel 6.1 dalam Minitab seperti pada Gambar 6.3. Pilih *Stat* => *Basic Statistics* => *Normality Test* (Gambar 6.4), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 6.5. Pada Gambar 6.5, masukkan variabel **Data** ke dalam kotak *Variable:*, kemudian pilih *Kolmogorov-Smirnov* pada *Tests for Normality*. Selanjutnya pilih OK. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 6.6.



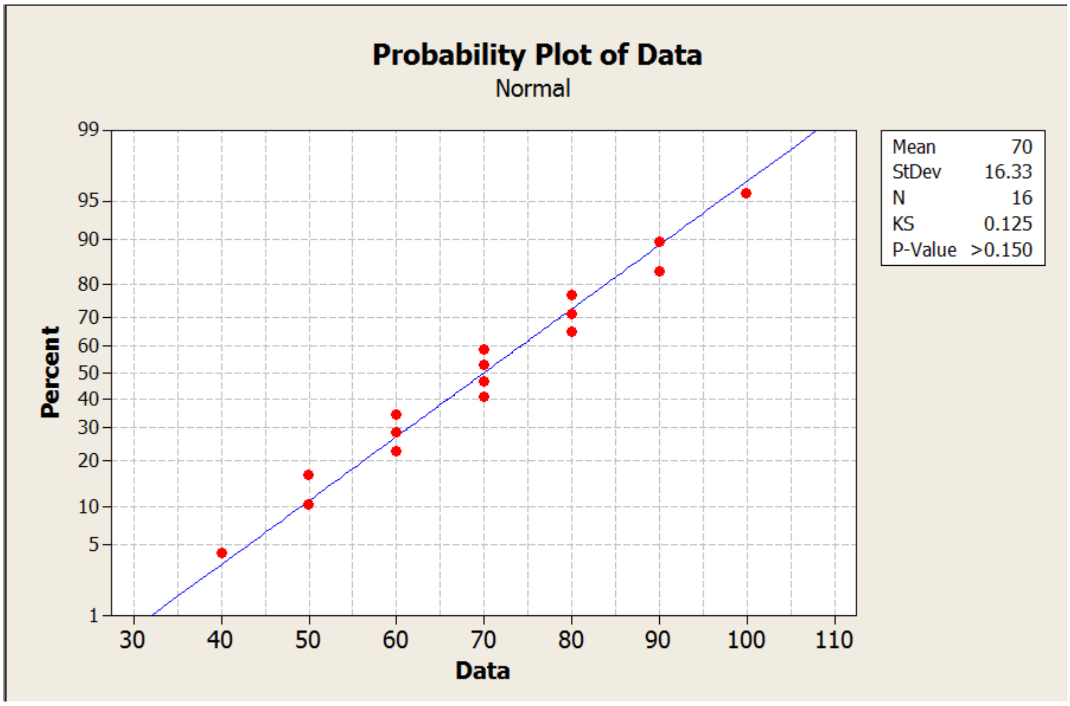
Gambar 6.3





Gambar 6.4 **Gambar 6.5**

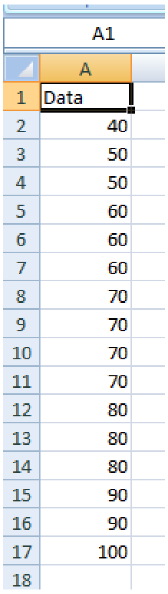
Pada Gambar 6.6, terlihat bahwa nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov (KS) 0,125, lebih kecil dibandingkan nilai kritis Kolmogorov-Smirnov 0,327, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak, sehingga asumsi mengenai data nilai ujian matematika kelas 6 SD ditarik dari populasi yang berdistribusi normal dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan juga bahwa nilai probabilitas (*P-Value*) lebih besar dari 0,150, yang artinya juga nilai probabilitas > $\alpha = 0{,}05$.



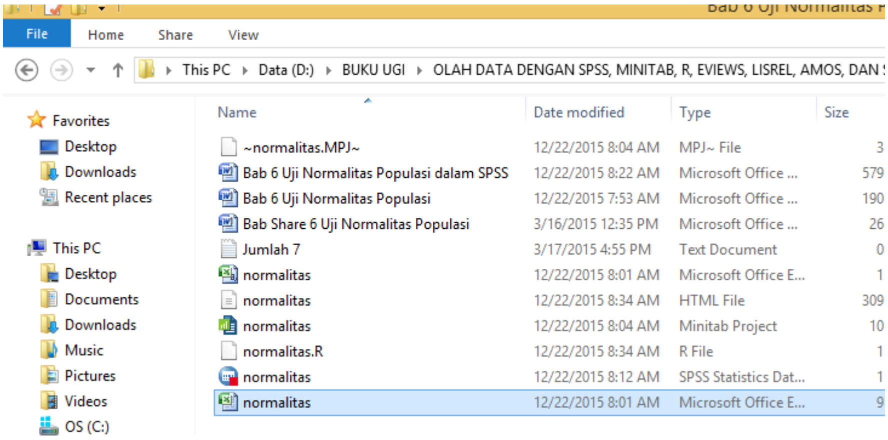
Gambar 6.6

PENYELESAIAN DALAM R

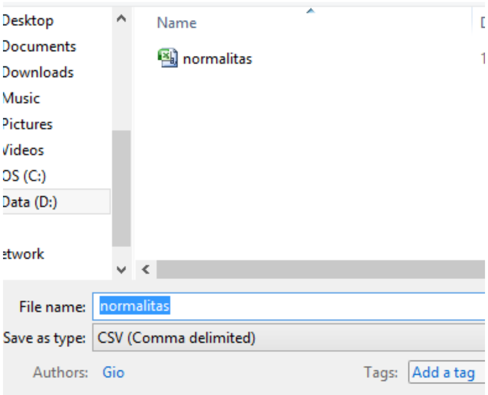
Data terlebih dahulu dibuat dalam *Microsoft Excel* (Gambar 6.7) dan disimpan dengan format tipe **.csv** (Gambar 6.8 dan Gambar 6.9). Ketik kode R seperti pada Gambar 6.10. Kemudian *Compile* dan pilih HTML (Gambar 6.11). Hasilnya seperti pada Gambar 6.12.



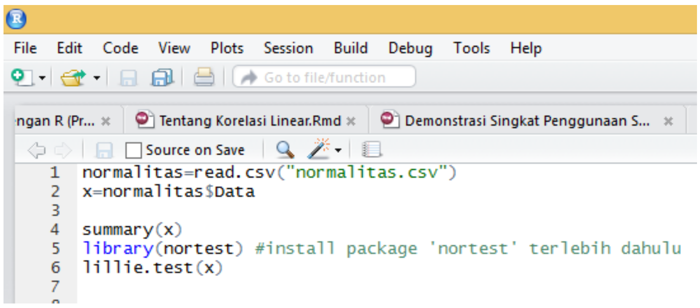
Gambar 6.7



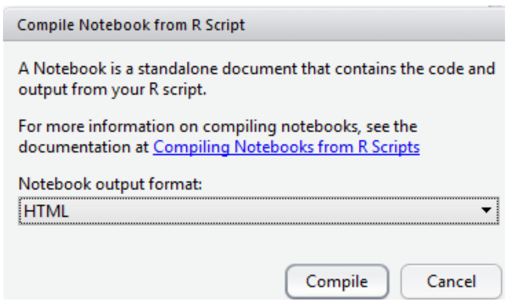
Gambar 6.8



Gambar 6.9



Gambar 6.10



Gambar 6.11

normalitas.R

Gio

Tue Dec 22 08:53:48 2015

```
normalitas=read.csv("normalitas.csv")
x=normalitas$Data

summary(x)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##      40      60      70      70      80     100
```

```
lillie.test(x)
```

```
##
##  Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
##
## data:  x
## D = 0.125, p-value = 0.7235
```

Gambar 6.12

Pada Gambar 6.12, terlihat bahwa nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov (D) 0,125, lebih kecil dibandingkan nilai kritis Kolmogorov-Smirnov 0,327, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak, sehingga asumsi mengenai data nilai ujian matematika kelas 6 SD ditarik dari populasi yang berdistribusi normal dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

SHARE

[1] Misalkan seorang mahasiswa semester 8 sedang menyusun tugas akhir dan baru saja mengumpulkan data sampel mengenai nilai ujian matematika kelas 6 SD sebanyak 16 siswa. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh mahasiswa tersebut.

Tabel 6.1 (Data Fiktif)

Nomor	Nama	Nilai	Nomor	Nama	Nilai	Nomor	Nama	Nilai
1	A	40	7	H	70	13	N	80
2	B	50	8	I	70	14	O	90
3	C	50	9	J	70	15	P	90
4	D	60	10	K	70	16	Q	100
5	F	60	11	L	80			
6	G	60	12	M	80			

Berikut akan digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menentukan apakah data tersebut ditarik dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak (misalkan tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$). Perhitungan akan dilakukan secara manual.

➔Menghitung nilai rata-rata ($\bar{X}$) dan standar deviasi (s).

Tabel 6.2

No.	X	Frekuensi	$f(X)$	$F(X)$	Z	$F(Z)$	$D=\|F(Z) - F(X)\|$
1	40	1	0,0625	0,0625	-1,83712	0,033096276	0,029403724
2	50	2	0,125	0,1875	-1,22474	0,110335658	0,077164342
3	60	3	0,1875	0,375	-0,61237	0,270145667	0,104854333
4	70	4	0,25	0,625	0	0,5	**0,125**
5	80	3	0,1875	0,8125	0,612372	0,729854333	0,082645667
6	90	2	0,125	0,9375	1,224745	0,889664342	0,047835658
7	100	1	0,0625	1	1,837117	0,966903724	0,033096276

Berdasarkan Tabel 6.2, berikut akan dihitung nilai rata-rata hitung ($\bar{X}$) dan standar deviasi (s).

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{(40 \times 1) + (50 \times 2) + (60 \times 3) + (70 \times 4) + (80 \times 3) + (90 \times 2) + (100 \times 1)}{16}$$

$$\bar{X} = 70$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{4000}{15}}$$

$$s = 16{,}330.$$

➔Menghitung probabilitas dari X_i atau $f(X_i)$.

Setelah diperoleh $\bar{X} = 70$ dan $s = 16{,}330$, selanjutnya akan dihitung probabilitas dari X_i atau $f(X_i)$. Probabilitas untuk nilai $X = 40$ atau $f(40)$ adalah $\frac{1}{16} = 0{,}0625$, probabilitas untuk nilai $X = 50$ atau $f(50)$ adalah $\frac{2}{16} = 0{,}125$, probabilitas untuk nilai $X = 70$ atau $f(70)$ adalah $\frac{4}{16} = 0{,}25$, dan seterusnya.

➔Menghitung probabilitas kumulatif dari X_i atau $F(X_i) = f(X \leq X_i)$.

Nilai dari $F(40) = 0{,}0625$, nilai dari $F(50) = f(X \leq 50) = f(40) + f(50) = 0{,}0625 + 0{,}125 = 0{,}1875$, nilai dari $F(60) = f(X \leq 60) = f(40) + f(50) + f(60) = 0{,}375$, dan seterusnya.

➔Mentransformasi nilai X_i menjadi nilai normal Z_i terstandarisasi.

Selanjutnya mentransformasi nilai X_i ke dalam nilai normal Z_i terstandarisasi yang dihitung dengan rumus

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{s}.$$

Untuk $X = 40$, maka

$$Z(X = 40) = \frac{40 - 70}{16{,}330} = -1{,}837.$$

Untuk $X = 50$, maka

$$Z(X = 50) = \frac{50 - 70}{16{,}330} = -1{,}2247,$$

dan seterusnya.

➔ Menghitung probabilitas kumulatif dari Z_i atau $F(Z_i) = f(Z \leq Z_i)$.

Setelah diperoleh nilai-nilai normal terstandarisasi, maka akan dihitung probabilitas kumulatif dari nilai-nilai normal terstandarisasi tersebut. Probabilitas kumulatif dari $Z = -1{,}837$ atau $f(Z \leq -1{,}837)$ berdasarkan tabel distribusi normal kumulatif adalah $0{,}033$, probabilitas kumulatif dari $Z = 0{,}61$ atau $f(Z \leq 0{,}61)$ berdasarkan tabel distribusi normal kumulatif adalah $0{,}729$, dan seterusnya.

➔ Menghitung nilai mutlak dari selisih antara $F(Z_i)$ dan $F(X_i)$.

Selanjutnya menghitung nilai mutlak dari selisih antara $F(Z_i)$ dan $F(X_i)$.

$$\mathrm{D_i} = |F(Z_i) - F(X_i)|.$$

Nilai D untuk $X = 40$ adalah $|0{,}033 - 0{,}0625| = 0{,}0295$, nilai D untuk $X = 50$ adalah $|0{,}110 - 0{,}1875| = 0{,}077$, dan seterusnya.

➔ Menghitung nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov (D_{max}).

Nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov merupakan nilai D yang paling besar atau maksimum. Berdasarkan Tabel 6.2, nilai D terbesar adalah $0{,}125$, sehingga nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov adalah $0{,}125$ atau $D_{max} = 0{,}125$.

➔ Menghitung nilai kritis Kolmogorov-Smirnov.

Nilai kritis Kolmogorov-Smirnov pada tingkat signifikansi 5% dan jumlah elemen sampel 16 berdasarkan tabel distribusi Kolmogorov-Smirnov adalah 0,327.

➔ Pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Kolmogorov-Smirnov (0,125) lebih kecil dibandingkan nilai kritis Kolmogorov-Smirnov (0,327), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak, sehingga asumsi mengenai data nilai ujian matematika kelas 6 SD ditarik dari populasi yang berdistribusi normal dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

Referensi

1. Conover, W.J. 1999. *Practical Nonparametric Statistics,* 3rd *Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

4. Mann, P. S. dan C.J. Lacke. 2011. *Introductory Statistics, International Student Version, 7th Edition*, Asia: John Wiley & Sons, Inc.

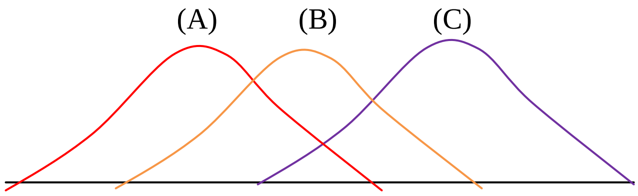
5. Montgomery, D.C. dan G.C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

BAB 7

UJI KESAMAAN VARIANS POPULASI

Sekilas Uji Kesaman Varians Populasi dengan Uji Levene

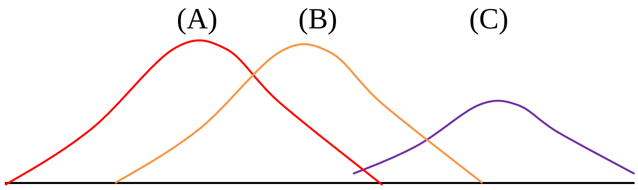
Uji Levene merupakan salah satu uji dalam statistika yang dapat digunakan untuk menguji kesamaan varians dari dua atau lebih populasi. Selain uji Levene, dapat juga digunakan uji F, uji Hartley, dan uji Bartlett untuk menguji kesamaan varians populasi. Varians populasi dilambangkan dengan σ^2, sedangkan varians sampel dilambangkan dengan s^2.



$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2$$

Gambar 7.1

Pada Gambar 7.1, varians dari populasi A, B, dan C adalah sama, namun rata-ratanya berbeda. Pada Gambar 7.2, varians dari populasi A dan B sama, namun berbeda dengan C.



Gambar 7.2

Pada uji Levene, hipotesis nol menyatakan tidak terdapat perbedaan varians di antara populasi, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan terdapat paling tidak sepasang varians populasi yang berbeda. Field (2009:150) menyatakan sebagai berikut.

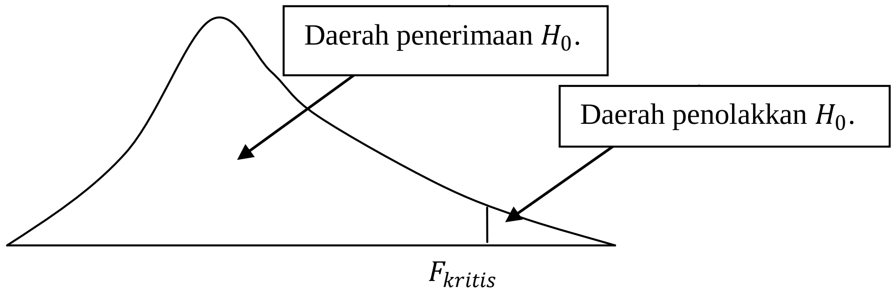
"*Levene's test tests null hypothesis that the variances in different groups are equal (i.e. the difference between the variances is zero).*"

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji Levene (L) terhadap nilai kritis dari tabel distribusi F (F_{kritis}). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Levene.

$$Jika\ L \leq nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ L > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas dari uji Levene terhadap tingkat signifikansi α (*significance level*).

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Tabel 7.1 menyajikan nilai statistik dan nilai probabilitas dari uji Levene.

Tabel 7.1

Test of Homogeneity of Variances

Nilai

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.649	2	15	.537

Nilai pada kolom *Levene Statistic* merupakan nilai statistik dari uji Levene. Nilai pada kolom *Sig* merupakan nilai probabilitas dari uji Levene.

Contoh Kasus dalam Uji Levene

[1] Andaikan seorang peneliti baru saja mengumpulkan data sampel mengenai nilai ujian matematika dari 15 siswa laki-laki dan 15 siswa perempuan.

Nilai ujian matematika siswa laki-laki:

61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75.

Nilai ujian matematika siswa perempuan:

71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85.

Ujilah dengan menggunakan uji Levene untuk menentukan apakah varians populasi dari nilai ujian matematika siswa laki-laki dan perempuan sama pada tingkat signifikansi 5%.

[2] Andaikan seorang peneliti baru saja mengumpulkan data mengenai skor IQ dari 10 mahasiswa kelompok A dan 10 mahasiswa kelompok B.

Skor IQ mahasiswa kelompok A: 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108.
Skor IQ mahasiswa kelompok B: 99, 105, 115, 121, 122, 127, 125, 125, 122, 122.

Ujilah dengan menggunakan uji Levene untuk menentukan apakah varians populasi dari skor IQ mahasiswa kelompok A dan kelompok B sama pada tingkat signifikansi 5%.

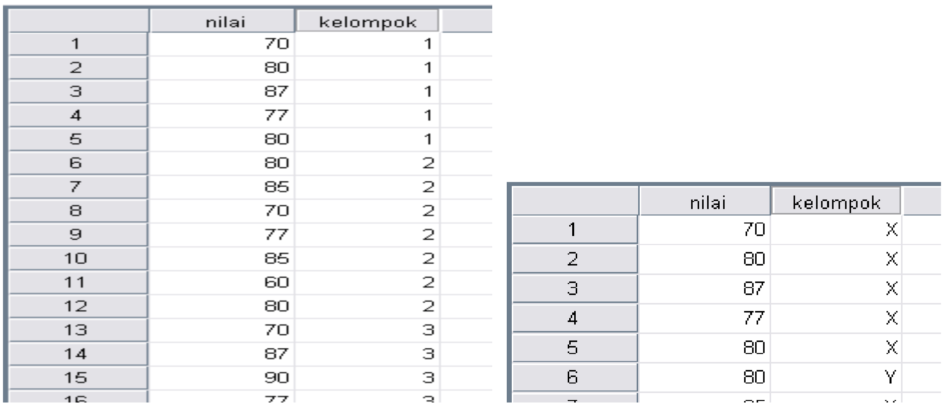
PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan diberikan data mengenai nilai ujian matematika kelas 1,2, dan 3 SMA (Tabel 7.1). Berdasarkan data pada Tabel 7.1, X menyatakan nilai ujian matematika siswa kelas 1 SMA, Y menyatakan nilai ujian matematika siswa kelas 2 SMA, dan Z menyatakan nilai ujian siswa kelas 3 SMA. Berikut akan digunakan uji Levene dalam SPSS untuk menguji apakah X, Y, dan Z memiliki varians populasi yang sama pada tingkat signifikansi 5%. Dengan kata lain, akan di uji asumsi bahwa sampel-sampel ditarik dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama.

Tabel 7.1 (Data Fiktif)

Nilai Ujian Matematika		
X	Y	Z
70	80	70
80	85	87
87	70	90
77	77	77
80	85	76
	60	87
	80	

Bangun data pada Tabel 7.1 dalam SPSS (Gambar 7.1).



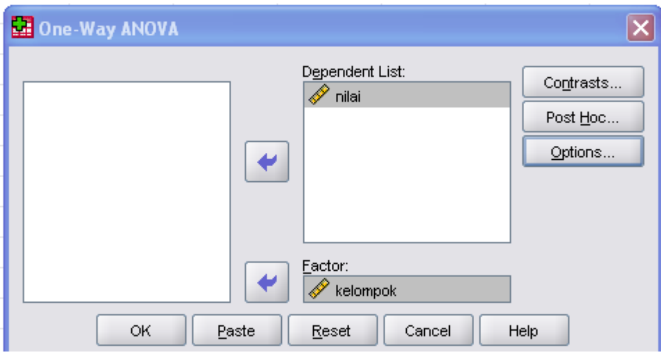
	nilai	kelompok
1	70	1
2	80	1
3	87	1
4	77	1
5	80	1
6	80	2
7	85	2
8	70	2
9	77	2
10	85	2
11	60	2
12	80	2
13	70	3
14	87	3
15	90	3

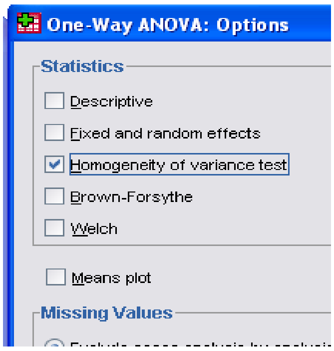
	nilai	kelompok
1	70	X
2	80	X
3	87	X
4	77	X
5	80	X
6	80	Y

Gambar 7.1

Selanjutnya pilih *Analyze => Compare Means => One-Way ANOVA*, sehingga muncul kotak dialog *One-Way ANOVA* (Gambar 7.2).

Pada Gambar 7.2, masukan variabel **nilai** pada kotak *Dependent List* dan variabel **kelompok** pada kotak *Factor*. Kemudian pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *One-Way ANOVA: Options* (Gambar 7.3). Pilih *Homogeneity of Variance Test* dan *Continue*. Selanjutnya pilih OK. Hasil SPSS tersaji pada Tabel 7.2.





Gambar 7.2 **Gambar 7.3**

Tabel 7.2

Test of Homogeneity of Variances

Nilai

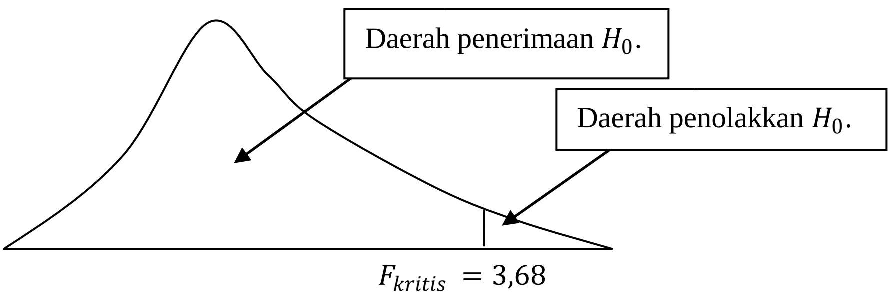
Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.649	2	15	.537

Berdasarkan Tabel 7.2, diketahui nilai statistik dari uji Levene (L) (*Levene Statistic*) adalah 0,649, derajat bebas pembilang (*df 1*) adalah 2, derajat bebas penyebut (*df 2*) adalah 15, dan nilai probabilitas dari uji Levene (*Sig*) adalah 0,537. Nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang 2, derajat bebas penyebut 15, dan tingkat signifikansi 5% adalah 3,68 (perhatikan tabel distribusi F).

Tabel 7.3 Distribusi *F*

luas sisi kanan 0.05, $\alpha = 0.05$			
	derajat bebas pembilang	1	[illegible]
derajat bebas penyebut			
1		161.45	19[illegible].50
2		18.51	19[illegible]00
3		10.13	9.[illegible]5
4		7.71	6.[illegible]4
5		6.61	5.[illegible]9
6		5.99	5.[illegible]4
7		5.59	4.[illegible]4
8		5.32	4.[illegible]6
9		5.12	4.[illegible]6
10		4.96	4.[illegible]0
11		4.84	3.[illegible]8
12		4.75	3.[illegible]9
13		4.67	3.[illegible]1
14		4.60	3.[illegible]4
15		[illegible]	3.68

Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Levene.



$$Jika\ L \leq nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ L > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Levene (0,649) lebih kecil dibandingkan nilai kritis F (3,68), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak, sehingga asumsi mengenai kesamaan varians populasi dari X, Y, dan Z dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

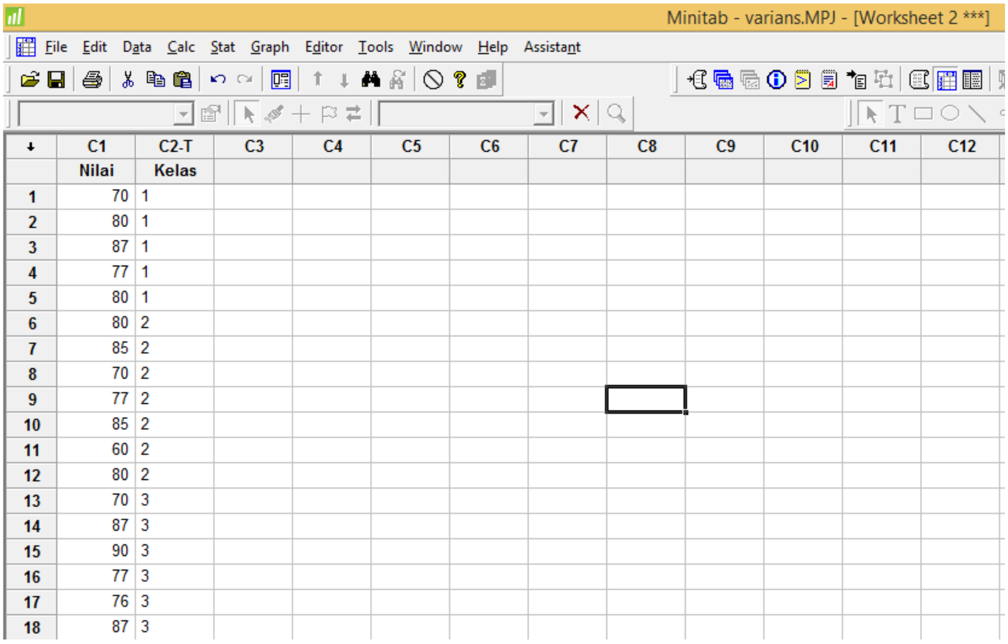
Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas (*p-value*) dari uji Levene terhadap tingkat signifikansi α (*significance level*). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

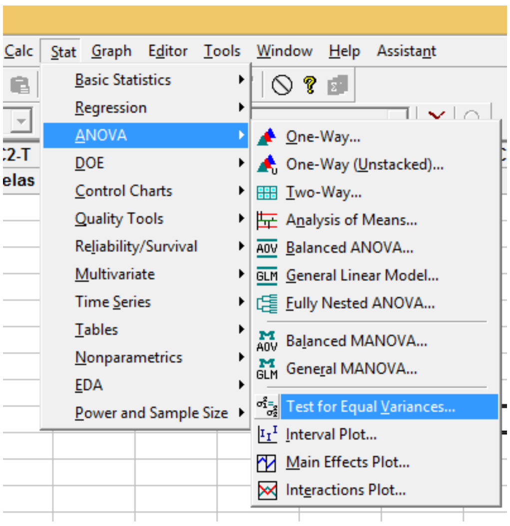
Berdasarkan Tabel 7.2, diketahui nilai probabilitas dari uji Levene (*Sig*) adalah 0,537. Diketahui tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas (0,537) lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak.

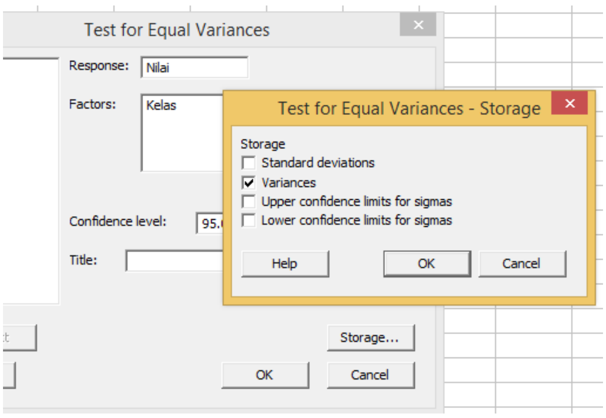
PENYELESAIAN DALAM Minitab

Bangun data pada Tabel 7.1 dalam Minitab seperti pada Gambar 7.4. Pilih *Stat => ANOVA => Test for Equal Variances* (Gambar 7.5), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 7.6. Pada Gambar 7.6, masukkan variabel **Nilai** ke dalam kotak *Response:*, masukkan variabel **Kelas** ke dalam kotak *Factors*. Kemudian pilih *Storage*, sehingga muncul tampilan *Test for Equal Variances – Storage* (Gambar 7.6). Pada tampilan *Test for Equal Variances – Storage*, pilih *Variances*. Kemudian pilih OK dan OK. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 7.7 dan Gambar 7.8.

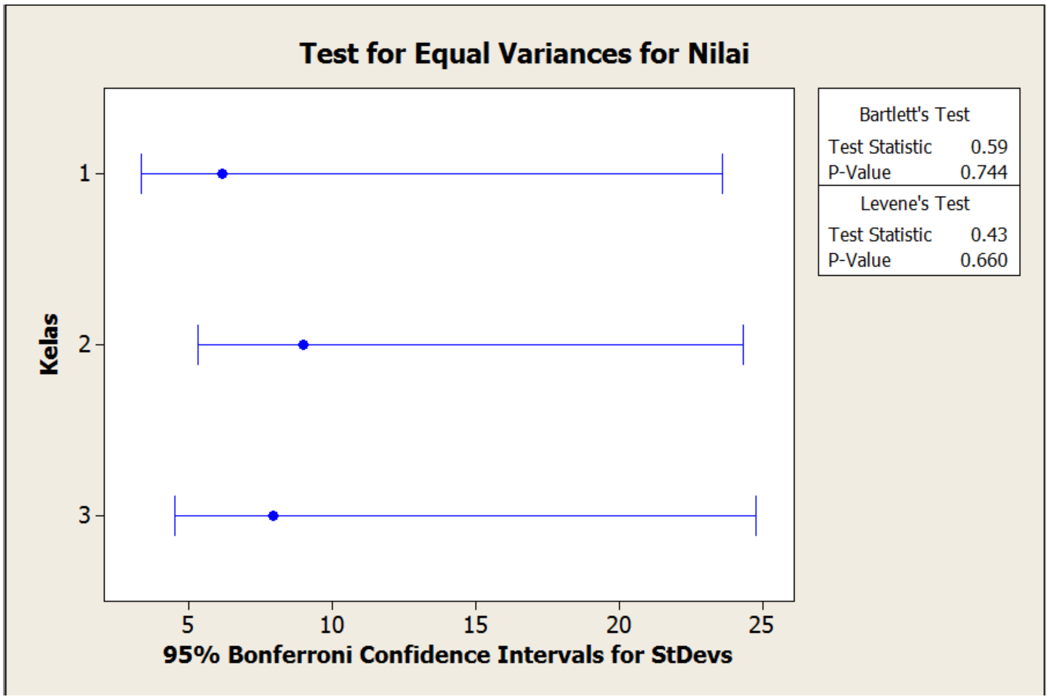


Gambar 7.4





Gambar 7.5 **Gambar 7.6**



Gambar 7.7

Test for Equal Variances: Nilai versus Kelas

Test for Equal Variances: Nilai versus Kelas

```
95% Bonferroni confidence intervals for standard deviations

Kelas  N    Lower    StDev    Upper
    1  5  3.31828  6.14003  23.6323
    2  7  5.29045  8.97616  24.3556
    3  6  4.50297  7.93515  24.7905


Bartlett's Test (Normal Distribution)
Test statistic = 0.59, p-value = 0.744


Levene's Test (Any Continuous Distribution)
Test statistic = 0.43, p-value = 0.660
```

Gambar 7.8

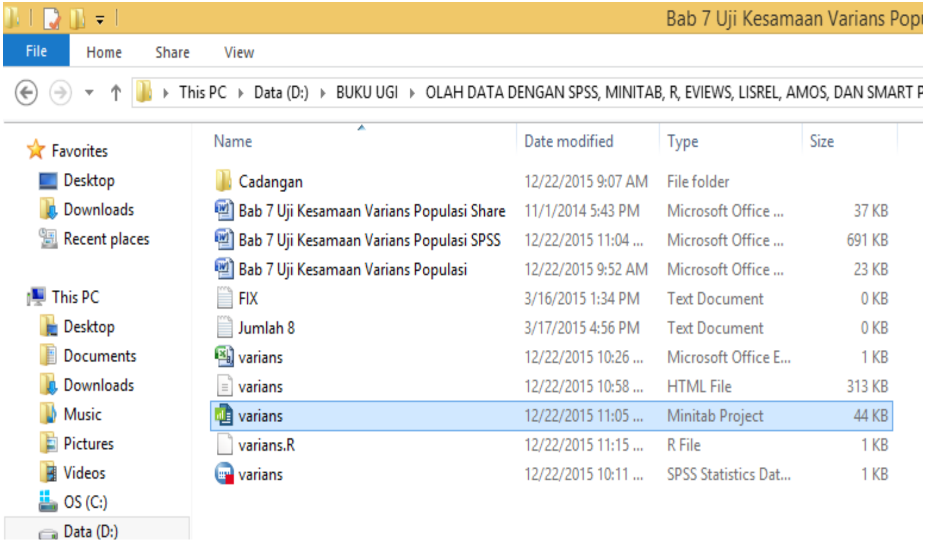
Pada Gambar 7.7 dan Gambar 7.8, terlihat bahwa nilai statistik dari uji Levene adalah 0,43, sementara nilai probabilitas dari uji Levene adalah 0,660. Perhatikan bahwa hasil yang diperoleh berdasarkan SPSS dan Minitab berbeda. Penjelasannya dapat dilihat pada **Penyelesaian dalam R**.

PENYELESAIAN DALAM R

Data terlebih dahulu dibuat dalam *Microsoft Excel* (Gambar 7.9) dan disimpan dengan format tipe **.csv** (Gambar 7.10). Ketik kode R seperti pada Gambar 7.11. Kemudian *Compile* dan pilih HTML (Gambar 7.12). Hasilnya seperti pada Gambar 7.13 dan Gambar 7.14.

	A	B
1	Nilai	Kelas
2	70	1
3	80	1
4	87	1
5	77	1
6	80	1
7	80	2
8	85	2
9	70	2
10	77	2
11	85	2
12	60	2
13	80	2
14	70	3
15	87	3
16	90	3
17	77	3
18	76	3
19	87	3
20		

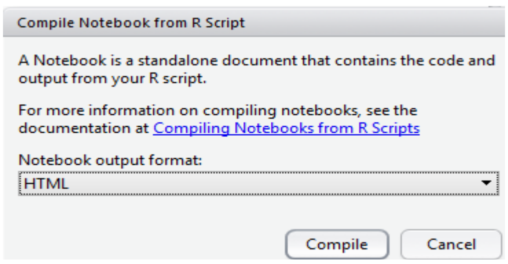
Gambar 7.9



Gambar 7.10

```
varians=read.csv("varians.csv")
varians


library(car) #install package 'car' terlebih dahulu
leveneTest(varians$Nilai, varians$Kelas)

library(Rcmdr) #install package 'Rcmdr' terlebih dahulu
levene.test(varians$Nilai, varians$Kelas)

library(lawstat) #install package 'lawstat' terlebih dahulu
data(varians)
levene.test(varians[,"Nilai"], varians[,"Kelas"], location="median",correction.method="zero.correction") #Sesuai dengan Minitab
levene.test(varians[,"Nilai"], varians[,"Kelas"], location="mean",correction.method="zero.correction") #Sesuai dengan SPSS

```

Gambar 7.11



Gambar 7.12

varians.R

Gio

Tue Dec 22 11:19:06 2015

```
varians=read.csv("varians.csv")
varians
```

```
##    Nilai Kelas
## 1     70     1
## 2     80     1
## 3     87     1
## 4     77     1
## 5     80     1
## 6     80     2
## 7     85     2
## 8     70     2
## 9     77     2
## 10    85     2
## 11    60     2
## 12    80     2
## 13    70     3
## 14    87     3
## 15    90     3
## 16    77     3
## 17    76     3
## 18    87     3
```

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##       Df F value Pr(>F)
## group  2  0.4267 0.6604
##       15
```

Gambar 7.13

```
levene.test(varians[,"Nilai"], varians[,"Kelas"], location="median",correction.method="zero.correction") #Sesuai dengan Minitab
```

```
##
##  modified robust Brown-Forsythe Levene-type test based on the
##  absolute deviations from the median with modified structural zero
##  removal method and correction factor
##
## data:  varians[, "Nilai"]
## Test Statistic = 0.4372, p-value = 0.6557
```

```
levene.test(varians[,"Nilai"], varians[,"Kelas"], location="mean",correction.method="zero.correction") #Sesuai dengan SPSS
```

```
##
##  classical Levene's test based on the absolute deviations from the
##  mean ( zero.correction not applied because the location is not
##  set to median )
##
## data:  varians[, "Nilai"]
## Test Statistic = 0.64903, p-value = 0.5366
```

Gambar 7.14

Perhatikan Gambar 7.14. Nilai statistik dari uji Levene dengan pendekatan *Location* = *"median"* adalah 0,4372, yang mana hasil ini sama dengan hasil Minitab. Namun nilai statistik dari uji Levene dengan pendekatan *Location* = *"mean"* adalah 0,649, yang mana hasil ini sama dengan hasil SPSS.

SHARE

[1] Misalkan diberikan data mengenai nilai ujian matematika kelas 1,2, dan 3 SMA (Tabel 7.1). Berdasarkan data pada Tabel 7.1, X menyatakan nilai ujian matematika siswa kelas 1 SMA, Y menyatakan nilai ujian matematika siswa kelas 2 SMA, dan Z menyatakan nilai ujian siswa kelas 3 SMA. Berikut akan digunakan pendekatan uji Levene untuk menguji/menentukan apakah asumsi populasi X, Y, dan Z memiliki varians yang sama pada tingkat signifikansi 5%. Perhitungan akan dilakukan secara manual.

Tabel 7.1 (Data Fiktif)

Nilai Ujian Matematika		
X	Y	Z
70	80	70
80	85	87
87	70	90
77	77	77
80	85	76
	60	87
	80	

Tabel 7.2

	X	Y	Z	$a = \lvert X - \bar{X} \rvert$	$b = \lvert Y - \bar{Y} \rvert$	$c = \lvert Z - \bar{Z} \rvert$
	70	80	70	8,8	3,28571429	11,16666667
	80	85	87	1,2	8,28571429	5,833333333
	87	70	90	8,2	6,71428571	8,833333333
	77	77	77	1,8	0,28571429	4,166666667
	80	85	76	1,2	8,28571429	5,166666667
		60	87		16,7142857	5,833333333
		80			3,28571429	
Jumlah	394	537	487	21,2	46,8571429	41
Rata-rata	78,8	76,71429	81,16667	4,24	6,69387755	6,833333333

	$d = (a - \bar{a})^2$	$e = \left(b - \bar{b}\right)^2$	$f = (c - \bar{c})^2$
	20,7936	11,61557684	18,77777778
	9,2416	2,53394419	1
	15,6816	0,000416493	4
	5,9536	41,06455643	7,111111111
	9,2416	2,53394419	2,777777778
		100,4085798	1
		11,61557684	
Jumlah	60,912	169,7725948	34,66666667
Rata-rata			

➔Menghitung rata-rata gabungan dari data a, b, dan c.

$$\bar{X}_{a,b,c} = \frac{\sum a + \sum b + \sum c}{n_a + n_b + n_c}$$

$$\bar{X}_{a,b,c} = \frac{21{,}2 + 46{,}8571429 + 41}{5 + 7 + 6}$$

$$\bar{X}_{a,b,c} = 6{,}05873.$$

➔Menghitung nilai statistik dari uji Levene (L).

$$L = \frac{\frac{n_a\left(\bar{X}_a - \bar{X}_{a,b,c}\right)^2 + n_b\left(\bar{X}_b - \bar{X}_{a,b,c}\right)^2 + n_c\left(\bar{X}_c - \bar{X}_{a,b,c}\right)^2}{(k-1)}}{\frac{(\sum d + \sum e + \sum f)}{(N-k)}}.$$

$$n_a\left(\bar{X}_a - \bar{X}_{a,b,c}\right)^2 = (5)(4{,}24 - 6{,}05873)^2 = 16{,}5389$$

$$n_b\left(\bar{X}_b - \bar{X}_{a,b,c}\right)^2 = (7)(6.69387755 - 6{,}05873)^2 = 2{,}823885$$

$$n_c\left(\bar{X}_c - \bar{X}_{a,b,c}\right)^2 = (6)(6.833333333 - 6{,}05873)^2 = 3{,}60006$$

$$L = \frac{\frac{16{,}5389 + 2{,}823885 + 3{,}60006}{3-1}}{\frac{60{,}912 + 169{,}7725948 + 34{,}66667}{18-3}}$$

$$L = \frac{\frac{22{,}96284}{2}}{\frac{265{,}3513}{15}}$$

$$L = 0{,}64903148.$$

➔Menghitung nilai kritis F.

Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut.

$$Derajat\ bebas\ pembilang = k - 1.$$
$$Derajat\ bebas\ penyebut = N - k.$$

Perhatikan bahwa k menyatakan banyaknya sampel, sedangkan N merupakan jumlah elemen/pengamatan dari seluruh sampel. Diketahui nilai k adalah 3, sedangkan nilai N adalah 18 ($n_1 + n_2 + n_3 = 5 + 7 + 6 = 18$). Diketahui tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%, sehingga nilai kritis berdasarkan Tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $3 - 1 = 2$, derajat bebas penyebut $18 - 3 = 15$, dan tingkat signifikansi 5% adalah 3,68.

➔Pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Levene.

$$Jika\ L \leq nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ L > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Levene (0,649) lebih kecil dibandingkan nilai kritis F (3,68), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak, sehingga asumsi mengenai kesamaan varians populasi dari X, Y, dan Z dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Untuk sampel berjumlah lebih dari tiga, misalkan jumlah sampel sebanyak empat, maka tabel perhitungan nilai statistik dari Levene sebagai berikut.

	W	X	Y	Z	$a = \lvert W - \bar{\bar{W}} \rvert$	$b = \lvert X - \bar{X} \rvert$	$c = \lvert Y - \bar{Y} \rvert$	$d = \lvert Z - \bar{\bar{Z}} \rvert$
Jumlah								
Rata-Rata								

	$e = (a - \bar{a})^2$	$f = \left(b - \bar{b}\right)^2$	$g = (c - \bar{c})^2$	$h = \left(d - \bar{d}\right)^2$
Jumlah				
Rata-Rata				

$$L = \frac{\dfrac{n_a\left(\bar{X}_a - \bar{X}_{a,b,c,d}\right)^2 + n_b\left(\bar{X}_b - \bar{X}_{a,b,c,d}\right)^2 + n_c\left(\bar{X}_c - \bar{X}_{a,b,c,d}\right)^2 + n_d\left(\bar{X}_d - \bar{X}_{a,b,c,d}\right)^2}{(k-1)}}{\dfrac{\left(\sum d + \sum e + \sum f + + \sum h\right)}{(N-k)}}.$$

Referensi

1. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

2. Gamst, G., L.S. Meyers dan A.J. Guarino. 2008. *Analysis of Variance Designs*. New York: Cambridge University Press.

3. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

4. Ott, R.L. dan M. Longnecker. 2001. *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis, 5th Edition*. United States of America: Duxbury.

BAB 8

UJI RATA-RATA POPULASI (UJI t)

Sekilas Uji Rata-Rata Populasi (Uji t)

Uji rata-rata populasi dengan uji t merupakan suatu uji dalam statistika untuk menguji rata-rata (*mean*) suatu populasi yang didasarkan **pada ketidaktahuan (*unknown*) mengenai nilai varians dari populasi** (σ^2) (Montgomery dan Runger, 2011:310). Agresti dan Finlay (2009:148) menyatakan sebagai berikut.

"We use the symbol t rather than z because, as in forming a confidence interval, using s to estimate σ in the standard error introduces additional error. The null sampling distribution of the t test statistic is the t distribution".

Ketika ukuran sampel meningkat, **distribusi t akan mendekati distribusi normal standar** $(\boldsymbol{Z})$. Agresti dan Finlay (2009:69) menyatakan sebagai berikut.

"*t distribution relative to standard normal distribution. The t gets closer to the normal as the degrees of freedom (df) increase, and the two distributions are practically identical when df>30".*

Senada dengan Agresti dan Finlay, Ott dan Longkecker (2001) menyatakan sebagai berikut.

"Thus, with

$$t = \frac{\bar{y} - \mu_0}{s/\sqrt{n}},$$

we conclude that t has a t distribution with df=n-1, and, as n increases, the distribution of t approaches the distribution of z".

Dalam penggunaan uji rata-rata populasi dengan uji t dikenakan asumsi normalitas, yakni sampel yang diteliti diasumsikan berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Jika asumsi normalitas tidak dipenuhi, maka alternatif lain yang dapat digunakan adalah uji nonparametrik, seperti uji tanda atau uji Wilcoxon. Dalam uji rata-rata populasi dengan uji t, hipotesis nol menyatakan rata-rata populasi (μ) bernilai μ_0, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan rata-rata populasi (μ) tidak bernilai μ_0 (untuk pengujian dua arah).

$$H_0: \mu = \mu_0$$
$$H_1: \mu \neq \mu_0.$$

Nilai statistik dari uji t dihitung $\left(t_{hitung}\right)$ dengan rumus sebagai berikut.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}.$$

Perhatikan bahwa t merupakan nilai statistik dari uji t (t_{hitung}), $\bar{X}$ merupakan nilai rata-rata sampel, μ_0 merupakan nilai rata-rata populasi yang akan diuji, s merupakan standar deviasi sampel, dan n merupakan ukuran sampel (*sample size*).

Berikut rumus untuk menghitung standar deviasi sampel.

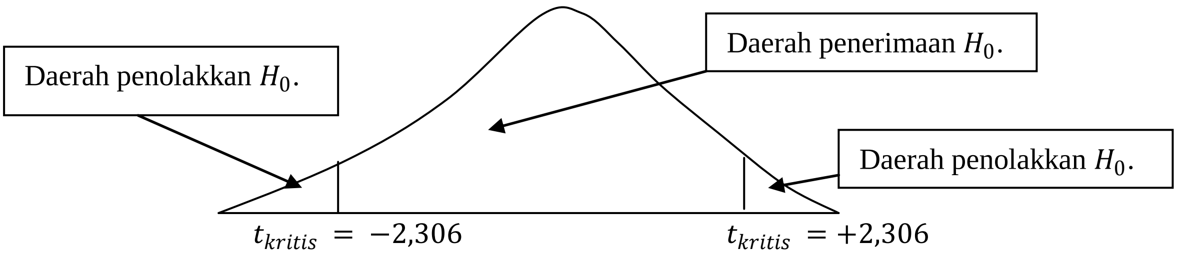
$$s = \sqrt{\frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n - 1}}.$$

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji t terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi t (t_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis t, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = n - 1.$$

Perhatikan bahwa n menyatakan jumlah pengamatan/elemen dalam sampel. Andaikan banyaknya pengamatan dalam sampel sebanyak 9 dan tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%. Maka nilai kritis t dengan derajat bebas $9 - 1 = 8$ dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}306$. Diketahui nilai kritis $t = \pm 2{,}306$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t (pengujian dua arah).

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Uji Asumsi Normalitas

Dalam penggunaan uji rata-rata populasi dengan uji t dikenakan asumsi normalitas, yakni sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Untuk menguji apakah suatu sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, dapat digunakan pendekatan grafik, yakni *P-P plot* (*probability-probability plot*) dalam SPSS. Pada pendekatan *P-P plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar jauh berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi.

Selain itu dapat juga digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas. Dalam pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov, suatu sampel diuji, apakah sampel yang diteliti ditarik dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Hipotesis nol menyatakan sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan sampel yang diteliti tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Contoh Kasus dalam Uji Rata-Rata Populasi

Pada bagian ini, berikut akan diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan uji rata-rata populasi dengan uji t.

[1] Misalkan seorang peneliti ingin menguji suatu hipotesis bahwa rata-rata tinggi badan anak laki-laki berusia 8 tahun adalah 100 cm di kota X. Untuk keperluan penelitian, peneliti tersebut mewawancarai 20 anak laki-laki berusia 8 tahun dengan maksud untuk mengetahui tinggi badan dari 20 anak tersebut. Data yang telah dikumpulkan oleh peneliti disajikan pada Tabel 8.1.

Hipotesis nol menyatakan rata-rata tinggi badan anak laki-laki berusia 8 tahun di kota X adalah 100 cm. Dengan menggunakan uji t, apakah hipotesis nol dapat diterima atau ditolak pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 8.1 (Data Fiktif)

Anak	Tinggi	Anak	Tinggi
1	95	11	98
2	101	12	96
3	99	13	102
4	98	14	99
5	99	15	98
6	102	16	97
7	100	17	100
8	99	18	102
9	97	19	102
10	101	20	100

[2] Misalkan seorang peneliti ingin menguji suatu hipotesis bahwa rata-rata nilai ujian nasional matematika SMA di kota X adalah 85. Untuk keperluan penelitian, peneliti tersebut mewawancarai 14 siswa SMA di kota X dengan maksud untuk mengetahui nilai ujian nasional matematika dari siswa tersebut. Data yang telah dikumpulkan oleh peneliti disajikan pada Tabel 8.2. Hipotesis nol menyatakan rata-rata nilai ujian nasional matematika SMA di kota X adalah 85. Dengan menggunakan uji t, apakah hipotesis nol tersebut dapat diterima atau ditolak pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 8.2 (Data Fiktif)

Siswa	Nilai	Siswa	Nilai
1	75	8	89
2	70	9	85
3	78	10	7
4	80	11	7
5	7	12	69
6	77	13	8
7	85	14	7

[3] Misalkan seorang peneliti ingin menguji suatu hipotesis bahwa rata-rata uang jajan mahasiswa matematika di kota X adalah Rp. 10000 per-hari. Untuk keperluan penelitian, peneliti tersebut mewawancarai 16 mahasiswa matematika di kota X dengan maksud untuk mengetahui uang jajan mahasiswa matematika tersebut. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh peneliti (Tabel 8.3).

Tabel 8.3 (Data Fiktif)

Mahasiswa	Nilai	Mahasiswa	Nilai	Mahasiswa	Nilai	Mahasiswa	Nilai
1	9000	5	11000	9	10000	13	9000
2	9500	6	10000	10	10000	14	12000
3	9000	7	9500	11	11000	15	11000
4	8500	8	11000	12	9500	16	8000

Hipotesis nol menyatakan rata-rata uang jajan mahasiswa matematika di kota X adalah Rp. 10000 per-hari. Dengan menggunakan uji t, apakah hipotesis nol tersebut dapat diterima atau ditolak pada tingkat signifikansi 5%.

PENYELESAIAN DALAM SPSS

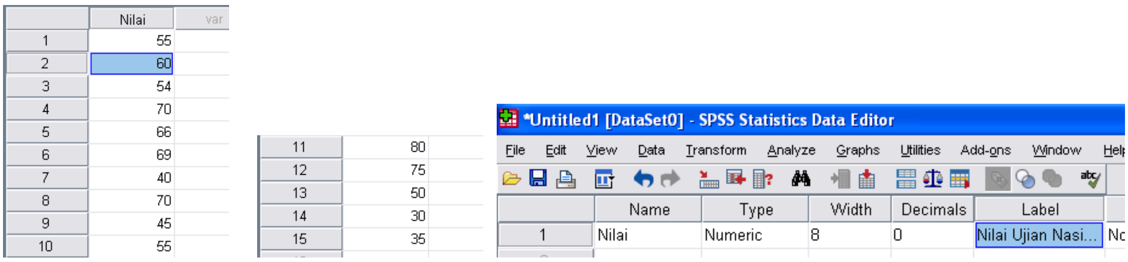
Misalkan seorang peneliti ingin menguji suatu hipotesis yang menyatakan rata-rata ujian nasional matematika SMA di kota X adalah 75. Untuk keperluan penelitian, peneliti tersebut mewawancarai 15 siswa SMA di kota X dengan maksud untuk mengetahui nilai ujian nasional matematika dari siswa SMA tersebut. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh peneliti tersebut (Tabel 8.1).

Tabel 8.1 (Data Fiktif)

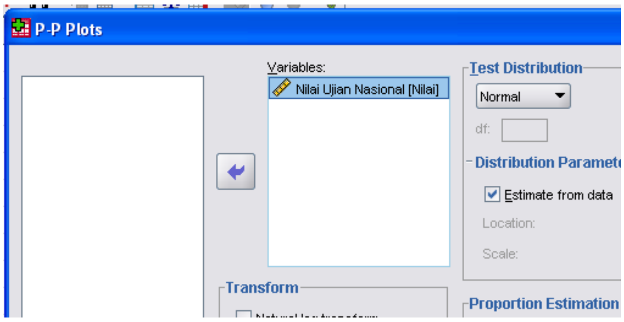
Nama	X	Nama	X	Nama	X	Nama	X
A	55	E	66	I	45	M	50
B	60	F	69	J	55	N	30
C	54	G	40	K	80	O	35
D	70	H	70	L	75		

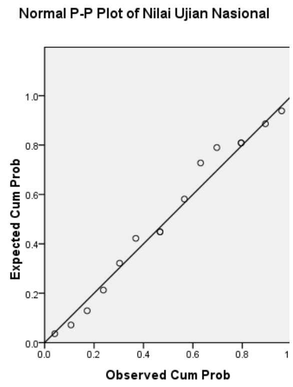
Hipotesis nol menyatakan rata-rata ujian nasional matematika SMA di kota X adalah 75. Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5%, peneliti akan menguji hipotesis nol, apakah dapat diterima atau ditolak.

Dalam penggunaan uji rata-rata populasi dengan uji *t* dikenakan asumsi normalitas, yakni sampel yang diteliti diasumsikan berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Untuk menguji asumsi apakah suatu sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, dapat digunakan pendekatan grafik, yakni *P-P plot* (*probability-probability plot*) dalam SPSS. Pada pendekatan *P-P plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar jauh berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi. Bangun data pada Tabel 8.1 dalam SPSS seperti pada Gambar 8.1. Selanjutnya pilih *Analyze* => *Descriptive Statistics* => *P-P Plots*, sehingga muncul kotak dialog *P-P Plots* (Gambar 8.2). Masukkan variabel **Nilai** pada kotak *Variables*. Pada *Test Distribution*, pilih *Normal*. kemudian pilih OK. *Output* SPSS disajikan dalam Gambar 8.3. Pada Gambar 8.3, titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi.



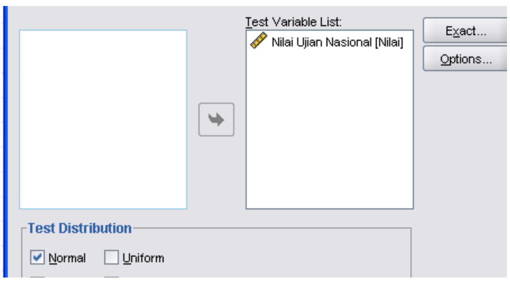
Gambar 8.1





Gambar 8.2 **Gambar 8.3**

Selain itu dapat juga digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas. Dalam pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov, suatu sampel diuji, apakah sampel yang diteliti ditarik dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Hipotesis nol menyatakan sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan sampel yang diteliti tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Pilih *Analyze => Nonparametric Tests => 1-Sample K-S*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample Komogorov-Smirnov Test* (Gambar 8.4).



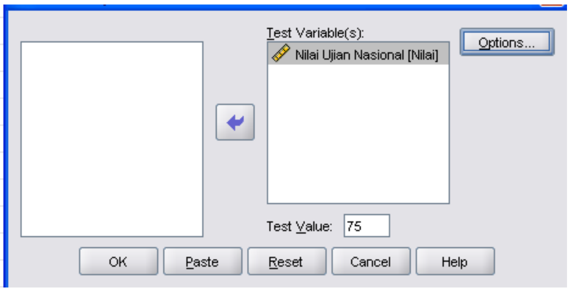
Gambar 8.4

Tabel 8.2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Nilai Ujian Nasional
N		15
Normal Parameters[a,b]	Mean	56.93
	Std. Deviation	14.969
Most Extreme Differences	Absolute	.128
	Positive	.085
	Negative	-.128
Kolmogorov-Smirnov Z		.494
Asymp. Sig. (2-tailed)		.967

Masukkan variabel **Nilai** pada kotak *Test Variable List*. Pada *Test Distribution*, pilih *Normal*. Kemudian pilih OK. *Output* SPSS disajikan pada Tabel 8.2. Berdasarkan pada Tabel 8.2, nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov adalah 0,967. Karena nilai probabilitas tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti asumsi mengenai sampel yang diteliti ditarik dari populasi yang berdistribusi normal diterima. Perhatikan bahwa asumsi normalitas telah dipenuhi.



Gambar 8.5

Tabel 8.3

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Nilai Ujian Nasional	15	56.93	14.969	3.865

Selanjutnya pilih *Analyze* => *Compare Means* => *One-Sample T test*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample T Test* (Gambar 8.5). Masukkan variabel **Nilai** pada kotak *Test Variable(s)*. Pada *Test Value*, masukkan nilai 75. Nilai 75 merupakan nilai dari hipotesis nol. Selanjutnya pilih OK. *Output* SPSS disajikan pada Tabel 8.3 dan Tabel 8.4.

Tabel 8.4

One-Sample Test

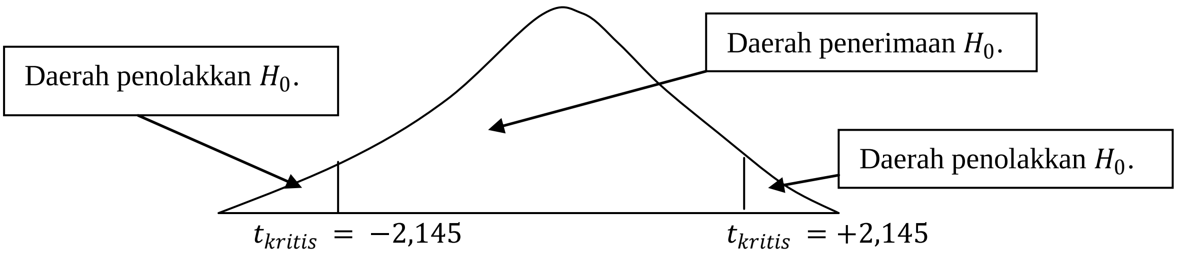
	Test Value = 75					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Nilai Ujian Nasional	-4.674	14	.000	-18.067	-26.36	-9.78

Pada Tabel 8.3, yakni *One-Sample Statistics*, diketahui nilai rata-rata atau *Mean* adalah 56,93 dan standar deviasi atau *Std. deviation* adalah 14,969. Perhatikan bahwa nilai rata-rata 56,93 terlihat cukup jauh dari nilai rata-rata hipotesis, yakni 75. Hal ini mengindikasikan hipotesis nol akan ditolak. Hal ini berarti nilai rata-rata ujian nasional matematika SMA di kotak X tidak sama dengan 75.

Pada Tabel 8.4, yakni *One-Sample Test*, diketahui nilai statistik dari uji t adalah $-4{,}674$. Diketahui derajat bebas (*df*) bernilai $15 - 1 = 14$. Nilai kritis t dengan derajat bebas 14 dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}145$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| > |t_{kritis}|$, yakni $|-4{,}674| > |-2{,}145|$, maka disimpulkan bahwa hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti pernyataan mengenai nilai rata-rata ujian nasional matematika SMA di kotak X tidak sama dengan 75 diterima pada tingkat signifikansi 5%.



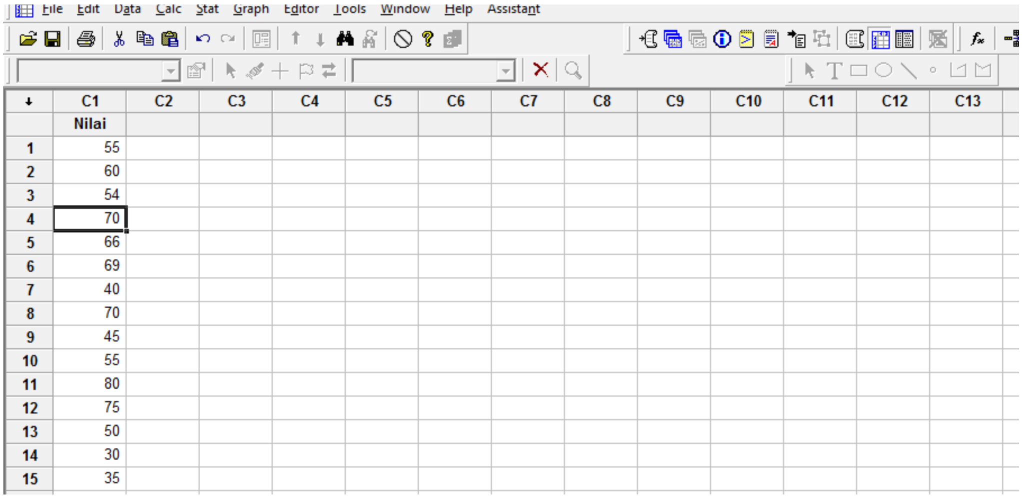
Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

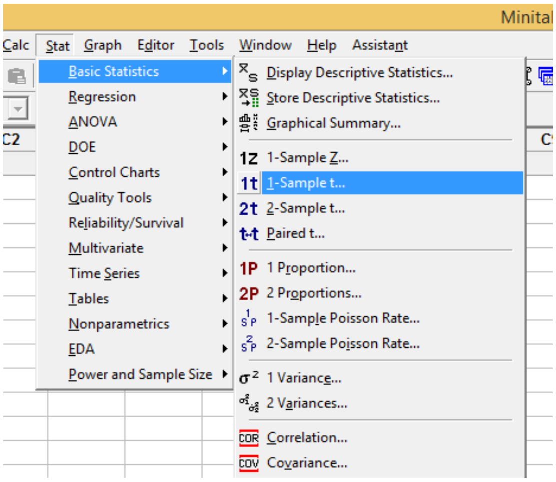
Diketahui nilai probabilitas (*Sig. (2-tailed)*) dari uji t adalah 0,000. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti pernyataan mengenai nilai rata-rata ujian nasional matematika SMA di kotak X tidak sama dengan 75 diterima pada tingkat signifikansi 5%.

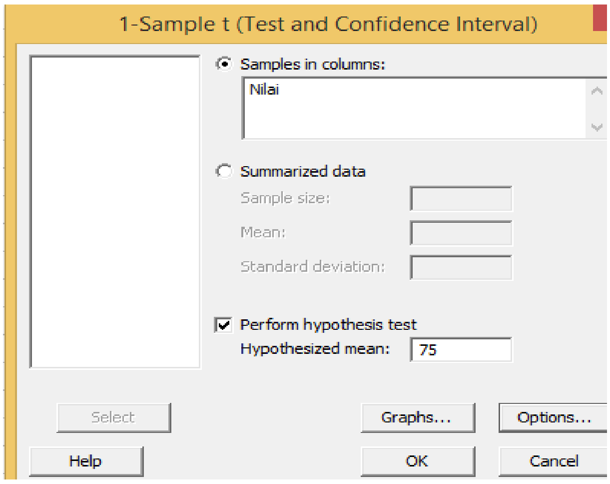
PENYELESAIAN DALAM Minitab

Bangun data pada Tabel 8.1 dalam Minitab seperti pada Gambar 8.6. Pilih *Stat* => *Basic Statistics* => *1-Sample t* (Gambar 8.7), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 8.8. Pada Gambar 8.8, masukkan variabel **Nilai** ke dalam kotak *Samples in columns:*, pada *Perform hypothesis test:hypothesized test:* isi dengan 75. Selanjutnya pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 8.9. Diketahui nilai statistik dari uji *t* (T) adalah -4,67, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,000. Hasil Minitab sama dengan hasil SPSS.



Gambar 8.6





Gambar 8.7 **Gambar 8.8**

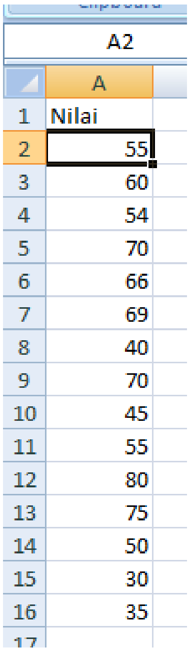
One-Sample T: Nilai

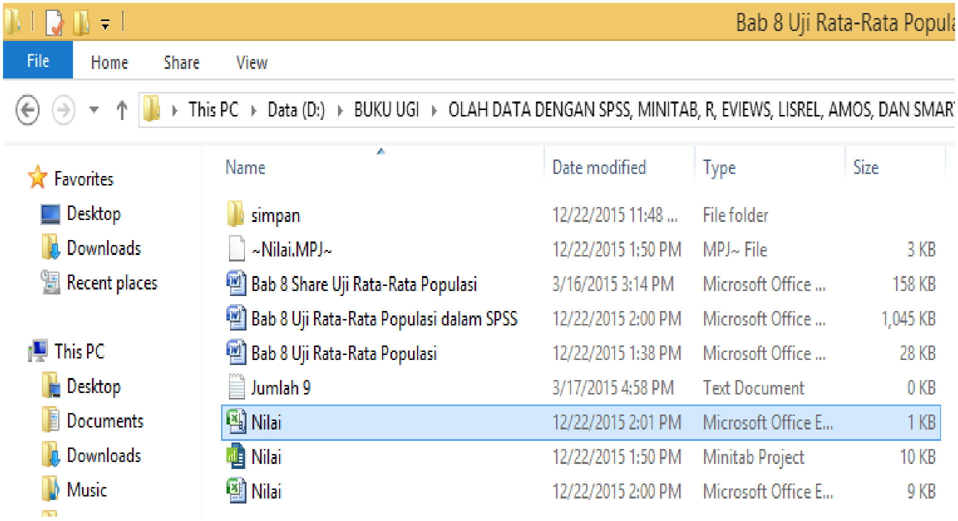
```
Test of mu = 75 vs not = 75


Variable   N   Mean  StDev  SE Mean       95% CI            T      P
Nilai     15  56.93  14.97     3.86  (48.64, 65.22)  -4.67  0.000
```

Gambar 8.9

PENYELESAIAN DALAM R

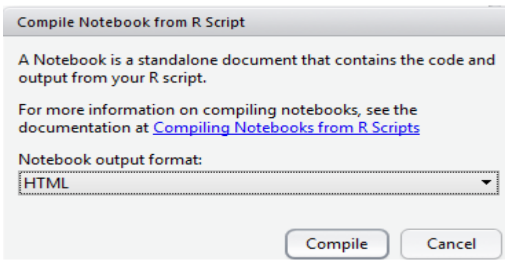
Data terlebih dahulu dibuat dalam *Microsoft Excel* (Gambar 8.10) dan disimpan dengan format tipe **.csv** (Gambar 8.11). Ketik kode R seperti pada Gambar 8.12. Kemudian *Compile* dan pilih HTML (Gambar 8.13). Hasilnya seperti pada Gambar 8.14.





Gambar 8.10 **Gambar 8.11**

Gambar 8.12



Gambar 8.13

ujit_satu_sampel.R

Gio

Tue Dec 22 14:08:13 2015

```
nilai=read.csv("nilai.csv")
x=nilai$Nilai
x
```

```
##  [1] 55 60 54 70 66 69 40 70 45 55 80 75 50 30 35
```

```
t.test(x, y = NULL, alternative = c("two.sided"), mu = 75, paired = FALSE, var.equal = FALSE, conf.level = 0.95
) #cara 1
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  x
## t = -4.6745, df = 14, p-value = 0.0003581
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 75
## 95 percent confidence interval:
##  48.64386 65.22281
## sample estimates:
## mean of x
##  56.93333
```

```
t.test (x, mu=75) #cara 2
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  x
## t = -4.6745, df = 14, p-value = 0.0003581
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 75
## 95 percent confidence interval:
##  48.64386 65.22281
## sample estimates:
## mean of x
##  56.93333
```

Gambar 8.14

Berdasarkan Gambar 8.14, diketahui nilai statistik dari uji t (T) adalah -4,67, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,000. Hasil yang diperoleh dengan R, Minitab, dan SPSS adalah sama.

SHARE

[1] Berikut akan dipaparkan perhitungan manual pada kasus uji rata-rata populasi. Data disajikan pada Tabel 8.1.

Tabel 8.1

Nama	X	Nama	X	Nama	X	Nama	X
A	55	E	66	I	45	M	50
B	60	F	69	J	55	N	30
C	54	G	40	K	80	O	35
D	70	H	70	L	75		

Berikut akan dihitung nilai standar deviasi sampel terlebih dahulu.

Tabel 8.2

	X	$X-\bar{X}$	$(X-\bar{X})^2$
	55	-1,93333	3,73777778
	60	3,066667	9,40444444
	54	-2,93333	8,60444444
	70	13,06667	170,737778
	66	9,066667	82,2044444
	69	12,06667	145,604444
	40	-16,9333	286,737778
	70	13,06667	170,737778
	45	-11,9333	142,404444
	55	-1,93333	3,73777778
	80	23,06667	532,071111
	75	18,06667	326,404444
	50	-6,93333	48,0711111
	30	-26,9333	725,404444
	35	-21,9333	481,071111
Rata-rata	56,93333		
jumlah			3136,93333

$$s = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{3136,9333}{15-1}}$$

$$s = 14,96885648.$$

Kolom *Std. Deviation* menyajikan nilai dari standar deviasi sampel.

Tabel 8.3

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Nilai Ujian Nasional	15	56.93	14.969	3.865

Selanjutnya menghitung nilai statistik dari uji t.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{56{,}9333 - 75}{14{,}96885648/\sqrt{15}}$$

$$t = -4{,}674507255.$$

Tabel 8.4

Kolom t menyajikan nilai statistik dari uji t.

One-Sample Test

	Test Value = 75					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Nilai Ujian Nasional	-4.674	14	.000	-18.067	-26.36	-9.78

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences*, *4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

4. Mann, P. S. dan C.J. Lacke. 2011. *Introductory Statistics*, *International Student Version, 7th Edition*. Asia: John Wiley & Sons, Inc.

5. Montgomery, D. C. dan G. C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

6. Ott, R.L. dan M. Longnecker. 2001. *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis, 5th Edition*. United States of America: Duxbury.

7. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

BAB 9

UJI KESAMAAN RATA-RATA DARI DUA POPULASI (UJI t)

Sekilas Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi

Uji kesamaan rata-rata dari dua populasi dengan uji t yang akan dipaparkan dalam bab ini adalah sebagai berikut.

- Uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan (*paired t test for dependent populations*).
- Uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang sama (*t test for independent populations with assumption* $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$).
- Uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang berbeda (*t test for independent populations with assumption* $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$).

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi untuk Data Berpasangan dan Saling Berhubungan dengan Uji t *(Paired t Test for Dependent Populations)*

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t, pengamatan-pengamatan dari dua populasi dinyatakan dalam berpasangan. Sebagai contoh misalkan $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_k, Y_k)$ merupakan pengamatan-pengamatan dari dua populasi, yakni populasi X dan Y yang dinyatakan dalam berpasangan.

Berikut beberapa contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t.

- Menguji ada tidaknya pengaruh yang signifikan secara statistika penggunaan suplemen X terhadap berat badan, sebelum dan sesudah mengkonsumsi suplemen X selama satu minggu.
- Menguji ada tidaknya pengaruh yang signifikan secara statistika penggunaan suplemen Y terhadap tinggi badan, sebelum dan sesudah mengkonsumsi suplemen Y selama satu bulan.
- Menguji ada tidaknya pengaruh yang signifikan secara statistika pada program kursus matematika terhadap nilai ujian matematika siswa, sebelum dan sesudah mengikuti kursus matematika.

Misalkan D_i menyatakan selisih dari pasangan pengamatan ke-i dari dua populasi, yakni X dan Y, maka $D_1 = Y_1 - X_1, D_2 = Y_2 - X_2, \ldots, D_k = Y_k - X_k$. Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t, data dari selisih pasangan pengamatan (D) diasumsikan berdistribusi normal, dengan rata-rata μ_D.

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t, hipotesis nol menyatakan tidak terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika, sesudah dan sebelum perlakuan. Dengan kata lain, selisih rata-rata antara kelompok sesudah dan sebelum perlakuan sama dengan nol $(\mu_2 - \mu_1 = 0)$. Hipotesis alternatif menyatakan terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika, sesudah dan sebelum perlakuan. Dengan kata lain, selisih rata-rata antara kelompok sesudah dan sebelum perlakuan berbeda dari nol $(\mu_2 - \mu_1 \neq 0)$. Nilai statistik dari uji t (t_{hitung}) dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_D}{s_d/\sqrt{n}}.$$

Perhatikan bahwa $\bar{d}$ merupakan rata-rata dari selisih pasangan pengamatan dari dua sampel, μ_D merupakan rata-rata dari selisih pasangan pengamatan dari dua populasi, serta s_d merupakan nilai standar deviasi dari selisih pasangan pengamatan dari dua sampel. Berikut rumus untuk menghitung nilai s_d.

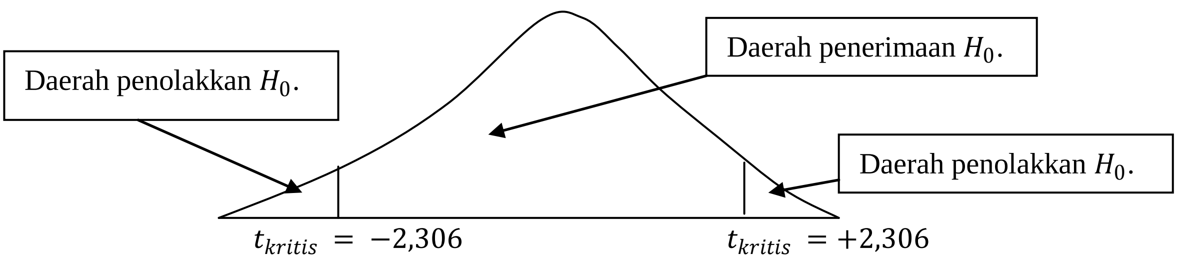
$$s_d = \sqrt{\frac{\sum\left(d - \bar{d}\right)^2}{n-1}}.$$

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji t terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi t (t_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis t, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = n - 1.$$

Perhatikan bahwa n menyatakan banyaknya pasangan pengamatan. Andaikan banyaknya pasangan pengamatan sebanyak 9, tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%, sehingga nilai kritis t dengan derajat bebas $9 - 1 = 8$ dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}306$. Diketahui nilai kritis $t = \pm 2{,}306$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t (pengujian dua arah).

$$Jika\ \left|t_{hitung}\right| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \left|t_{hitung}\right| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ ditolak.$$



Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 9.1 merupakan *output* SPSS yang menunjukkan nilai statistik dari uji t dan nilai probabilitas dari uji t.

Tabel 9.1

Kolom t dan *Sig. (2-tailed)* masing-masing menyajikan nilai statistik dari uji t dan nilai probabilitas dari uji t.

Paired Samples Test

			Differences					
				95% Confidence Interval of the Difference				
			Error ean	Lower	Upper	t	df	Sig. (2-tailed)
Pair 1 Y - X	16.222	6.360	2.120	11.334	21.111	7.652	8	.000

Uji Asumsi Normalitas

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t, data dari **selisih pasangan pengamatan $(\boldsymbol{D})$ diasumsikan berdistribusi normal, dengan rata-rata $\boldsymbol{\mu_D}$.** Field (2009:326) menyatakan sebagai berikut.

"*The sampling distribution is normally distributed. In the dependent t-test this means that the sampling distribution of the* ***differences between scores should be normal****, not the scores themselves (see section 9.4.3)*".

Sejalan dengan Field, Mann dan Lacke (2011:465) menyatakan sebagai berikut.

"*If the sample size is small, then the population of paired differences is normally distributed*".

Lebih lanjut, Mann dan Lacke (2011:465) menyatakan sebagai berikut.

"*However, usually σ_d is* ***never known****. Then ,if the standard deviation σ_d of the population paired differences is unknown and* ***either the sample size is large (i.e., $n \geq 30$) or the population of paired differences is normally distributed (with $n < 30$), then the t distribution is used to make a confidence interval and test hypothesis about μ_d.***"

Namun ketika ukuran sampel cukup besar, yakni $\geq$ 30, maka populasi tidak harus berdistribusi normal (Mann dan Lacke, 2011:465). Hal ini karena berdasarkan sifat teorema limit sentral (*central limit theorem*). Untuk menguji asumsi normalitas tersebut, dapat digunakan pendekatan grafik, yakni *P-P plot* (*probability-probability plot*) dalam SPSS. Pada pendekatan *P-P plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar jauh berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi.

Di samping itu dapat juga digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas. Dalam pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov, data dari selisih pasangan pengamatan diuji normalitasnya. Hipotesis nol menyatakan data dari selisih pasangan pengamatan (D) berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan data dari selisih pasangan pengamatan (D) tidak berdistribusi normal. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 9.2 merupakan *output* SPSS yang menunjukkan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Tabel 9.2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		15
Normal Parameters[a,b]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.07019822
Most Extreme Differences	Absolute	.247
	Positive	.150
	Negative	-.247
Kolmogorov-Smirnov Z		.959
Asymp. Sig. (2-tailed)		.317

Nilai *Asyp. Sig. (2-tailed)* = 0,317 merupakan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Contoh Kasus dalam Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi untuk Data Berpasangan dan Saling Berhubungan dengan Uji t

[1] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti ada tidaknya pengaruh mengkonsumsi suplemen X terhadap berat badan. Untuk keperluan penelitian, Ugi mewawancarai 10 responden untuk mengetahui berat badan sebelum dan sesudah mengkonsumsi suplemen X selama satu minggu. Berikut data yang telah dikumpulkan Ugi (Tabel 9.3).

Tabel 9.3 (Data Fiktif)

Responden	Berat Badan	
	Sebelum (X)	Sesudah (Y)
1	50	55
2	49	56
3	52	56
4	48	53
5	51	60
6	49	52
7	51	53
8	55	61
9	48	52
10	47	56

Berdasarkan data pada Tabel 9.3, responden ke-1 memiliki berat badan 50 kg sebelum mengkonsumsi suplemen X. Setelah mengkonsumsi suplemen X selama satu minggu, berat badannya naik menjadi 55 kg.

[2] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti ada tidaknya pengaruh yang signifikan secara statistika pada pelaksanaan program kursus matematika terhadap nilai ujian matematika siswa kelas 6 di sekolak XYZ. Berikut data yang telah dikumpulkan Ugi (Tabel 9.4).

Tabel 9.4 (Data Fiktif)

Siswa	Nilai Ujian Matematika	
	Sebelum (X)	Sesudah (Y)
1	65	75
2	50	80
3	55	76
4	48	65
5	51	60
6	49	70
7	54	64
8	55	78
9	40	80
10	56	69

Berdasarkan data pada Tabel 9.4, siswa ke-1 memperoleh nilai ujian 65 sebelum mengikuti kursus matematika. Setelah mengikuti kursus matematika, nilai ujian meningkat menjadi 75.

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians yang Sama (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang sama menguji ada tidaknya perbedaan rata-rata antara populasi pertama dan populasi kedua. Dengan kata lain, menguji apakah selisih rata-rata antara kelompok kedua dan pertama berbeda atau sama dengan nol. Dalam uji ini, pengamatan-pengamatan pada populasi pertama saling bebas/independen dengan pengamatan-pengamatan pada populasi kedua (*independent populations*). Uji ini didasarkan pada ketidaktahuan (*unknown*) mengenai nilai varians dari dua populasi, namun diasumsikan varians dari dua populasi tersebut sama.

Berikut beberapa contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan uji kesamaan rata-rata dari dua populasi dengan asumsi varians yang sama dengan uji t.

- ⇨ Menguji ada tidaknya perbedaan nilai indeks prestasi (secara rata-rata) antara mahasiswa laki-laki dan perempuan.

- ⇨ Menguji ada tidaknya perbedaan harga saham antara perusahaan manufaktur dan *real estate*.

- ⇨ Menguji ada tidaknya perbedaan uang jajan antara mahasiswa kedokteran dan mahasiswa matematika.

⇨ Menguji ada tidaknya perbedaan indeks prestasi antara mahasiswa dominan otak kanan dan dominan kotak kiri.

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang sama, hipotesis nol menyatakan tidak terdapat perbedaan rata-rata antara populasi pertama dan populasi kedua. Dengan kata lain, selisih rata-rata antara populasi kedua dan pertama sama dengan nol $(\mu_2 - \mu_1 = 0)$. Hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan rata-rata antara populasi pertama dan populasi kedua. Dengan kata lain, selisih rata-rata antara populasi kedua dan pertama berbeda dari nol $(\mu_2 - \mu_1 \neq 0)$. Nilai statistik dari uji t $\left(t_{hitung}\right)$ dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$t = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}.$$

Perhatikan bahwa t merupakan nilai statistik dari uji t, $\bar{X}_1$ merupakan nilai rata-rata dari sampel pertama, $\bar{X}_2$ merupakan nilai rata-rata dari sampel kedua, n_1 merupakan jumlah pengamatan dalam sampel pertama, dan n_2 merupakan jumlah pengamatan dalam sampel kedua. Berikut rumus untuk menghitung s_p.

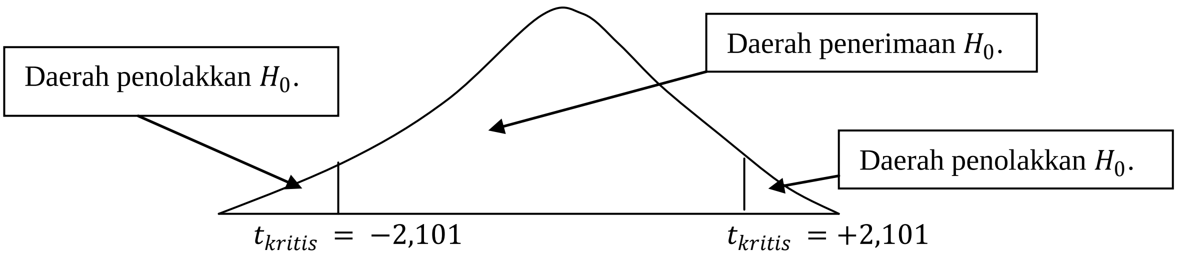
$$s_p = \sqrt{\frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

Perhatikan bahwa s_p^2 disebut *pooled estimator standard deviation for two samples*, yang mana merupakan estimator dari σ^2. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji t terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi t (t_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis t, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = n_1 + n_2 - 2.$$

Perhatikan bahwa n_1 menyatakan banyaknya pengamatan/elemen pada sampel pertama, n_2 menyatakan banyaknya pengamatan/elemen pada sampel kedua. Andaikan $n_1 = n_2 = 10$ dan tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$, maka nilai kritis t adalah $\pm 2{,}101$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ \left|t_{hitung}\right| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \left|t_{hitung}\right| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Uji Asumsi Normalitas

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang sama, populasi pertama dan populasi kedua diasumsikan berdistribusi normal (Mann dan Lacke, 2011:448). Namun ketika ukuran sampel cukup besar, yakni masing-masing sampel berukuran ≥ 30, maka populasi tidak harus berdistribusi normal (Mann dan Lacke, 2011:465). Untuk menguji apakah suatu sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, dapat digunakan pendekatan grafik, yakni *P-P plot* (*probability-probability plot*) dalam SPSS. Pada pendekatan *P-P plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar jauh berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi.

Di samping itu, dapat juga digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas. Dalam pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov, masing-masing sampel diuji normalitasnya. Hipotesis nol menyatakan sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan sampel yang diteliti tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Uji Asumsi Kesamaan Varians

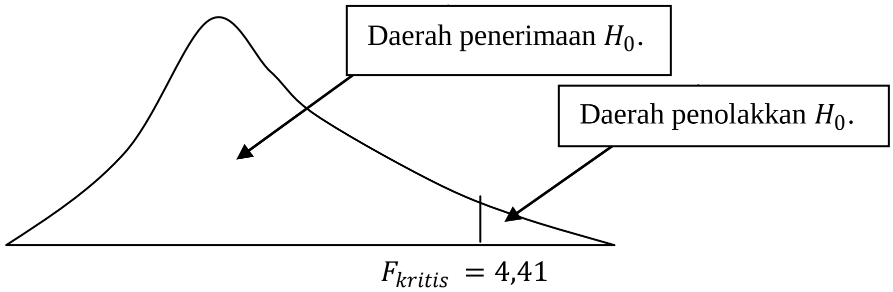
Selain asumsi normalitas, asumsi lain yang dikenakan adalah asumsi kesamaan varians, yakni sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama. Untuk menguji apakah sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama, dapat digunakan uji Levene. Pada uji Levene, hipotesis nol menyatakan sampel-sampel yang diambil berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan paling tidak terdapat sepasang populasi yang memiliki varians yang berbeda.

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji Levene (L) dengan nilai kritis berdasarkan tabel distribusi F (F_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis F, terlebih dahulu menghitung nilai dari derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut. Berikut rumus untuk menghitung nilai dari derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut.

$$Derajat\ bebas\ pembilang = k - 1.$$
$$Derajat\ bebas\ penyebut = N - k.$$

Perhatikan bahwa k menyatakan banyaknya sampel/populasi yang diteliti, sedangkan N merupakan jumlah pengamatan/elemen dari seluruh sampel. Diketahui misalkan nilai k adalah 2, sedangkan nilai N adalah $20\,(n_1 + n_2 = 10 + 10 = 20\,)$. Misalkan tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%, sehingga nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang $2 - 1 = 1$, derajat bebas penyebut $20 - 2 = 18$, dan tingkat signifikansi 5% adalah 4,41. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Levene.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene \leq F_{kritis}\,, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene > F_{kritis}\,, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat juga digunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji Levene. Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \alpha, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berikut diberikan tampilan *output* SPSS yang menunjukkan nilai probabilitas dari uji Levene (Tabel 9.5).

Tabel 9.5

Test of Homogeneity of Variances

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2.233	3	36	.101

Nilai *Sig* = 0,101 merupakan nilai probabilitas.

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians yang Tidak Sama (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang tidak sama menguji ada tidaknya perbedaan rata-rata antara populasi pertama dan populasi kedua. Dengan kata lain, menguji apakah selisih rata-rata antara kelompok kedua dan pertama berbeda atau sama dengan nol. Dalam uji ini, pengamatan-pengamatan pada populasi pertama saling bebas/independen (*independent*) dengan pengamatan-

pengamatan pada populasi kedua (*independent populations*). Uji ini didasarkan pada ketidaktahuan (*unknown*) mengenai nilai varians dari dua populasi, namun diasumsikan varians dari dua populasi tersebut tidak sama.

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang tidak sama, hipotesis nol menyatakan tidak terdapat perbedaan rata-rata antara populasi pertama dan populasi kedua. Dengan kata lain, selisih rata-rata antara populasi kedua dan pertama sama dengan nol $(\mu_2 - \mu_1 = 0)$. Hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan rata-rata antara populasi pertama dan populasi kedua. Dengan kata lain, selisih rata-rata antara populasi kedua dan pertama berbeda dari nol $(\mu_2 - \mu_1 \neq 0)$. Nilai statistik dari uji t $\left(t_{hitung}\right)$ dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$t = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}.$$

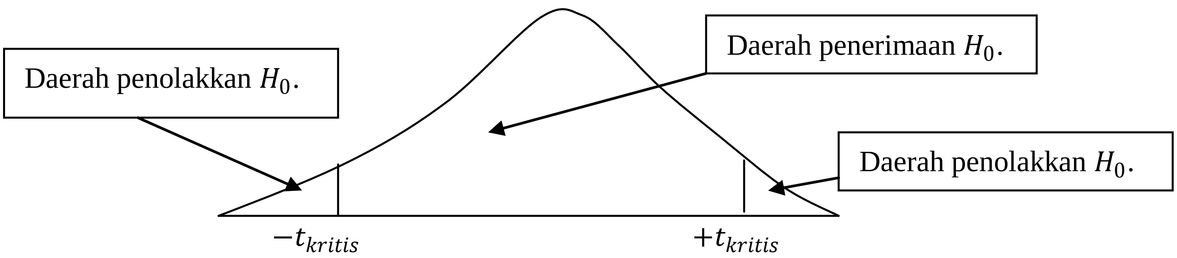
Perhatikan bahwa t merupakan nilai statistik dari uji t, $\bar{X}_1$ merupakan nilai rata-rata dari sampel pertama, $\bar{X}_2$ merupakan nilai rata-rata dari sampel kedua, s_1 merupakan nilai standar deviasi dari sampel pertama, s_2 merupakan nilai standar deviasi dari sampel kedua, n_1 merupakan jumlah pengamatan dalam sampel pertama, dan n_2 merupakan jumlah pengamatan dalam sampel kedua.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji t terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi t (t_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis t, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{(n_1 - 1)} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{(n_2 - 1)}}.$$

Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ \left|t_{hitung}\right| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \left|t_{hitung}\right| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Uji Asumsi Normalitas

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang berbeda, populasi pertama dan populasi kedua diasumsikan berdistribusi normal (Mann dan Lacke, 2011:458). Namun ketika ukuran sampel cukup besar, yakni masing-masing sampel berukuran ≥ 30, maka populasi tidak harus berdistribusi normal (Mann dan Lacke, 2011:465). Untuk menguji apakah suatu sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, dapat digunakan pendekatan grafik, yakni *P-P plot* (*probability-probability plot*) dalam SPSS. Pada pendekatan *P-P plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi.

Di samping itu, dapat juga digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas. Dalam pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov, masing-masing sampel diuji normalitasnya. Hipotesis nol menyatakan sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan sampel yang diteliti tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Uji Asumsi Ketidaksamaan Varians

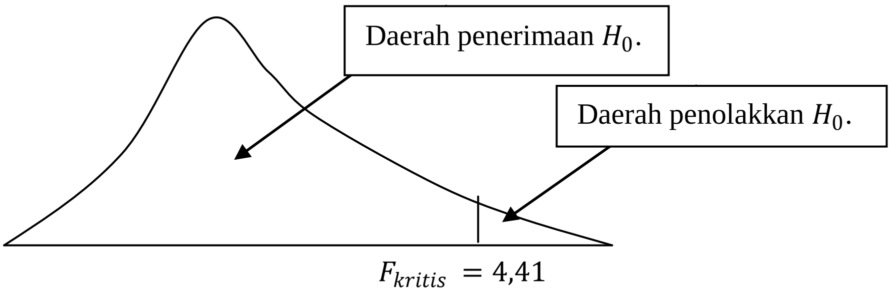
Selain asumsi normalitas, asumsi lain yang dikenakan adalah asumsi ketidaksamaan varians, yakni sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang berbeda. Untuk menguji apakah sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians berbeda, dapat digunakan uji Levene. Pada uji Levene, hipotesis nol menyatakan sampel-sampel yang diambil berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan paling tidak terdapat sepasang populasi yang memiliki varians yang berbeda.

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji Levene (L) dengan nilai kritis berdasarkan tabel distribusi F (F_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis F, terlebih dahulu menghitung nilai dari derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut. Berikut rumus untuk menghitung nilai dari derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut.

$$Derajat\ bebas\ pembilang = k - 1.$$
$$Derajat\ bebas\ penyebut = N - k.$$

Perhatikan bahwa k menyatakan banyaknya elemen sampel, sedangkan N merupakan jumlah elemen/pengamatan dari seluruh sampel. Diketahui misalkan nilai k adalah 2, sedangkan nilai N adalah $20\,(n_1 + n_2 = 10 + 10 = 20)$. Diketahui misalkan tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%, sehingga nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang $2 - 1 = 1$, derajat bebas penyebut $20 - 2 = 18$, dan tingkat signifikansi 5% adalah 4,41. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Levene.

$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene \leq F_{kritis}, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1$ ditolak.
$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene > F_{kritis}, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$



Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat digunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji Levene. Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$
$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$

Contoh Kasus dalam Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi Tidak Berhubungan dengan Uji t

[1] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti ada tidaknya perbedaan indeks prestasi antara mahasiswa dominan otak kanan dan mahasiswa dominan otak kiri. Untuk keperluan penelitian, Ugi mewawancarai 20 mahasiswa, yang terdiri dari 10 mahasiswa dominan otak kanan dan 10 mahasiswa dominan otak kiri dengan maksud untuk mengetahui nilai indeks prestasi. Data yang telah dikumpulkan Ugi disajikan pada Tabel 9.6. Berdasarkan Tabel 9.6, X menyatakan nilai indeks prestasi mahasiswa dominan otak kanan, sedangkan Y menyatakan nilai indeks prestasi mahasiswa dominan otak kiri.

[2] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti ada tidaknya perbedaan uang jajan antara mahasiswa jurusan matematika dan kedokteran. Untuk keperluan penelitian, Ugi mewawancarai 20 mahasiswa, yang terdiri dari 10 mahasiswa matematika dan 10 mahasiswa kedokteran dengan maksud untuk mengetahui uang jajan dalam sehari. Data yang telah dikumpulkan Ugi disajikan pada Tabel 9.7. Berdasarkan Tabel 9.7, X menyatakan uang jajan (dalam ribuan) mahasiswa jurusan matematika, sedangkan Y menyatakan uang jajan mahasiswa jurusan kedokteran.

[3] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti ada tidaknya perbedaan IQ antara mahasiswa jurusan matematika dan seni. Untuk keperluan penelitian, Ugi mewawancarai 14 mahasiswa, yang terdiri dari 7 mahasiswa matematika dan 7 mahasiswa seni dengan maksud untuk mengetahui IQ saat ini. Berikut data yang telah dikumpulkan Ugi (Tabel 9.8).

Tabel 9.6 (Data Fiktif)

Mahasiswa	X	Mahasiswa	Y
1	2.9	11	3.24
2	2.75	12	2.99
3	3.01	13	3.3
4	2.85	14	3.25
5	2.99	15	3.1
6	3.1	16	3.23
7	3.05	17	3.6
8	2.8	18	3.4
9	2.94	19	3.5
10	3	20	3.2

Tabel 9.7 (Data Fiktif)

Mahasiswa	X	Mahasiswa	Y
1	10	11	20
2	9	12	40
3	7	13	90
4	12	14	50
5	8	15	50
6	10	16	90
7	11	17	80
8	10	18	60
9	9	19	90
10	8	20	100

Tabel 9.8 (Data Fiktif)

Mahasiswa	X	Mahasiswa	Y
1	118	8	105
2	115	9	109
3	110	10	112
4	112	11	114
5	125	12	111
6	119	13	100
7	109	14	101

Berdasarkan Tabel 9.8, X menyatakan IQ mahasiswa jurusan matematika, sedangkan Y menyatakan IQ mahasiswa jurusan seni.

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi untuk Data Berpasangan dan Saling Berhubungan dengan Uji t (Paired t Test for Dependent Populations)

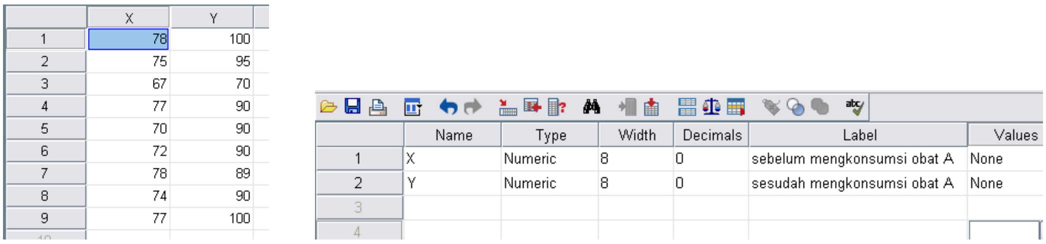
Misalkan seorang peneliti ingin meneliti mengenai pengaruh penggunaan obat A terhadap jumlah denyut jantung per-menit pada manusia. Peneliti tersebut mengambil sampel sebanyak 9 responden. Pertama, sebelum pemberian obat A, peneliti mencatat jumlah denyut jantung yang terjadi dalam satu menit dari 9 responden tersebut. Kemudian, 9 responden tersebut mengkonsumsi obat A dan setelah 15 menit, peneliti tersebut mencatat kembali jumlah denyut jantung yang terjadi dalam satu menit. Berikut data dari 9 responden mengenai jumlah denyut jantung yang terjadi dalam satu menit sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat A (Tabel 9.1).

Tabel 9.1 (Data Fiktif)

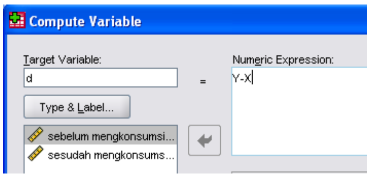
Responden	X	Y
1	78	100
2	75	95
3	67	70
4	77	90
5	70	90
6	72	90
7	78	89
8	74	90
9	77	100

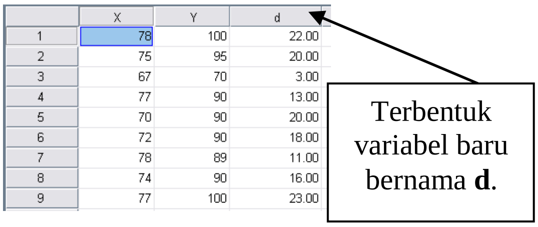
Berdasarkan data pada Tabel 9.1, diketahui jumlah denyut jantung dalam satu menit dari responden ke-3 ketika belum mengkonsumsi obat A sebanyak 67, dan setelah mengkonsumsi obat A sebanyak 70. Peneliti akan menguji apakah terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika dalam hal jumlah denyut jantung yang terjadi dalam satu menit, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat A pada tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$.

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t, data dari selisih pasangan pengamatan (D) diasumsikan berdistribusi normal, dengan rata-rata μ_D. Untuk menguji asumsi normalitas tersebut, dapat digunakan pendekatan grafik, yakni *P-P plot* (*probability-probability plot*) dalam SPSS. Pada pendekatan *P-P plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar jauh berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi. Bangun data pada Tabel 9.1 dalam SPSS seperti pada Gambar 9.1. Pilih *Transform* => *Compute Variable*, sehingga muncul kotak dialog *Compute Variable* (Gambar 9.2). Pada kotak dialog *Compute Variable*, ketik **d** pada kotak *Target Variable* dan ketik **Y-X** pada kotak *Numeric Expression*. Kemudian pilih *Continue*, sehingga terbentuk variabel baru bernama **d** (Gambar 9.3).

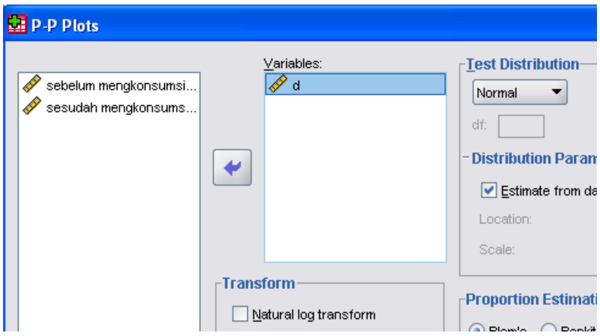


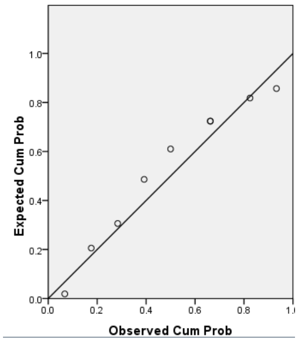
Gambar 9.1





Gambar 9.2 **Gambar 9.3**



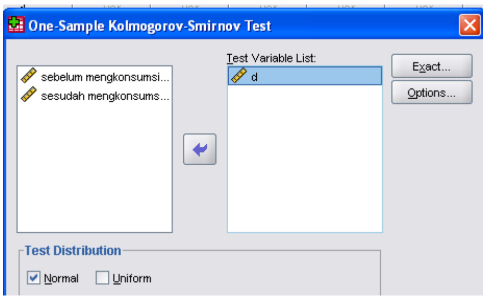


Gambar 9.4 **Gambar 9.5**

Selanjutnya pilih *Analyze* => *Descriptive Statistics* => *P-P Plots*, sehingga muncul kotak dialog *P-P Plots* (Gambar 9.4). Masukkan variabel **d** pada kotak *Variables*. Kemudian pilih OK. Grafik *P-P Plots* diperlihatkan pada Gambar 9.5. Perhatikan bahwa titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas data dari selisih pasangan pengamatan (D) dipenuhi.

Selain pendekatan grafik, dapat juga digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas data dari selisih pasangan pengamatan (D). Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *1-Sample K-S*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* (Gambar 9.6). Pada kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test*, masukkan variabel **d** pada kotak *Test Variable List*. Pada *Test Distribution* pilih *Normal*. Kemudian pilih OK. Hasil SPSS dari uji Kolmogorov-Smirnov diperlihatkan dalam Tabel 9.2. Berdasarkan Tabel 9.2, diketahui nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov adalah 0,961. Karena nilai probabilitas tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas data dari selisih pasangan pengamatan (D) dipenuhi.

Perhatikan bahwa asumsi normalitas telah dipenuhi, selanjutnya akan digunakan uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t untuk menguji ada tidaknya pengaruh yang signifikan secara statistika pada penggunaan obat A terhadap jumlah denyut jantung per-menit pada manusia.



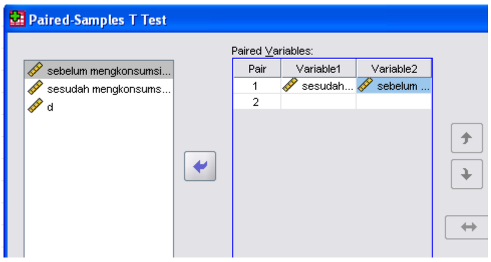
Tabel 9.2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		d
N		9
Normal Parameters[a,b]	Mean	16.2222
	Std. Deviation	6.35959
Most Extreme Differences	Absolute	.168
	Positive	.143
	Negative	-.168
Kolmogorov-Smirnov Z		.505
Asymp. Sig. (2-tailed)		.961

Gambar 9.6

Pilih *Analyze* => *Compare Means* => *Paired Sample T Test*, sehingga muncul kotak dialog *Paired-Samples T Test* (Gambar 9.7). Masukkan variabel **Y** (sesudah) pada kotak *Variable1* dan masukkan variabel **X** (sebelum) pada kotak *Variable2* (Gambar 9.7). Kemudian pilih OK, sehingga diperoleh hasil SPSS seperti pada Tabel 9.3 dan 9.4.



Tabel 9.3

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	sesudah mengkonsumsi obat A	90.44	9	8.833	2.944
	sebelum mengkonsumsi obat A	74.22	9	3.866	1.289

Gambar 9.7

Tabel 9.4

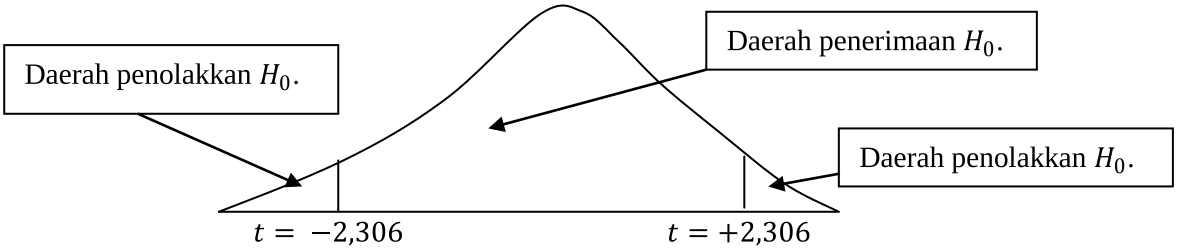
Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
					95% Confidence Interval of the Difference				
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1	sesudah mengkonsumsi obat A - sebelum mengkonsumsi obat A	16.222	6.360	2.120	11.334	21.111	7.652	8	.000

Berdasarkan Tabel 9.3, yakni *Paired Samples Statistics*, secara rata-rata (*Mean*) terjadi peningkatan terhadap jumlah denyut jantung setelah mengkonsumsi obat A. Hal ini terlihat bahwa nilai rata-rata jumlah denyut jantung sebelum mengkonsumsi obat *A* sebanyak 74,22 kali per-menit dan setelah mengkonsumsi obat *A* sebanyak 90,44 kali per-menit. Hal ini mengindikasikan terdapat pengaruh yang cukup signifikan dalam hal jumlah denyut jantung, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat *A*.

Selanjutnya perhatikan Tabel 9.4, yakni *Paired Samples Test*. Diketahui nilai statistik dari uji t adalah 7,652. Diketahui derajat bebas (*df*) bernilai 8. Nilai kritis t dengan derajat bebas 8 dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}306$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| > |t_{kritis}|$, yakni 7,652 > 2,306, maka disimpulkan bahwa hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika dalam hal jumlah denyut jantung, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat A pada tingkat signifikansi 5%.

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai probabilitas (*Sig. (2-tailed)*) dari uji t adalah 0,000. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika dalam hal jumlah denyut jantung, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat A pada tingkat signifikansi 5%.

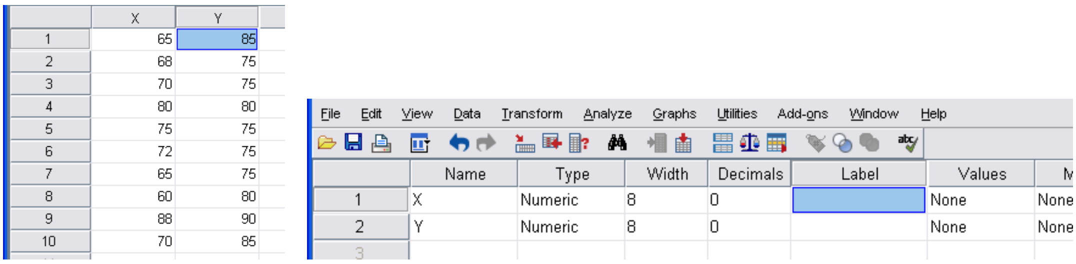
Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians yang Sama (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

Misalkan seorang peneliti akan meneliti mengenai ada tidaknya perbedaan (secara rata-rata) nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan. Untuk keperluan penelitian, peneliti tersebut mengambil sampel sebanyak 20 nilai ujian matakuliah matematika dasar yang terdiri dari 10 nilai ujian mahasiswa laki-laki dan 10 nilai ujian mahasiswa perempuan. Data yang telah dikumpulkan disajikan dalam Tabel 9.5. Peneliti akan menguji apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang signifikan secara statistika dari nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan dengan tingkat signifikansi 5%.

Dalam uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang sama, diasumsikan populasi pertama dan populasi kedua berdistribusi normal. Untuk menguji apakah suatu sampel yang diteliti berasal dari populasi yang berdistribusi normal, dapat digunakan pendekatan grafik, yakni *P-P plot* (*probability-probability plot*) dalam SPSS. Pada pendekatan *P-P plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar jauh berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi. Bangun data pada Tabel 9.5 dalam SPSS seperti pada Gambar 9.8.

Tabel 9.5 (Data Fiktif)

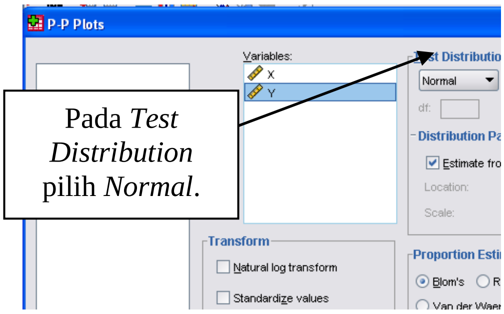
Nama Mahasiswa Laki-Laki	*X*	Nama Mahasiswa Perempuan	*Y*
Ugi	65	Ulan	85
Mifdhal	68	Fitri	75
Iqbal	70	Evelin	75
Alan	80	Melda	80
John	75	Dina	75
Andre	72	Suci	75
Ridho	65	Febri	75
Hanafi	60	Oshin	80
Romi	88	Wilya	90
Hasoloan	70	Windy	85

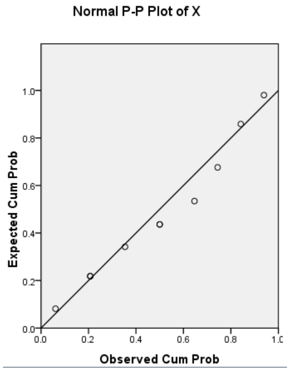


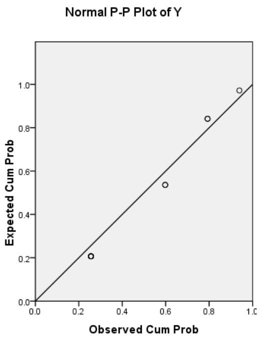
Gambar 9.8

Selanjutnya pilih *Analyze* => *Descriptive Statistics* => *P-P Plots*, sehingga muncul kotak dialog *P-P Plots* (Gambar 9.9). Masukkan variabel **X** dan **Y** pada kotak *Variables*. Pada *Test Distribution* pilih *Normal*. Kemudian pilih OK. Grafik *P-P Plots* diperlihatkan pada Gambar 9.10 dan Gambar 9.11. Gambar 9.10 merupakan grafik untuk variabel **X**, sedangkan Gambar 9.11 merupakan grafik untuk variabel **Y**. Perhatikan bahwa pada kedua grafik tersebut, titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas dari kedua populasi dipenuhi.

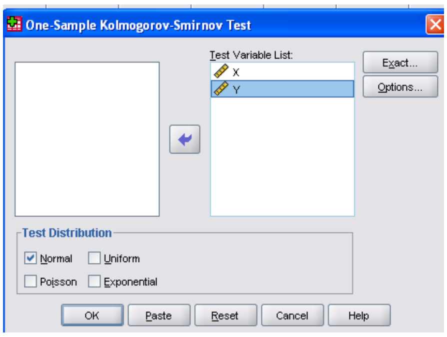
Selain pendekatan grafik, dapat juga digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas. Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *1-Sample K-S*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* (Gambar 9.12). Pada kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test*, masukkan variabel **X** dan **Y** pada kotak *Test Variable List*. Pada *Test Distribution* pilih *Normal*. Kemudian pilih OK. Hasil SPSS dari uji Kolmogorov-Smirnov diperlihatkan dalam Tabel 9.6. Berdasarkan Tabel 9.6, diketahui nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov (*Asymp. Sig. (2-tailed)*) untuk variabel **X** dan **Y** masing-masing adalah 0,947 dan 0,356. Karena nilai-nilai probabilitas tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas dipenuhi. Dengan kata lain, asumsi mengenai sampel **X** dan sampel **Y** berasal dari populasi-populasi yang berdistribusi normal diterima pada tingkat signifikansi 5%.







Gambar 9.9 **Gambar 9.10** **Gambar 9.11**

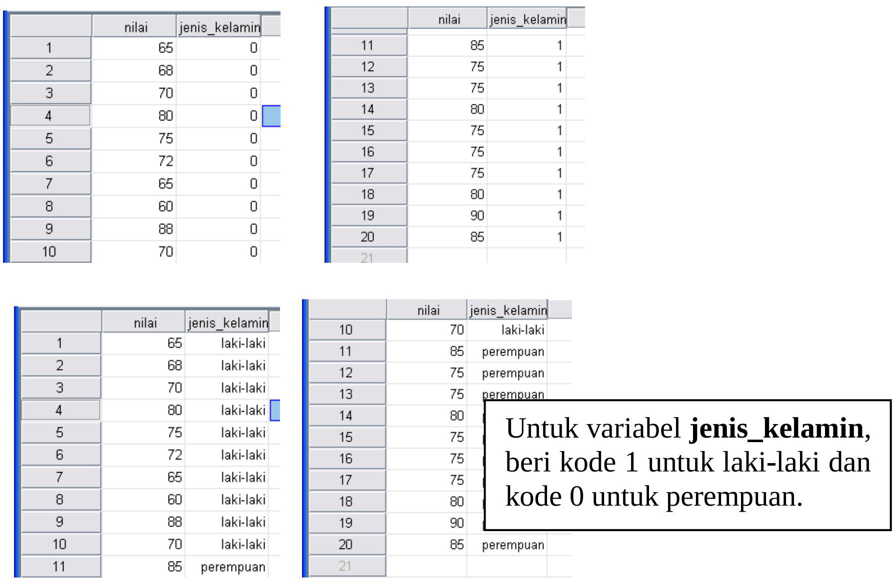


Gambar 9.12

Tabel 9.6

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		X	Y
N		10	10
Normal Parameters[a,b]	Mean	71.30	79.50
	Std. Deviation	8.097	5.503
Most Extreme Differences	Absolute	.166	.293
	Positive	.166	.293
	Negative	-.118	-.207
Kolmogorov-Smirnov Z		.524	.927
Asymp. Sig. (2-tailed)		.947	.356



	nilai	jenis_kelamin
1	65	0
2	68	0
3	70	0
4	80	0
5	75	0
6	72	0
7	65	0
8	60	0
9	88	0
10	70	0

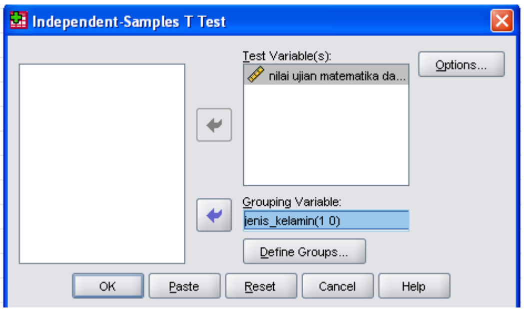
	nilai	jenis_kelamin
11	85	1
12	75	1
13	75	1
14	80	1
15	75	1
16	75	1
17	75	1
18	80	1
19	90	1
20	85	1
21		

	nilai	jenis_kelamin
1	65	laki-laki
2	68	laki-laki
3	70	laki-laki
4	80	laki-laki
5	75	laki-laki
6	72	laki-laki
7	65	laki-laki
8	60	laki-laki
9	88	laki-laki
10	70	laki-laki
11	85	perempuan

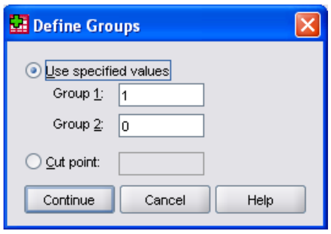
	nilai	jenis_kelamin
10	70	laki-laki
11	85	perempuan
12	75	perempuan
13	75	perempuan
14	80	
15	75	
16	75	
17	75	
18	80	
19	90	
20	85	perempuan
21		

Gambar 9.13

Perhatikan bahwa asumsi normalitas dari dua populasi telah dipenuhi. Selanjutnya bangun data pada Tabel 9.5 seperti pada Gambar 9.13. Kemudian pilih *Analyze* => *Compare Means* => *Independent-Samples T Test*, sehingga muncul kotak dialog *Independent-Sample T Test* (Gambar 9.14). Masukkan variabel **nilai** pada kotak *Test Variable(s)* dan masukkan variabel **jenis_kelamin** pada kotak *Grouping Variable* (Gambar 9.14). Kemudian pilih *Define Groups*, sehingga muncul kotak dialog *Define Groups* (Gambar 9.15). Beri nilai 1 untuk *Group 1* dan nilai 0 untuk *Group* 2. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK, sehingga diperoleh hasil SPSS seperti pada Tabel 9.7 dan Tabel 9.8.



Gambar 9.14



Gambar 9.15

Tabel 9.7

Group Statistics

	jenis kelamin	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
nilai ujian matematika dasar	perempuan	10	79.50	5.503	1.740
	laki-laki	10	71.30	8.097	2.561

Tabel 9.8

Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances				
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)
Equal variances assumed	.629	.438	2.649	18	.016
Equal variances not assumed			2.649	15.851	.018

Cukup perhatikan *output* SPSS pada baris **Equal variances assumed**. Perhatikan nilai probabilitas (*Sig.*) untuk uji Levene 0,438 > $\alpha = 0{,}05$. Hal ini berarti asumsi kesamaan varians populasi dipenuhi.

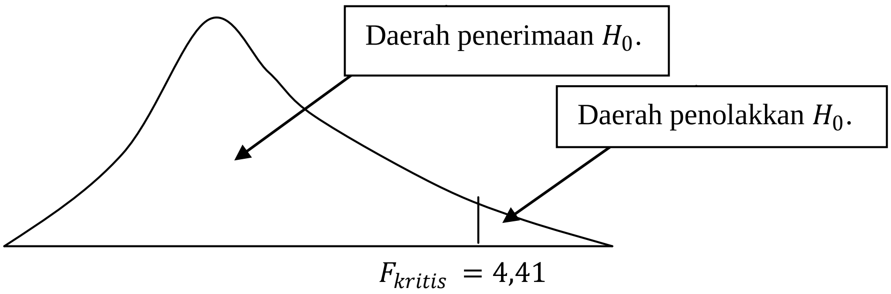
Berdasarkan Tabel 9.7, yakni *Group Statistics*, secara rata-rata (*Mean*) nilai ujian matematika dasar mahasiswa perempuan lebih tinggi dibandingkan mahasiswa laki-laki. Hal ini terlihat bahwa nilai rata-rata nilai ujian matematika dasar mahasiswa laki-laki adalah 71,30, sedangkan pada mahasiswa perempuan 79,50. Hal ini mengindikasikan terdapat perbedaan (secara rata-rata) nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan.

Perhatikan bahwa selain asumsi normalitas, asumsi lain yang dikenakan adalah asumsi kesamaan varians, yakni sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama. Uji Levene dapat digunakan untuk menguji apakah sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama. Hipotesis nol menyatakan sampel-sampel yang diambil berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan paling tidak terdapat sepasang populasi yang memiliki varians yang berbeda. Dengan kata lain, varians populasi pertama berbeda dengan varians populasi kedua.

Untuk itu perhatikan Tabel 9.8, yakni *Independent-Samples Test*. Diketahui nilai statistik dari uji Levene adalah 0,629 (Perhatikan kolom F). Nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang $2 - 1 = 1$, derajat bebas penyebut $20 - 2 = 18$, dan tingkat signifikansi 5% adalah 4,41.

Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Levene.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene \leq F_{kritis}, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1 \text{ ditolak.}$$
$$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene > F_{kritis}, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



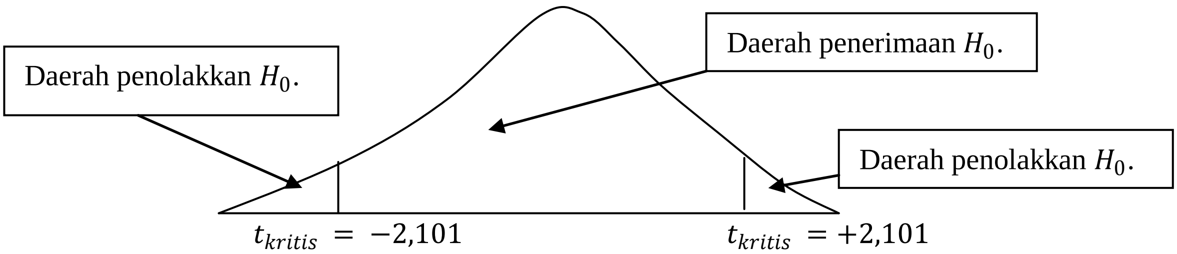
Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Levene, yakni 0,629, lebih kecil dibandingkan nilai kritis F, yakni 4,41, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti asumsi kesamaan varians populasi dipenuhi pada tingkat signifikansi 5%.

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat digunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji Levene. Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \alpha, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai probabilitas dari uji Levene adalah 0,438. Karena nilai probabilitas tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti asumsi kesamaan varians populasi dipenuhi pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan bahwa asumsi normalitas dan kesamaan varians populasi telah dipenuhi. Selanjutnya perhatikan lagi Tabel 9.8, yakni *Independent Samples Test*. Diketahui nilai statistik dari uji t adalah 2,649. Diketahui juga derajat bebas (*df*) bernilai 18. Nilai kritis t dengan derajat bebas 18 dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}101$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| > |t_{kritis}|$, yakni 2,649 > 2,101, maka disimpulkan bahwa hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang signifikan secara statistika dari nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan dengan tingkat signifikansi 5%.

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai probabilitas (*Sig. (2-tailed)*) dari uji t adalah 0,016. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang signifikan secara statistika dari nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan dengan tingkat signifikansi 5%.

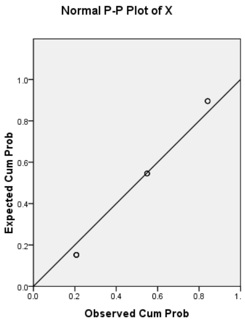
Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians Berbeda (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

Misalkan seorang peneliti akan meneliti mengenai ada tidaknya perbedaan nilai ujian matakuliah matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan mahasiswa perempuan. Untuk keperluan penelitian, peneliti tersebut mengambil sampel sebanyak 20 nilai ujian matakuliah matematika dasar yang terdiri dari 10 nilai ujian mahasiswa laki-laki dan 10 nilai ujian mahasiswa perempuan. Data yang telah dikumpulkan disajikan dalam Tabel 9.9. Peneliti akan menguji apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang signifikan secara statistika dari nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan dengan tingkat signifikansi 5%.

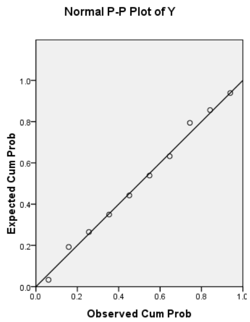
Tabel 9.9 (Data Fiktif)

Nama Mahasiswa Laki-laki	Nilai (X)	Nama Mahasiswa Perempuan	Nilai Ujian (Y)
Ugi	70	Ulan	90
Mifdhal	71	Fitri	91
Iqbal	72	Evelin	92
Alan	70	Melda	93
John	71	Dina	94
Andre	72	Suci	95
Ridho	70	Febri	86
Hanafi	70	Oshin	97
Romi	71	Wilya	98
Hasoloan	72	Windy	100

Langkah-langkah yang dilakukan sama dengan langkah-langkah pada uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians yang sama. Berikut disajikan *output* SPSS untuk uji normalitas dengan pendekatan *P-P Plot* (Gambar 9.16 dan Gambar 9.17) dan uji Kolmogorov-Smirnov (Tabel 9.10). Berdasarkan Gambar 9.16, Gambar 9.17, dan Tabel 9.10 memperlihatkan bahwa sampel **X** dan **Y** berasal dari populasi-populasi berdistribusi normal.



Gambar 9.16



Gambar 9.17

Tabel 9.10

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		X	Y
N		10	10
Normal Parameters[a,,b]	Mean	70.90	93.60
	Std. Deviation	.876	4.142
Most Extreme Differences	Absolute	.248	.094
	Positive	.248	.068
	Negative	-.195	-.094
Kolmogorov-Smirnov Z		.784	.298
Asymp. Sig. (2-tailed)		.570	1.000

Tabel 9.11

Group Statistics

	jenis	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
nilai	perempuan	10	93.60	4.142	1.310
	laki-laki	10	70.90	.876	.277

Cukup perhatikan *output* SPSS pada baris **Equal variances not assumed**. Perhatikan nilai probabilitas (*Sig.*) untuk uji Levene 0,005 < $\alpha = 0{,}05$. Hal ini berarti asumsi **ketidaksamaan** varians populasi dipenuhi.

Tabel 9.12

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality			
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
nilai	Equal variances assumed	10.305	.005	16.956	18	.000	22.700
	Equal variances not assumed			16.956	9.803	.000	22.700

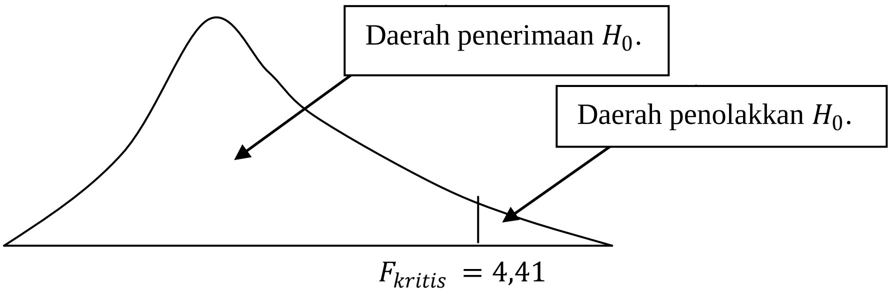
Berdasarkan Tabel 9.11, yakni *Group Statistics*, secara rata-rata (*Mean*) nilai ujian matematika dasar mahasiswa perempuan lebih tinggi dibandingkan mahasiswa laki-laki. Hal ini terlihat bahwa nilai rata-rata nilai ujian matematika dasar mahasiswa laki-laki adalah 70,90, sedangkan pada mahasiswa perempuan 93,60. Hal ini mengindikasikan terdapat perbedaan (secara rata-rata) nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan.

Perhatikan bahwa selain asumsi normalitas, asumsi lain yang dikenakan adalah asumsi ketidaksamaan varians populasi, yakni sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang berbeda. Uji Levene dapat digunakan untuk menguji apakah sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang berbeda. Hipotesis nol menyatakan sampel-sampel yang diambil berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan paling tidak terdapat sepasang populasi yang memiliki varians yang berbeda. Dengan kata lain, varians populasi pertama berbeda dengan varians populasi kedua.

Untuk itu perhatikan Tabel 9.12, yakni *Independent-Samples Test*. Diketahui nilai statistik dari uji Levene adalah 10,305 (Perhatikan kolom F). Nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang $2 - 1 = 1$, derajat bebas penyebut $20 - 2 = 18$, dan tingkat signifikansi 5%

adalah 4,41. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Levene.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene \leq F_{kritis}, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1 \text{ ditolak.}$$
$$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Levene > F_{kritis}, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Levene, yakni 10,305, lebih besar dibandingkan nilai kritis F, yakni 4,41, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti asumsi ketidaksamaan varians populasi dipenuhi pada tingkat signifikansi 5%.

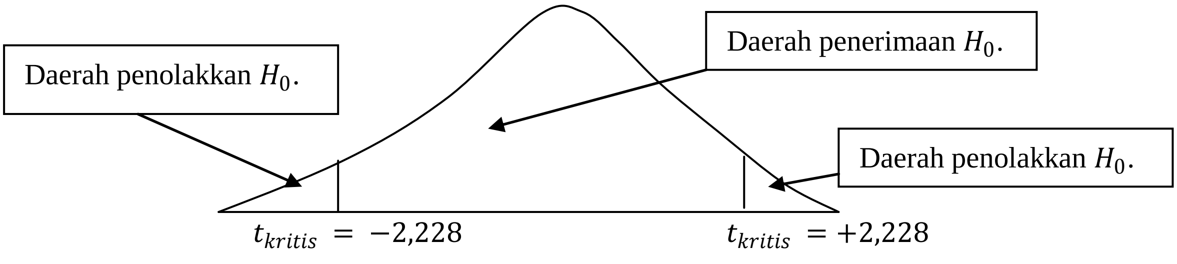
Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat digunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji Levene. Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \alpha, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai probabilitas dari uji Levene adalah 0,005. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti asumsi ketidaksamaan varians populasi dipenuhi pada tingkat signifikansi 5%.

Perhatikan bahwa asumsi normalitas dan ketidaksamaan varians populasi telah dipenuhi. Selanjutnya perhatikan lagi Tabel 9.12, yakni *Independent Samples Test*. Diketahui nilai statistik dari uji t adalah 16,956. Diketahui derajat bebas (*df*) bernilai $9{,}803 \cong 10$. Nilai kritis t dengan derajat bebas 10 dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}228$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| > |t_{kritis}|$, yakni 16,956 > 2,228, maka disimpulkan bahwa hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang signifikan secara statistika dari nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan dengan tingkat signifikansi 5%. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

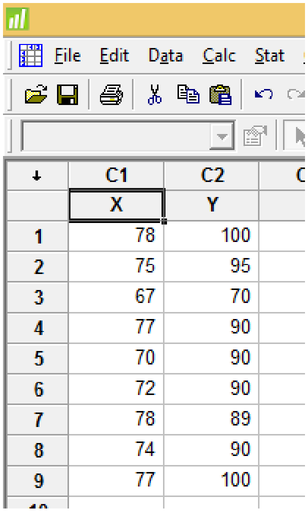
$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai probabilitas (*Sig. (2-tailed)*) dari uji t adalah 0,000. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang signifikan secara statistika dari nilai ujian matematika dasar antara mahasiswa laki-laki dan perempuan dengan tingkat signifikansi 5%.

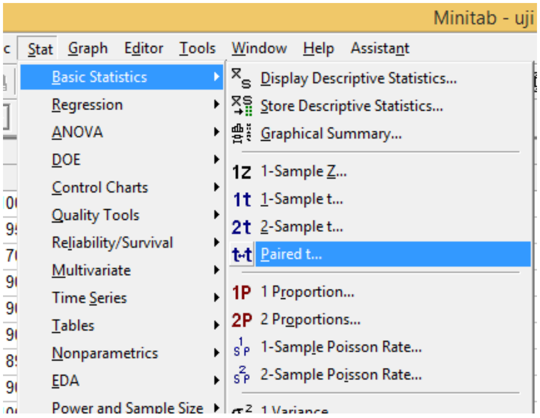
PENYELESAIAN DALAM Minitab

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi untuk Data Berpasangan dan Saling Berhubungan dengan Uji t (Paired t Test for Dependent Populations)

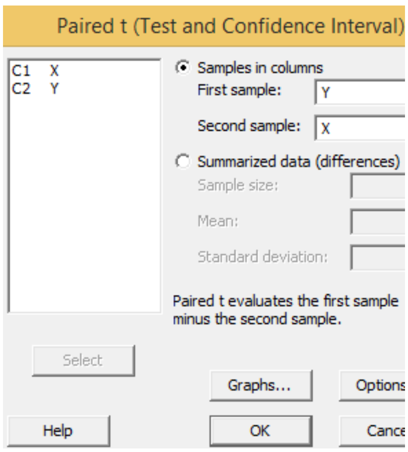
Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 9.18. Pilih *Stat* => *Basic Statistics* => *Paired t* (Gambar 9.19), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 9.20. Pada Gambar 9.20, pilih/bulatkan *Samples in columns*, kemudian masukkan variabel **Y** pada *First sample:* dan masukkan variabel **X** pada *Second sample:*. Pilih OK, hasilnya seperti pada Gambar 9.21. Diketahui nilai statistik dari uji *t* (T) adalah 7,65, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,000.



Gambar 9.18



Gambar 9.19



Gambar 9.20

Paired T-Test and CI: Y, X

```
Paired T for Y - X

             N   Mean  StDev  SE Mean
Y            9  90.44   8.83     2.94
X            9  74.22   3.87     1.29
Difference   9  16.22   6.36     2.12


95% CI for mean difference: (11.33, 21.11)
T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 7.65  P-Value = 0.000
```

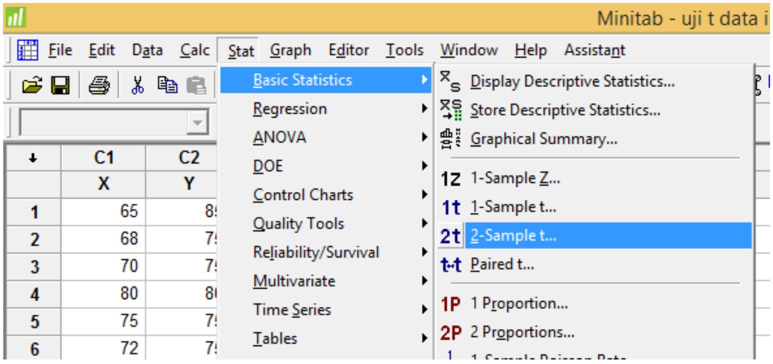
Gambar 9.21

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians yang Sama (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

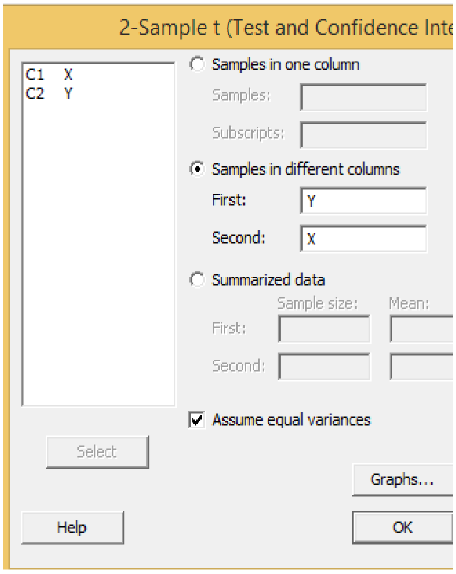
Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 9.22. Pilih *Stat* => *Basic Statistics* => *2 Sample t* (Gambar 9.23), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 9.24. Pada Gambar 9.24, pilih/bulatkan *Samples in different columns*, kemudian masukkan variabel **Y** pada *First:* dan masukkan variabel **X** pada *Second:*. Pilih *Assume equal variances*, dan pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 9.25. Diketahui nilai statistik dari uji *t* (T) adalah 2,65, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,016. Diketahui juga nilai derajat bebas (DF) adalah 18.

↓	C1	C2
	X	Y
1	65	85
2	68	75
3	70	75
4	80	80
5	75	75
6	72	75
7	65	75
8	60	80
9	88	90
10	70	85

Gambar 9.22



Gambar 9.23



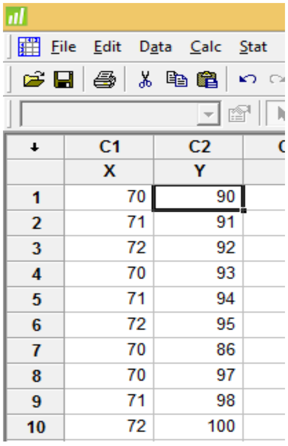
Gambar 9.24

```
Two-Sample T-Test and CI: Y, X

Two-sample T for Y vs X

    N   Mean  StDev  SE Mean
Y  10  79.50   5.50      1.7
X  10  71.30   8.10      2.6


Difference = mu (Y) - mu (X)
Estimate for difference:  8.20
95% CI for difference:  (1.70, 14.70)
T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 2.65  P-Value = 0.016  DF = 18
Both use Pooled StDev = 6.9226
```

Gambar 9.25

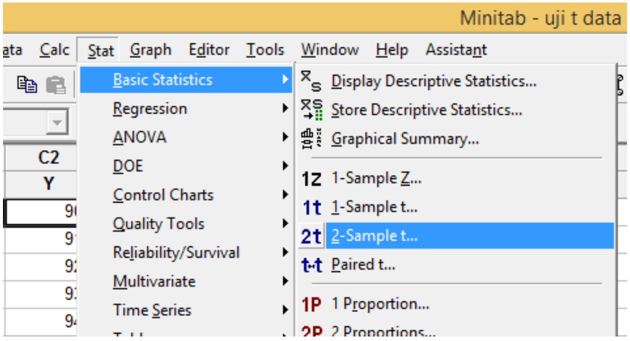
Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians Berbeda (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 9.26. Pilih *Stat* => *Basic Statistics* => *2 Sample t* (Gambar 9.27), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 9.28. Pada Gambar 9.28, pilih/bulatkan *Samples in different columns*, kemudian masukkan variabel **Y** pada *First:* dan masukkan variabel **X** pada *Second:*. Pilih OK, hasilnya seperti pada Gambar 9.29. Diketahui nilai statistik dari uji *t* (T) adalah 16,96, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,000. Diketahui juga nilai derajat bebas (DF) adalah 9.

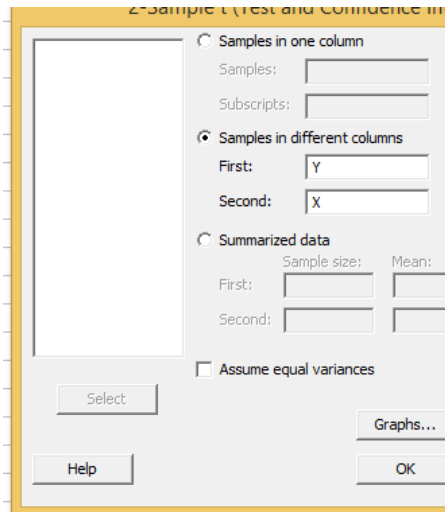


↓	C1 X	C2 Y
1	70	90
2	71	91
3	72	92
4	70	93
5	71	94
6	72	95
7	70	86
8	70	97
9	71	98
10	72	100

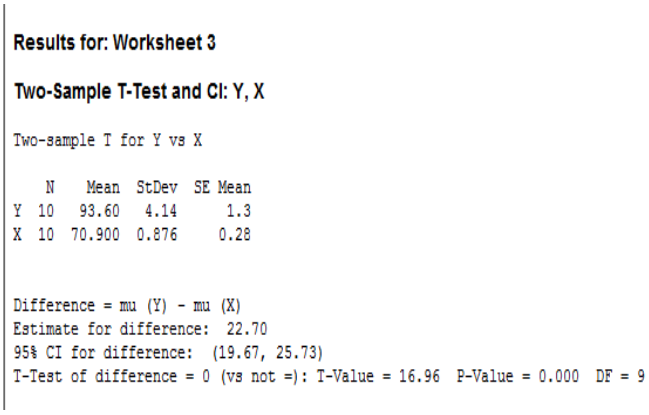
Gambar 9.26



Gambar 9.27



Gambar 9.28



Results for: Worksheet 3

Two-Sample T-Test and CI: Y, X

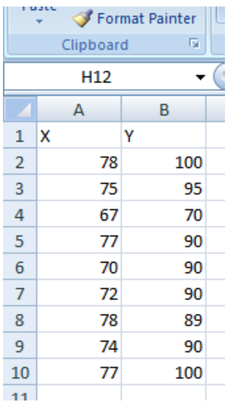
```
Two-sample T for Y vs X

    N   Mean  StDev  SE Mean
Y  10  93.60   4.14      1.3
X  10  70.900  0.876     0.28


Difference = mu (Y) - mu (X)
Estimate for difference:  22.70
95% CI for difference:  (19.67, 25.73)
T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 16.96  P-Value = 0.000  DF = 9
```

Gambar 9.29

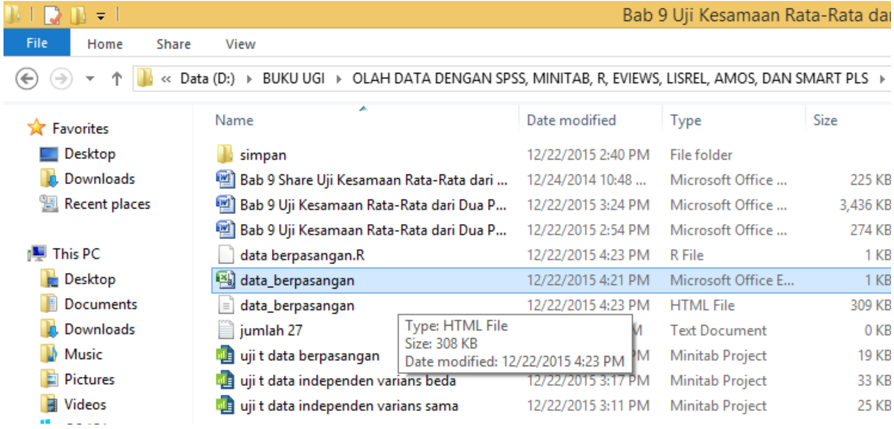
PENYELESAIAN DALAM R

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi untuk Data Berpasangan dan Saling Berhubungan dengan Uji t (Paired t Test for Dependent Populations)

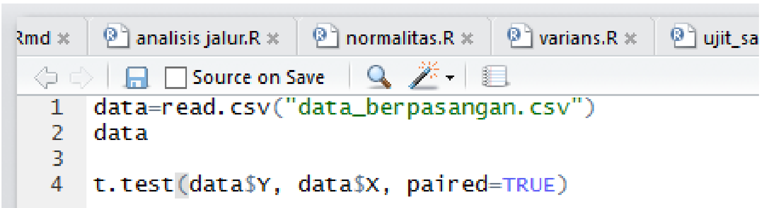
Data terlebih dahulu dibuat dalam *Microsoft Excel* (Gambar 9.30) dan disimpan dengan format tipe **.csv** (Gambar 9.31). Ketik kode R seperti pada Gambar 9.32. Kemudian *Compile* dan pilih HTML. Hasilnya seperti pada Gambar 9.33 dan Gambar 9.34. Diketahui nilai statistik dari uji *t* (T) adalah 7,65, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,000. Diketahui nilai derajat bebas (DF) adalah 8. Hasil R, sama dengan hasil berdasarkan Minitab dan SPSS.



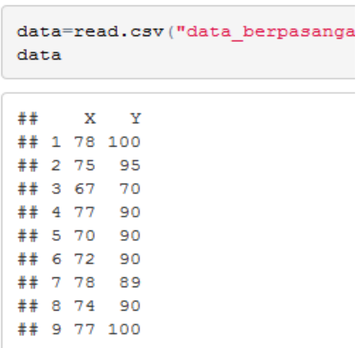
Gambar 9.30



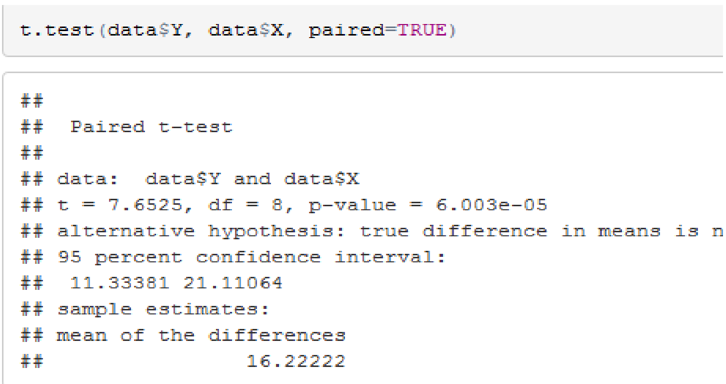
Gambar 9.31



Gambar 9.32



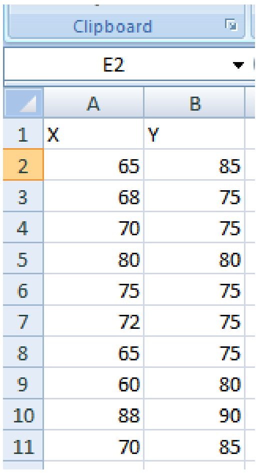
Gambar 9.33

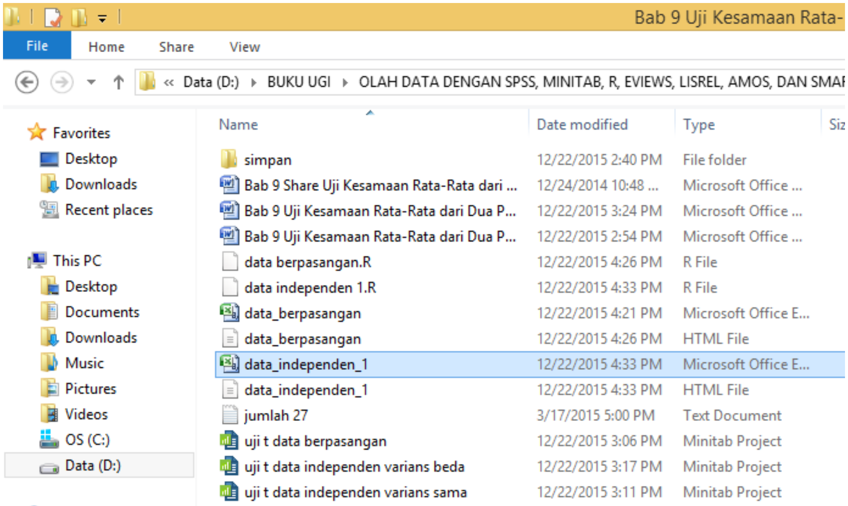


Gambar 9.34

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians yang Sama (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

Data terlebih dahulu dibuat dalam *Microsoft Excel* (Gambar 9.35) dan disimpan dengan format tipe **.csv** (Gambar 9.36). Ketik kode R seperti pada Gambar 9.37. Kemudian *Compile* dan pilih HTML. Hasilnya seperti pada Gambar 9.38 hingga Gambar 9.39. Diketahui nilai statistik dari uji *t* (T) adalah 2,6487, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,01633. Diketahui nilai derajat bebas (DF) adalah 18. Hasil R, sama dengan hasil berdasarkan Minitab dan SPSS.





Gambar 9.35 **Gambar 9.36**

```r
data=read.csv("data_independen_1.csv")
data

t.test(data$Y, data$X, var.equal=TRUE, paired=FALSE)
t.test(data$Y, data$X, var.equal=FALSE, paired=FALSE)
```

Gambar 9.37

```
data=read.csv("data_independen_1.csv")
data

##     X  Y
## 1  65 85
## 2  68 75
## 3  70 75
## 4  80 80
## 5  75 75
## 6  72 75
## 7  65 75
## 8  60 80
## 9  88 90
## 10 70 85
```

Gambar 9.38

```
t.test(data$Y, data$X, var.equal=TRUE, paired=FALSE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  data$Y and data$X
## t = 2.6487, df = 18, p-value = 0.01633
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##   1.695807 14.704193
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##      79.5      71.3
```

Ketika asumsi kesamaan varians populasi dipenuhi.

```
t.test(data$Y, data$X, var.equal=FALSE, paired=FALSE)
```

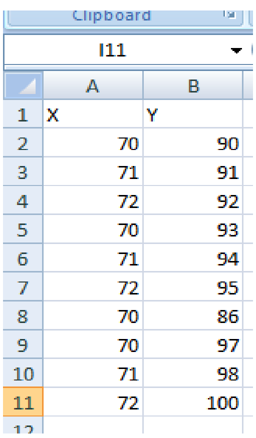
Ketika asumsi kesamaan varians populasi tidak dipenuhi.

```
##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  data$Y and data$X
## t = 2.6487, df = 15.851, p-value = 0.01762
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##   1.632025 14.767975
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##      79.5      71.3
```

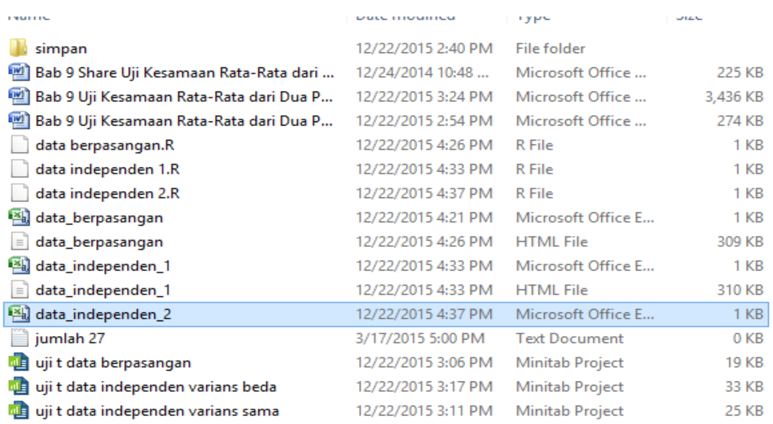
Gambar 9.39

Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua Populasi yang Tidak Berhubungan dengan Asumsi Varians Berbeda (t Test for Independent Populations with Assumption $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

Data terlebih dahulu dibuat dalam *Microsoft Excel* (Gambar 9.40) dan disimpan dengan format tipe **.csv** (Gambar 9.41). Ketik kode R seperti pada Gambar 9.42. Kemudian *Compile* dan pilih HTML. Hasilnya seperti pada Gambar 9.43 hingga Gambar 9.44. Diketahui nilai statistik dari uji t (T) adalah 16,956, sementara nilai probabilitas (P) adalah 0,000. Diketahui nilai derajat bebas (DF) adalah 9,8028.



	A	B
1	X	Y
2	70	90
3	71	91
4	72	92
5	70	93
6	71	94
7	72	95
8	70	86
9	70	97
10	71	98
11	72	100



simpan	12/22/2015 2:40 PM	File folder	
Bab 9 Share Uji Kesamaan Rata-Rata dari ...	12/24/2014 10:48 ...	Microsoft Office ...	225 KB
Bab 9 Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua P...	12/22/2015 3:24 PM	Microsoft Office ...	3,436 KB
Bab 9 Uji Kesamaan Rata-Rata dari Dua P...	12/22/2015 2:54 PM	Microsoft Office ...	274 KB
data berpasangan.R	12/22/2015 4:26 PM	R File	1 KB
data independen 1.R	12/22/2015 4:33 PM	R File	1 KB
data independen 2.R	12/22/2015 4:37 PM	R File	1 KB
data_berpasangan	12/22/2015 4:21 PM	Microsoft Office E...	1 KB
data_berpasangan	12/22/2015 4:26 PM	HTML File	309 KB
data_independen_1	12/22/2015 4:33 PM	Microsoft Office E...	1 KB
data_independen_1	12/22/2015 4:33 PM	HTML File	310 KB
data_independen_2	12/22/2015 4:37 PM	Microsoft Office E...	1 KB
jumlah 27	3/17/2015 5:00 PM	Text Document	0 KB
uji t data berpasangan	12/22/2015 3:06 PM	Minitab Project	19 KB
uji t data independen varians beda	12/22/2015 3:17 PM	Minitab Project	33 KB
uji t data independen varians sama	12/22/2015 3:11 PM	Minitab Project	25 KB

Gambar 9.40 **Gambar 9.41**

```r
data=read.csv("data_independen_2.csv")
data

t.test(data$Y, data$X, var.equal=TRUE, paired=FALSE)
t.test(data$Y, data$X, var.equal=FALSE, paired=FALSE)
```

Gambar 9.42

```r
data=read.csv("data_independen_2.csv")
data
```

```
##     X   Y
## 1  70  90
## 2  71  91
## 3  72  92
## 4  70  93
## 5  71  94
## 6  72  95
## 7  70  86
## 8  70  97
## 9  71  98
## 10 72 100
```

Gambar 9.43

```r
t.test(data$Y, data$X, var.equal=TRUE, paired=FALSE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  data$Y and data$X
## t = 16.956, df = 18, p-value = 1.63e-12
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  19.88741 25.51259
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##      93.6      70.9
```

Ketika asumsi kesamaan varians populasi dipenuhi.

```r
t.test(data$Y, data$X, var.equal=FALSE, paired=FALSE)
```

Ketika asumsi kesamaan varians populasi tidak dipenuhi.

```
##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  data$Y and data$X
## t = 16.956, df = 9.8028, p-value = 1.374e-08
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  19.70895 25.69105
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##      93.6      70.9
```

Gambar 9.44

SHARE

[1] Berikut akan dipaparkan perhitungan manual pada kasus uji kesamaan rata-rata dari dua populasi untuk data berpasangan dan saling berhubungan dengan uji t (*paired t test for dependent populations*). Data disajikan kembali pada Tabel 9.1.

Tabel 9.1

Responden	X	Y
1	78	100
2	75	95
3	67	70
4	77	90
5	70	90
6	72	90
7	78	89
8	74	90
9	77	100

Berikut akan dihitung standar deviasi dari data selisih pasangan pengamatan s_d.

Tabel 9.2

	X	Y	$d = Y - X$	$d - \bar{d}$	$(d - \bar{d})^2$
	78	100	22	5,777778	33,38272
	75	95	20	3,777778	14,2716
	67	70	3	-13,2222	174,8272
	77	90	13	-3,22222	10,38272
	70	90	20	3,777778	14,2716
	72	90	18	1,777778	3,160494
	78	89	11	-5,22222	27,2716
	74	90	16	-0,22222	0,049383
	77	100	23	6,777778	45,93827
Jumlah	668	814	146		323,5556
Rata-Rata	74,22222	90,44444	16,22222		35,95062

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum(d - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{323{,}555556}{9 - 1}}$$

$$s_d = 6{,}35959468.$$

Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai standar deviasi dari data selisih pasangan pengamatan, yakni $s_d = 6{,}360$.

Pada kolom *Std. Deviation* menyajikan nilai standar deviasi dari data mengenai selisih pasangan pengamatan.

Tabel 9.3

Paired Samples Test

		Paired Differences					
					95% Confidence Interval of the Difference		
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper	t
Pair 1	sesudah mengkonsumsi obat A - sebelum mengkonsumsi obat A	16.222	6.360	2.120	11.334	21.111	7.652

Nilai statistik dari uji t.

Selanjutnya akan dihitung nilai statistik dari uji t.

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{16{,}2222 - 0}{6{,}35959468/\sqrt{9}}$$

$$t = 7{,}652468821.$$

Berdasarkan perhitungan, nilai statistik dari uji t adalah $7{,}652468821$. Nilai statistik dari uji t berdasarkan perhitungan SPSS dapat dilihat pada Tabel 9.3, kolom t.

[2] Berikut akan dipaparkan perhitungan manual pada kasus uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan (*independent*) dengan asumsi varians yang sama (*t Test for independent populations with assumption* $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$). Data disajikan kembali pada Tabel 9.4.

Tabel 9.4 (Data Fiktif)

Nama Mahasiswa Laki-laki	*X*	Nama Mahasiswa Perempuan	*Y*
Ugi	65	Ulan	85
Mifdhal	68	Fitri	75
Iqbal	70	Evelin	75
Alan	80	Melda	80
John	75	Dina	75
Andre	72	Suci	75
Ridho	65	Febri	75
Hanafi	60	Oshin	80
Romi	88	Wilya	90
Hasoloan	70	Windy	85

Berikut akan dihitung s_p^2 (*pooled estimator standard deviation for two samples*).

Tabel 9.5

	X	Y
	65	85
	68	75
	70	75
	80	80
	75	75
	72	75
	65	75
	60	80
	88	90
	70	85
Rata-Rata	71,3	79,5
Standar Deviasi	8,097325	5,502525

Berdasarkan data pada Tabel 9.5, diketahui $\bar{X} = 71{,}3$; $\bar{Y} = 79{,}5$; $s_X = 8{,}097325$; $s_Y = 5{,}502525$, sehingga

$$s_p = \sqrt{\frac{s_X^2(n_X - 1) + s_Y^2(n_Y - 1)}{n_X + n_Y - 2}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(8{,}097325)^2(10 - 1) + (5{,}502525)^2(10 - 1)}{10 + 10 - 2}}$$

$$s_p = 6{,}922588.$$

Nilai statistik dari uji t dihitung sebagai berikut.

$$t = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}}$$

$$t = \frac{79{,}5 - 71{,}3}{6{,}922588\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = 2{,}648685349.$$

Nilai statistik dari uji t berdasarkan perhitungan adalah $2{,}648685394$.

Tabel 9.6

		Levene's Test for Equality of Variances				
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)
nilai ujian matematika dasar	Equal variances assumed	.629	.438	2.649	18	.016
	Equal variances not assumed			2.649	15.851	.018

Kolom t menyajikan nilai statistik dari uji t.

[3] Berikut akan dipaparkan perhitungan manual pada kasus uji kesamaan rata-rata dari dua populasi yang tidak berhubungan dengan asumsi varians berbeda (*t Test for independent populations with assumption* $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$). Data disajikan kembali pada Tabel 9.7.

Tabel 9.7 (Data Fiktif)

Nama Mahasiswa Laki-laki	Nilai (X)	Nama Mahasiswa Perempuan	Nilai Ujian (Y)
Ugi	70	Ulan	90
Mifdhal	71	Fitri	91
Iqbal	72	Evelin	92
Alan	70	Melda	93
John	71	Dina	94
Andre	72	Suci	95
Ridho	70	Febri	86
Hanafi	70	Oshin	97
Romi	71	Wilya	98
Hasoloan	72	Windy	100

Tabel 9.8

	X	Y
	70	90
	71	91
	72	92
	70	93
	71	94
	72	95
	70	86
	70	97
	71	98
	72	100
$rata-rata$	70,9	93,6
$standar\ deviasi$	0,875595	4,141927

Berikut akan dihitung nilai derajat bebas (*degree of freedom*).

$$derajat\ bebas = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n_X} + \frac{s_Y^2}{n_Y}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n_X}\right)^2}{(n_X - 1)} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{n_Y}\right)^2}{(n_Y - 1)}}$$

$$derajat\ bebas = \frac{\left(\frac{0{,}875595^2}{10} + \frac{4{,}141927^2}{10}\right)^2}{\frac{\left(\frac{0{,}875595^2}{10}\right)^2}{(10 - 1)} + \frac{\left(\frac{4{,}141927^2}{10}\right)^2}{(10 - 1)}}$$

$$derajat\ bebas = 9{,}802 \cong 10.$$

Tabel 9.9

Independent Samples Test

Pada kolom *df*, baris kedua, menyajikan nilai derajat bebas.

		Levene's Test for Equality of Variances					
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
nilai	Equal variances assumed	10.305	.005	16.956	18	.000	22.700
	Equal variances not assumed			16.956	9.803	.000	22.700

Selanjutnya akan dihitung nilai statistik dari uji t.

$$t = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{n_X} + \frac{s_Y^2}{n_Y}}}$$

$$t = \frac{93{,}6 - 70{,}9}{\sqrt{\frac{(0{,}8755)^2}{10} + \frac{(4{,}141927)^2}{10}}}$$

$$t = 16{,}9563.$$

Nilai statistik dari uji t berdasarkan perhitungan adalah $16{,}9563$. Nilai statistik dari uji t berdasarkan perhitungan SPSS dapat dilihat pada Tabel 9.9, kolom t, dan baris kedua.

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

4. Mann, P. S. dan C.J. Lacke. 2011. *Introductory Statistics, International Student Version, 7th Edition*, Asia: John Wiley & Sons, Inc.

5. Montgomery, D. C. dan G. C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

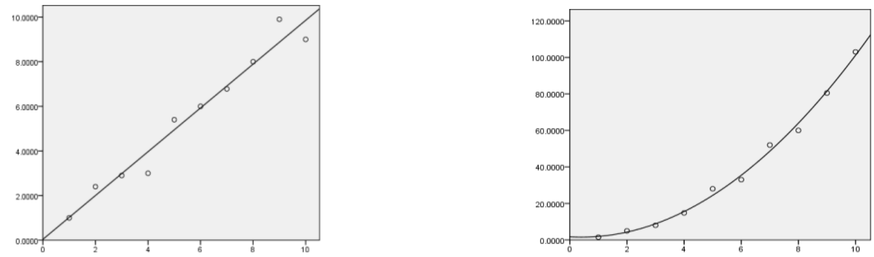
6. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*, United States of America: McGraw-Hill Companies.

BAB 10

REGRESI LINEAR BERGANDA

Sekilas Regresi Linear Berganda

Persamaan regresi merupakan suatu persamaan yang menerangkan atau menjelaskan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas. Persamaan regresi dapat digunakan untuk memprediksi atau mengestimasi nilai dari variabel tak bebas berdasarkan informasi dari variabel bebas. Persamaan regresi linear merupakan suatu persamaan yang berupa garis lurus, sedangkan persamaan regresi nonlinear bukan merupakan persamaan garis lurus (Gambar 10.1).



Persamaan Regresi Linear **Persamaan Regresi Non-linear**

Gambar 10.1

Persamaan regresi linear hanya melibatkan satu variabel tak bebas, namun jumlah variabel bebas dapat lebih dari satu. Jika persamaan regresi linear hanya menggunakan satu variabel bebas, maka persamaan regresi linear tersebut disebut **persamaan regresi linear sederhana** (*simple linear regression*). Namun, jika jumlah variabel bebas pada persamaan regresi linear lebih dari satu, maka persamaan regresi linear tersebut disebut **persamaan regresi linear berganda** (*multiple linear regression*). Dalam regresi linear sederhana atau berganda, baik variabel bebas maupun variabel tak bebas bersifat metrik (interval atau rasio) (Hair dkk., 2010:151). Sebagai contoh data bersifat metrik, seperti gaji pegawai, tinggi badan, berat badan, umur manusia, jumlah produksi beras, dan sebagainya. Berikut diberikan contoh aplikasi dari regresi linear sederhana.

- ⇨ Membuat persamaan atau model untuk memprediksi atau mengestimasi nilai indeks prestasi mahasiswa berdasarkan jumlah jam belajar dalam sehari. Di samping itu dapat diketahui seberapa besar kontribusi yang diberikan faktor jumlah jam belajar dalam sehari terhadap indeks prestasi.

- ⇨ Membuat persamaan atau model untuk memprediksi atau mengestimasi laba perusahaan berdasarkan tingkat penjualan perusahaan. Di samping itu dapat diketahui seberapa besar kontribusi yang diberikan dari faktor tingkat penjualan perusahaan terhadap naik/turunnya laba perusahaan.

- ⇨ Membuat persamaan atau model untuk memprediksi atau mengestimasi *return* saham suatu perusahaan berdasarkan laba kotor perusahaan.

Dalam regresi linear sederhana hanya melibatkan satu variabel bebas dalam membuat persamaan regresi, sedangkan pada regresi linear berganda melibatkan dua atau lebih variabel bebas. Variabel bebas bersifat metrik (interval atau rasio) (Hair dkk., 2010:151). Penggunaan lebih dari satu variabel bebas dalam pembuatan persamaan regresi linear dimaksudkan agar persamaan regresi linear yang dihasilkan lebih mampu menerangkan atau menjelaskan karakteristik dari variabel tak bebas. Contoh aplikasi dari regresi linear berganda sebagai berikut.

- Membuat persamaan untuk memprediksi atau mengestimasi nilai indeks prestasi mahasiswa berdasarkan jumlah jam belajar dalam sehari dan *intelligence quotient* (IQ). Di samping itu dapat diketahui faktor-faktor yang memberikan kontribusi paling besar dalam hal pengaruhnya terhadap indeks prestasi mahasiswa.

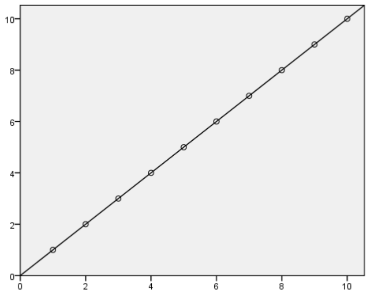
- Membuat model untuk memprediksi atau mengestimasi laba perusahaan berdasarkan umur perusahaan, tingkat penjualan, dan besarnya perusahaan. Di samping itu, dapat diketahui seberapa besar kontribusi yang diberikan dari faktor umur perusahaan terhadap naik/turunnya laba perusahaan, dengan mengontrol pengaruh tingkat penjualan dan besarnya perusahaan. Dapat juga diketahui seberapa besar kontribusi yang diberikan dari faktor tingkat penjualan perusahaan terhadap naik/turunnya laba perusahaan, dengan mengontrol pengaruh umur perusahaan dan besarnya perusahaan.

- Membuat persamaan untuk memprediksi atau mengestimasi harga saham suatu perusahaan berdasarkan laba per-lembar saham dan jumlah kas dividen yang diberikan. Di samping itu, dapat diketahui seberapa besar kontribusi yang diberikan dari faktor laba per-lembar saham terhadap naik/turunnya harga saham, dengan mengontrol pengaruh jumlah kas dividen yang diberikan.

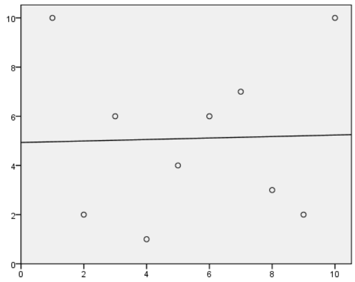
Mengukur Kecocokkan Model Regresi Linear Berganda terhadap Data dengan Koefisien Determinasi (r^2)

Dalam regresi linear, baik sederhana maupun berganda, koefisien determinasi (r^2) digunakan untuk mengukur kemampuan model regresi linear dalam mencocokkan atau menyesuaikan (*fits*) data. Jika koefisien determinasi dari model regresi linear bernilai 1, maka model tersebut menyesuaikan atau mencocokkan data secara sempurna (Gambar 10.2). Jika koefisien determinasi dari model regresi linear bernilai mendekati 0, maka model tersebut kurang baik dalam menyesuaikan atau mencocokkan data (Gambar 10.3).

Pada Gambar 10.2, model regresi linear secara sempurna dalam mencocokkan atau menyesuaikan data (titik-titik). Nilai koefisien determinasi bernilai 1. Pada Gambar 10.3, model regresi linear kurang baik dalam mencocokkan atau menyesuaikan data (titik-titik). Hal ini karena titik-titik menyebar cukup jauh dari model regresi linear. Nilai koefisien determinasi yang semakin dekat dengan 1 menunjukkan semakin baik kemampuan model regresi linear dalam mencocokkan atau menyesuaikan (*fits*) data. Dengan kata lain kemampuan variabel-variabel bebas dalam menjelaskan *variation* variabel tak bebas semakin baik (Gujarati, 2993:87).



Gambar 10.2



Gambar 10.3

Berikut diberikan *output* SPSS yang menyajikan nilai statistik dari koefisien determinasi (Tabel 10.1).

Tabel 10.1

Tabel R *Square* menyajikan nilai koefisien determinasi.

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.991[a]	.983	.978	.04941

a. Predictors: (Constant), X2, X1

Menguji Kecocokkan Model Regresi Linear Berganda terhadap Data dengan Uji F

Dalam regresi linear berganda, uji F digunakan untuk menguji kecocokkan model regresi linear berganda terhadap data. Dengan kata lain, uji F menguji signifikansi secara simultan (*simultaneously*) atau bersamaan seluruh koefisien regresi populasi. Berikut perumusan hipotesis untuk uji F.

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0.$$

H_1: Paling tidak terdapat satu koefisien regresi populasi yang tidak sama dengan nol.

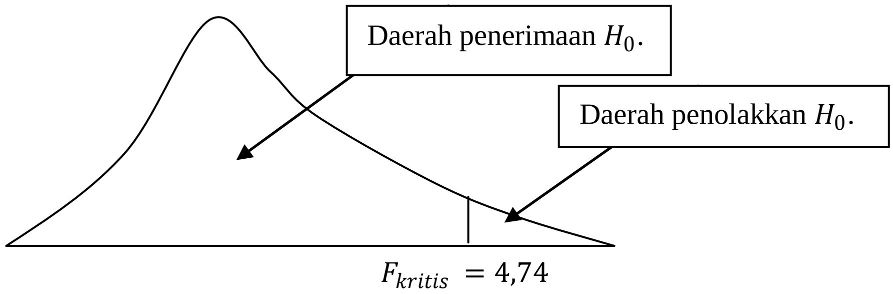
Perhatikan bahwa hipotesis nol menyatakan seluruh koefisien regresi populasi bernilai nol. Dengan kata lain, seluruh variabel bebas tidak memiliki pengaruh yang signifikan secara statistika terhadap variabel tak bebas. Hipotesis alternatif menyatakan bahwa paling tidak terdapat satu koefisien regresi populasi yang tidak bernilai nol. Dengan kata lain, paling tidak terdapat satu variabel bebas yang memiliki pengaruh signifikan secara statistika terhadap variabel tak bebas.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji F (F_{hitung}) terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi F (F_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis F, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas pembilang dan penyebut.

$$Derajat\ bebas\ pembilang = k - 1.$$
$$Derajat\ bebas\ penyebut = n - k.$$

Perhatikan bahwa n menyatakan jumlah elemen dalam sampel dan k menyatakan jumlah variabel. Andaikan melibatkan 2 variabel bebas, 1 variabel tak bebas, serta jumlah elemen sampel sebanyak 10, maka derajat bebas pembilang adalah $k-1=(2+1)-1=2$ dan derajat bebas penyebut adalah $10-3=7$. Misalkan tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%. Maka nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang adalah 2, derajat bebas penyebut adalah 7, dan tingkat signifikansi 5% adalah 4,74. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji F.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F \leq nilai\ kritis\ F, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji F. Nilai probabilitas dari uji F dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berikut diberikan *output* SPSS yang menyajikan nilai statistik dari uji F dan nilai probabilitas dari uji F (Tabel 10.2).

Kolom F dan *Sig* masing-masing menyajikan nilai statistik dan probabilitas dari uji F.

Tabel 10.2

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	.985	2	.492	201.689	.000[a]
	Residual	.017	7	.002		
	Total	1.002	9			

Korelasi Parsial (Partial Correlation)

Korelasi parsial merupakan suatu nilai yang mengukur keeratan hubungan antara dua variabel dengan mengontrol pengaruh dari variabel lain. Dengan kata lain, pengaruh dari variabel lain dipertahankan konstan. Andaikan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas, sedangkan Y merupakan variabel tak bebas. Misalkan hanya ingin diketahui korelasi antara X_1 dan Y, dengan pengaruh dari X_2 dikontrol atau dipertahankan konstan. Dengan kata lain, ingin diketahui korelasi atau hubungan yang murni antara X_1 dan Y, bebas tanpa pengaruh dari X_2. Korelasi yang demikian dinamakan korelasi parsial X_1 dan Y, dengan pengaruh X_2 dikontrol atau dipertahankan konstan. Berikut diberikan *output* SPSS yang menyajikan nilai dari korelasi parsial (Tabel 10.3).

Tabel 10.3

Correlations

Control Variables			X1	Y
X2	X1	Correlation	1.000	.691
		Significance (2-tailed)	.	.039
		Df	0	7
	Y	Correlation	.691	1.000
		Significance (2-tailed)	.039	.
		Df	7	0

Berdasarkan Tabel 11.3, nilai 0,691 merupakan korelasi parsial antara X_1 dan Y, dengan pengaruh dari X_2 dikontrol atau dipertahankan konstan.

Uji Signifikansi Koefisien Regresi Secara Individu dengan Uji t

Dalam regresi linear berganda, uji t digunakan untuk menguji signifikansi dari masing-masing koefisien regresi populasi. Signifikansi koefisien regresi populasi diuji berdasarkan koefisien regresi sampel. Berikut perumusan hipotesis untuk uji signifikansi koefisien regresi secara individu.

$$H_0: \beta_i = 0.$$
$$H_1: \beta_i \neq 0.$$

Perhatikan bahwa hipotesis nol menyatakan koefisien regresi populasi ke-i (β_i) bernilai nol. Dengan kata lain, variabel bebas ke-i memiliki pengaruh yang tidak signifikan secara statistika terhadap variabel tak bebas, dengan mengontrol pengaruh dari variabel bebas lain. Hipotesis alternatif menyatakan koefisien regresi populasi ke-i (β_i) tidak bernilai nol. Dengan kata lain, variabel bebas ke-i memiliki pengaruh yang signifikan secara statistika terhadap variabel tak bebas, dengan mengontrol pengaruh dari variabel bebas lain.

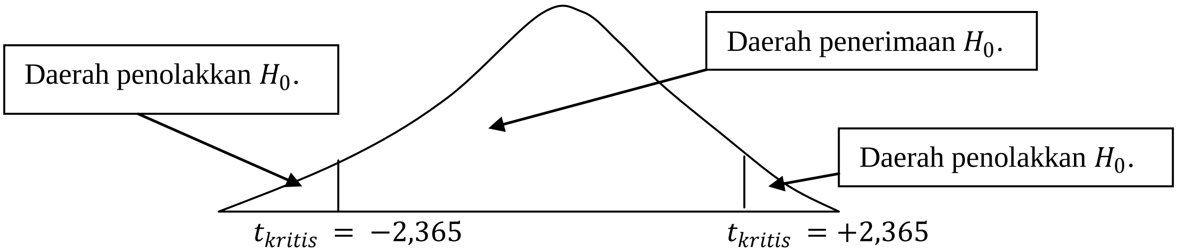
Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji t (t_{hitung}) terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi t (t_{kritis}). Sebelum menghitung nilai kritis t, terlebih dahulu menghitung nilai derajat. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = n - k.$$

Perhatikan bahwa n menyatakan jumlah elemen dalam sampel, sedangkan k merupakan jumlah variabel. Andaikan jumlah elemen dalam sampel sebanyak 10 dan jumlah variabel adalah 3 (jumlah variabel bebas adalah 2 dan variabel tak bebas adalah 1), sehingga derajat bebas adalah $10 - 3 = 7$. Misalkan tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%, sehingga nilai kritis t dengan derajat bebas 7 dan tingkat signifikansi 5% berdasarkan tabel distribusi t adalah $\pm 2{,}365$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.



$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berikut diberikan *output* SPSS yang menyajikan nilai statistik dari uji t dan nilai probabilitas dari uji t (Tabel 10.4).

Tabel 10.4

Coefficients[a]

Kolom T menyajikan nilai statistik dari uji t, sedangkan kolom *Sig* menyajikan nilai probabilitas dari uji t.

Standardized Coefficients Beta	T	Sig.
	13.723	.000
.372	2.528	.039
.633	4.298	.004

a. Dependent Variable: Y

Contoh Kasus dalam Regresi Linear Berganda

Berikut diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan regresi linear berganda.

[1] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin membuat model regresi linear berganda dengan menggunakan variabel berat badan (Y) sebagai variabel tak bebas, variabel tinggi badan (X_1) dan usia (X_2) sebagai variabel bebas. Data yang telah dikumpulkan oleh Ugi disajikan dalam Tabel 10.5.

Berdasarkan data pada Tabel 10.5, jumlah responden yang diteliti sebanyak $n = 30$ responden. Responden yang diteliti dalam hal ini adalah anak laki-laki. Diketahui responden ke-2 memiliki tinggi 130 cm, usia 15 tahun, dan berat 52 kg. Responden ke-28 memiliki tinggi 127 cm, usia 14 tahun, dan berat 59 kg.

Berikut hal-hal yang ingin dilakukan oleh peneliti.

- ⇨ Membuat persamaan regresi linear berganda yang menerangkan hubungan berat (kg) terhadap tinggi (cm) dan usia (tahun).
- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor tinggi dan berat badan, dengan mengontrol pengaruh usia.
- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor usia dan berat badan, dengan mengontrol pengaruh tinggi.

- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor tinggi berkontribusi dalam hal naik/turunnya berat badan, dengan mengontrol pengaruh usia.

- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor usia berkontribusi dalam hal naik/turunnya berat badan, dengan mengontrol pengaruh tinggi.

- ⇨ Menentukan faktor yang memberikan kontribusi paling besar terhadap naik/turunnya berat badan.

- ⇨ Mengestimasi atau memprediksi berat badan seoarang anak laki-laki, ketika memiliki tinggi 135 cm dan usia 14 tahun.

Tabel 10.5 (Data Fiktif)

Responden	Y	X_1	X_2	Responden	Y	X_1	X_2
1	45	128	13	16	46	129	14
2	52	130	15	17	53	131	16
3	34	120	10	18	35	121	11
4	48	133	13	19	49	134	14
5	36	122	11	20	37	123	12
6	39	121	12	21	40	122	13
7	58	126	16	22	59	127	17
8	38	119	11	23	39	120	12
9	37	123	10	24	38	124	11
10	32	123	8	25	33	124	9
11	57	132	14	26	58	133	15
12	49	128	12	27	50	129	13
13	58	126	13	28	59	127	14
14	38	119	8	29	39	120	9
15	37	123	11	30	38	124	12

[2] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin membuat persamaan regresi linear berganda dengan menggunakan variabel indeks prestasi (Y) sebagai variabel tak bebas, variabel jumlah jam belajar dalam sehari (X_1) dan IQ (X_2) sebagai variabel bebas. Data yang telah dikumpulkan oleh Ugi disajikan dalam Tabel 10.6.

Berdasarkan data pada Tabel 10.6, jumlah responden yang diteliti sebanyak $n = 20$ responden. Responden yang diteliti dalam hal ini adalah mahasiswa matematika semester 2. Diketahui responden ke-2 menghabiskan waktu untuk belajar dalam sehari selama 12 jam, memiliki IQ 106, dan meraih IP 3,15. Responden ke-15 menghabiskan waktu untuk belajar dalam sehari selama 9 jam, memiliki IQ 99, dan meraih IP 2,75.

Berikut hal-hal yang ingin dilakukan oleh peneliti.

- ⇨ Membuat persamaan regresi linear berganda yang menerangkan hubungan IP terhadap jumlah jam belajar dalam sehari dan IQ.

- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor jumlah jam belajar dalam sehari dan IP, dengan mengontrol pengaruh IQ.

- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor IQ dan IP, dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari.
- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor jumlah jam belajar dalam sehari berkontribusi dalam hal naik/turunnya IP, dengan mengontrol pengaruh IQ.
- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor IQ berkontribusi dalam hal naik/turunnya IP, dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari.
- ⇨ Menentukan faktor yang memberikan kontribusi paling besar terhadap naik/turunnya IP.
- ⇨ Mengestimasi atau memprediksi IP mahasiswa, ketika mahasiswa menghabiskan waktu belajar dalam sehari 11 jam dan IQ 113.

Tabel 10.6 (Data Fiktif)

Responden	X_1	X_2	Y	Responden	X_1	X_2	Y
1	10	103	3.01	11	11	105	3.06
2	12	106	3.15	12	13	108	3.2
3	9	104	2.9	13	10	106	2.95
4	10	109	3.1	14	11	111	3.15
5	8	97	2.7	15	9	99	2.75
6	11	114	3.25	16	12	116	3.3
7	15	118	3.6	17	16	120	3.65
8	17	117	3.7	18	18	119	3.75
9	16	112	3.65	19	17	114	3.7
10	10	107	3.15	20	11	109	3.2

[3] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin membuat persamaan regresi linear berganda dengan menggunakan variabel pengeluaran per-bulan (Y) sebagai variabel tak bebas, variabel penghasilan per-bulan (X_1), jumlah anggota keluarga (X_2) dan jumlah kendaraan (X_3) sebagai variabel bebas. Data yang telah dikumpulkan oleh Ugi disajikan dalam Tabel 10.7.

Tabel 10.7 (Data Fiktif)

Keluarga	X_1	X_2	X_3	Y	Keluarga	X_1	X_2	X_3	Y
1	8	4	5	5.5	11	8	4	5	5.5
2	8.1	5	6	6.5	12	8.1	5	6	6.5
3	9	4	7	7	13	9	4	7	7
4	6	4	2	4.5	14	6	4	2	4.5
5	5.2	3	2	3.6	15	5.2	3	2	3.6
6	5	4	3	3.4	16	5	4	3	3.4
7	4.5	2	3	4	17	4.5	2	3	4
8	4	4	4	4.5	18	4	4	4	4.5
9	5	5	4	4	19	5	5	4	4
10	4.2	3	3	3	20	4.2	3	3	3

Berdasarkan data pada Tabel 10.7, jumlah responden yang diteliti sebanyak $n = 20$ responden (keluarga). Diketahui keluarga ke-2 memiliki penghasilan per-bulan 8,1 juta, jumlah anggota keluarga sebanyak 5, jumlah kendaraan yang dimiliki sebanyak 6 kendaraan, dan pengeluaran per-bulan sebesar 6,5 juta.

Berikut hal-hal yang ingin dilakukan oleh peneliti.

- ⇨ Membuat persamaan regresi linear berganda yang menerangkan hubungan pengeluaran per-bulan terhadap penghasilan per-bulan, jumlah anggota keluarga, dan jumlah kendaraan.

- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor penghasilan per-bulan dan pengeluaran per-bulan, dengan mengontrol pengaruh jumlah anggota keluarga dan jumlah kendaraan.

- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor jumlah kendaraan dan pengeluaran per-bulan, dengan mengontrol pengaruh jumlah anggota keluarga dan penghasilan per-bulan.

- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor jumlah anggota keluarga dan pengeluaran per-bulan, dengan mengontrol pengaruh jumlah kendaraan dan penghasilan per-bulan.

- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor penghasilan per-bulan berkontribusi dalam hal naik/turunnya pengeluaran per-bulan, dengan mengontrol pengaruh jumlah anggota keluarga dan jumlah kendaraan.

- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor jumlah kendaraan berkontribusi dalam hal naik/turunnya pengeluaran per-bulan, dengan mengontrol pengaruh jumlah anggota keluarga dan penghasilan per-bulan.

- ⇨ Menentukan faktor yang memberikan kontribusi paling besar terhadap naik/turunnya pengeluaran per-bulan.

- ⇨ Mengestimasi atau memprediksi pengeluaran per-bulan suatu keluarga, ketika memiliki pengasilan per-bulan 5 juta, jumlah anggota keluarga sebanyak 3, dan jumlah kendaraan sebanyak 2 kendaraan.

Asumsi-Asumsi dalam Regresi Linear Berganda

Terdapat beberapa asumsi yang dikenakan dalam penggunaan regresi linear berganda. Beberapa di antaranya adalah asumsi normalitas dari *error*, tidak terjadi multikolinearitas, non-autokorelasi, dan homoskedastisitas.

Asumsi Normalitas

Gujarati (2003:107) mengemukakan dalam penggunaan metode estimasi *ordinary least squares* (OLS) pada regresi linear berganda untuk tujuan pengujian hipotesis (*hypothesis testing*) terhadap estimasi-estimasi parameter dikenakan asumsi normalitas. Asumsi normalitas yang dimaksud adalah distribusi dari *error* (e) menyebar secara normal. Field (2009:221) menyatakan sebagai berikut.

"*Normally distributed errors: It is assumed that the residuals in the model are random, normally distributed variables, with mean of 0. This assumption simply means that the differences between the model and the observed data are most frequently zero or very close to zero, and that differences much greater than zero happen only occasionally. Some people confuse this assumption with the idea that predictors have to be normally distributed. In fact,* ***predictors do not need to be normally distributed****".*

Dalam hal ini, asumsi normalitas berarti distribusi dari *error* (e) menyebar secara normal, dan **variabel-variabel bebas tidak harus berdistribusi normal**. Stevens (2009:90) juga menyatakan sebagai berikut.

"*Recal that in linear regression model, it is assumed that the errors are independent and follow a normal distribution with constant variance. The normality assumption can be checked through use of the histogram of the standardized or studentized residuals*".

Error merupakan selisih antara nilai variabel tak bebas (Y) dan estimasi dari nilai variabel tak bebas $(\hat{Y})$. Nilai estimasi dari variabel tak bebas diperoleh berdasarkan persamaan regresi. Untuk menguji asumsi normalitas dapat digunakan pendekatan analisis grafik, seperti *normal probability plot* dan histogram, atau dapat juga digunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Pada pendekatan *normal probability plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas *error* tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi. Sedangkan untuk pendekatan histogram, jika kurva berbentuk kurva normal, maka asumsi normalitas dipenuhi.

Dalam pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov, pengujian normalitas dilakukan dengan menggunakan data residual $(\hat{e})$. Hipotesis nol menyatakan $error$ berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan $error$ tidak berdistribusi normal. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berikut diberikan *output* SPSS yang menyajikan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smornov (Tabel 10.8).

Tabel 10.8

		Unstandardized Residual
N		15
Normal Parameters[a,,b]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.07019822
Most Extreme Differences	Absolute	.247
	Positive	.150
	Negative	-.247
Kolmogorov-Smirnov Z		.959
Asymp. Sig. (2-tailed)		.317

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

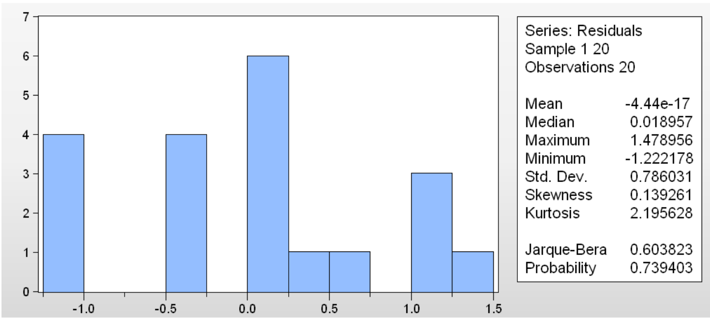
Nilai *Asyp. Sig. (2-tailed)* = 0,317 merupakan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Untuk menguji asumsi normalitas juga dapat digunakan pendekatan analisis grafik, yakni *Q-Q (quantile-quantile) plot* atau dapat juga digunakan uji Jarque-Bera (JB). Pada pendekatan *Q-Q plot*, jika titik-titik (*dots*) menyebar jauh (menyebar berliku-liku pada garis diagonal seperti ular) dari garis diagonal, maka diindikasi asumsi normalitas *error* tidak dipenuhi. Jika titik-titik menyebar sangat dekat pada garis diagonal, maka asumsi normalitas dipenuhi.

Dalam pendekatan uji Jarque-Bera, pengujian normalitas dilakukan dengan menggunakan data residual $(\hat{e})$. Hipotesis nol menyatakan *error* berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan *error* tidak berdistribusi normal. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Jarque-Bera dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq \alpha, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \alpha, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Gambar 10.4 menunjukkan nilai probabilitas dari uji Jarque-Bera. Diketahui nilai probabilitas (*Probability*) dari uji Jarque-Bera adalah 0,739403.



Gambar 10.4

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis, juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statisik dari uji Jarque-Bera terhadap nilai kritis chi-kuadrat χ^2_{kritis} (atau chi-kuadrat tabel). Statistik dari uji Jarque-Bera berdistribusi sampling chi-kuadrat dengan derajat bebas 2 untuk ukuran sampel yang besar. Gujarati (2003:148) menyatakan sebagai berikut.

"*Under the null hypothesis that the residuals are normally distributed, Jarque and Bera showed that asymptotically (i.e., in large samples) the JB statistic given in (5.12.1) follows the chi-square distribution with 2 df*".

Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ statistik\ JB \leq \chi^2_{kritis}, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ statistik\ JB > \chi^2_{kritis}, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berdasarkan Gambar 10.4, diketahui nilai statistik dari uji Jarque-Bera adalah 0,603823.

Asumsi Tidak Terjadi Multikolinearitas

Multikolinearitas merupakan suatu kejadian di mana terjadi korelasi atau hubungan linear yang kuat di antara variabel-variabel bebas. Salah satu asumsi yang dikenakan pada penggunaan regresi linear berganda adalah asumsi tidak terjadi multikolinearitas. Multikolinearitas dapat membuat beberapa permasalahan, yakni koefisien-koefisien regresi tidak dapat diestimasi secara tepat, serta tanda dari koefisien regresi dapat berubah dari sampel ke sampel. Apabila terjadi multikolinearitas sempurna (*perfect multicolinearity*), maka koefisien-koefisien regresi tidak dapat ditentukan (*indeterminate*), serta nilai *standard error* dari koefisien-koefisien regresi tidak terhingga (*infinite*). Jika terjadi multikolinearitas kuat (tidak sempurna), maka koefisien-koefisien regresi dapat ditentukan (*determinate*), namun memiliki *standard error* yang besar, sehingga mengakibatkan koefisien-koefisien regresi tidak diestimasi dengan tingkat ketelitian yang akurat. Perhatikan data pada Tabel 10.9.

Tabel 10.9

Y	1	2	4	5	6	8	10	12
X_1	1	2	3	4	5	6	7	8
X_2	3	5	7	9	11	13	15	17

Berdasarkan data pada Tabel 10.9, misalkan Y merupakan variabel tak bebas, sedangkan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas. Perhatikan bahwa terjadi korelasi atau hubungan linear yang sempurna antara variabel bebas X_1 dan variabel bebas X_2, yakni dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan linear $X_2 = 2X_1 + 1$. Jika dihitung nilai korelasi antara variabel bebas X_1 dan variabel bebas X_2, maka diperoleh nilai korelasi sebesar 1, yang berarti terjadi korelasi linear yang sempurna antara variabel bebas X_1 dan variabel bebas X_2. Salah satu akibat dari terjadinya hubungan linear yang sempurna di antara variabel-variabel bebas adalah koefisien-koefisien regresi tidak dapat ditentukan nilainya, serta *standard error* dari koefisien-koefisien regresi bernilai tak terhingga (*infinite*). Persamaan regresi linear berganda untuk data pada Tabel 10.9 adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2.$$

Berikut akan dihitung nilai dari koefisien regresi $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ untuk data pada Tabel 10.9.

Tabel 10.10

									Total
Y	1	2	4	5	6	8	10	12	48
X_1	1	2	3	4	5	6	7	8	36
X_2	3	5	7	9	11	13	15	17	80
X_1Y	1	4	12	20	30	48	70	96	281
X_2Y	3	10	28	45	66	104	150	204	610
X_1X_2	3	10	21	36	55	78	105	136	444
X_1^2	1	4	9	16	25	36	49	64	204
X_2^2	9	25	49	81	121	169	225	289	968
Y^2	1	4	16	25	36	64	100	144	390

$$p = n\sum X_1Y - \sum X_1 \sum Y = (8)(281) - (36)(48) = 520$$
$$q = n\sum X_2^2 - \left(\sum X_2\right)^2 = (8)(968) - (80)^2 = 1344$$

$$r = n\sum X_1X_2 - \sum X_1 \sum X_2 = (8)(444) - (36)(80) = 672$$

$$s = n\sum X_2Y - \sum X_2 \sum Y = (8)(610) - (80)(48) = 1040$$

$$t = n\sum X_1^2 - \left(\sum X_1\right)^2 = (8)(204) - (36)^2 = 336$$

$$u = tq - r^2 = 0.$$

Sehingga nilai $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ adalah

$$\hat{\beta}_1 = \frac{pq - rs}{u} = \frac{(520)(1344) - (672)(1040)}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{st - pr}{u} = \frac{(1040)(336) - (520)(672)}{0} = \frac{0}{0}.$$

Perhatikan bahwa koefisien regresi $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ berdasarkan perhitungan di atas tidak dapat ditentukan. Hal ini disebabkan karena terjadi hubungan linear yang sempurna antara variabel bebas X_1 dan variabel bebas X_2. Berikut akan dihitung *standard error* dari koefisien regresi $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$.

Tabel 10.11

									Total
$(X_1 - \bar{X}_1)^2$	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25	42
$(X_2 - \bar{X}_2)^2$	49	25	9	1	1	9	25	49	168
$(X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2)$	24,5	12,5	4,5	0,5	0,5	4,5	12,5	24,5	84

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{s \quad \sqrt{\sum(X_2 - \bar{X}_2)^2}}{\left[\sqrt{(\sum(X_1 - \bar{X}_1)^2)(\sum(X_2 - \bar{X}_2)^2) - (\sum(X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2))^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{s \quad \sqrt{\sum(X_2 - \bar{X}_2)^2}}{\left[\sqrt{(42)(168) - (84)^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{s \quad \sqrt{\sum(X_2 - \bar{X}_2)^2}}{0} = \infty$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = \frac{s \quad \sqrt{\sum(X_1 - \bar{X}_1)^2}}{\left[\sqrt{(\sum(X_1 - \bar{X}_1)^2)(\sum(X_2 - \bar{X}_2)^2) - (\sum(X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2))^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = \frac{s \quad \sqrt{\sum(X_1 - \bar{X}_1)^2}}{\left[\sqrt{(42)(168) - (84)^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = \frac{s \quad \sqrt{\sum(X_1 - \bar{X}_1)^2}}{0} = \infty.$$

Perhatikan bahwa nilai *standard error* dari koefisien regresi $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ adalah tak terhingga (*infinite*). Hal ini berarti tingkat ketelitian dalam memperkirakan parameter koefisien regresi sangat buruk. Interval keyakinan (*confidence interval*) dalam memperkirakan koefisien regresi populasi sangat lebar.

Untuk mendeteksi apakah terindikasi terjadi gejala multikolinearitas, dapat digunakan pendekatan nilai VIF (*variance inflation factor*) atau nilai *tolerance*. Nilai VIF dari masing-masing variabel bebas dihitung dengan maksud untuk mendeteksi apakah terindikasi terjadi gejala multikolinearitas. Nilai VIF yang lebih besar dari 10 diindikasi terjadi multikolinearitas (Myers dalam Steven, 2009).

Untuk mendeteksi apakah terindikasi terjadi gejala multikolinearitas, juga dapat digunakan pendekatan matriks korelasi dari variabel bebas. Jika terdapat nilai korelasi di atas 0,8 antar variabel bebas, maka diindikasi terjadi multikolinearitas. Gujarati (2003:359) menyatakan sebagai berikut.

"*Another suggested rule of thumb is that if the pair-wise or zero-order correlation coefficient between two regressors is high, say, in excess of 0,8, then multicolinearity is a serious problem*".

Asumsi Non-Autokorelasi

Selain asumsi normalitas dari *error* dan tidak terjadi multikolinearitas, asumsi lain yang dikenakan pada penggunaan regresi linear berganda adalah asumsi independensi dari *error* (*independent errors*). Stevens (2009:90) menyatakan sebagai berikut.

"*Recal that in linear regression model, it is assumed that the errors are independent and follow a normal distribution with constant variance*".

Senada dengan Stevens, Field (2009:220) menyatakan sebagai berikut.

"*Independent errors: For any two observations the residual terms should be uncorrelated (or independent). This eventually is sometimes described as a lack of autocorrelation*".

Asumsi ini disebut juga dengan asumsi non-autokorelasi (*non-autocorrelation*). Untuk menguji asumsi independensi dari *error*, dapat digunakan uji Durbin-Watson. Nilai statistik dari uji Durbin-Watson berkisar di antara 0 dan 4. Field (2009:220) menyatakan sebagai berikut.

"Specifically, it (Durbin-Watson) tests whether adjacent residuals are correlated. The test statistic can vary between 0 dan 4 with a value 2 meaning that the residuals are uncorrelated".

Nilai statistik dari uji Durbin-Watson yang lebih kecil dari 1 atau lebih besar dari 3 diindikasi terjadi autokorelasi. Field (2009:220-221) menyatakan sebagai berikut.

"The size of the Durbin-Watson statistic depends upon the number of predictors in the model and the number of observations. For accuracy, you should look up the exact acceptable values in Durbin and Watson's (1951) original paper. As very conservative rule of thumb, values less then 1 or greater than 3 are definitely cause for concern; however, values closer to 2 may stil be problematic depending on your sample and model".

Gujarati (2003) mengemukakan dalam keadaan pelanggaran asumsi independensi dari *error*, estimator-estimator yang dihasilkan dengan metode kuadrat terkecil (*ordinary least square*) masih bersifat tak bias, konsisten, secara asismtotik terdistribusi normal, namun estimator-estimator tersebut tidak lagi efisien. Sebagai akibatnya, uji signifikansi t dan F yang biasa tidak lagi valid, serta jika diterapkan cenderung memberikan kesimpulan yang menyesatkan (*misleading*) mengenai signifikansi dari koefisien-koefisien regresi estimasi (sampel).

Berikut diberikan *output* SPSS yang menyajikan nilai statistik dari uji Durbin-Watson (Tabel 10.12).

Tabel 10.12

Model Summary[c]

Kolom Durbin-Watson menyajikan nilai statistik dari uji Durbin-Watson.

td. Error of the Estimate	Durbin-Watson
.07582	2.436

Asumsi Homoskedastisitas

Asumsi homoskedastisitas menyatakan terjadi kesamaan varians dari *error* (*errors with constant variance*) untuk setiap tingkatan atau level dari variabel-variabel bebas. Ketika asumsi homoskedastisitas tidak dipenuhi, maka peristiwa tersebut disebut heteroskedastisitas. Untuk mendeteksi terjadinya gejala heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan menggunakan uji Park. Berikut langkah-langkah untuk melakukan uji asumsi homoskedastisitas dengan menggunakan uji Park.

- ⇨ Tentukan persamaan regresi dari variabel tak bebas berdasarkan variabel-variabel bebas. Misalkan Y sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas.

- ⇨ Setelah diperoleh persamaan regresi, yakni $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2$, hitung nilai residual, yakni selisih antara variabel tak bebas dan estimasi dari variabel tak bebas $\left(\hat{e} = Y - \hat{Y}\right)$.

- ⇨ Kuadratkan untuk tiap-tiap nilai residual $(\hat{e}^2)$.

- ⇨ Hitung logaritma natural (ln) untuk kuadrat residual dan variabel bebas X_1 dan X_2, sehingga diperoleh $\ln(\hat{e}^2)$, $\ln(X_1)$, dan $\ln(X_2)$.

- ⇨ Lakukan regresi dari logaritma natural kuadrat residual terhadap logaritma natural dari variabel-variabel bebas. Dalam hal ini, lakukan regresi $\ln(\hat{e}^2)$ terhadap $\ln(X_1)$ dan $\ln(X_2)$, sehingga diperoleh persamaan regresi sebagai berikut.

$$\widehat{\ln(\hat{e}^2)} = a + b_1 \ln X_1 + b_2 \ln X_2 \quad [10.1]$$

- Jika terdapat koefisien regresi b yang signifikan secara statistika (***statistically significant***), maka diindikasi terjadi heteroskedastisitas. Namun jika tidak terdapat koefisien regresi b yang signifikan secara statistika (***statistically significant***), maka asumsi homoskedastisitas dipenuhi (Gujarati, 2003:404).

Selain uji Park, dapat juga digunakan uji Glejser. Berikut langkah-langkah untuk melakukan uji asumsi homoskedastisitas dengan menggunakan uji Glejser.

- Tentukan persamaan regresi dari variabel tak bebas berdasarkan variabel-variabel bebas. Misalkan Y sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas.

- Setelah diperoleh persamaan regresi, yakni $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2$, hitung nilai residual, yakni selisih antara variabel tak bebas dan estimasi dari variabel tak bebas $\left(\hat{e} = Y - \hat{Y}\right)$.

- Absolutkan untuk tiap-tiap nilai residual ($|\hat{e}|$).

- Lakukan regresi dari $|\hat{e}|$ terhadap X_1 dan X_2, sehingga diperoleh persamaan regresi sebagai berikut.

$$\widehat{|\hat{e}|} = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad [10.2]$$

- Jika terdapat koefisien regresi b yang signifikan secara statistika, maka diindikasi terjadi heteroskedastisitas. Namun jika tidak terdapat koefisien regresi b yang signifikan secara statistika, maka asumsi homoskedastisitas dipenuhi (Gujarati, 2003:406).

Selain uji Park dan uji Glejser, dapat juga digunakan uji White. Berikut langkah-langkah untuk melakukan uji asumsi homoskedastisitas dengan menggunakan uji White.

- Tentukan persamaan regresi dari variabel tak bebas berdasarkan variabel-variabel bebas. Misalkan Y sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas.

- Setelah diperoleh persamaan regresi, yakni $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2$, hitung nilai residual, yakni selisih antara variabel tak bebas dan estimasi dari variabel tak bebas $\left(\hat{e} = Y - \hat{Y}\right)$.

- Kuadratkan untuk tiap-tiap nilai residual ($\hat{e}^2$).

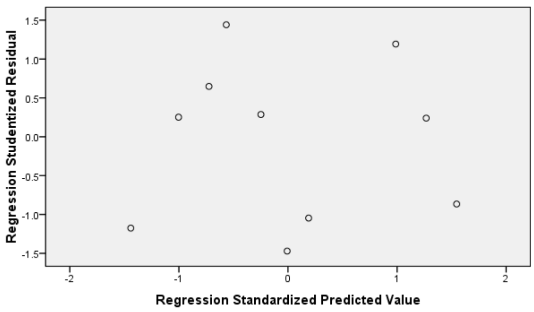
- Peroleh pesamaan regresi sebagai berikut.

$$\widehat{\hat{e}^2} = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_1^2 + b_4 X_2^2 + b_5 X_1 X_2 \quad [10.3]$$

- Peroleh nilai koefisien determinasi (r^2) dari persamaan regresi [10.3]. Gujarati (2003:413) mengemukakan bahwa dengan **hipotesis nol menyatakan tidak terjadi heteroskedastisitas**, serta nilai perkalian antara jumlah elemen sampel (*sample size*) dan r^2 pada persamaan regresi [10.3] secara asimtotis mengikuti distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas merupakan jumlah *regressors* (tidak termasuk konstanta) pada persamaan regresi [10.3]. Berdasarkan persamaan regresi [10.3], diketahui nilai derajat bebas adalah 5.

⇨ Jika nilai dari hasil perkalian antara jumlah elemen sampel (*sample size*) dan r^2 pada persamaan regresi [10.3] lebih besar dari nilai kritis chi-kuadrat, maka disimpulkan terjadi heteroskedastisitas (Gujarati, 2003:413)

Untuk mendeteksi terjadinya gejala heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan pendekatan analisis grafik dari residual. Dalam pendekatan analisis grafik dari residual, sumbu horizontal menyatakan nilai estimasi dari variabel tak bebas terstandarisasi (*regression standardized predicted value*), sedangkan sumbu vertikal menyatakan nilai residual (*studentized residual*). Apabila sebaran titik-titik dalam grafik analisis residual menyebar secara acak (*no systematic pattern*) di sekitar 0 (*around zero*), maka diindikasi tidak terjadi heteroskedastisitas, namun apabila titik-titik dalam grafik analisis residual tidak menyebar secara acak (membentuk suatu pola), maka diindikasi terjadi heteroskedastisitas. Berikut disajikan grafik analisis residual (Gambar 10.5).



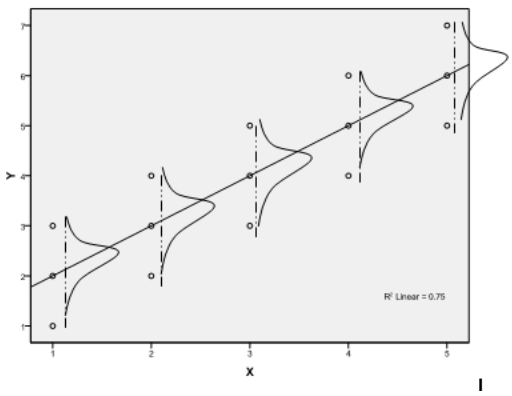
Gambar 10.5

Berdasarkan grafik pada Gambar 10.5, titik-titik menyebar secara acak di sekitar 0, sehingga diindikasi tidak terjadi heteroskedastisitas. Misalkan diberikan **data populasi** sebagai berikut.

Tabel 10.13

X	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
Y	1	2	3	2	3	4	3	4	5	4	5	6	5	6	7

Berdasarkan data pada Tabel 10.3, misalkan X adalah variabel bebas, sedangkan Y adalah variabel tak bebas. Berikut disajikan dalam grafik berdasarkan data pada Tabel 10.13 (Gambar 10.6).



Gambar 10.6

Berikut akan dihitung nilai varians Y untuk masing-masing nilai X.

- ⇨ Menghitung varians Y untuk $X = 1$.

$$Var(Y/X = 1) = \frac{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0{,}667.$$

- ⇨ Menghitung varians Y untuk $X = 2$.

$$Var(Y/X = 2) = \frac{(2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0{,}667.$$

- ⇨ Menghitung varians Y untuk $X = 3$.

$$Var(Y/X = 3) = \frac{(3-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0{,}667.$$

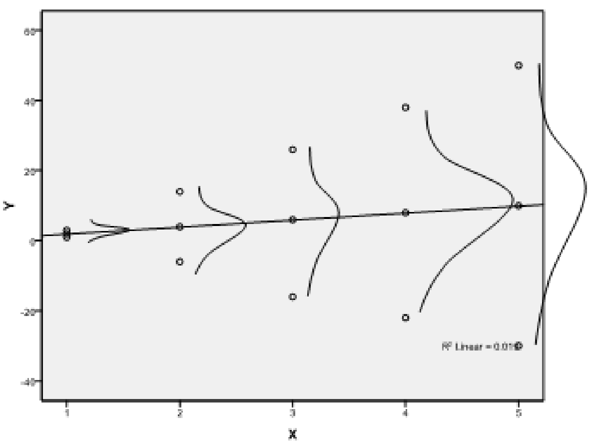
- ⇨ Menghitung varians Y untuk $X = 4$.

$$Var(Y/X = 4) = \frac{(4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0{,}667.$$

- ⇨ Menghitung varians Y untuk $X = 5$.

$$Var(Y/X = 5) = \frac{(5-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2}{3} = \frac{2}{3} = 0{,}667.$$

Perhatikan bahwa nilai varians dari Y untuk setiap X bersifat konstan atau dapat dinyatakan $Var(Y_i) = Var(e_i) = \sigma^2$ untuk setiap $i = 1,2,3,\ldots,n$. Fenomena ini disebut dengan istilah **homoskedastisitas**.



Gambar 10.7

Pada Gambar 10.7 memperlihatkan varians dari Y untuk setiap X. Nilai-nilai varians tersebut berbeda-beda atau dapat dinyatakan dengan $Var(Y_i) = Var(e_i) = \sigma_i^2$. Fenomena ini disebut dengan istilah **heteroskedastisitas**.

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan seorang peneliti ingin membuat model regresi linear berganda dengan menggunakan variabel indeks prestasi (Y) sebagai variabel tak bebas, variabel jumlah jam belajar dalam sehari (X_1) dan uang jajan dalam sehari (X_2) sebagai variabel bebas. Data yang telah dikumpulkan oleh peneliti disajikan dalam Tabel 10.1.

Berdasarkan data pada Tabel 10.1, jumlah responden yang diteliti sebanyak $n = 20$ responden. Responden yang diteliti adalah mahasiswa matematika. Diketahui responden ke-1 bernama Ugi menghabiskan waktu untuk belajar dalam sehari selama 10 jam, uang jajan satu hari Rp. 7000, dan meraih IP 3,01. Responden ke-3 bernama Alvi menghabiskan waktu untuk belajar dalam sehari selama 9 jam, uang jajan dalam satu hari Rp. 11000, dan meraih IP 2,9.

Tabel 10.1 (Data Fiktif)

Nama	X_1	X_2	Y	Nama	X_1	X_2	Y
Ugi	10	7	3.01	Iqbal	10	7	3.02
Niar	10	7	3.15	Edi	12	7.2	3.16
Alvi	9	11	2.9	Budi	9	6	2.95
Fitri	10	8	3.1	Indah	10	8	3.12
Ridho	8	7.5	2.7	Tari	8	12	2.8
Mifdhal	11	8	3.25	Maura	11	11	3.3
Romi	13	7	3.6	Nina	15	10	3.57
Wilya	13	12	3.7	Suci	17	8	3.64
Windi	15	9.5	3.65	Febri	16	9.5	3.6
Evelin	10	10	3.15	Iman	10	10	3.15

Berikut hal-hal yang ingin dilakukan oleh peneliti.

- ⇨ Membuat persamaan regresi linear berganda yang menerangkan hubungan IP terhadap jumlah jam belajar dalam sehari dan uang jajan dalam sehari.
- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor jumlah jam belajar dalam sehari dan IP, dengan mengontrol pengaruh uang jajan dalam sehari.
- ⇨ Menentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor uang jajan dalam sehari dan IP, dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari.
- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor jumlah jam belajar dalam sehari berkontribusi dalam hal naik/turunnya IP, dengan mengontrol pengaruh uang jajan dalam sehari. Kemudian menentukan apakah kontribusi tersebut signifikan secara statistika.
- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor uang jajan dalam sehari berkontribusi dalam hal naik/turunnya IP, dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari. Kemudian menentukan apakan kontribusi tersebut signifikan secara statistika.

⇨ Menentukan faktor yang memberikan kontribusi paling besar terhadap naik/turunnya IP.

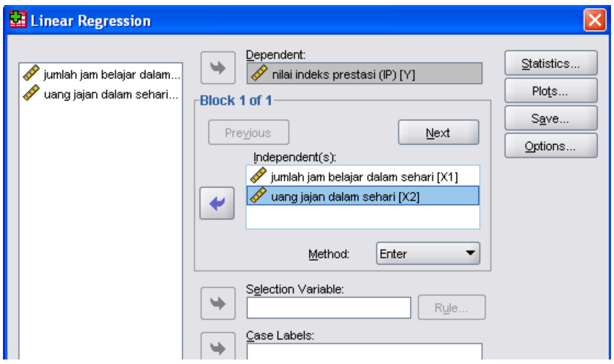
Bangun data pada Tabel 10.1 dalam SPSS seperti berikut (Gambar 10.1).

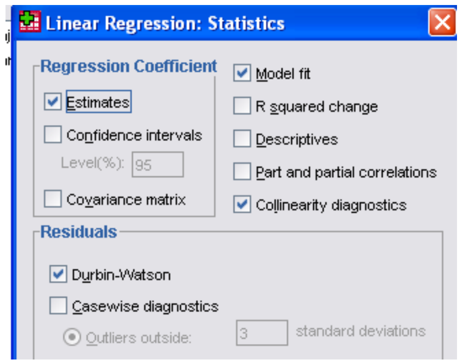
	X1	X2	Y
1	10	7.00	3.01
2	10	7.00	3.15
3	9	11.00	2.90
4	10	8.00	3.10
5	8	7.50	2.70
6	11	8.00	3.25
7	13	7.00	3.60
8	13	12.00	3.70
9	15	9.50	3.65
10	10	10.00	3.15
11	10	7.00	3.02
12	12	7.20	3.16
13	9	6.00	2.95
14	10	8.00	3.12
15	8	12.00	2.80
16	11	11.00	3.30
17	15	10.00	3.57
18	17	8.00	3.64
19	16	9.50	3.60
20	10	10.00	3.15

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing
1	X1	Numeric	8	0	jumlah jam belajar dalam sehari	None	None
2	X2	Numeric	8	2	uang jajan dalam sehari	None	None
3	Y	Numeric	8	2	nilai indeks prestasi (IP)	None	None
4							

Gambar 10.1

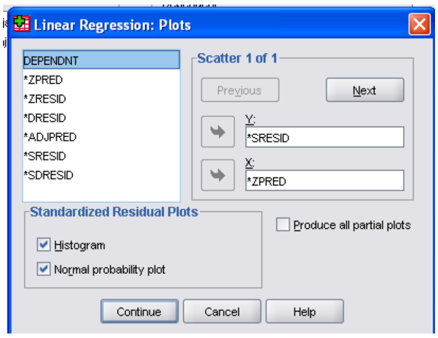
Selanjutnya pilih *Analyze* => *Regression* => *Linear*, sehingga muncul kotak dialog *Linear Regression* (Gambar 10.2). Pada kotak dialog *Linear Regression*, masukkan variabel **IP** ke dalam kotak *Dependent* dan masukkan variabel **X1** dan **X2** ke dalam kotak *Independent(s)*. Kemudian pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak dialog *Linear Regression: Statistics* (Gambar 10.3). Pada kotak dialog *Linear Regression: Statistics*, pilih *Model fit*, *Estimates*, *Colinearity diagnostics*, dan *Durbin-Watson*. Kemudian pilih *Continue*.

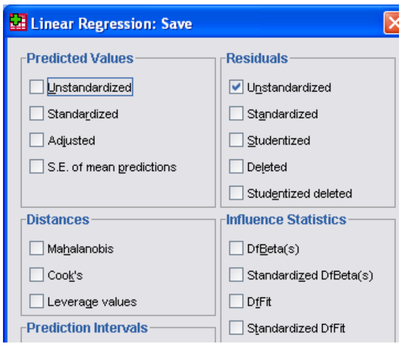




Gambar 10.2 **Gambar 10.3**

Pilih *Plots*, sehingga muncul kotak dialog *Linear Regression: Plots* (Gambar 10.4). Pada kotak dialog *Linear Regression: Plots*, masukkan ***ZPRED** ke dalam kotak X dan masukkan ***SRESID** ke dalam kotak Y. selanjutnya pilih *Histogram* dan *Normal probability plot* pada *Standardized Residual Plots*. Pilih *Continue*. Selanjutnya pilih *Save*, sehingga muncul kotak dialog *Linear Regression: Save* (Gambar 10.5). Pada kotak dialog *Linear Regression: Save*, pilih *Unstandardized* pada *Residual*. Kemudian pilih *Continue* dan OK. Berikut hasil perhitungan berdasarkan SPSS.

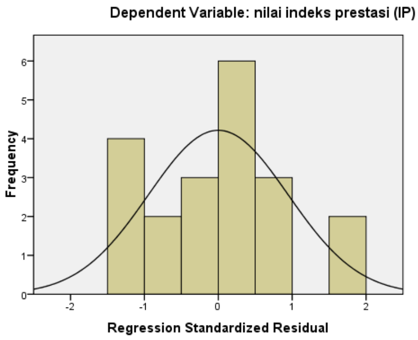


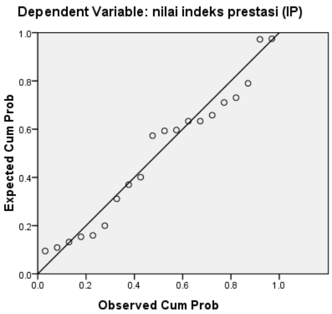


Gambar 10.4 **Gambar 10.5**

Uji Asumsi Normalitas Error

Pengujian asumsi normalitas *error* akan dilakukan dengan pendekatan analisis grafik, yakni histogram (Gambar 10.6) dan *normal probability plot* (Gambar 10.7). Gambar 10.6 dan Gambar 10.7 merupakan *output* dari SPSS. Perhatikan bahwa kurva pada histogram berbentuk kurva normal, sehingga disimpulkan bahwa asumsi normalitas *error* dipenuhi. Di samping itu pada *normal probability plot* (Gambar 10.7), titik-titik menyebar cukup dekat pada garis diagonal, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas dipenuhi.



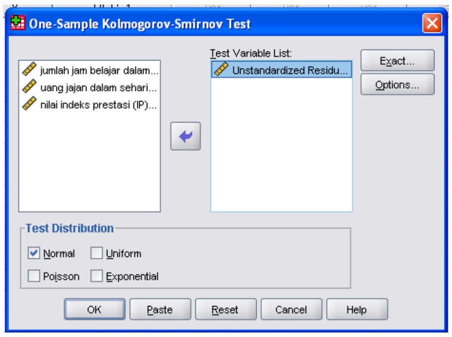


Gambar 10.6 **Gambar 10.7**

Pada pengujian asumsi normalitas *error* dengan pendekatan analisis grafik, disimpulkan bahwa asumsi normalitas *error* dipenuhi. Berikut akan digunakan pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji asumsi normalitas *error*. Pilih *Analyze => Nonparametric Tests => 1-Sample K-S*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* (Gambar 10.8). Masukkan variabel **RES_1** ke dalam kotak *Test Variable List*. Pada *Test Distribution*, pilih *Normal*. Kemudian pilih OK. *Output* SPSS dari uji Kolmogorov-Smirnov disajikan pada Tabel 10.2.

Dalam pendekatan uji Kolmogorov-Smirnov, pengujian normalitas dilakukan dengan menggunakan data residual ($\hat{e}$). Hipotesis nol menyatakan *error* berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan *error* tidak berdistribusi normal. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dengan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Gambar 10.8

Tabel 10.2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		20
Normal Parameters[a,b]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.11639440
Most Extreme Differences	Absolute	.127
	Positive	.113
	Negative	-.127
Kolmogorov-Smirnov Z		.570
Asymp. Sig. (2-tailed)		.902

Nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Berdasarkan Tabel 10.2, diketahui nilai probabilitas (*Asymp. Sig. (2-tailed)*) adalah 0,902. Karena nilai probabilitas lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas dari *error* dipenuhi.

Uji Asumsi Tidak Terjadi Multikolinearitas

Untuk mendeteksi apakah terindikasi terjadi gejala multikolinieritas atau tidak, dapat digunakan pendekatan nilai VIF (*variance inflation factor*) atau nilai *tolerance*. Nilai VIF dari masing-masing variabel bebas dihitung dengan maksud untuk mendeteksi apakah terindikasi terjadi gejala multikolinieritas atau tidak. Nilai VIF yang lebih besar dari 10 diindikasi terjadi multikolinearitas (Myers dalam Steven, 2009).

Output SPSS untuk uji asumsi tidak terjadi multikolinearitas disajikan pada Tabel 10.3. Berdasarkan Tabel 10.3, dapat dilihat bahwa nilai VIF untuk jumlah jam belajar dalam sehari (**X1**) dan uang jajan dalam sehari (**X2**) adalah 1,007. Karena nilai VIF dari kedua variabel bebas tersebut tidak lebih dari 10, maka disimpulkan tidak terjadi multikolinearitas.

Tabel 10.3

Coefficients[a]

Model		Un			t	Sig.	Collinearity Statistics	
							Tolerance	VIF
1	(Constant)				10.560	.000		
	jumlah jam belajar dalam sehari				9.742	.000	.993	1.007
	uang jajan dalam sehari	.019	.016	.114	1.227	.236	.993	1.007

Kolom VIF menyajikan nilai VIF dari masing-masing variabel bebas.

Uji Asumsi Non-Autokorelasi

Untuk menguji asumsi independensi dari *error*, dapat digunakan uji Durbin-Watson. Field (2009) menyatakan nilai statistik dari uji Durbin-Watson yang lebih besar dari (*greater than*) 2 atau lebih kecil (*less than*) dari -2 diindikasi terkena gejala autokorelasi. *Output* SPSS untuk uji asumsi non-autokorelasi disajikan pada Tabel 10.4. Berdasarkan Tabel 10.4, dapat dilihat bahwa nilai statistik dari uji Durbin-Watson adalah 1,584. Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Durbin-Watson berada di antara -2 dan 2, maka disimpulkan bahwa asumsi independensi dari *error* atau non-autokorelasi dipenuhi.

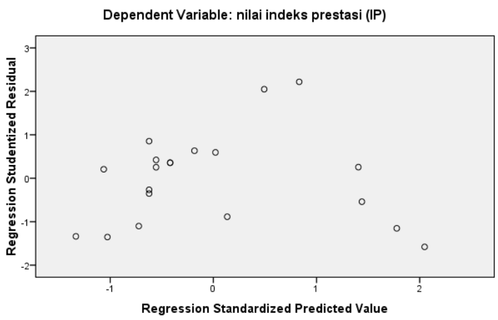
Tabel 10.4

Model Summary[b]

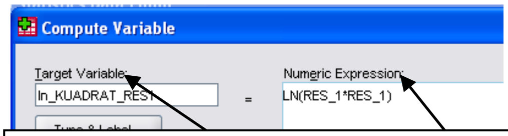
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.924[a]	.854	.836	.12305	1.584

Uji Asumsi Homoskedastisitas

Untuk mendeteksi terjadinya gejala heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan pendekatan analisis grafik dari residual atau dengan menggunakan uji Park. Dalam pendekatan analisis grafik dari residual, sumbu horizontal menyatakan nilai estimasi dari variabel tak bebas terstandarisasi (*regression standardized predicted value*), sedangkan sumbu vertikal menyatakan nilai residual (*studentized residual*). Apabila sebaran titik-titik dalam grafik analisis residual menyebar secara acak (*no systematic pattern*) di sekitar 0 (*around zero*), maka diindikasi tidak terjadi heteroskedastisitas, namun apabila titik-titik dalam grafik analisis residual tidak menyebar secara acak (membentuk suatu pola), maka diindikasi terjadi heteroskedastisitas. *Output* SPSS untuk uji asumsi homoskedastisitas dengan pendekatan analisis grafik residual disajikan pada Gambar 10.9. Berdasarkan grafik pada Gambar 10.9, titik-titik menyebar secara acak di sekitar 0, sehingga diindikasi tidak terjadi heteroskedastisitas.



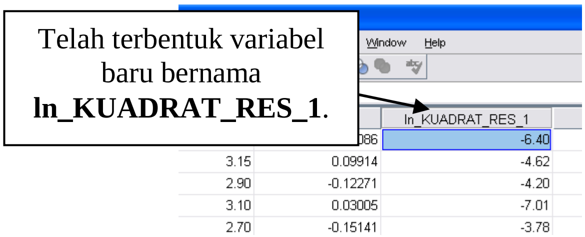
Gambar 10.9



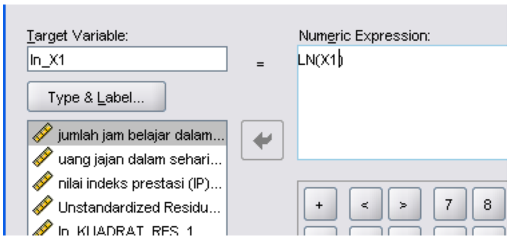
Ketik **ln_KUADRAT_RES_1** pada kotak *Target Variable*. Pada kotak *Numeric Expression*, ketik **LN(RES_1*RES_1)**. Kemudian pilih OK.

Gambar 10.10

Pada pengujian asumsi homoskedastisitas dengan pendekatan analisis grafik residual, disimpulkan bahwa diindikasi tidak terjadi heteroskedastisitas. Berikut akan digunakan pendekatan uji Park untuk menguji asumsi homoskedastisitas. Pilih *Transform => Compute Variable*, sehingga muncul kotak dialog *Compute Variable* (Gambar 10.10). Ketik **ln_KUADRAT_RES_1** pada kotak *Target Variable* dan pada kotak *Numeric Expression:* ketik **LN(RES_1*RES_1)**. Kemudian pilih OK. Perhatikan bahwa telah terbentuk variabel baru bernama **ln_KUADRAT_RES_1** (Gambar 10.11). Selanjutnya, pilih *Transform => Compute Variable*, sehingga muncul kotak dialog *Compute Variable*. Pada kotak *Target Variable* ketik **ln_X1** dan pada kotak *Numeric Expression:* ketik **LN(X1)** (Gambar 10.12). Kemudian pilih OK, sehingga terbentuk variabel baru bernama **ln_X1** (Gambar 10.13).

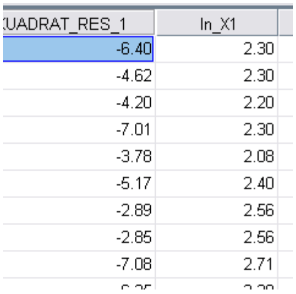


Gambar 10.11

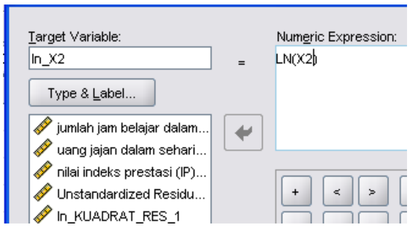


Gambar 10.12

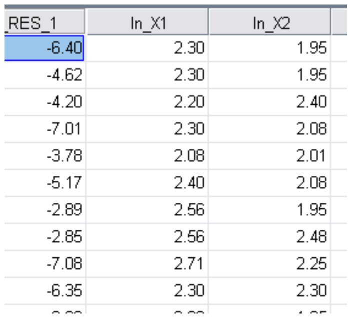
Pilih *Transform* => *Compute Variable*, sehingga muncul kotak dialog *Compute Variable*. Pada kotak *Target Variable* ketik **ln_X2** dan pada kotak *Numeric Expression:* ketik **LN(X2)** (Gambar 10.14). Kemudian pilih OK, sehingga terbentuk variabel baru bernama **ln_X2** (Gambar 10.15).



Gambar 10.13

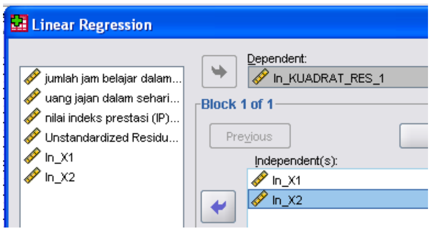


Gambar 10.14



Gambar 10.15

Selanjutnya pilih *Analyze* => *Regression* => *Linear*, sehingga muncul kotak dialog *Linear Regression* (Gambar 10.16). Masukkan variabel **ln_KUADRAT_RES_1** pada kotak *Dependent:* dan masukkan variabel **ln_X1** dan **ln_X2** pada kotak *Independet(s)*. Kemudian pilih OK. *Output* SPSS untuk uji asumsi homoskedastisitas dengan uji Park disajikan pada Tabel 10.5. Perhatikan bahwa berdasarkan Tabel 10.5, nilai probabilitas (*Sig*) untuk koefisien regresi dari variabel **ln_X1** dan **ln_X2** masing-masing adalah 0,424 dan 0,292. Perhatikan bahwa karena nilai-nilai probabilitas tersebut lebih besar dari tingkat signifikansi α = 0,05, maka disimpulkan bahwa tidak terjadi heteroskedastisitas. Dengan kata lain, asumsi mengenai homoskedastisitas dipenuhi.



Gambar 10.16

Tabel 10.5

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.	Collinearity Statistics Tolerance	Collinearity Statistics VIF
1	(Constant)	-12.013	4.780		-2.513	.022		
	ln_X1	1.239	1.511	.189	.820	.424	.988	1.012
	ln_X2	1.769	1.629	.250	1.086	.292	.988	1.012

a. Dependent Variable: ln_KUADRAT_RES_1

Perhatikan bahwa telah diperlihatkan asumsi normalitas dari *error*, tidak terjadi multikolinearitas, non-autokorelasi, dan homoskedastisitas telah dipenuhi.

Mengukur Kecocokkan Model Regresi Linear Berganda terhadap Data dengan Koefisien Determinasi (r^2)

Dalam regresi linear, baik itu sederhana maupun berganda, koefisien determinasi (r^2) digunakan untuk mengukur kemampuan model regresi linear dalam mencocokkan atau menyesuaikan (*fits*) data. Nilai koefisien determinasi berkisar antara 0 dan 1. Nilai koefisien determinasi yang semakin dekat dengan 1 menunjukkan semakin baik kemampuan model regresi linear dalam mencocokkan atau menyesuaikan (*fits*) data. Dengan kata lain kemampuan variabel-variabel bebas dalam menjelaskan *variation* variabel tak bebas semakin baik. *Output* SPSS yang menyajikan nilai statistik dari koefisien determinasi disajikan pada Tabel 10.4. Diketahui nilai koefisien determinasi atau *R-Square* adalah 0,854. Nilai tersebut dapat diinterpretasikan sebagai variabel jumlah jam belajar dalam sehari dan uang jajan dalam sehari mampu menjelaskan atau menerangkan *variation* variabel IP sebesar 85,4%, sisanya sebesar 14,6% dijelaskan oleh variabel-variabel lain.

Menguji Kecocokkan Model Regresi Linear terhadap Data dengan Uji F

Output SPSS yang menyajikan nilai statistik dari uji F disajikan pada Tabel 10.6. Berikut perumusan hipotesis untuk uji F.

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0.$$

H_1: Paling tidak terdapat satu koefisien regresi populasi yang tidak sama dengan nol.

Perhatikan bahwa hipotesis nol menyatakan seluruh koefisien regresi populasi bernilai nol. Dengan kata lain, variabel bebas jumlah jam belajar dalam sehari dan uang jajan dalam sehari tidak memiliki pengaruh yang signifikan secara statistikaa terhadap variabel IP. Hipotesis alternatif menyatakan bahwa paling tidak terdapat satu koefisien regresi populasi yang tidak bernilai nol. Dengan kata lain, paling tidak terdapat satu variabel bebas yang memiliki pengaruh signifikan secara statistika terhadap variabel IP.

Tabel 10.6

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1.501	2	.751	49.568	.000[a]
	Residual	.257	17	.015		
	Total	1.758	19			

Berdasarkan Tabel 10.6, diketahui nilai statistik dari uji F adalah 49,568. Nilai derajat bebas pembilang adalah $k - 1 = 3 - 1 = 2$ dan nilai derajat bebas penyebut adalah $n - k = 20 - 3 = 17$. Nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang 2, derajat bebas penyebut 17, dan tingkat signifikansi 5% adalah 3,20. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji F.

$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F \leq nilai\ kritis\ F, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1$ ditolak.
$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$

Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji F lebih kecil dibandingkan nilai kritis F, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti paling tidak terdapat satu variabel bebas yang memiliki pengaruh signifikan secara statistika terhadap variabel IP.

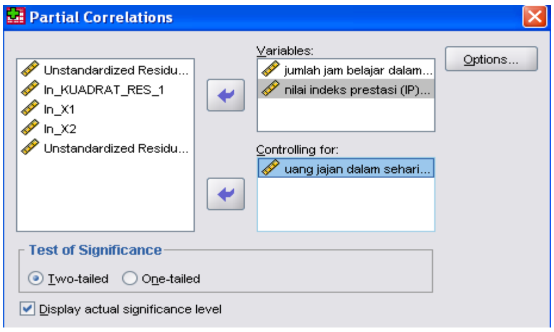
Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji F. Nilai probabilitas dari uji F dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

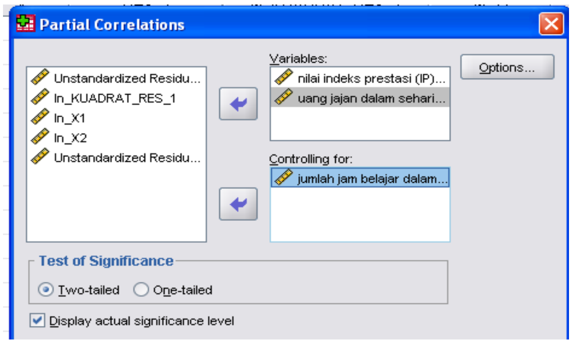
Berdasarkan Tabel 10.6 diketahui nilai probabilitas (*Sig*) 0,000. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti paling tidak terdapat satu variabel bebas yang memiliki pengaruh signifikan secara statistika terhadap variabel IP.

Korelasi Parsial (Partial Correlation)

Berikut akan ditentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor jumlah jam belajar dalam sehari dan IP, dengan mengontrol pengaruh uang jajan dalam sehari. Pilih *Analyze* => *Correlate* => *Partial*, sehingga muncul kotak dialog *Partial Correlation* (Gambar 10.17). Masukkan variabel jumlah jam belajar dalam sehari (**X1**) dan IP (**Y**) ke dalam kotak *Variables* dan masukkan variabel uang jajan dalam sehari (**X2**) ke dalam kotak *Controlling for*. Kemudian pilih OK. *Output* SPSS untuk nilai korelasi parsial **X1** dan **Y**, dengan mengontrol pengaruh variabel **X2** disajikan pada Tabel 10.7. Perhatikan bahwa jumlah jam belajar dalam sehari memiliki keeratan hubungan terhadap IP sebesar 0,921, dengan mengontrol pengaruh dari uang jajan dalam sehari. Perhatikan bahwa nilai korelasi parsial tersebut mendekati 1. Sehingga keeratan hubungan yang terjadi cukup kuat.



Gambar 10.17



Gambar 10.18

Tabel 10.7

Correlations

Control Variables			jumlah jam belajar dalam sehari	nilai indeks prestasi (IP)
uang jajan dalam sehari	jumlah jam belajar dalam sehari	Correlation	1.000	.921
		Significance (2-tailed)	.	.000
		df	0	17
	nilai indeks prestasi (IP)	Correlation	.921	1.000
		Significance (2-tailed)	.000	.
		df	17	0

Tabel 10.8

Correlations

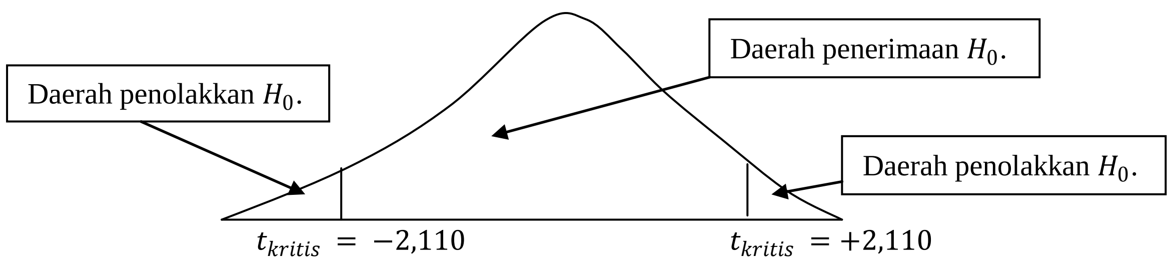
Control Variables			nilai indeks prestasi (IP)	uang jajan dalam sehari
jumlah jam belajar dalam sehari	nilai indeks prestasi (IP)	Correlation	1.000	.285
		Significance (2-tailed)	.	.236
		df	0	17
	uang jajan dalam sehari	Correlation	.285	1.000
		Significance (2-tailed)	.236	.
		df	17	0

Selanjutnya akan ditentukan seberapa besar keeratan hubungan atau korelasi antara faktor uang jajan dalam sehari dan IP, dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari. Pilih *Analyze* => *Correlate* => *Partial*, sehingga muncul kotak dialog *Partial Correlation* (Gambar 10.18). Masukkan variabel uang jajan dalam sehari (**X2**) dan IP (**Y**) ke dalam kotak *Variables* dan masukkan variabel jumlah jam belajar dalam sehari (**X1**) ke dalam kotak *Controlling for*. Kemudian pilih OK. *Output* SPSS untuk nilai korelasi parsial **X2** dan **Y**, dengan mengontrol pengaruh variabel **X1** disajikan pada Tabel 10.8. Perhatikan bahwa uang jajan dalam sehari memiliki keeratan hubungan terhadap IP sebesar 0,285, dengan mengontrol pengaruh dari jumlah jam belajar dalam sehari. Perhatikan bahwa nilai korelasi parsial tersebut mendekati 0, sehingga keeratan hubungan yang terjadi tidak terlalu kuat.

Uji Signifikansi Koefisien Regresi Secara Individu dengan Uji t

Berikut akan ditentukan apakah faktor jumlah jam belajar dalam sehari mempengaruhi IP secara signifikan (signifikan secara statistika), dengan mengontrol pengaruh uang jajan dalam sehari. *Output* SPSS untuk uji signifikansi koefisien regresi populasi secara individu dengan uji t disajikan pada Tabel 10.3. Berdasarkan Tabel 10.3, nilai statistik dari uji t untuk variabel jumlah jam belajar dalam sehari adalah 9,742. Nilai kritis t dengan derajat bebas $n-k=20-3=17$ dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}110$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| > |t_{kritis}|$, yakni $9{,}742 > 2{,}110$, maka disimpulkan bahwa faktor jumlah jam belajar dalam sehari mempengaruhi IP secara signifikan (signifikan secara statistika), dengan mengontrol pengaruh uang jajan dalam sehari.

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Nilai probabilitas (*Sig*) dari uji t berdasarkan variabel jumlah jam belajar dalam sehari adalah 0,000. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka disimpulkan bahwa faktor jumlah jam belajar dalam sehari mempengaruhi IP secara signifikan (signifikan secara statistika), dengan mengontrol pengaruh uang jajan dalam sehari.

Diketahui nilai koefisien regresi untuk variabel jumlah jam belajar dalam sehari adalah 0,104. Nilai tersebut dapat diinterpretasikan ketika jumlah jam belajar dalam sehari ditambah satu jam, maka diharapkan (*expected*) nilai indeks prestasi meningkat sebesar 0,104, ketika pengaruh dari uang jajan dalam sehari dipertahankan konstan.

Selanjutnya akan ditentukan apakah faktor uang jajan dalam sehari mempengaruhi IP secara signifikan (signifikan secara statistika), dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari. Berdasarkan Tabel 10.3, nilai statistik dari uji t untuk variabel uang jajan dalam sehari adalah 1,227. Nilai kritis t dengan derajat bebas $n - k = 20 - 3 = 17$ dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}110$.

Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|$, yakni $1{,}227 < 2{,}110$, maka disimpulkan bahwa faktor uang jajan dalam sehari tidak mempengaruhi IP secara signifikan (signifikan secara statistika), dengan mengontrol pengaruh uang jajan dalam sehari. Dengan kata lain, pengaruh yang diberikan oleh faktor uang jajan dalam sehari terhadap IP sangat lemah, dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari.

Nilai probabilitas (*Sig*) dari uji t berdasarkan variabel uang jajan dalam sehari adalah 0,236. Karena nilai probabilitas tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka disimpulkan bahwa faktor uang jajan dalam sehari tidak mempengaruhi IP secara signifikan (signifikan secara statistika), dengan mengontrol pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari.

PENYELESAIAN DALAM EViews

Andaikan diberikan data mengenai pengeluaran per-bulan, pendapatan per-bulan, dan jumlah anak, dari 20 keluarga (Tabel 10.9).

Tabel 10.9 Data Mengenai Pengeluaran Per-Bulan, Pendapatan Per-Bulan, dan Jumlah Anak dari 20 Keluarga (Data Fiktif)

Keluarga Ke	Pengeluaran (dalam jutaan)	Pendapatan (dalam jutaan)	Jumlah Anak
1	3.3	3.6	4
2	4.2	4.7	2
3	5.4	6.5	5
4	5.3	8.4	3
5	5.7	6.2	5
6	3.5	4.5	2
7	6.2	7.8	5
8	3.6	3.9	2
9	7.5	8.9	5
10	5.4	6.2	2
11	5.3	8.5	5
12	4.3	5	3
13	7.8	8	6
14	4.2	6.4	3
15	3.5	4	3
16	5.3	8.9	5
17	4.3	10	3
18	7.8	8	6
19	4.2	5	3
20	3.5	4	3

Berdasarkan data pada Tabel 10.9, diketahui pada keluarga ke-1 memiliki pendapatan per-bulan sebesar 3,6 juta, 4 orang anak, dan pengeluaran per-bulan sebesar 3,3 juta. Keluarga ke-19 memiliki pendapatan per-bulan sebesar 5 juta, 3 orang anak, dan pengeluaran per-bulan sebesar 4.2 juta. Misalkan variabel pengeluaran sebagai variabel tak bebas (*dependent*), sedangkan variabel pendapatan dan jumlah anak sebagai variabel bebas (*independent*). Berikut hal-hal yang ingin diketahui.

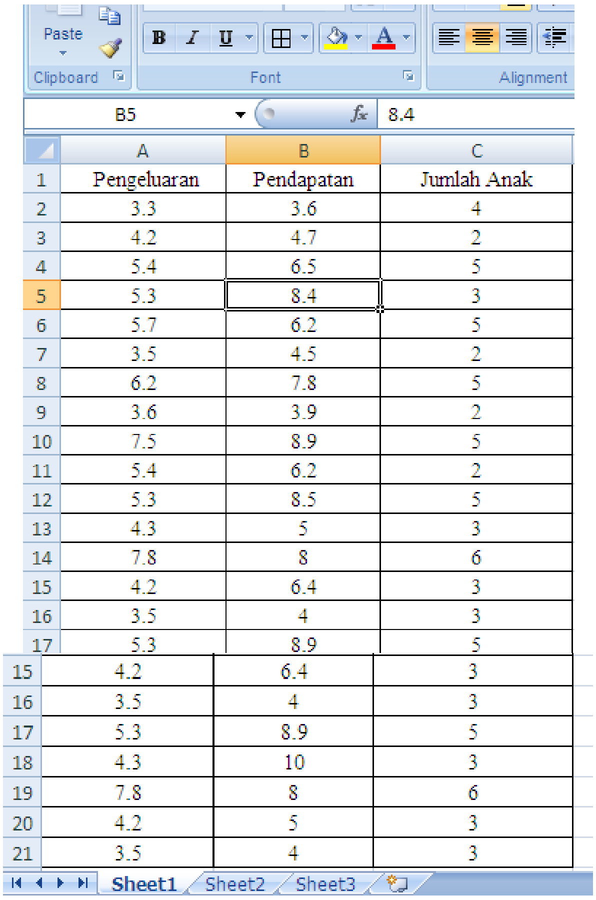
- ⇨ Membuat persamaan regresi linear berganda yang menerangkan hubungan pengeluaran terhadap pendapatan, dan jumlah anak.

- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor pendapatan berkontribusi dalam hal naik/turunnya pengeluaran, dengan mengontrol pengaruh jumlah anak. Kemudian menentukan apakah kontribusi tersebut signifikan secara statistika.

- ⇨ Menentukan seberapa besar faktor jumlah anak berkontribusi dalam hal naik/turunnya pengeluaran, dengan mengontrol pengaruh pendapatan. Kemudian menentukan apakan kontribusi tersebut signifikan secara statistika.

⇨ Menentukan faktor yang memberikan kontribusi paling besar terhadap naik/turunnya pengeluaran.

Sajikan data pada Tabel 10.9 dalam *Microsoft Excel* sebagai berikut (Gambar 10.19).



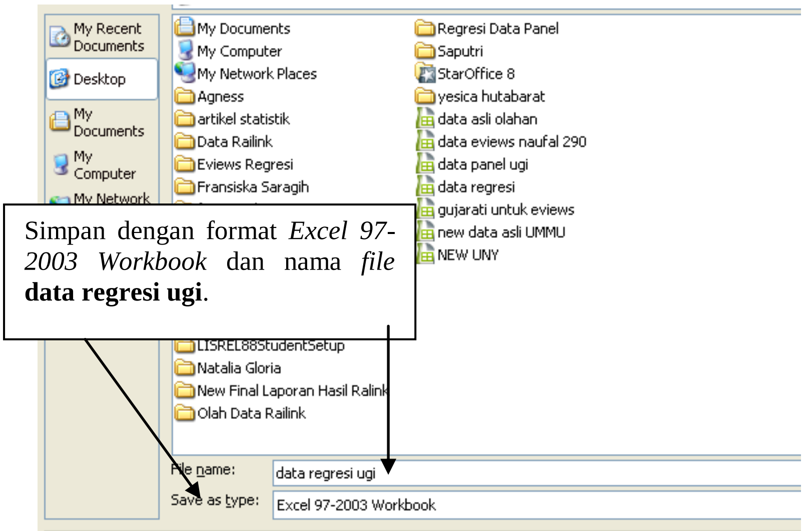
	A	B	C
1	Pengeluaran	Pendapatan	Jumlah Anak
2	3.3	3.6	4
3	4.2	4.7	2
4	5.4	6.5	5
5	5.3	8.4	3
6	5.7	6.2	5
7	3.5	4.5	2
8	6.2	7.8	5
9	3.6	3.9	2
10	7.5	8.9	5
11	5.4	6.2	2
12	5.3	8.5	5
13	4.3	5	3
14	7.8	8	6
15	4.2	6.4	3
16	3.5	4	3
17	5.3	8.9	5
15	4.2	6.4	3
16	3.5	4	3
17	5.3	8.9	5
18	4.3	10	3
19	7.8	8	6
20	4.2	5	3
21	3.5	4	3

Gambar 10.19

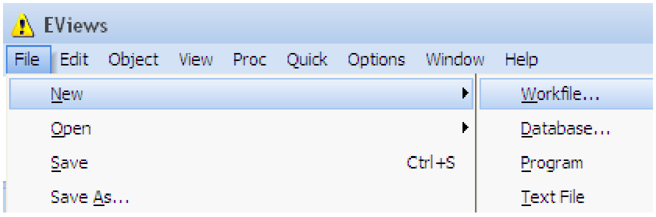
Selanjutnya simpan dengan format *Excel 97-2003 Workbook* dan ketik nama *file* dengan **data regresi ugi** (Gambar 10.20). Kemudian disimpan (pilih *Save*), selanjutnya keluar dari program *Microsoft Excel*, dan aktifikan *EViews 7*. Pilih *File* => *New* => *Workfile*… (Gambar 10.21), sehingga muncul kotak *Workfile Create* (Gambar 10.22).

Pada Gambar 10.22, yakni pada *Workfile structure type*, atur menjadi *Unstructured / Undated*, dan pada *Observations:*, ketik **20**. Dalam hal ini, jumlah keluarga yang diteliti sebanyak 20. Selanjutnya pilih OK, sehingga muncul kotak*Workfile: UNTITLED* (Gambar 10.23).

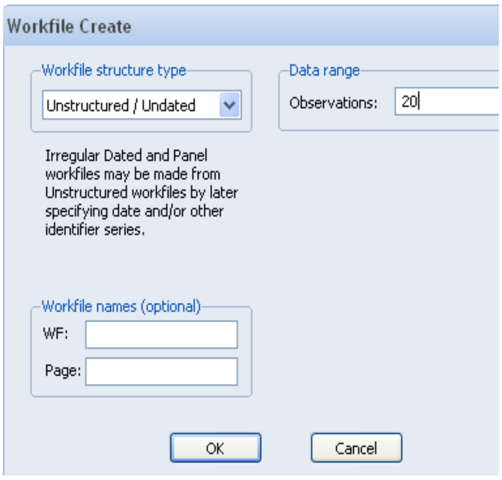
Pada Gambar 10.24, pilih *Proc* => *Import* => *Load Workfile Page*…, sehingga muncul kotak *Open* (Gambar 10.25). Pada Gambar 10.25, pilih *file Microsoft Excel* yang telah disimpan sebelumnya, yakni dengan nama **data regresi ugi**, dengan *Files of type*: *Excel 97-2003 file (*.xls)*. Kemudian pilih *Open*, sehingga muncul kotak *Excel 97-2003 Read – Step 1of 3* (Gambar 10.26).



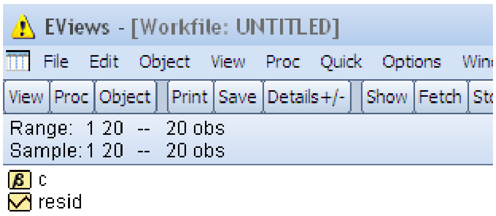
Gambar 10.20



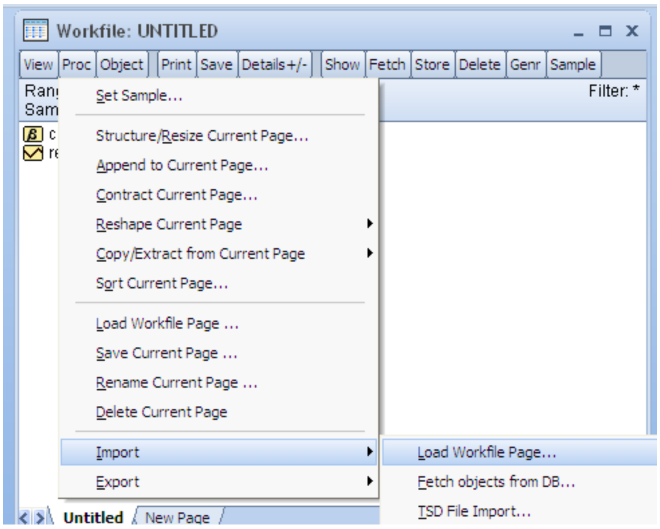
Gambar 10.21



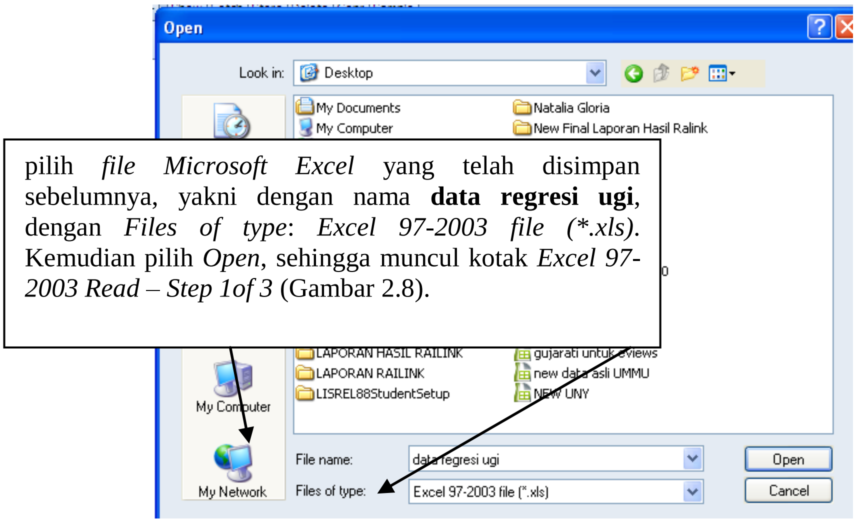
Gambar 10.22



Gambar 10.23

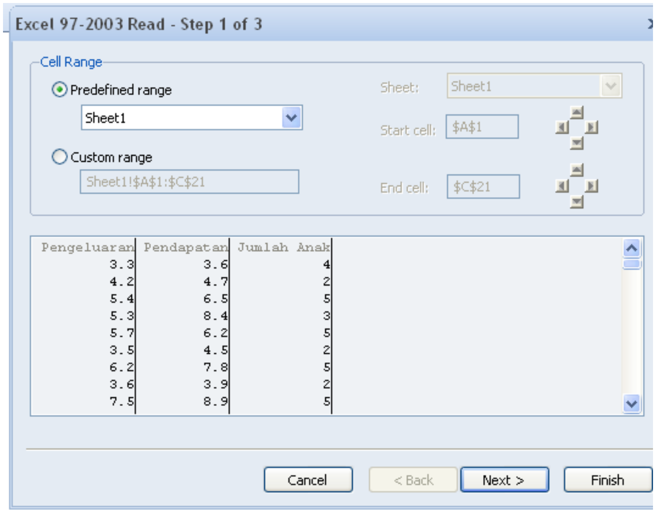


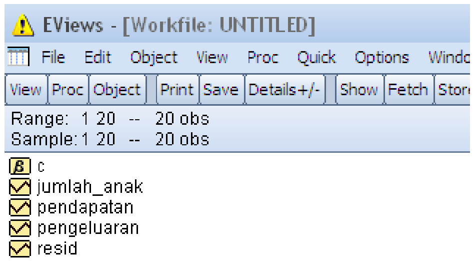
Gambar 10.24



Gambar 10.25

Pada Gambar 10.26, kemudian pilih *Finish*, sehingga muncul kotak seperti pada Gambar 10.27.



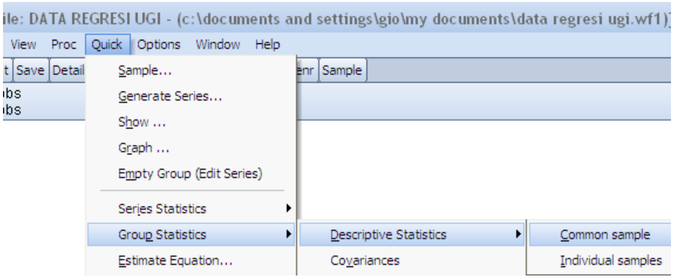


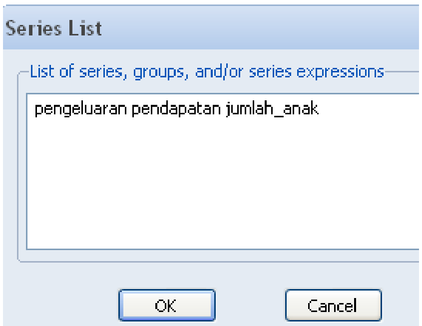
Gambar 10.26 **Gambar 10.27**

Statistik Deskriptif

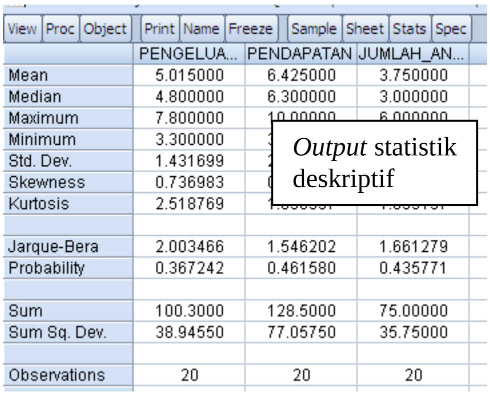
Selanjutnya pilih *Quick* => *Group Statistics* => *Descriptive Statistics* => *Common sample* (Gambar 10.28), sehingga muncul kotak *Series List* (Gambar 10.29).

Pada kotak *Series List* (Gambar 10.29), ketik nama-nama variabel yang dilibatkan, yakni **pendapatan**, **pengeluaran**, dan **jumlah_anak**. Kemudian pilih OK, sehingga diperoleh hasil statistik deskriptif, seperti pada Gambar 10.30.





Gambar 10.28 **Gambar 10.29**

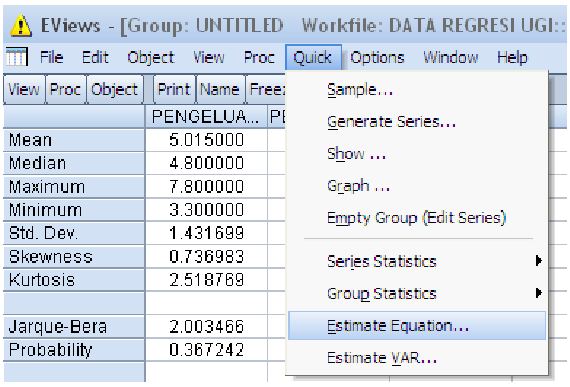


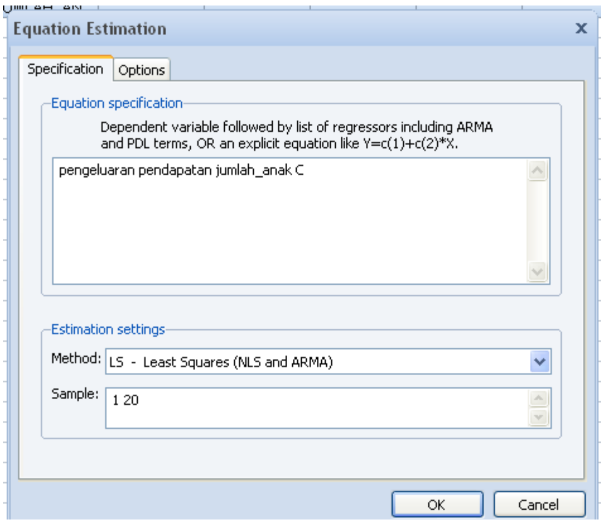
	PENGELUA...	PENDAPATAN	JUMLAH_AN...
Mean	5.015000	6.425000	3.750000
Median	4.800000	6.300000	3.000000
Maximum	7.800000	10.00000	6.000000
Minimum	3.300000	[illegible]	[illegible]
Std. Dev.	1.431699	[illegible]	[illegible]
Skewness	0.736983	[illegible]	[illegible]
Kurtosis	2.518769	[illegible]	[illegible]
Jarque-Bera	2.003466	1.546202	1.661279
Probability	0.367242	0.461580	0.435771
Sum	100.3000	128.5000	75.00000
Sum Sq. Dev.	38.94550	77.05750	35.75000
Observations	20	20	20

Gambar 10.30

Estimasi Persamaan Regresi

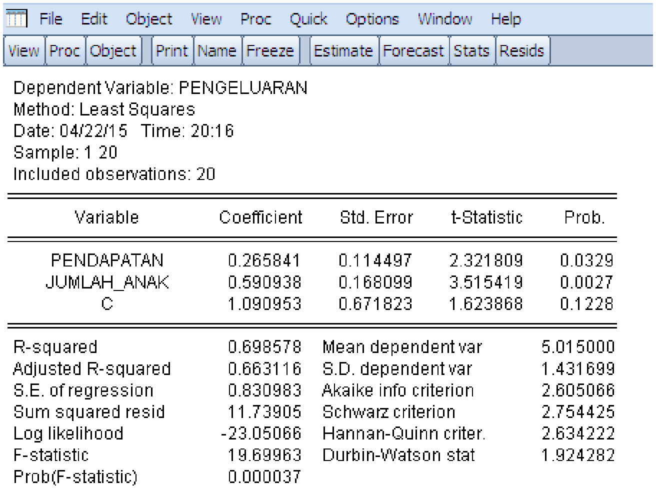
Selanjutnya pilih *Quick* => *Estimate Equation*… (Gambar 10.31), sehingga muncul kotak *Equation Estimation* (Gambar 10.32).





Gambar 10.31 **Gambar 10.32**

Pada Gambar 10.32, yakni *Equation Estimation*, ketik **pengeluaran pendapatan jumlah_anak C**, dan pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 10.33.



File Edit Object View Proc Quick Options Window Help

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: PENGELUARAN
Method: Least Squares
Date: 04/22/15 Time: 20:16
Sample: 1 20
Included observations: 20

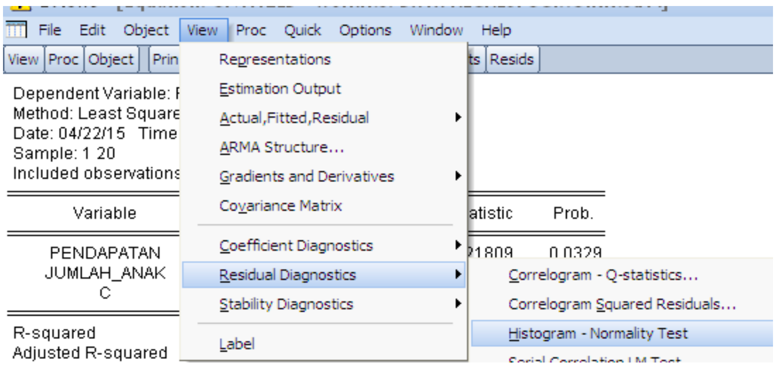
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PENDAPATAN	0.265841	0.114497	2.321809	0.0329
JUMLAH_ANAK	0.590938	0.168099	3.515419	0.0027
C	1.090953	0.671823	1.623868	0.1228

R-squared	0.698578	Mean dependent var	5.015000
Adjusted R-squared	0.663116	S.D. dependent var	1.431699
S.E. of regression	0.830983	Akaike info criterion	2.605066
Sum squared resid	11.73905	Schwarz criterion	2.754425
Log likelihood	-23.05066	Hannan-Quinn criter.	2.634222
F-statistic	19.69963	Durbin-Watson stat	1.924282
Prob(F-statistic)	0.000037		

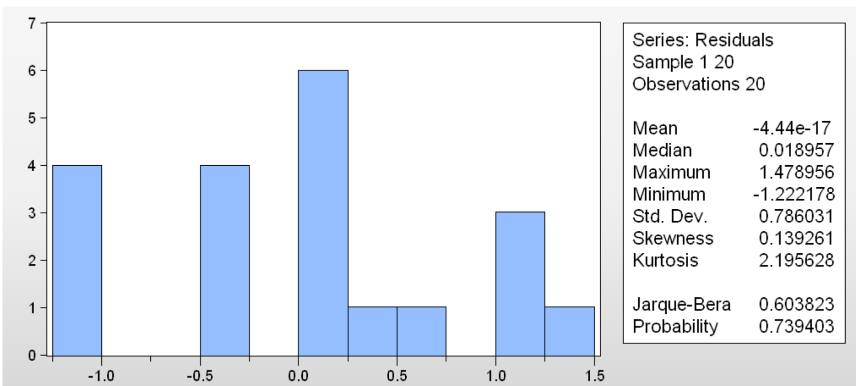
Gambar 10.33

Uji Asumsi Normalitas dengan Uji Jarque-Bera

Pilih *View* => *Residual Diagnostics* => *Histogram – Normality Test* (Gambar 10.34). Hasilnya seperti pada Gambar 10.35.



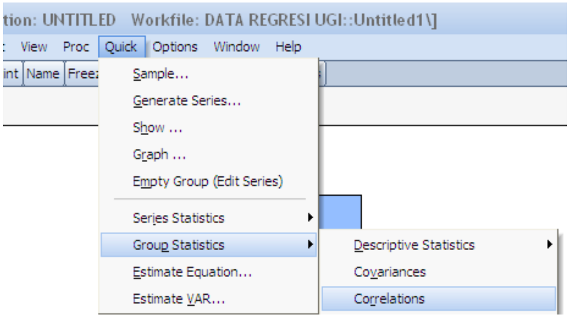
Gambar 10.34



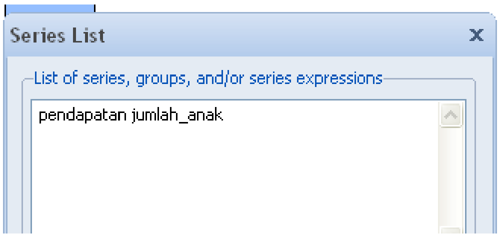
Gambar 10.35

Uji Asumsi Tidak Terjadi Multikolinearitas

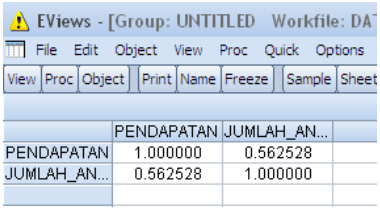
Pilih *Quick* => *Group Statistics* => *Correlations* (Gambar 10.36), sehingga muncul kotak *Series List* (Gambar 10.37). Pada kotak *Series List*, ketik nama-nama variabel bebas, yakni **pendapatan** dan **jumlah_anak**. Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 10.38.



Gambar 10.36



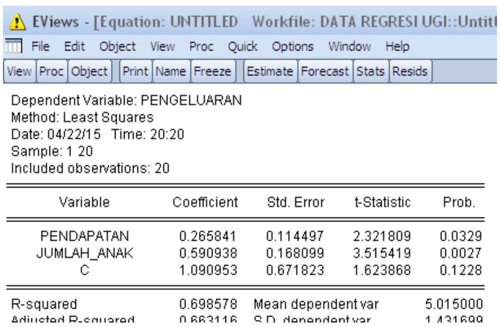
Gambar 10.37



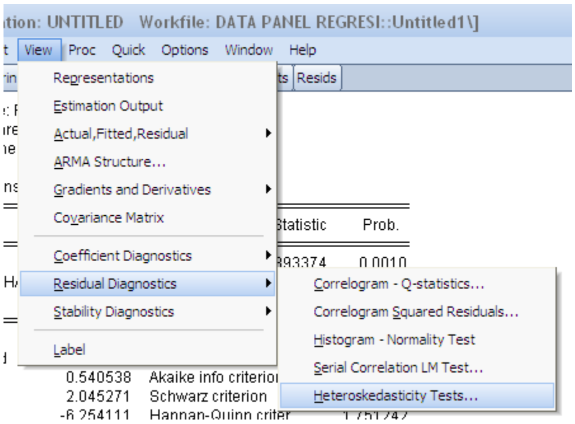
Gambar 10.38

Uji Asumsi Homoskedastisitas dengan Uji Glesjer, Uji White, dan Uji Park

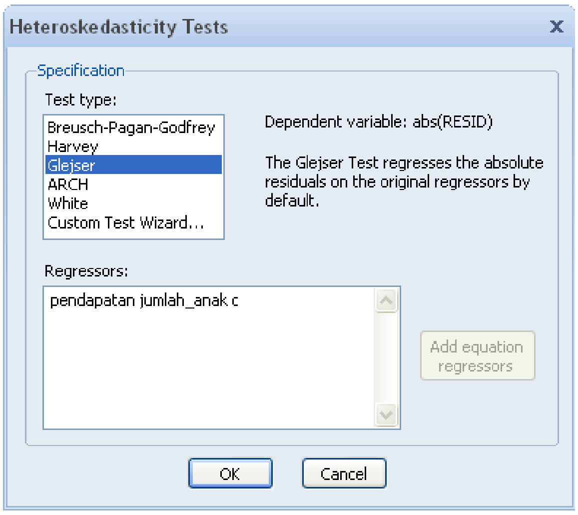
Pilih *View* => *Residual Diagnostics* => *Heteroskedasticity Tests*...(Gambar 10.40), sehingga muncul kotak *Heteroskedasticity Tests* (Gambar 10.41).

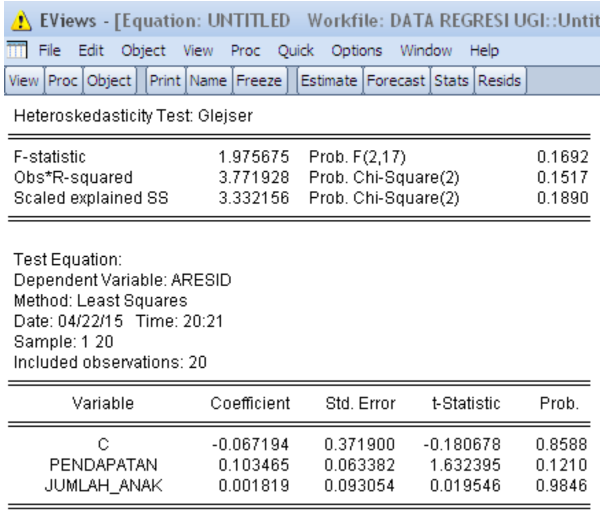


Gambar 10.39



Gambar 10.40





Gambar 10.41 **Gambar 10.42**

Pada *Test type:* pilih *Glejser*. Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 10.43. Gambar 10.43 merupakan hasil uji Glejser berdasarkan SPSS.

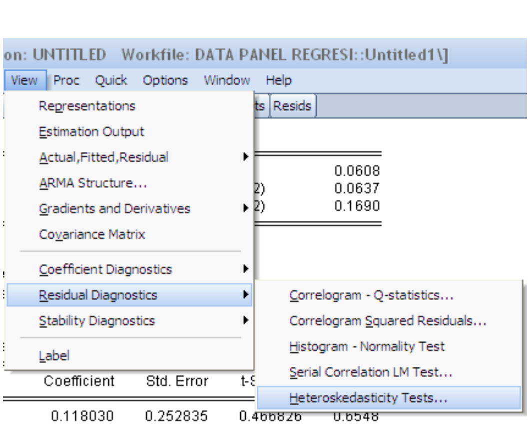
Coefficients[a]

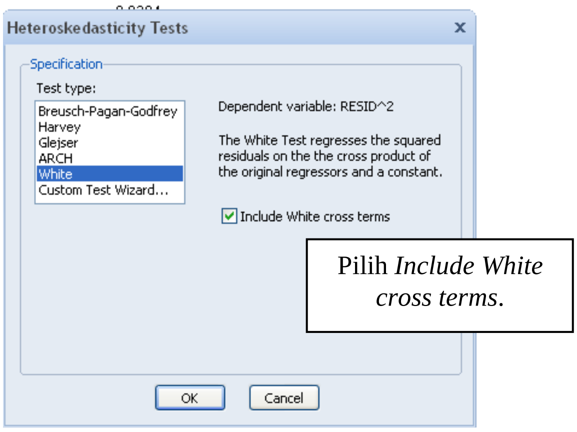
Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.	Collinearity Statistics Tolerance	Collinearity Statistics VIF
1	(Constant)	-.067	.372		-.181	.859		
	Pendapatan	.103	.063	.431	1.632	.121	.684	1.463
	Jumlah Anak	.002	.093	.005	.020	.985	.684	1.463

a. Dependent Variable: abs_res

Gambar 10.43

Untuk uji asumsi homoskedastisitas dengan uji White, pilih *View* => *Residual Diagnostics* => *Heteroskedasticity Tests* (Gambar 10.44), sehingga muncul kotak *Heteroskedasticity Tests* (Gambar 10.45). Pilih *White*. Kemudian OK. Hasil berdasarkan uji White diperlihatkan pada Gambar 10.46.





Gambar 10.44 **Gambar 10.45**

EViews - [Equation: UNTITLED Workfile: DATA REGRESI UGI::Untitled1\]

File Edit Object View Proc Quick Options Window Help

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	1.866458	Prob. F(5,14)	0.1644
Obs*R-squared	7.999464	Prob. Chi-Square(5)	0.1563
Scaled explained SS	3.455134	Prob. Chi-Square(5)	0.6302

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 04/22/15 Time: 20:23
Sample: 1 20
Included observations: 20

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.550089	2.597563	1.366700	0.1933
PENDAPATAN	-0.537388	0.660791	-0.813249	0.4297
PENDAPATAN^2	0.079940	0.046927	1.703486	0.1106
PENDAPATAN*JUMLAH_ANAK	-0.108521	0.101651	-1.067593	0.3038
JUMLAH_ANAK	-1.115085	0.770178	-1.447829	0.1697
JUMLAH_ANAK^2	0.242150	0.132626	1.825806	0.0893

R-squared	0.399973	Mean dependent var	0.586952
Adjusted R-squared	0.185678	S.D. dependent var	0.658475
S.E. of regression	0.594206	Akaike info criterion	2.040145
Sum squared resid	4.943136	Schwarz criterion	2.338864
Log likelihood	-14.40145	Hannan-Quinn criter.	2.098458
F-statistic	1.866458	Durbin-Watson stat	1.069479
Prob(F-statistic)	0.164366		

Gambar 10.46

Gambar 10.47 merupakan hasil uji White berdasarkan SPSS.

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.632[a]	.400	.186	.59421	1.069

a. Predictors: (Constant), X1X2, x1_pangkat2, Jumlah Anak, Pendapatan, x2_pangkat2

b. Dependent Variable: res_kuadrat

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	3.295	5	.659	1.866	.164[a]
	Residual	4.943	14	.353		
	Total	8.238	19			

a. Predictors: (Constant), X1X2, x1_pangkat2, Jumlah Anak, Pendapatan, x2_pangkat2

b. Dependent Variable: res_kuadrat

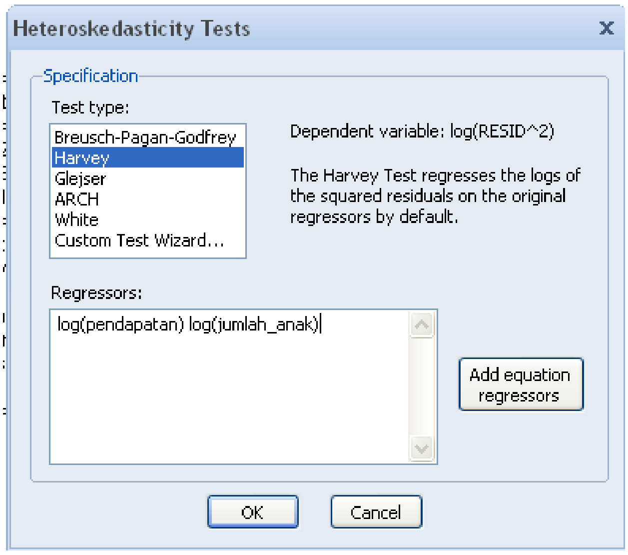
Coefficients[a]

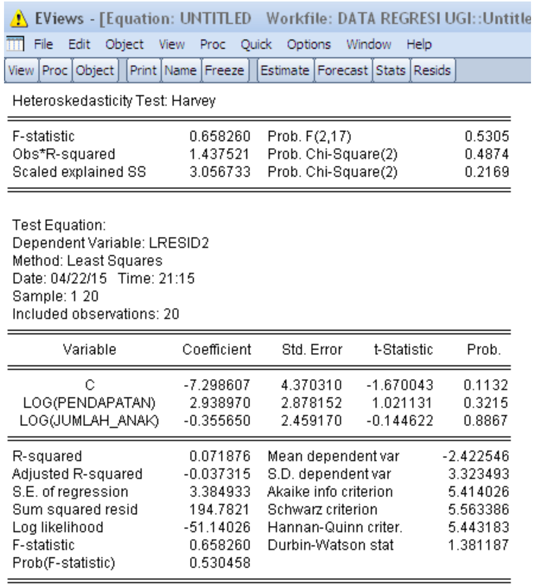
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	3.550	2.598		1.367	.193		
	Pendapatan	-.537	.661	-1.644	-.813	.430	.010	95.295
	Jumlah Anak	-1.115	.770	-2.323	-1.448	.170	.017	60.060
	x1_pangkat2	.080	.047	3.221	1.703	.111	.012	83.435
	x2_pangkat2	.242	.133	3.961	1.826	.089	.009	109.826
	X1X2	-.109	.102	-2.412	-1.068	.304	.008	119.093

a. Dependent Variable: res_kuadrat

Gambar 10.47

Untuk uji asumsi homoskedastisitas dengan uji Park, pilih *View* => *Residual Diagnostics* => *Heteroskedasticity Tests*, sehingga muncul kotak *Heteroskedasticity Tests* (Gambar 10.48). Pilih *Harvey*, pada *Regressors:* ketika **log(pendapatan) log(jumlah_anak)**. Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 10.49.





Gambar 10.48 **Gambar 10.49**

Gambar 10.50 merupakan hasil uji Park berdasarkan SPSS.

Coefficients[a]

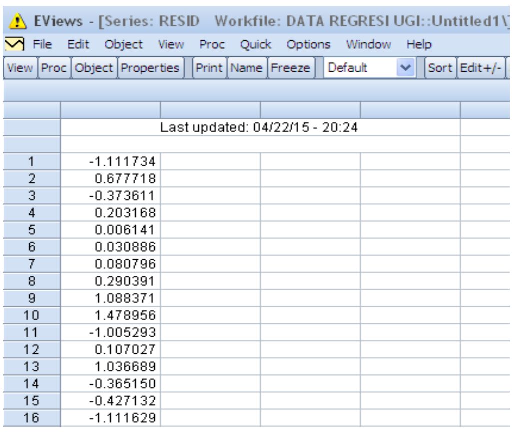
Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	-7.299	4.370		-1.670	.113
	lnX1	2.939	2.878	.289	1.021	.322
	lnX2	-.356	2.459	-.041	-.145	.887

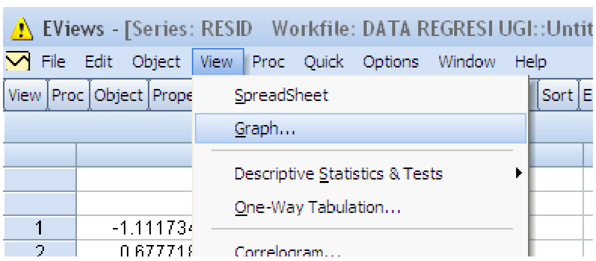
a. Dependent Variable: ln_kuadrat_RES1

Gambar 10.50

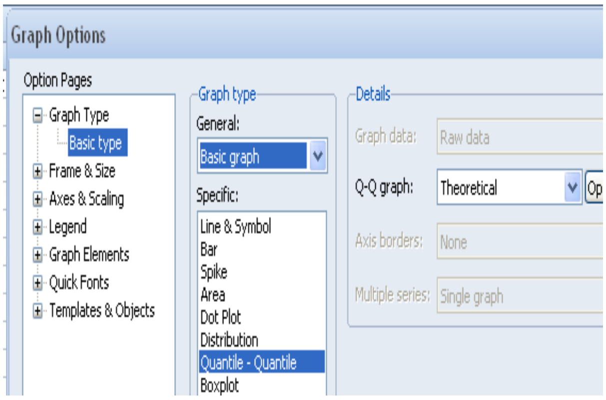
Uji Asumsi Normalitas dengan Q-Q Plot

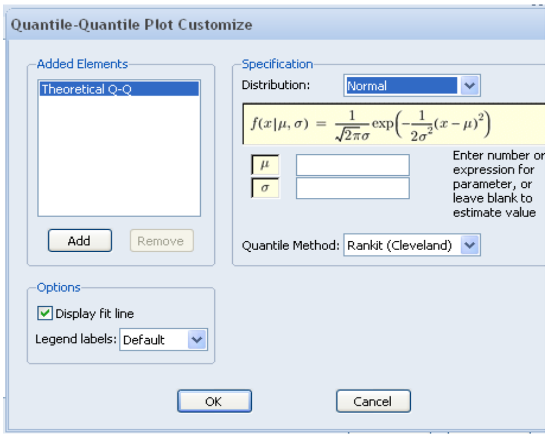
Gambar 10.51 menyajikan nilai residual. Untuk uji asumsi normalitas dengan *Q-Q Plot*, pilih *View* => *Graph*...(Gambar 10.52), sehingga muncul kotak *Graph Options* (Gambar 10.53). Pada Gambar 10.53, pilih *Quantile-Quantile* dan pada *Q-Q graph:* pilih *Theoretical*. Pada Gambar 10.54, atur menjadi *Normal*, pada *Distributions:*.





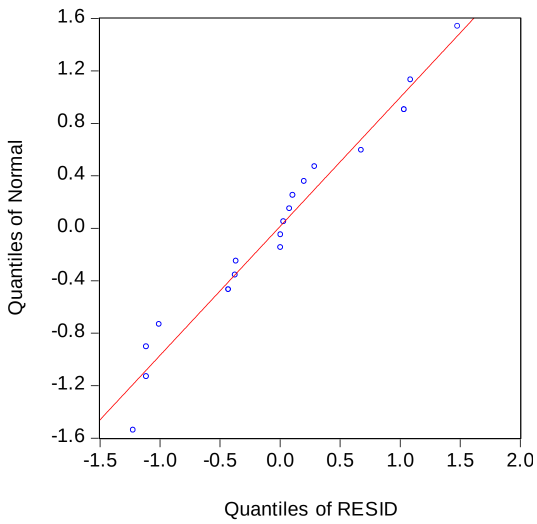
Gambar 10.51 **Gambar 10.52**





Gambar 10.53 **Gambar 10.54**

Kemudian pilih OK. Hasilnya seperti pada Gambar 10.55.



Gambar 10.55

INTERPRETASI OUTPUT EVIEWS

Asumsi Normalitas Error

Pengujian asumsi normalitas *error* akan diuji dengan pendekatan analisis grafik, yakni *Q-Q plot* (Gambar 10.55). Gambar 10.55 merupakan *output* dari EViews. Pada *Q-Q plot* (Gambar 10.55), titik-titik menyebar cukup dekat pada garis diagonal, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas dipenuhi.

Pada pengujian asumsi normalitas *error* dengan pendekatan analisis grafik *Q-Q plot*, disimpulkan bahwa asumsi normalitas *error* dipenuhi. Berikut akan digunakan pendekatan uji Jarque-Bera untuk menguji asumsi normalitas *error*. Gambar 10.35 merupakan *output* EViews untuk uji normalitas dengan uji jarque-Bera. Diketahui nilai statistik dari uji Jarque-Bera adalah 0,603823. Gambar 10.56 merupakan perhitungan nilai kritis chi-kuadrat dengan bantuan *Microsoft Excel*. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ statistik\ JB \leq \chi^2_{kritis}\ , H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ statistik\ JB > \chi^2_{kritis}\ , H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Karena nilai statistik dari uji Jarque-Bera, yakni 0,603823, lebih kecil dibandingkan nilai kritis chi-kuadrat, yakni 5,991, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas *error* dipenuhi. Dengan pendekatan probabilitas, diketahui nilai probabilitas, yakni 0,739403 lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi, yakni 0,05. Maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas *error* dipenuhi.

C2 =CHIINV(B2,A2)

	A	B	C
1	df	tingkat signifikansi	nilai kritis chi-kuadrat
2	2	0.05	5.991464547

Gambar 10.56

Asumsi Tidak Terjadi Multikolinearitas

Untuk mendeteksi apakah terindikasi terjadi gejala multikolinearitas, dapat digunakan pendekatan matriks korelasi dari variabel bebas. Jika terdapat nilai korelasi di atas 0,8 antar variabel bebas, maka diindikasi terjadi multikolinearitas. Gujarati (2003:359) menyatakan sebagai berikut.

"*Another suggested rule of thumb is that if the pair-wise or zero-order correlation coefficient between two regressors is high, say, in excess of 0,8, then multicolinearity is a serious problem*".

Output EViews untuk uji asumsi tidak terjadi multikolinearitas disajikan pada Gambar 10.38. Berdasarkan Gambar 10.38, dapat dilihat bahwa nilai korelasi antara **Pendapatan** dan **Jumlah Anak** adalah 0,56, yang mana tidak lebih dari 0,8.

EViews - [Equation: UNTITLED Workfile: DATA REGRESI UGI::Untitled

Dependent Variable: PENGELUARAN
Method: Least Squares
Date: 04/22/15 Time: 20:16
Sample: 1 20
Included observations: 20

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PENDAPATAN	0.265841	0.114497	2.321809	0.0329
JUMLAH_ANAK	0.590938	0.168099	3.515419	0.0027
C	1.090953	0.671823	1.623868	0.1228

R-squared	0.698578	Mean dependent var	5.015000
Adjusted R-squared	0.663116	S.D. dependent var	1.431699
S.E. of regression	0.830983	Akaike info criterion	2.605066
Sum squared resid	11.73905	Schwarz criterion	2.754425
Log likelihood	-23.05066	Hannan-Quinn criter.	2.634222
F-statistic	19.69963	Durbin-Watson stat	1.924282
Prob(F-statistic)	0.000037		

Gambar 10.57

Asumsi Non-Autokorelasi

Untuk menguji asumsi independensi dari *error* atau non-autokorelasi, dapat digunakan uji Durbin-Watson. Nilai statistik dari uji Durbin-Watson yang lebih kecil dari 1 atau lebih besar dari 3 diindikasi terjadi autokorelasi. Field (2009:220-221) menyatakan sebagai berikut.

"The size of the Durbin-Watson statistic depends upon the number of predictors in the model and the number of observations. For accuracy, you should look up the exact acceptable values in Durbin and Watson's (1951) original paper. As very conservative rule of thumb, values less then 1 or greater than 3 are definitely cause for concern; however, values closer to 2 may stil be problematic depending on your sample and model".

Gambar 10.57 merupakan *output* EViews yang menyajikan nilai statistik dari uji Durbin-Watson. Diketahui nilai statistik dari uji Durbin-Watson adalah 1,924282, yang mana nilai tersebut berada di antara 1 dan 3. Maka disimpulkan bahwa asumsi non-autokorelasi dipenuhi atau tidak tejadi autokorelasi.

Asumsi Homoskedastisitas

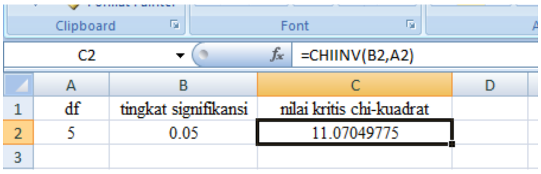
Asumsi homoskedastisitas menyatakan terjadi kesamaan varians dari *error* (*errors with constant variance*) untuk setiap tingkatan atau level dari variabel-variabel bebas. Ketika asumsi homoskedastisitas tidak dipenuhi, maka peristiwa tersebut disebut heteroskedastisitas. Untuk mendeteksi terjadinya gejala heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan menggunakan uji Park, uji Glejser, dan uji White. Gambar 10.49 merupakan *output* EViews untuk uji asumsi homoskedastisitas dengan uji Park. Diketahui nilai probabilitas untuk koefisien regresi **LOG(PENDAPATAN)** dan **LOG(JUMLAH_ANAK)** masing-masing adalah 0,3215 dan 0,8867, yang mana keduanya tidak signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 0,05. Maka disimpulkan bahwa asumsi homoskedastisitas dipenuhi.

Gambar 10.42 merupakan *output* EViews untuk uji asumsi homoskedastisitas dengan uji Glejser. Diketahui nilai probabilitas untuk koefisien regresi **PENDAPATAN** dan **JUMLAH_ANAK** masing-masing adalah 0,1210 dan 0,9846, yang mana keduanya tidak signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 0,05. Maka disimpulkan bahwa asumsi homoskedastisitas dipenuhi.

Gambar 10.46 merupakan *output* EViews untuk uji asumsi homoskedastisitas dengan uji White. Berikut hasil kali antara nilai koefisien determinasi (*R-Squared*) dan ukuran sampel (*sample size*).

$$0{,}399973 \times 20 = 7{,}99946.$$

Selanjutnya akan dihitung nilai kritis chi-kuadrat dengan nilai derajat bebas 5 dengan bantuan *software Microsoft Excel* (Gambar 10.58). Diketahui nilai kritis chi-kuadrat adalah 11,07. Perhatikan bahwa karena hasil kali antara nilai koefisien determinasi (*R-Squared*) dan ukuran sampel (*sample size*), yakni 7,99946, lebih kecil dibandingkan nilai kritis chi-kuadrat, yakni 11,07, maka disimpulkan bahwa hipotesis nol diterima, yakni tidak terjadi heteroskedastisitas.



Gambar 10.58

Mengukur Kecocokkan Model Regresi Linear Berganda terhadap Data dengan Koefisien Determinasi (r^2)

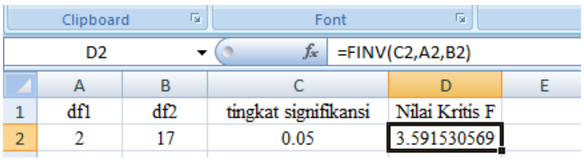
Berdasarkan Gambar 10.33, diketahui nilai koefisien determinasi (*R-Squared*) 0,698578. Nilai tersebut dapat diinterpretasikan sebagai variabel pendapatan dan jumlah anak mampu menjelaskan atau menerangkan *variation* variabel pengeluaran sebesar 69,86%, sisanya sebesar 30,14% dijelaskan oleh variabel-variabel lain.

Menguji Signifikansi Kecocokkan Model Regresi Linear terhadap Data dengan Uji F

Berdasarkan Gambar 10.33, diketahui nilai statistik dari uji F adalah 19,69.

$$df1 = Derajat\ bebas\ pembilang = k - 1 = 3 - 1 = 2.$$
$$df2 = Derajat\ bebas\ penyebut = n - k = 20 - 3 = 17.$$

Berikut perhitungan nilai kritis F (F tabel) berdasarkan *Microsoft Excel* (Gambar 10.59).



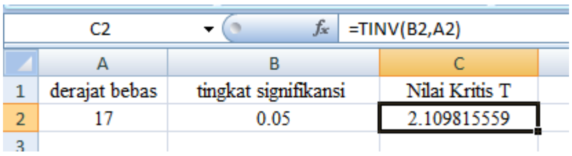
Gambar 10.59

Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji F, yakni 19,69 lebih besar dibandingkan nilai kritis F, yakni 3,591, maka disimpulkan bahwa pengaruh simultan atau bersama-sama dari variabel bebas pendapatan dan jumlah anak terhadap pengeluaran signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 5%.

Selain pendekatan nilai kritis, dapat juga digunakan pendekatan nilai probabilitas. Berdasarkan Gambar 10.33, diketahui nilai probabilitas dari nilai statistik dari uji F (*Prob(F-statistic)*) adalah 0,000037. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka disimpulkan bahwa pengaruh simultan atau bersama-sama dari variabel bebas pendapatan dan jumlah anak terhadap pengeluaran signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 5%.

Uji Signifikansi Koefisien Regresi Secara Individu dengan Uji t

Berikut akan ditentukan apakah faktor pendapatan mempengaruhi pengeluaran secara signifikan (signifikan secara statistik), dengan mengontrol pengaruh jumlah anak. *Output* EViews untuk uji signifikansi koefisien regresi populasi secara individu dengan uji t disajikan pada Gambar 10.33. Berdasarkan Gambar 10.33, nilai statistik dari uji t untuk variabel pendapatan adalah 2,3218. Nilai kritis t dengan derajat bebas $n - k = 20 - 3 = 17$ dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}110$.



C2 =TINV(B2,A2)

	A	B	C
1	derajat bebas	tingkat signifikansi	Nilai Kritis T
2	17	0.05	2.109815559
3			

Gambar 10.60

Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji t.

$$Jika\ |t_{hitung}| \leq |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| > |t_{kritis}|$, yakni $2{,}3128 > 2{,}110$, maka disimpulkan bahwa faktor pendapatan mempengaruhi pengeluaran secara signifikan (signifikan secara statistik), dengan mengontrol pengaruh jumlah anak. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t berdasarkan variabel pendapatan adalah 0,0329. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka disimpulkan bahwa faktor pendapatan mempengaruhi pengeluaran secara signifikan (signifikan secara statistik), dengan mengontrol pengaruh jumlah anak.

Diketahui nilai koefisien regresi untuk variabel pendapatan adalah 0,266. Nilai tersebut dapat diinterpretasikan ketika pendapatan bertambah Rp.1 juta, maka secara rata-rata (*on average*) pengeluaran meningkat sebesar Rp.266.000, ketika pengaruh dari jumlah anak dipertahankan konstan. Selanjutnya akan ditentukan apakah faktor jumlah anak mempengaruhi pengeluaran secara signifikan (signifikan secara statistik), dengan mengontrol pengaruh pendapatan. Berdasarkan Gambar 10.33, nilai statistik dari uji t untuk variabel jumlah anak adalah 3,515. Nilai kritis t dengan derajat bebas $n - k = 20 - 3 = 17$ dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}110$. Perhatikan bahwa karena $|t_{hitung}| > |t_{kritis}|$, yakni $3{,}515 > 2{,}110$, maka disimpulkan bahwa faktor jumlah anak mempengaruhi pendapatan secara signifikan (signifikan secara statistik), dengan mengontrol pengaruh pendapatan. Nilai probabilitas (*Sig*) dari uji t berdasarkan variabel jumlah anak adalah 0,0027. Karena nilai probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$, maka disimpulkan bahwa faktor jumlah anak mempengaruhi pengeluaran secara signifikan (signifikan secara statistik), dengan mengontrol pengaruh pendapatan.

Diketahui nilai koefisien regresi untuk variabel jumlah anak adalah 0,59. Nilai tersebut dapat diinterpretasikan ketika jumlah anak bertambah satu, maka secara rata-rata (*on average*) pengeluaran meningkat sebesar Rp.590.000, ketika pengaruh dari pendapatan dipertahankan konstan. Perhatikan bahwa variabel jumlah anak memberikan kontribusi yang terbesar terhadap kenaikkan pengeluaran dalam suatu keluarga.

SHARE

[1] Misalkan diberikan data sebagai berikut.

Tabel 10.1

X_1	X_2	Y
10	9,5	3,01
12	11	3,15
9	9	2,9
10	10	3,1
8	8	2,7
11	12	3,25
15	13	3,6
17	14	3,7
16	13,5	3,65
10	11	3,15

Andaikan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas, sedangkan Y sebagai variabel tak bebas. Bentuk umum dari persamaan regresi linear berganda (sampel) dengan dua variabel bebas sebagai berikut.

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2.$$

➔Menghitung koefisien regresi $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1$, dan $\hat{\beta}_2$.

Berdasarkan data pada Tabel 10.1, berikut akan dihitung koefisien regresi $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1$, dan $\hat{\beta}_2$. Berikut rumus untuk menghitung nilai $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$.

$$p = n\sum X_1 Y - \sum X_1 \sum Y$$

$$q = n\sum X_2^2 - \left(\sum X_2\right)^2$$

$$r = n\sum X_1 X_2 - \sum X_1 \sum X_2$$

$$s = n\sum X_2 Y - \sum X_2 \sum Y$$

$$t = n\sum X_1^2 - \left(\sum X_1\right)^2$$

$$u = tq - r^2.$$

Sehingga $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1$, dan $\hat{\beta}_2$ dihitung dengan rumus

$$\hat{\beta}_1 = \frac{pq - rs}{u}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{st - pr}{u}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum Y - \hat{\beta}_1 \sum X_1 - \hat{\beta}_2 \sum X_2}{n}$$

Tabel 10.2

	X_1	X_2	Y	X_1Y	X_2Y	X_1X_2	X_1^2	X_2^2	Y^2
	10	9,5	3,01	30,1	28,595	95	100	90,25	9,0601
	12	11	3,15	37,8	34,65	132	144	121	9,9225
	9	9	2,9	26,1	26,1	81	81	81	8,41
	10	10	3,1	31	31	100	100	100	9,61
	8	8	2,7	21,6	21,6	64	64	64	7,29
	11	12	3,25	35,75	39	132	121	144	10,5625
	15	13	3,6	54	46,8	195	225	169	12,96
	17	14	3,7	62,9	51,8	238	289	196	13,69
	16	13,5	3,65	58,4	49,275	216	256	182,25	13,3225
	10	11	3,15	31,5	34,65	110	100	121	9,9225
Total	118	111	32,21	389,15	363,47	1363	1480	1268,5	104,75
Rata-rata	11,8	11,1	3,221	38,915	36,347	136,3	148	126,85	10,475

$$p = n\sum X_1Y - \sum X_1 \sum Y = 10(389{,}15) - (118)(32{,}21) = 90{,}72$$

$$q = n\sum X_2^2 - \left(\sum X_2\right)^2 = 10(1268{,}5) - (111)^2 = 364$$

$$r = n\sum X_1X_2 - \sum X_1 \sum X_2 = (10)(1363) - (118)(111) = 532$$

$$s = n\sum X_2Y - \sum X_2 \sum Y = (10)(363{,}47) - (111)(32{,}21) = 59{,}39$$

$$t = n\sum X_1^2 - \left(\sum X_1\right)^2 = (10)(1480) - (118)^2 = 876$$

$$u = tq - r^2 = (876)(364) - (532)^2 = 35840$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{pq - rs}{u}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{(90{,}72)(364) - (532)(59{,}39)}{35840}$$

$$\hat{\beta}_1 = 0{,}039804688 \; atau \; 0{,}04.$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{st - pr}{u}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(59{,}39)(876) - (90{,}72)(532)}{35840} = 0{,}104983259\ atau\ 0{,}105.$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum Y - \hat{\beta}_1 \sum X_1 - \hat{\beta}_2 \sum X_2}{n}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{32{,}21 - (0{,}0398)(118) - (0{,}105)(111)}{10}$$

$$\hat{\alpha} = 1{,}585990513\ atau\ 1{,}586.$$

Maka diperoleh persamaan regresi linear berganda

$$\hat{Y} = 1{,}585990513 + 0{,}039804688X_1 + 0{,}104983259X_2.$$

Tabel 10.3 menyajikan nilai $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}_1$, dan $\hat{\beta}_2$ berdasarkan perhitungan SPSS.

Tabel 10.3

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients
		B	Std. Error	Beta
1	(Constant)	1.586	.116	
	X1	.040	.016	.372
	X2	.105	.024	.633

a. Dependent Variable: Y

Nilai pada kolom *B* untuk *constant*, X1 dan X2 masing-masing adalah 1,586, 0,040, dan 0,105.

➔Menghitung koefisien determinasi.

Selanjutnya akan dihitung nilai koefisien determinasi (r^2) atau *R-Square*. Berikut rumus untuk menghitung nilai koefisien determinasi.

Tabel 10.4

	Y	$\hat{Y}$	$\hat{Y} - \bar{Y}$	$(\hat{Y} - \bar{Y})^2$	$Y - \bar{Y}$	$(Y - \bar{Y})^2$
	3,01	2,981378	-0,168621652	0,057418536	-0,211	0,044521
	3,15	3,218463	0,068462612	0,000006	-0,071	0,005041
	2,9	2,889082	-0,260917969	0,110169538	-0,321	0,103041
	3,1	3,03387	-0,116130022	0,035017645	-0,121	0,014641
	2,7	2,744294	-0,405705915	0,22724853	-0,521	0,271441
	3,25	3,283641	0,133641183	0,003923918	0,029	0,000841
	3,6	3,547843	0,397843192	0,106826472	0,379	0,143641
	3,7	3,732436	0,582435826	0,261566604	0,479	0,229441
	3,65	3,64014	0,490139509	0,175677928	0,429	0,184041
	3,15	3,138853	-0,011146763	0,006748091	-0,071	0,005041
Total	32,21			0,984603262		1,00169
Rata-Rata	3,221					

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

$$r^2 = \frac{0{,}984603262}{1{,}00169}$$

$$r^2 = 0{,}9829425.$$

Tabel 10.5 menyajikan nilai koefisien determinasi atau *R-Square* berdasarkan perhitungan SPSS.

Tabel 10.5

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.991[a]	.983	.978	.04941	2.774

➔Menghitung *standard error* dari estimasi.

Selanjutnya akan dihitung nilai *standard error* dari estimasi (s). Berikut rumus untuk menghitung *standard error* dari estimasi.

$$s = \sqrt{\frac{\sum(Y - \hat{Y})^2}{n-k}}\ atau\ \sqrt{\frac{\sum(Y - \hat{Y})^2}{n-3}}.$$

Perhatikan bahwa k menyatakan jumlah variabel. Nilai k adalah 3, karena jumlah variabel sebanyak 3, yakni X_1,X_2, dan Y.

$$s = \sqrt{\frac{0.0170863}{10-3}}$$

$$s = 0{,}04940547.$$

Tabel 10.6

	Y	$\hat{Y}$	$Y - \hat{Y}$	$(Y - \hat{Y})^2$
	3,01	2,981378	0,028622	0,000819
	3,15	3,218463	-0,06846	0,004687
	2,9	2,889082	0,010918	0,000119
	3,1	3,03387	0,06613	0,004373
	2,7	2,744294	-0,04429	0,001962
	3,25	3,283641	-0,03364	0,001132
	3,6	3,547843	0,052157	0,00272
	3,7	3,732436	-0,03244	0,001052
	3,65	3,64014	0,00986	0,0001
	3,15	3,138853	0,011147	0,000124
Total	32,21			0,0170863

Tabel 10.7 menyajikan nilai *standard error* dari estimasi berdasarkan perhitungan SPSS.

Tabel 10.7

Kolom *Std. Error of the estimate* menyajikan nilai *standard error* dari estimasi.

Model Summary[b]

Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
.983	.978	.04941	2.774

➔Menghitung *standard error* dari koefisien regresi.

Selanjutnya akan dihitung *standard error* dari koefisien regresi $\hat{\beta}_1$ (dilambangkan dengan $s_{\hat{\beta}_1}$) dan $\hat{\beta}_2$ (dilambangkan dengan $s_{\hat{\beta}_2}$). Berikut rumus untuk menghitung $s_{\hat{\beta}_1}$ dan $s_{\hat{\beta}_2}$.

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{s\sqrt{\sum(X_2-\bar{X}_2)^2}}{\left[\sqrt{(\sum(X_1-\bar{X}_1)^2)(\sum(X_2-\bar{X}_2)^2)-(\sum(X_1-\bar{X}_1)(X_2-\bar{X}_2))^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = \frac{s\quad\sqrt{\sum(X_1-\bar{X}_1)^2}}{\left[\sqrt{(\sum(X_1-\bar{X}_1)^2)(\sum(X_2-\bar{X}_2)^2)-(\sum(X_1-\bar{X}_1)(X_2-\bar{X}_2))^2}\right]}.$$

Berikut perhitungan nilai $s_{\hat{\beta}_1}$ dan $s_{\hat{\beta}_2}$.

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{s\sqrt{\sum(X_2-\bar{X}_2)^2}}{\left[\sqrt{(\sum(X_1-\bar{X}_1)^2)(\sum(X_2-\bar{X}_2)^2)-(\sum(X_1-\bar{X}_1)(X_2-\bar{X}_2))^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{0{,}04940547\sqrt{36{,}4}}{\left[\sqrt{(87{,}6)(36{,}4)-(53{,}2)^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{0{,}2980751}{18{,}93146}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = 0{,}015744962.$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = \frac{s\sqrt{\sum(X_1-\bar{X}_1)^2}}{\left[\sqrt{(\sum(X_1-\bar{X}_1)^2)(\sum(X_2-\bar{X}_2)^2)-(\sum(X_1-\bar{X}_1)(X_2-\bar{X}_2))^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = \frac{0{,}04940547\sqrt{87{,}6}}{\left[\sqrt{(87{,}6)(36{,}4)-(53{,}2)^2}\right]}$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = \frac{0{,}46240986}{18{,}93146}$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = 0{,}024425472.$$

Tabel 10.9 menyajikan nilai $s_{\hat{\beta}_1}$ dan $s_{\hat{\beta}_2}$ berdasarkan perhitungan SPSS.

Tabel 10.8

	X_1	X_2	$(X_1 - \bar{X}_1)^2$	$(X_2 - \bar{X}_2)^2$	$\left((X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2)\right)$
	10	9,5	3,24	2,56	2,88
	12	11	0,04	0,01	-0,02
	9	9	7,84	4,41	5,88
	10	10	3,24	1,21	3,9204
	8	8	14,44	9,61	1,98
	11	12	0,64	0,81	11,78
	15	13	10,24	3,61	-0,72
	17	14	27,04	8,41	6,08
	16	13,5	17,64	5,76	15,08
	10	11	3,24	0,01	10,08
Total	118	111	87,6	36,4	53,2
Rata-Rata	11,8	11,1	8,76	3,64	5,32

Tabel 10.9

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients				
		B	Std. Error	Beta	t			
1	(Constant)	1.586	.116		13.7[illegible]	[illegible]		
	X1	.040	.016	.372	2.528	.039	.112	8.897
	X2	.105	.024	.633	4.298	.004	.112	8.897

Kolom *Std. Error* menyajikan nilai $s_{\hat{\beta}_1}$ dan $s_{\hat{\beta}_2}$.

➔ Uji signifikansi koefisien regresi β_1 dan β_2.

Untuk menentukan apakah koefisien regresi populasi β signifikan atau tidak, maka perlu dihitung terlebih dahulu nilai statistik dari uji t berdasarkan koefisien regresi (sampel) $\hat{\beta}$. Berikut perhitungan untuk menentukan nilai statistik dari uji t berdasarkan koefisien regresi $\hat{\beta}_1$.

$$t_{\hat{\beta}_1} = \frac{\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)}{S_{\hat{\beta}_1}}$$

$$t_{\hat{\beta}_1} = \frac{0{,}039804688 - 0}{0{,}015744962}$$

$$t_{\hat{\beta}_1} = 2{,}52809$$

$$t_{\hat{\beta}_2} = \frac{\left(\hat{\beta}_2 - \beta_2\right)}{S_{\hat{\beta}_2}}$$

$$t_{\hat{\beta}_2} = \frac{0{,}104983259 - 0}{0{,}024425472}$$

$$t_{\hat{\beta}_2} = 4{,}298106.$$

Tabel 10.10 merupakan *output* SPSS yang menyajikan nilai statistik dari uji t berdasarkan koefisien regresi (sampel) $\hat{\beta}$.

Tabel 10.10

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta	t			
1	(Constant)	1.586	.116		13.723			
	X1	.040	.016	.372	2.528			
	X2	.105	.024	.633	4.298	.004	.112	8.897

Kolom t menyajikan nilai $t_{\hat{\beta}_1}$ dan $t_{\hat{\beta}_2}$.

➔Menghitung korelasi parsial antara X_1 dan Y, dengan mengontrol pengaruh X_2. Menghitung korelasi parsial antara X_2 dan Y, dengan mengontrol pengaruh X_1.

Berikut akan dihitung korelasi parsial antara X_1 dan Y dengan mengontrol pengaruh X_2 dan korelasi parsial antara X_2 dan Y dengan mengontrol pengaruh X_1. Namun sebelumnya akan dihitung korelasi sederhana antara Y dan X_1, Y dan X_2, serta X_1 dan X_2.

$$r_{YX_1} = \frac{n\sum YX_1 - \sum Y \sum X_1}{\sqrt{\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]\left[n\sum {X_1}^2 - (\sum X_1)^2\right]}}$$

$$r_{YX_2} = \frac{n\sum YX_2 - \sum Y \sum X_2}{\sqrt{\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]\left[n\sum {X_2}^2 - (\sum X_2)^2\right]}}$$

$$r_{X_1X_2} = \frac{n\sum X_1X_2 - \sum X_1 \sum X_2}{\sqrt{\left[n\sum X_1^2 - (\sum X_1)^2\right]\left[n\sum {X_2}^2 - (\sum X_2)^2\right]}}.$$

Setelah nilai-nilai dari korelasi sederhana diperoleh, maka korelasi parsial dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$r_{YX_1,X_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2}r_{X_1X_2}}{\sqrt{\left(1 - r_{YX_2}^2\right)\left(1 - r_{X_1X_2}^2\right)}}$$

$$r_{YX_2,X_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1}r_{X_2X_1}}{\sqrt{\left(1 - r_{YX_1}^2\right)\left(1 - r_{X_2X_1}^2\right)}}$$

$$r_{X_1X_2,Y} = \frac{r_{X_1X_2} - r_{YX_2}r_{YX_1}}{\sqrt{\left(1 - r_{YX_1}^2\right)\left(1 - r_{YX_2}^2\right)}}.$$

Berdasarkan Tabel 10.2 diperoleh nilai-nilai sebagai berikut.

$\sum YX_1 = 389{,}15$ $\sum Y = 32{,}21$ $\sum X_1 = 118$ $\sum Y^2 = 104{,}75$
$\sum X_1^2 = 1480$ $\sum YX_2 = 363{,}47$ $\sum X_2 = 111$ $\sum X_2^2 = 1268{,}5$
$\sum X_1 X_2 = 1363$

Berikut perhitungan untuk nilai-nilai dari korelasi sederhana.

$$r_{YX_1} = \frac{n\sum YX_1 - \sum Y \sum X_1}{\sqrt{\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]\left[n\sum {X_1}^2 - (\sum X_1)^2\right]}}$$

$$r_{YX_1} = \frac{10 \times 389{,}15 - 32{,}21 \times 118}{\sqrt{[10 \times 104{,}75 - 32{,}21^2][10 \times 1480 - 118^2]}}$$

$$r_{YX_1} = \frac{90{,}72}{\sqrt{[10{,}0159][876]}}$$

$$r_{YX_1} = 0{,}9684658$$

$$r_{YX_2} = \frac{n\sum YX_2 - \sum Y \sum X_2}{\sqrt{\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]\left[n\sum {X_2}^2 - (\sum X_2)^2\right]}}$$

$$r_{YX_2} = \frac{10 \times 363{,}47 - 32{,}21 \times 111}{\sqrt{[10 \times 104{,}75 - 32{,}21^2][10 \times 1268{,}5 - 111^2]}}$$

$$r_{YX_2} = \frac{59{,}39}{\sqrt{[10{,}0159][364]}}$$

$$r_{YX_2} = 0{,}9835489$$

$$r_{X_1X_2} = \frac{n\sum X_1X_2 - \sum X_1 \sum X_2}{\sqrt{\left[n\sum X_1^2 - (\sum X_1)^2\right]\left[n\sum {X_2}^2 - (\sum X_2)^2\right]}}$$

$$r_{X_1X_2} = \frac{10 \times 1363 - 118 \times 111}{\sqrt{[10 \times 1480 - 118^2][10 \times 1268{,}5 - 111^2]}}$$

$$r_{X_1X_2} = \frac{532}{\sqrt{[876][364]}}$$

$$r_{X_1X_2} = 0{,}9421258.$$

Berikut perhitungan untuk nilai-nilai dari korelasi parsial.

$$r_{YX_1,X_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} r_{X_1X_2}}{\sqrt{\left(1 - r_{YX_2}^2\right)\left(1 - r_{X_1X_2}^2\right)}}$$

$$r_{YX_1,X_2} = \frac{0{,}9684658 - (0{,}9835489 \times 0{,}9421258)}{\sqrt{(1 - \ (0{,}9835489)^2)(1 - (0{,}9421258\ )^2)}}$$

$$r_{YX_1,X_2} = \ 0{,}6908474.$$

Berdasarkan perhitungan, nilai korelasi parsial r_{YX_1,X_2} adalah 0,691.

$$r_{YX_2,X_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} r_{X_2X_1}}{\sqrt{\left(1 - r_{YX_1}^2\right)\left(1 - r_{X_2X_1}^2\right)}}$$

$$r_{YX_2,X_1} = \frac{0{,}9835489 - (0{,}9684658)(0{,}9421258)}{\sqrt{(1 - \ (0{,}9685)^2)(1 - (0{,}9421\ )^2)}}$$

$$r_{YX_2,X_1} = 0{,}851590767.$$

Berdasarkan perhitungan, nilai korelasi parsial r_{YX_2,X_1} adalah 0,85159.

$$r_{X_1X_2,Y} = \frac{r_{X_1X_2} - r_{YX_2} r_{YX_1}}{\sqrt{\left(1 - r_{YX_1}^2\right)\left(1 - r_{YX_2}^2\right)}}$$

$$r_{X_1X_2,Y} = \frac{0{,}9421258 - (0{,}9835489)(0{,}9684658)}{\sqrt{(1 - \ (0{,}9684658)^2)(1 - \ (0{,}9835489)^2)}}$$

$$r_{X_1X_2,Y} = -0{,}23125166.$$

Berdasarkan perhitungan, nilai korelasi parsial $r_{X_1X_2,Y}$ adalah $-0{,}23125166$. Berikut disajikan nilai r_{X_1Y,X_2}, r_{X_2Y,X_1}, dan $r_{X_1X_2,Y}$ berdasarkan perhitungan SPSS (Tabel 10.11).

Tabel 10.11

Control Variables			X1	Y
X2	X1	Correlation	1.000	.691
		Significance (2-tailed)	.	.039
		df	0	7
	Y	Correlation	.691	1.000
		Significance (2-tailed)	.039	.
		df	7	0

Control Variables			Y	X2
X1	Y	Correlation	1.000	.852
		Significance (2-tailed)	.	.004
		df	0	7
	X2	Correlation	.852	1.000
		Significance (2-tailed)	.004	.
		df	7	0

Control Variables			X2	X1
Y	X2	Correlation	1.000	-.231
		Significance (2-tailed)	.	.549
		df	0	7
	X1	Correlation	-.231	1.000
		Significance (2-tailed)	.549	.
		df	7	0

➔Menghitung nilai statistik dari uji F untuk uji kecocokkan model terhadap data.

Selanjutnya akan dihitung nilai statistik dari uji F. Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji F.

$$F = \frac{\frac{r^2}{k-1}}{\frac{1-r^2}{n-k}}.$$

Sehingga nilai statistik dari uji F

$$F = \frac{\frac{0,982942}{3-1}}{\frac{1-0,982942}{10-3}}$$

$$F = 201,682.$$

Tabel 10.12 menyajikan nilai statistik dari uji F.

Tabel 10.12

Kolom F menyajikan nilai statistik dari uji F.

	Sum of		Mean Square	F	Sig.
		2	.492	201.689	.000[a]
		7	.002		
		9			

[2] Misalkan diberikan data sebagai berikut.

Tabel 10.13

Y	X_1	X_2
1	1	1
2	2	3
4	3	4
5	4	5
6	5	6
8	6	8
10	7	9
12	8	10

Berdasarkan data pada Tabel 10.13, misalkan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas, sedangkan Y sebagai variabel tak bebas. Berikut akan dihitung nilai VIF dari variabel bebas X_1 dan X_2.

➔Menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_1.

- ⇨ Untuk menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_1, terlebih dahulu membuat persamaan regresi linear dengan X_1 sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_2 sebagai variabel bebas.

$$\hat{X}_1 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_2 X_2.$$

Dengan menggunakan bantuan SPSS, diperoleh persamaan regresi sebagai berikut.

$$\hat{X}_1 = -0{,}015 + 0{,}785X_2.$$

Tabel 10.14

Perhatikan nilai pada kolom B.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-.015	.199		-.075	.943
	X2	.785	.031	.995	25.460	.000

⇨ Kemudian hitung nilai koefisien determinasi $r^2_{X_1,X_2}$. Setelah diperoleh nilai koefisien determinasi $r^2_{X_1,X_2}$, maka nilai VIF untuk variabel bebas X_1 dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$VIF\ X_1 = \frac{1}{\left(1 - r^2_{X_1,X_2}\right)}.$$

Dengan menggunakan bantuan SPSS, diperoleh $r^2_{X_1,X_2} = 0{,}99082892416$.

Tabel 10.15

$r^2_{X_1,X_2} = 0{,}99082892416$

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. E the Es
1	.995[a]	.991	.989	.253

Nilai VIF untuk variabel bebas X_1 adalah

$$VIF\ X_1 = \frac{1}{\left(1 - r^2_{X_1,X_2}\right)} = \frac{1}{(1 - 0{,}99082892416)} = 109{,}0384608.$$

➔Menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_2.

⇨ Untuk menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_2, terlebih dahulu membuat persamaan regresi linear dengan X_2 sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_1 sebagai variabel bebas.

$$\hat{X}_2 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1.$$

Dengan bantuan SPSS, diperoleh persamaan regresi sebagai berikut.

$$\hat{X}_2 = 0{,}071 + 1{,}262X_1.$$

Tabel 10.16

Perhatikan kolom B.

Model		Unstandardized Coefficients		Stan Coe		
		B	Std. Error			
1	(Constant)	.071	.250			
	X1	1.262	.050	.995	25.460	.000

a. Dependent Variable: X2

⇨ Hitung nilai koefisien determinasi $r^2_{X_2,X_1}$. Setelah diperoleh nilai koefisien determinasi $r^2_{X_2,X_1}$, maka nilai VIF untuk variabel bebas X_2 dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$VIF\ X_2 = \frac{1}{\left(1 - r^2_{X_2,X_1}\right)}.$$

Dengan bantuan SPSS diperoleh nilai koefisien determinasi $0{,}99082892416$.

Tabel 10.17

$r^2_{X_2,X_1} = 0{,}99082892416.$

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.995[a]	.991	.989	.321

a. Predictors: (Constant), X1

Maka nilai VIF untuk variabel bebas X_2 adalah

$$VIF\ X_2 = \frac{1}{\left(1 - r^2_{X_2,X_1}\right)} = \frac{1}{(1 - 0{,}99082892416)} = 109{,}0384608.$$

Tabel 10.18 menyajikan nilai VIF untuk masing-masing variabel bebas berdasarkan perhitungan SPSS.

Tabel 10.18

Perhatikan nilai-nilai pada kolom VIF.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-.962	.416		-2.313	.069		
	X1	1.596	.854	1.024	1.870	.120	.009	109.038
	X2	-.038	.673	-.031	-.057	.957	.009	109.038

a. Dependent Variable: Y

Tabel 10.19

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	100.596	2	50.298	179.144	.000[a]
	Residual	1.404	5	.281		
	Total	102.000	7			

Perhatikan bahwa nilai VIF untuk masing-masing variabel bebas sangat tinggi, yakni lebih dari 10, sehingga diindikasi telah terjadi multikolinearitas. Berdasarkan Tabel 10.19 menunjukkan hasil uji F signifikan, yang berarti bahwa paling tidak terdapat satu koefisien regresi signifikan. Namun pada Tabel 10.18 menunjukkan tidak terdapat satupun koefisien regresi yang signifikan (nilai *Sig* lebih besar dari 0,05). Di samping itu, hubungan antara variabel bebas X_2 dan variabel tak bebas Y bersifat positif, namun pada Tabel 10.18, nilai koefisien regresi untuk variabel X_2 bernilai negatif. Hal ini justru bertentangan. Sehingga disimpulkan bahwa memang benar-benar telah terjadi multikolinearitas.

[3] Menghitung nilai VIF untuk persamaan regresi linear berganda dengan tiga variabel bebas.

Misalkan dalam suatu persamaan regresi linear berganda terdiri dari tiga variabel bebas, yakni X_1, X_2, dan X_3, sedangkan Y merupakan variabel tak bebas. Nilai VIF untuk variabel bebas X_1, X_2, dan X_3 dihitung sebagai berikut.

➔Menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_1.

- ⇨ Untuk menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_1, terlebih dahulu membuat persamaan regresi linear dengan X_1 sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_2 dan X_3 sebagai variabel bebas, sehingga diperoleh persamaan regresi linear berganda sebagai berikut.

$$\hat{X}_1 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3.$$

- ⇨ Kemudian hitung nilai koefisien determinasi $r^2_{X_1,X_2X_3}$. Setelah diperoleh nilai koefisien determinasi $r^2_{X_1,X_2X_3}$, maka nilai VIF untuk variabel bebas X_1 dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$VIF\ X_1 = \frac{1}{\left(1 - r^2_{X_1,X_2X_3}\right)}.$$

➔Menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_2.

- ⇨ Untuk menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_2, terlebih dahulu membuat persamaan regresi linear dengan X_2 sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_1 dan X_3 sebagai variabel bebas, sehingga diperoleh persamaan regresi linear berganda sebagai berikut.

$$\hat{X}_2 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_3 X_3.$$

- ⇨ Kemudian hitung nilai koefisien determinasi $r^2_{X_2,X_1X_3}$. Setelah diperoleh nilai koefisien determinasi $r^2_{X_2,X_1X_3}$, maka nilai VIF untuk variabel bebas X_2 dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$VIF\ X_2 = \frac{1}{\left(1 - r^2_{X_2,X_1X_3}\right)}.$$

➔Menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_3.

- ⇨ Untuk menghitung nilai VIF dari variabel bebas X_3, terlebih dahulu membuat persamaan regresi linear dengan X_3 sebagai variabel tak bebas, sedangkan X_1 dan X_2 sebagai variabel bebas, sehingga diperoleh persamaan regresi linear berganda sebagai berikut.

$$\hat{X}_3 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2.$$

- ⇨ Kemudian hitung nilai koefisien determinasi $r^2_{X_3,X_1X_2}$. Setelah diperoleh nilai koefisien determinasi $r^2_{X_3,X_1X_2}$, maka nilai VIF untuk variabel bebas X_3 dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$VIF\ X_3 = \frac{1}{\left(1 - r^2_{X_3,X_1X_2}\right)}.$$

[4] Misalkan diberikan data sebagai berikut.

Tabel 10.20

Y	X_1	X_2
3.01	10	9.5
3.00	10	11
2.90	9	9
3.09	11	10
2.80	8	8
3.20	13	12
3.60	14	13
3.70	16	14
3.65	16	13.5
3.15	10	11
3.27	11.00	11.00
3.65	15.00	14.00
3.70	17.00	14.00
3.66	16.00	13.50
3.19	10.00	11.00

Berdasarkan data pada Tabel 10.20, misalkan Y merupakan variabel tak bebas, sedangkan X_1 dan X_2 merupakan variabel bebas. Berikut akan dihitung secara manual nilai statistik dari uji Durbin-Watson.

➔Membuat persamaan regresi linear berganda.

Berikut akan ditentukan persamaan regresi linear berganda berdasarkan data pada Tabel 10.20. Dengan menggunakan *software* SPSS diperoleh persamaan regresi linear berganda sebagai berikut.

$$\hat{Y} = 1.68301 + \ 0.04775X_1 + 0.08851X_2.$$

➔Menghitung nilai statistik dari uji Durbin-Watson.

Berikut akan dihitung nilai statistik dari uji Durbin-Watson (d).

Tabel 10.21

Y	X_1	X_2	$\hat{Y}$	$\hat{e} = Y - \hat{Y}$	$\hat{e}^2$	$\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1}$	$(\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2$
3.01	10	9.5	3.001355	0.008645	7.4736E-05		
3	10	11	3.13412	-0.13412	0.017988174	-0.142765	0.020381845
2.9	9	9	2.90935	-0.00935	8.74225E-05	0.12477	0.015567553
3.09	11	10	3.09336	-0.00336	1.12896E-05	0.00599	3.58801E-05
2.8	8	8	2.77309	0.02691	0.000724148	0.03027	0.000916273
3.2	13	12	3.36588	-0.16588	0.027516174	-0.19279	0.037167984
3.6	14	13	3.50214	0.09786	0.00957658	0.26374	0.069558788
3.7	16	14	3.68615	0.01385	0.000191823	-0.08401	0.00705768

	3.65	16	13.5	3.641895	0.008105	6.5691E-05	-0.005745	3.3005E-05
	3.15	10	11	3.13412	0.01588	0.000252174	0.007775	6.04506E-05
	3.27	11	11	3.18187	0.08813	0.007766897	0.07225	0.005220063
	3.65	15	14	3.6384	0.0116	0.00013456	-0.07653	0.005856841
	3.7	17	14	3.7339	-0.0339	0.00114921	-0.0455	0.00207025
	3.66	16	13.5	3.641895	0.018105	0.000327791	0.052005	0.00270452
	3.19	10	11	3.13412	0.05588	0.003122574	0.037775	0.001426951
Total	49.57	186	174.5	49.57165	-0.00165	0.068989245	0.047235	0.168058083

Nilai statistik dari uji Durbin-Watson dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{e}_t^2}$$

$$= \frac{0.168058083}{0.068989245}$$

$$= 2{,}436.$$

Berdasarkan perhitungan, diperoleh nilai statistik dari uji Durbin-Watson $2{,}436$. Berikut hasil perhitungan SPSS yang menyajikan nilai statistik dari uji Durbin-Watson.

Kolom Durbin-Watson menyajikan nilai statistik dari uji Durbin-Watson.

Tabel 10.22

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.976ª	.953	.945	.07582	2.436

[5] Mengenai ukuran sampel, Hair (2009:172) memberikan pertimbangan sebagai berikut.

"*Simple regression can be effective with a sample size of 20, but maintaining power 0,80 in multiple regression requires a minimum sample of 50 and preferably 100 observations for most research situations.*

*The **minimum ratio** of observations to variables is 5:1, but the preferred ratio is 15:1 or 20:1, which should increase when stepwise estimation is used.*

Maximizing the degrees of freedom improves generalizability and addressed both model parsimony and sample size concern".

Sedangkan Field (2009:222) menyatakan sebagai berikut.

"*Green (1991) makes two rules of thumb for the minimum acceptable sample size, the first based on whether you want to test the overall fit of your regression model (i.e. test the R^2), and the second based on whether you want to test the individual predictors within the model (i.e. test b-values of the model). If you want to test the model overall, then he recommends a minimum sample size of 50+8k, where k is the number of predictors. So, with five predictors,* *you'd need a sample size of 50+40=90. If you want to test the individual predictors then he suggests a minimum sample size of 104+k, so again taking the example of 5 predictors you'd need a sample size of 104+5=109. Of course, in most cases we're interested both in the overall fit and in the contribution of individual predictors, and in this situation Green recommends you calculate both of the minimum sample size I've just described, and use the one that has the largest value (so, in the five predictors example, we'd use 109 because it is bigger than 90)*".

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

4. Gujarati, D.N. 2003. *Basic Econometrics, 4th Edition*. New York: McGraw-Hill.

5. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

6. Johnson, R.A. dan D.W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

7. Malhotra, N.K. dan D.F. Birks. 2006. *Marketing Research, An Applied Approach, 2nd European Edition*. London: Prentice Hall.

8. Montgomery, D.C. dan G.C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

9. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

10. Supranto, J. 2004. Ekonometri, Buku Kedua. Jakarta: Ghalia Indonesia.

11. Supranto, J. 2005. Ekonometri, Buku Kesatu. Jakarta: Ghalia Indonesia.

BAB 11

REGRESI LOGISTIK

Sekilas Regresi Logistik

Dalam regresi linear, baik sederhana maupun berganda, variabel tak bebas bersifat metrik (interval atau rasio), sedangkan dalam regresi logistik, variabel tak bebas bersifat non-metrik (memiliki kategori). Pada regresi linear, variabel bebas bersifat metrik (interval atau rasio), sedangkan dalam regresi logistik, variabel bebas dapat bersifat metrik atau non-metrik atau kombinasi dari keduanya. Hair dkk. (2010:314) menyatakan sebagai berikut.

"*Logistic regression may be described as estimating the relationship between a single non-metric (binary) dependent variable and set of metric or non-metric independent variables, in this general form:*

$$\underset{(\textit{binary non-metric})}{Y_1} = \underset{(\textit{non-metric and metric})}{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n}$$"

Sejalan dengan Hair, Field (2009:265) menyatakan sebagai berikut.

"Logistic regression is multiple regression but with an outcome variable that is a categorical variable and predictors variables that are continuous or categorical".

Sebagai contoh aplikasi dari regresi logistik dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan seperti berikut.

- ⇨ Apakah seorang siswa diperkirakan memiliki peluang yang cukup besar untuk lulus ujian masuk perguruan tinggi negeri berdasarkan informasi jumlah jam belajar dalam sehari dan mengikuti kursus bimbingan belajar atau tidak di luar sekolah.

- ⇨ Apakah seorang responden diperkirakan memiliki peluang yang cukup besar untuk memilih presiden A berdasarkan informasi usia dan pekerjaannya.

- ⇨ Apakah seorang responden diperkirakan memiliki peluang yang cukup besar untuk terkena serangan jantung berdasarkan informasi jenis kelamin dan menghisap rokok atau tidak.

Pada regresi logistik, jika variabel tak bebas memiliki dua kategori, maka disebut regresi logistik biner (*binary regression logistic*). Namun, jika variabel tak bebas memiliki lebih dari dua kategori, maka disebut regresi logistik multinomial (*multinomial/polychotomous logistic regression*). Secara umum, persamaan regresi logistik sederhana (melibatkan satu variabel bebas) memiliki bentuk

$$\ln\left[\frac{P(y=1)}{1-P(y=1)}\right] = \alpha + \beta x.$$

Perhatikan bahwa $P(y = 1)$ menyatakan probabilitas terjadinya kejadian sukses (*success*), sedangkan $1 - P(y = 1)$ menyatakan probabilitas terjadinya kejadian gagal (*failure*). Rasio dari $\frac{P(y=1)}{1-P(y=1)}$ disebut dengan *odds*. Sebagai contoh misalkan $P(y = 1) = 0{,}8$, maka

$$\frac{P(y = 1)}{1 - P(y = 1)} = \frac{0{,}8}{1 - 0{,}8} = 4.$$

Nilai 4 tersebut dapat diartikan kejadian untuk terjadinya sukses 4 kali lebih mungkin (*as likely as*) dibandingkan untuk terjadinya gagal. Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 11.1. Berdasarkan data pada Tabel 11.1, pada variabel kelulusan, misalkan nilai 1 menyatakan lulus, sedangkan nilai 0 menyatakan tidak lulus. Probabilitas untuk lulus dengan menggunakan metode A adalah $\frac{1}{4}$, maka probabilitas untuk tidak lulus dengan menggunakan metode A adalah $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Nilai *odds* pada metode A adalah

$$\frac{P(y = 1)}{1 - P(y = 1)} = \frac{1/4}{1 - 1/4} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}.$$

Nilai $\frac{1}{3}$ tersebut dapat diartikan kejadian untuk lulus dengan menggunakan metode A $\frac{1}{3}$ kali lebih mungkin dibandingkan untuk tidak lulus. Dengan kata lain, kejadian untuk tidak lulus dengan menggunakan metode A 3 kali lebih mungkin dibandingkan untuk lulus. Probabilitas untuk lulus dengan menggunakan metode B adalah $\frac{3}{4}$, maka probabilitas untuk tidak lulus dengan menggunakan metode B adalah $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$. Maka nilai *odds* pada metode B adalah

$$\frac{P(y = 1)}{1 - P(y = 1)} = \frac{3/4}{1 - 3/4} = \frac{3/4}{1/4} = 3.$$

Nilai 3 tersebut menyatakan kejadian untuk lulus dengan menggunakan metode B 3 kali lebih mungkin dibandingkan untuk tidak lulus. Jika nilai *odds* pada metode B dibagi dengan nilai *odds* pada metode A, maka diperoleh

$$\frac{odds\ metode\ B}{odds\ metode\ A} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 9.$$

Nilai 9 dapat diinterpretasikan mahasiswa dengan menggunakan metode B untuk lulus 9 kali lebih mungkin dibandingkan dengan mahasiswa dengan menggunakan metode A. Nilai 9 tersebut disebut *odds ratio*.

Persamaan regresi logistik sederhana untuk probabilitas terjadinya sukses memiliki bentuk

$$P(y = 1) = \frac{e^{\alpha+\beta x}}{1 + e^{\alpha+\beta x}}.$$

Persamaan regresi logistik untuk probabilitas dapat digunakan untuk mengestimasi probabilitas atau kemungkinan terjadinya suatu variabel tak bebas.

Tabel 11.1

Responden	Kelulusan	Metode
1	1	A
2	0	A
3	0	A
4	0	A
5	1	B
6	1	B
7	1	B
8	0	B

Pada bab sebelumnya telah dibahas mengenai regresi linear. Pada regresi linear mengasumsikan *error* (e) berdistribusi normal dan memiliki nilai varians yang sama pada setiap tingkatan variabel bebas (*across levels of the independent variable*). *Error* merupakan selisih antara nilai variabel tak bebas (y) dengan nilai estimasi variabel tak bebas $(\hat{y})$. Namun asumsi normalitas dan varians yang konstan dari *error* (homoskedastisitas) tidak berlaku ketika nilai dari variabel tak bebas hanya memiliki dua kemungkinan nilai (*dichotomous outcome variable*) (Hosmer dan Lemeshow, 2000:7).

Lebih lanjut Hosmer dan Lemeshow (2000:7) mengemukakan pada kondisi variabel tak bebas hanya memiliki dua kemungkinan nilai (*dichotomous outcome variable*), nilai dari variabel tak bebas y ketika diberikan nilai variabel x dapat dinyatakan ke dalam persamaan

$$y = \pi(x) + e.$$

Berdasarkan persamaan $y = \pi(x) + e$, nilai e diasumsikan dapat terjadi (*may assume*) pada salah satu dari dua nilai yang mungkin. Jika $y = 1$ (misalkan 1 menyatakan kejadian sukses), maka

$$y = \pi(x) + e$$

$$1 = \pi(x) + e$$

$$e = 1 - \pi(x),$$

dengan probabilitas $\pi(x)$. Jika $y = 0$ (misalkan 0 menyatakan kejadian gagal), maka

$$y = \pi(x) + e$$

$$0 = \pi(x) + e$$

$$e = -\pi(x),$$

dengan probabilitas $1 - \pi(x)$. Perhatikan bahwa e memiliki distribusi dengan rata-rata (*mean*) nol, yakni

$$E(x) = \sum xf(x)$$

$$= \left[\left(1 - \pi(x)\right)\left(\pi(x)\right)\right] + \left[\left(-\pi(x)\right)\left(1 - \pi(x)\right)\right]$$

$$= [\pi(x) - \pi^2(x)] + [-\pi(x) + \pi^2(x)]$$

$$= 0,$$

dan varians $\pi(x)\big(1 - \pi(x)\big)$, yakni

$$Var(x) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \Big[\Big[\big(1-\pi(x)\big)^2\big(\pi(x)\big)\Big] + \Big[\big(-\pi(x)\big)^2\big(1-\pi(x)\big)\Big]\Big] - [0]^2$$

$$= \big[\big(1 - 2\pi(x) + \pi^2(x)\big)\big(\pi(x)\big)\big] + [\pi^2(x) - \pi^3(x)]$$

$$= \pi(x) - \pi^2(x)$$

$$= \pi(x)[1 - \pi(x)].$$

Perhatikan bahwa distribusi binomial menjelaskan atau menerangkan distribusi *error*. Hal ini berarti asumsi mengenai distribusi normal dari *error* tidak dikenakan pada penggunaan regresi logistik biner. Persamaan regresi logistik biner berganda memiliki bentuk umum

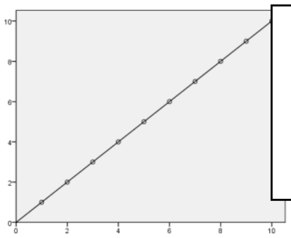
$$\ln\left(\frac{P(y=1)}{1-P(y=1)}\right) = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k,$$

dan persamaan regresi logistik biner berganda untuk probabilitas terjadinya sukses memiliki bentuk umum

$$P(y=1) = \frac{e^{\alpha+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\cdots+\beta_k x_k}}{1+e^{\alpha+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\cdots+\beta_k x_k}}.$$

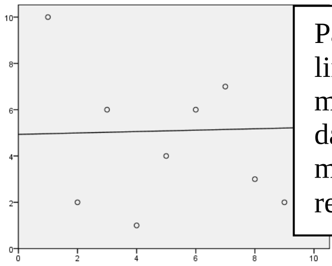
Mengukur Kecocokkan Model Regresi Logistik terhadap Data dengan Nagelkerke's $\mathbf{R^2_N}$

Dalam regresi linear, baik sederhana maupun berganda, koefisien determinasi (R^2) digunakan untuk mengukur kemampuan model regresi linear dalam mencocokkan atau menyesuaikan (*fits*) data. Jika koefisien determinasi dari model regresi linear bernilai 1, maka model tersebut menyesuaikan atau mencocokkan data secara sempurna (Gambar 11.1). Jika koefisien determinasi dari model regresi linear bernilai mendekati 0, maka model tersebut kurang baik dalam menyesuaikan atau mencocokkan data (Gambar 11.2).



Pada Gambar 11.1, model regresi linear secara sempurna dalam mencocokkan atau menyesuaikan data (titik-titik). Nilai koefisien determinasi bernilai 1.

Gambar 11.1



Pada Gambar 11.2, model regresi linear kurang baik dalam mencocokkan atau menyesuaikan data (titik-titik). Karena titik-titik menyebar cukup jauh dari model regresi linear.

Gambar 11.2

Dalam regresi logistik, dapat digunakan statistik *Nagelkerke's* R_N^2 untuk mengukur kemampuan model regresi logistik dalam mencocokkan atau menyesuaikan data. Dengan kata lain, nilai statistik dari *Nagelkerke's* R_N^2 dapat diinterpretasikan sebagai suatu nilai yang mengukur kemampuan variabel-variabel bebas dalam menjelaskan atau menerangkan *variation* variabel tak bebas. Sebagaimana Hair dkk. (2010:342) menyatakan sebagai berikut.

"*Just like its multiple regression counterpart, the logit R^2 value ranges from 0.0 to 1.0. As the proposed model increases model fit, the -2LL value decrease. A perfect fit has a -2LL value of 0.0 and a R_{LOGIT}^2 of 1.*

Two other measures are similar in design to the pseudo R^2 value and are generally categorized as pseudo R^2 measures as well. The Cox and Snell R^2 measure operates in the same manner, with higher values indicating greater model fit. However, this measure is limited in that it cannot reach the maximum value of 1, so Nagelkerke proposed a modification that had the range of 0 to 1. ***Both of these additional measures are interpreted as reflecting the amount of variation accounted for by the logistic model, with 1.0 indicating perfect model.***"

Tabel 11.2 menyajikan nilai statistik dari *Nagelkerke's* R_N^2.

Tabel 11.2

Kolom *Nagelkerke R Square* menyajikan nilai statistik dari *Nagelkerke's* R_N^2.

Model Summary

-2 Log likelihood	Cox & Snell R Square	Nagelkerke R Square
63.688ª	.374	.500

Menguji Kecocokkan Model Regresi Logistik terhadap Data dengan -2log-likelihood, Hosmer-Lemeshow, dan Pearson Chi-Square

Dalam regresi logisitik, hasil selisih statistik *-2log-likelihood* antara model regresi logistik yang menggunakan satu set variabel bebas dan model yang lebih sederhana (*simpler model*) dapat digunakan untuk mengetahui apakah model regresi logistik yang menggunakan satu set variabel bebas lebih baik dalam hal mencocokkan atau menyesuaikan data dibandingkan model regresi logistik yang sederhana. Jika statistik *-2log-likelihood* pada model regresi logistik yang menggunakan satu set variabel bebas lebih kecil dibandingkan model yang lebih sederhana, maka model regresi logistik yang menggunakan satu set variabel bebas lebih baik dalam hal mencocokkan data dibandingkan model yang lebih sederhana tersebut (Hair dkk., 2010:342; Agresti dan Finlay, 2009:499).

Tabel 11.3 menyajikan nilai statistik dari *-2log-likelihood* untuk model yang sederhana dan model yang menggunakan satu set variabel bebas.

Tabel 11.3

Block 0: Beginning Block

Iteration History[a,b,c]

Iteration		-2 Log likelihood	Coefficients Constant
Step 0	1	804.088	.866
	2	803.570	.927
	3	803.570	.928

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 0	Constant	.928	.085	117.808	1	.000	2.529

Variables not in the Equation

			Score	df	Sig.
Step 0	Variables	Korban	388.807	1	.000
		Hukuman	1.469	1	.226
	Overall Statistics		391.236	2	.000

Tabel 11.4

Block 1: Method = Enter

Iteration History[a,b,c,d]

Iteration		-2 Log likelihood	Coefficients Constant	Korban	Hukuman
Step 1	1	447.908	-1.588	3.261	-.363
	2	419.251	-2.066	4.312	-.707
	3	417.991	-2.170	4.578	-.856
	4	417.986	-2.175	4.595	-.868
	5	417.986	-2.175	4.595	-.868

Omnibus Tests of Model Coefficients

		Chi-square	df	Sig.
Step 1	Step	385.584	2	.000
	Block	385.584	2	.000
	Model	385.584	2	.000

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 1[a]	Korban	4.595	.314	214.784	1	.000	98.985
	Hukuman	-.868	.367	5.589	1	.018	.420
	Constant	-2.175	.264	67.973	1	.000	.114

a. Variable(s) entered on step 1: Korban, Hukuman.

Pada Tabel 11.3 untuk Tabel *Iteration History*, nilai statistik *-2log-likelihood* pada iterasi ketiga adalah 803,570. Nilai statistik *-2log-likelihood* tersebut merupakan nilai untuk model sederhana (belum melibatkan variabel bebas, yakni variabel bebas korban dan hukuman). Pada Tabel 11.4 untuk Tabel *Iteration History*, nilai statistik *-2log-likelihood* pada iterasi kelima adalah 417,986. Nilai statistik *-2log-likelihood* tersebut merupakan nilai untuk model regresi logistik yang melibatkan variabel bebas (telah melibatkan variabel bebas korban dan hukuman). Perhatikan bahwa nilai statistik *-2log-likelihood* pada model regresi logistik yang menggunakan variabel bebas lebih kecil dibandingkan model yang tidak melibatkan variabel bebas, sehingga model regresi logistik yang melibakan variabel bebas lebih baik dalam hal mencocokkan data.

Selanjutnya perhatikan bahwa nilai *Chi-square* pada *Step 1 (Step)* untuk Tabel *Omnibus Tests of Model Coefficients* (Tabel 11.4) diperoleh berdasarkan hasil selisih 803,570-417,986=385,584. Untuk menguji apakah model regresi logistik yang melibatkan variabel bebas signifikan secara statistika lebih baik dibandingkan model sebelumnya (model sederhana) dalam hal mencocokkan data, maka bandingkan nilai *Sig.* untuk *Step 1 (Step)* pada Tabel *Omnobus Tests of Model Coefficients*, yakni 0,000 terhadap tingkat signifikansi (α). Nilai *Sig.* disebut juga dengan nilai probabilitas. Jika nilai probabilitas lebih kecil dari tingkat signifikansi, maka disimpulkan bahwa model yang melibatkan variabel bebas signifikan secara statistika lebih baik dalam hal mencocokkan data dibandingkan model sederhana.

Sementara pada uji Hosmer-Lemeshow menguji signifikansi kecocokkan antara *predicted probabilities* (nilai probabilitas berdasarkan hasil prediksi) dan *observed probabilities* (nilai probabilitas pengamatan). Hipotesis nol menyatakan tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika antara *predicted probabilities* dan *observed probabilities*. Sementara hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika antara *predicted probabilities* dan *observed probabilities*. Diterimanya hipotesis nol dapat diartikan bahwa variabel-variabel bebas yang digunakan dalam model mampu memprediksi dengan baik *observed probabilities*. Meyers dkk. (2005:240-241) menyatakan sebagai berikut.

"*The Hosmer and Lemeshow test is another absolute measure to* ***assess whether the predicted probabilities match the observed probabilities****.* ***A researcher is seeking a non significant p value for this test because the goal of the research is to derive a set of independent variables (covariates) that will accurately predict the actual probabilities****. Thus, the researcher does not want to reject the null hypothesis. In this example, the goodness-of-fit statistic is 10.161,* ***distributed as a chi-square value,*** *with the p value of 0.180 indicating an acceptable match between predicted and observed probabilities.*"

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji Hosmer-Lemeshow terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ \chi^2_{Hosmer\ -Lemes\ how} \leq \chi^2_{kritis}\ , maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \chi^2_{Hosmer\ -Lemes\ how} > \chi^2_{kritis}\ , maka\ \ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pada uji Pearson *Chi-square* menguji signifikansi mengenai kecocokan model regresi logistik terhadap data. Hipotesis nol menyatakan model regresi logistik yang dihasilkan mampu mencocokan data dengan baik (*model fits the data well*). Sedangkan hipotesis alternatif menyatakan model regresi logistik yang dihasilkan tidak mampu mencocokan data dengan baik (Agresti dan Finlay, 2009:508-509). Agresti dan Finlay (2009:507-508) menyatakan sebagai berikut.

"T*wo chi-squared statistics, having similar properties, are commonly use to do this, the* ***Pearson statistic***

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

was introduced in Section 8.2 for testing independence. Another statistic, the ***likelihood-ratio statistic*** *is*

$$G^2 = 2 \sum f_o \log\left(\frac{f_o}{f_e}\right).$$

It equals the difference between the (-2log l) values for the model being tested and for the most complex model possible. Software for generalized linear models calls this statistic deviance. Both χ^2 and G^2 statistics equal 0 when there is a perfect fit (i.e., all fo=fe). Since large values indicate a poor fit, the P-value for testing a model is the right-tail probability above the observed value."

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji Pearson *Chi-square* terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ \chi^2_{Pearson\ \ Chi-square} \le \chi^2_{kritis}, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \chi^2_{Pearson\ \ Chi-square} > \chi^2_{kritis}, maka\ \ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji Hosmer-Lemeshow/Pearson *Chi-square*. Nilai probabilitas dari uji Hosmer-Lemeshow/Pearson *Chi-square* dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \ge tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 11.5 menyajikan nilai statistik dari uji Hosmer-Lemeshow dan Pearson *Chi-square*. Tabel 11.5 juga menyajikan nilai probabilitas dari uji Hosmer-Lemeshow dan Pearson *Chi-square*.

Tabel 11.5

Pada Tabel *Hosmer and Lemeshow Test*, kolom *Chi-square* menyajikan nilai statistik dari uji Hosmer-Lemeshow.

Hosmer and Lemeshow Test

ep	Chi-square	df	Sig.
	.198	2	.906

Goodness-of-Fit

	Chi-Square	df	Sig.
Pearson	8.967	17	.941
Deviance	11.255	17	.843

Pada Tabel *Goodness-of-Fit*, kolom *Pearson* menyajikan nilai statistik dari uji Pearson *Chi-square.*

Uji Signifikansi Koefisien Regresi Logistik Secara Individu (Uji Wald)

Dalam regresi linear, baik sederhana maupun berganda, uji t digunakan untuk menguji signifikansi dari koefisien regresi populasi (β_i) secara individu. Pada regresi logistik, uji signifikansi koefisien regresi populasi secara individu dapat diuji dengan uji Wald. Dalam uji Wald, statistik yang diuji adalah statistik Wald (*Wald statistic*). Nilai statistik dari uji Wald berdistribusi chi-kuadrat. Hipotesis nol dari uji Wald menyatakan koefisien regresi populasi signifikan secara statistika bernilai nol. Hal ini berarti pengaruh variabel bebas terhadap variabel tak bebas tidak signifikan secara statistika. Hipotesis alternatif menyatakan koefisien regresi populasi signifikan secara statistika berbeda dari nol. Dengan kata lain, pengaruh variabel bebas terhadap variabel tak bebas signifikan secara statistika (Field, 2009:269-270).

Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji Wald.

$$Statistik\ Wald = \frac{\hat{\beta}_i}{s_{\hat{\beta}_i}}.$$

Perhatikan bahwa $s_{\hat{\beta}_i}$ menyatakan *standard error* dari koefisien regresi $(\hat{\beta}_i)$. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, nilai statistik dari uji Wald dibandingkan dengan nilai kritis berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji Wald.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Wald \leq \chi^2_{kritis}, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ Wald > \chi^2_{kritis}, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji Wald. Berikut aturan pengambilan keputusan berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 11.6

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 1[a]	jam			6.799	3	.079	
	jam(1)	2.929	1.353	4.685	1	.030	18.718
	jam(2)	3.253	1.417	5.272	1	.022	25.881
	jam(3)	3.476	1.586	4.804	1	.028	32.337
	UTS	1.196	.593	4.062	1	.044	3.306
	Constant	-8.938	3.661	5.959	1	.015	.000

a. Variable(s) entered on step 1: jam, UTS.

Tabel 11.6 menyajikan nilai statistik dari uji Wald dan nilai probabilitas dari uji Wald. Berdasarkan Tabel 11.6 dapat diperiksa koefisien-koefisien regresi (β_i) manakah yang signifikan secara statistika berbeda dari 0. Untuk menentukan koefisien-koefisien regresi (β_i) yang signifikan secara statistika berbeda dari 0, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig.* untuk masing-masing koefisien regresi $(\hat{\beta}_i)$ dengan $\alpha = 0{,}05$. Jika nilai *Sig.* lebih kecil dari 0,05, maka koefisien regresi (β_i) signifikan secara statistika berbeda dari 0. Perhatikan bahwa nilai *Sig.* untuk **jam(1)**, **jam(2)**, **jam(3)**, dan **UTS** lebih kecil dari 0,05, maka koefisien-koefisien regresi dari **jam(1)**, **jam(2)**, **jam(3)**, dan **UTS** signifikan secara statistika berbeda dari 0.

Contoh Kasus dalam Regresi Logistik

Berikut diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan regresi logistik.

[1] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari dan hasil ujian tengah semester (UTS) matematika terhadap kelulusan ujian akhir semester (UAS) matematika. Data yang telah dikumpulkan disajikan pada Tabel 11.7.

Berdasarkan data pada Tabel 11.7, untuk variabel Jam, nilai 1 menyatakan seorang mahasiswa menggunakan waktu untuk belajar matematika dalam sehari 4-6 jam, nilai 2 menyatakan 7-9 jam dalam sehari, nilai 3 menyatakan 10-12 jam dalam sehari, dan nilai 4 menyatakan 13-15 jam dalam sehari. Seorang mahasiswa dengan nomor urut 2 menghabiskan waktu untuk belajar matematika dalam sehari 4-6 jam, memperoleh nilai UTS matematika 5, namun tidak lulus UAS matematika.

Tabel 11.7

Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS	Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS
1	0	1	5	11	0	2	5
2	0	1	5	12	0	2	5
3	0	1	5	13	0	2	6
4	0	1	5	14	1	2	6
5	0	1	5	15	1	2	7
6	0	1	5	16	1	2	7
7	0	1	5	17	1	2	7
8	0	1	6	18	1	2	6
9	0	1	7	19	1	2	5
10	1	1	6	20	1	2	5

Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS	Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS
21	0	3	5	31	0	4	6
22	0	3	6	32	1	4	5
23	1	3	5	33	1	4	6
24	1	3	5	34	1	4	7
25	1	3	6	35	1	4	7
26	1	3	6	36	1	4	8
27	1	3	7	37	1	4	8
28	1	3	7	38	1	4	8
29	1	3	8	39	1	4	6
30	1	3	8	40	1	4	8

Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin lulus UAS matematika untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 7-9 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam (dengan mengontrol pengaruh dari variabel bebas lain dalam model (*other variables held constant*)) (Gujarati, 606:2003).

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin lulus UAS matematika untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 10-12 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam (dengan mengontrol pengaruh dari variabel bebas lain).

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin lulus UAS matematika untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 13-15 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi probabilitas mahasiswa untuk lulus UAS matematika ketika mahasiswa tersebut menghabiskan waktu untuk belajar 4-6 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS matematika 5.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi probabilitas mahasiswa untuk lulus UAS matematika ketika mahasiswa tersebut menghabiskan waktu untuk belajar 7-9 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS matematika 5.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi probabilitas mahasiswa untuk lulus UAS matematika ketika seorang mahasiswa menghabiskan waktu untuk belajar 10-12 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS 7.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin mahasiswa dengan nilai UTS matematika 7 untuk lulus UAS matematika dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS matematika 6 (dengan mengontrol pengaruh dari variabel bebas lain), berapa kali lebih mungkin mahasiswa dengan nilai UTS matematika 8 untuk lulus UAS matematika dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS. Dengan kata lain, mengestimasi berapa kali lebih mungkin seorang mahasiswa dengan nilai UTS matematika 1 satuan lebih tinggi untuk lulus UAS matematika dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS 1 satuan lebih rendah.

[2] Misalkan seorang mahasiswa kedokteran yang sedang menyusun tugas akhir akan meneliti pengaruh jenis kelamin dan orang yang hobi bermain *game online* terhadap insomnia (gangguan tidur). Berikut hal-hal yang akan diteliti oleh mahasiswa tersebut.

- ⇨ Mengukur seberapa besar faktor jenis kelamin dan bermain *game online* secara simultan/bersamaan menjelaskan *variation* dari kejadian insomnia.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin terkena gejala insomnia untuk jenis kelamin pria dibandingkan jenis kelamin wanita (dengan mengontrol pengaruh dari variabel bebas lain, yakni *game online*).

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin terkena gejala insomnia untuk seseorang yang hobi bermain *game online* dibandingkan seseorang yang tidak hobi bermain *game online*.

Gambar 11.3 merupakan data yang telah dikumpulkan oleh mahasiswa tersebut. Berdasarkan data pada Gambar 11.3, jumlah responden yang diteliti sebanyak 40 responden. Variabel insomnia memiliki dua nilai, yakni 0 dan 1. Nilai 0 menyatakan responden tidak mengalami gejala insomnia, sedangkan nilai 1 menyatakan responden mengalami gejala insomnia. Pada variabel jenis kelamin juga terdapat dua nilai, yakni 0 dan 1. Nilai 0 menyatakan responden berjenis kelamin wanita, sedangkan nilai 1 menyatakan responden berjenis kelamin pria. Variabel *game* memiliki dua nilai, yakni 0 dan 1. Nilai 0 menyatakan respoden tidak hobi bermain *game online*, sedangkan nilai 1 menyatakan responden hobi bermain *game online*. Berdasarkan data pada Gambar 11.3, responden nomor 1 hobi bermain *game online*, berjenis kelamin wanita dan mengalami gejala insomnia. Responden nomor 11 hobi bermain *game online*, berjenis kelamin pria, dan mengalami gejala insomnia.

	insomnia	jenis_kelamin	game
1	1	0	1
2	1	0	1
3	1	0	1
4	1	0	1
5	1	0	0
6	1	0	0
7	1	0	0
8	1	0	1
9	1	0	1
10	1	0	1
11	1	1	1
12	1	1	1
13	1	1	1
14	1	1	1
15	1	1	1
16	1	1	1
17	1	1	0
18	1	1	0
19	1	1	0
20	1	1	0
21	0	1	0
22	0	1	0
23	0	1	0
24	0	1	1
25	0	1	0
26	0	0	0
27	0	0	0
28	0	0	0
29	0	0	0
30	0	0	0
31	0	0	0
32	0	0	0
33	0	0	0
34	0	0	0
35	0	0	0
36	0	0	1
37	0	0	1
38	0	0	1
39	0	0	1
40	0	0	1

Gambar 11.3

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti pengaruh jumlah jam belajar dalam sehari dan hasil ujian tengah semester (UTS) matematika terhadap kelulusan dari ujian akhir semester (UAS) matematika. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh peneliti tersebut.

Tabel 11.1

Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS	Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS
1	0	1	5	11	0	2	5
2	0	1	5	12	0	2	5
3	0	1	5	13	0	2	6
4	0	1	5	14	1	2	6
5	0	1	5	15	1	2	7
6	0	1	5	16	1	2	7
7	0	1	5	17	1	2	7
8	0	1	6	18	1	2	6
9	0	1	7	19	1	2	5
10	1	1	6	20	1	2	5

Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS	Mahasiswa	Kelulusan	Jam	UTS
21	0	3	5	31	0	4	6
22	0	3	6	32	1	4	5
23	1	3	5	33	1	4	6
24	1	3	5	34	1	4	7
25	1	3	6	35	1	4	7
26	1	3	6	36	1	4	8
27	1	3	7	37	1	4	8
28	1	3	7	38	1	4	8
29	1	3	8	39	1	4	6
30	1	3	8	40	1	4	8

Berdasarkan data pada Tabel 11.1, untuk variabel Jam, nilai 1 menyatatakan seorang mahasiswa menggunakan waktu untuk belajar matematika dalam sehari 4-6 jam, nilai 2 menyatakan 7-9 jam dalam sehari, nilai 3 menyatakan 10-12 jam dalam sehari, dan nilai 4 menyatakan 13-15 jam dalam sehari. Seorang mahasiswa dengan nomor urut 2 menghabiskan waktu untuk belajar dalam sehari 4-6 jam, memperoleh nilai UTS matematika 5, namun tidak lulus UAS matematika.

Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin lulus UAS matematika untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 7-9 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam (dengan mengontrol pengaruh dari variabel bebas lain dalam model).

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin lulus UAS matematika untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 10-12 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin lulus UAS matematika untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 13-15 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi probabilitas mahasiswa untuk lulus UAS matematika ketika mahasiswa tersebut menghabiskan waktu untuk belajar 4-6 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS matematika 5.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi probabilitas mahasiswa untuk lulus UAS matematika ketika mahasiswa tersebut menghabiskan waktu untuk belajar 7-9 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS matematika 5.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi kemungkinan mahasiswa untuk lulus UAS matematika ketika seorang mahasiswa menghabiskan waktu untuk belajar 10-12 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS 7.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi berapa kali lebih mungkin mahasiswa dengan nilai UTS matematika 7 untuk lulus UAS matematika dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS matematika 6. Berapa kali lebih mungkin mahasiswa dengan nilai UTS matematika 8 untuk lulus UAS matematika dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS 7. Dengan kata lain, mengestimasi berapa kali lebih mungkin seorang mahasiswa dengan nilai UTS matematika 1 satuan lebih tinggi untuk lulus UAS matematika dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS 1 satuan lebih rendah.

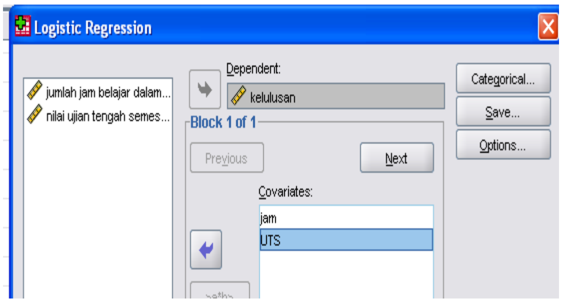
Bangun data pada Tabel 11.1 dalam SPSS (Gambar 11.1). Untuk variabel **kelulusan**, beri *Value* 1 untuk *Label* lulus dan *Value* 0 untuk *Label* tidak lulus. Pada variabel **jam** beri *Value* 1 untuk *Label* 4-6 jam, *Value* 2 untuk *Label* 7-9 jam, *Value* 3 untuk *Label* 10-12 jam, dan *Value* 4 untuk *Label* 13-15 jam. Selanjutnya pilih *Analyze => Regression => Binary Logistic*, sehingga muncul kotak dialog *Logistic Regression* (Gambar 11.2). Pada kotak dialog *Logistics Regression*, masukkan variabel **kelulusan** pada kotak *Dependent*, serta masukkan variabel **jam** dan **UTS** pada kotak *Covariates* (Gambar 11.2).

Kemudian pilih *Categorical*, sehingga muncul kotak dialog *Logistic Regression: Define Categorical Variables* (Gambar 11.3). Masukkan variabel **jam** pada kotak *Categorical Covariates*. Kemudian pilih *First* pada *Reference Category* dan pilih *Change*. Sehingga berubah menjadi **jam(Indicator(first))**. Hal ini berarti pada variabel **jam** untuk kategori 4-6 jam (*Value* 1) menjadi *baseline category*. Selanjutnya pilih *Continue*. Pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *Logistic Regression: Options* (Gambar 11.4). Pada kotak dialog *Logistic Regression: Options*, pilih *Hosmer-Lemeshow goodness-of-fit* dan *Iteration history*. Kemudian pilih *Continue* dan OK.

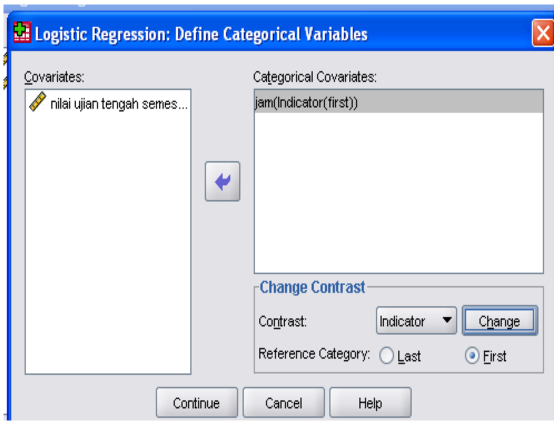
	kelulusan	jam	UTS
1	0	1	5.00
2	0	1	5.00
3	0	1	5.00
4	0	1	5.00
5	0	1	5.00
6	0	1	5.00
7	0	1	5.00
8	0	1	6.00
9	0	1	7.00
10	1	1	6.00
11	0	2	5.00
12	0	2	5.00
13	0	2	6.00
14	1	2	6.00
15	1	2	7.00
16	1	2	7.00
17	1	2	7.00
18	1	2	6.00
19	1	2	5.00
20	1	2	5.00
21	0	3	5.00
22	0	3	6.00
23	1	3	5.00
24	1	3	5.00
25	1	3	6.00
26	1	3	6.00
27	1	3	7.00
28	1	3	7.00
29	1	3	8.00
30	1	3	8.00
31	0	4	6.00
32	1	4	5.00
33	1	4	6.00
34	1	4	7.00
35	1	4	7.00
36	1	4	8.00
37	1	4	8.00
38	1	4	8.00
39	1	4	6.00
40	1	4	8.00
41			

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values
1	kelulusan	Numeric	8	0		{0, tidak lulu...
2	jam	Numeric	8	0	jumlah jam bela...	{1, 4-6 jam}...
3	UTS	Numeric	8	2	nilai ujian tenga...	None

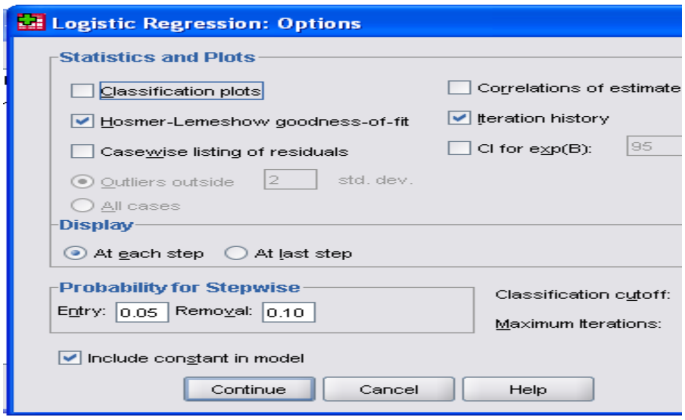
Gambar 11.1



Gambar 11.2



Gambar 11.3



Gambar 11.4

Berikut hasil berdasarkan perhitungan SPSS.

Tabel 11.2

Categorical Variables Codings

		Frequency	Parameter coding (1)	(2)	(3)
jumlah jam belajar dalam sehari	4-6 jam	10	~~.000~~	~~.000~~	.000
	7-9 jam	10	1.000	.000	.000
	10-12 jam	10	.000	1.000	.000
	13-15 jam	10	.000	.000	1.000

Berdasarkan Tabel 11.2, pada variabel **jam** untuk kategori 4-6 jam merupakan *baseline category*. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Parameter coding* (1), (2), dan (3) bernilai 0. Jumlah mahasiswa yang menghabiskan waktu untuk belajar matematika 4-6 jam dalam sehari sebanyak 10 mahasiswa, begitu juga untuk 7-8 jam, 10-12 jam, dan 13-15 jam.

Tabel 11.3

Block 0: Beginning Block

Iteration History[a,b,c]

Iteration		-2 Log likelihood	Coefficients Constant
Step 0	1	52.926	.500
	2	52.925	.511
	3	52.925	.511

a. Constant is included in the model.

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 0	Constant	.511	.327	2.446	1	.118	1.667

Variables not in the Equation

			Score	df	Sig.
Step 0	Variables	jam	16.533	3	.001
		jam(1)	.320	1	.572
		jam(2)	1.742	1	.187
		jam(3)	4.302	1	.038
		UTS	10.881	1	.001
	Overall Statistics		19.399	4	.001

Tabel 11.4

Block 1: Method = Enter

Iteration History[a,b,c,d]

Iteration		-2 Log likelihood	Coefficients Constant	jam(1)	jam(2)	jam(3)	UTS
Step 1	1	32.491	-4.623	2.120	2.296	2.360	.560
	2	30.248	-7.385	2.662	2.940	3.091	.961
	3	29.991	-8.697	2.887	3.205	3.416	1.159
	4	29.985	-8.931	2.928	3.252	3.475	1.195
	5	29.985	-8.938	2.929	3.253	3.476	1.196
	6	29.985	-8.938	2.929	3.253	3.476	1.196

a. Method: Enter

Omnibus Tests of Model Coefficients

		Chi-square	df	Sig.
Step 1	Step	22.940	4	.000
	Block	22.940	4	.000
	Model	22.940	4	.000

Berdasarkan Tabel 11.3, yakni pada *Iteration History*, untuk *Step 0* iterasi ketiga, nilai 52,925 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* tanpa melibatkan variabel bebas **jam** dan **UTS**. Kemudian pada Tabel 11.4, yakni pada *Iteration History*, untuk *Step 1* iterasi keenam, nilai 29,985 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* yang melibatkan variabel bebas **jam** dan **UTS**. Perhatikan bahwa nilai statistik *-2log-likelihood* pada model regresi logistik yang menggunakan variabel bebas **jam** dan **UTS** lebih kecil dibandingkan model yang tidak melibatkan variabel bebas, sehingga model regresi logistik yang melibakan variabel bebas **jam** dan **UTS** lebih baik dalam hal mencocokkan data dibandingkan model regresi tanpa melibatkan melibatkan variabel bebas.

Perhatikan bahwa pada Tabel *Omnibus Tests of Model Coefficients* (Tabel 11.4), nilai *Chi-square* pada *Step 1* (*Step*) diperoleh berdasarkan hasil selisih 52,925-29,985= 22,94. Hasil selisih tersebut berdistribusi chi-kuadrat. Untuk menguji apakah model regresi logistik yang melibatkan variabel bebas **jam** dan **UTS** signifikan secara statistika lebih baik/akurat dalam hal mencocokkan data dibandingkan model sebelumnya (tanpa melibatkan variabel bebas), maka bandingkan nilai *Sig.* pada Tabel *Omnibus Tests of Model Coefficients* untuk *Step 1 (Step)*, yakni 0,000 terhadap tingkat signifikansi. Dalam kasus ini, tingkat signifikansi yang digunakan adalah 0,05. Nilai *Sig.* disebut juga dengan nilai probabilitas (*p-value*). Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas lebih kecil dari tingkat signifikansi, maka disimpulkan bahwa model yang melibatkan variabel bebas **jam** dan **UTS** signifikan secara statistika lebih baik/akurat dalam hal mencocokkan data dibandingkan model tanpa melibatkan variabel bebas.

Cara lain adalah dengan membandingkan nilai *Chi-square* pada *Step 1* (*Step*), yakni 22,940 dengan nilai kritis yang diperoleh berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat χ^2_{kritis}. Diketahui nilai derajat bebas (*degree of freedom*) 4. Nilai χ^2_{kritis} dengan derajat bebas 4 dan tingkat signifikansi 0,05 adalah 9,488.

Tabel 11.5

derajat bebas	luas sisi kanan			
	0.1	0.05	0.02	0.01
1	2.706	3.841	5.412	6.635
2	4.605	5.991	7.824	9.210
3	6.251	7.815	9.837	11.345
4	7.779	9.488	11.668	13.277
5	9.236	11.070	13.388	15.086
6	10.645	12.592	15.033	16.812
7	12.017	14.067	16.622	18.475
8	13.362	15.507	18.168	20.090
9	14.684	16.919	19.679	21.666
10	15.987	18.307	21.161	23.209

Jika nilai *Chi-square* pada *Step 1* (*Step*) $\leq \chi^2_{kritis}$, maka disimpulkan bahwa model yang melibatkan variabel bebas **jam** dan **UTS** signifikan secara statistika tidak lebih baik dalam hal mencocokkan data dibandingkan model tanpa melibatkan variabel bebas. Jika nilai *Chi-square* pada *Step 1* (*Step*) $> \chi^2_{kritis}$, maka disimpulkan bahwa model yang melibatkan variabel bebas **jam** dan **UTS** signifikan secara statistika lebih baik dalam hal mencocokkan data dibandingkan model tanpa melibatkan variabel bebas. Perhatikan bahwa karena nilai *Chi-square* pada *Step 1* (*Step*) $> \chi^2_{kritis}$, yakni 22,940 > 9,488, maka disimpulkan bahwa model yang melibatkan variabel bebas **jam** dan **UTS** signifikan secara statistika lebih baik dalam hal mencocokkan data dibandingkan model tanpa melibatkan variabel bebas.

Tabel 11.6

Model Summary

Step	-2 Log likelihood	Cox & Snell R Square	Nagelkerke R Square
1	29.985[a]	.436	.595

Nilai statistik *Nagelkerke's* R_N^2 berfungsi untuk mengukur kemampuan model regresi logistik dalam mencocokkan atau menyesuaikan (*fits*) data. Dengan kata lain, statistik *Nagelkerke's* R_N^2 dapat diinterpretasikan sebagai kemampuan variabel-variabel bebas dalam menjelaskan atau menerangkan *variation* variabel tak bebas. Berikut disajikan *output* SPSS yang menunjukkan nilai statistik *Nagelkerke's* R_N^2 (Tabel 11.6). Berdasarkan Tabel 11.6, nilai statistik *Nagelkerke R Square* 0,595. Nilai tersebut diinterpretasikan sebagai kemampuan variabel bebas **jam** dan **UTS** untuk menjelaskan *variation* variabel tak bebas, yakni **kelulusan** sebesar 59,5%, sisanya 40,5% dijelaskan oleh variabel-variabel/faktor-faktor lain.

Tabel 11.7

Hosmer and Lemeshow Test

Step	Chi-square	df	Sig.
1	3.026	8	.933

Sementara pada uji Hosmer-Lemeshow menguji signifikansi kecocokkan antara *predicted probabilities* (nilai probabilitas berdasarkan hasil prediksi) dan *observed probabilities* (nilai probabilitas pengamatan). Hipotesis nol menyatakan tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika antara *predicted probabilities* dan *observed probabilities*. Sementara hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika antara *predicted probabilities* dan *observed probabilities*. Diterimanya hipotesis nol dapat diartikan bahwa variabel-variabel bebas yang digunakan dalam model mampu memprediksi dengan baik *observed probabilities*. Berdasarkan Tabel 11.7, diketahui nilai *Sig.* atau probabilitas 0,933. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas, yakni 0,933 lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka hipotesis nol diterima, dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti variabel-variabel bebas **Jam** dan **UTS** mampu memprediksi dengan baik *observed probabilities* dari **Kelulusan**.

Berdasarkan Tabel 11.8 dapat diperiksa koefisien-koefisien regresi (β) manakah yang signifikan secara statistika berbeda dari 0. Untuk menentukan koefisien-koefisien regresi manakah yang signifikan secara statistika berbeda dari 0, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig.* untuk masing-masing koefisien regresi dengan 0,05. Jika nilai *Sig.* lebih kecil dari 0,05, maka koefisien regresi (β) signifikan secara statistika berbeda dari 0. Perhatikan bahwa nilai *Sig.* untuk **jam(1)**, **jam(2)**, **jam(3)**, dan **UTS** lebih kecil dari 0,05, maka koefisien-koefisien regresi dari **jam(1)**, **jam(2)**, **jam(3)**, dan **UTS** signifikan secara statistika berbeda dari 0.

Tabel 11. 8

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 1[a]	jam			6.799	3	.079	
	jam(1)	2.929	1.353	4.685	1	.030	18.718
	jam(2)	3.253	1.417	5.272	1	.022	25.881
	jam(3)	3.476	1.586	4.804	1	.028	32.337
	UTS	1.196	.593	4.062	1	.044	3.306
	Constant	-8.938	3.661	5.959	1	.015	.000

a. Variable(s) entered on step 1: jam, UTS.

Selanjutnya akan dilakukan interpretasi untuk masing-masing koefisien regresi yang signifikan secara statistika berbeda dari nol.

- Diketahui nilai $Exp(\hat{\beta})$ untuk **jam(1)** adalah 18,718. Nilai tersebut diinterpretasikan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 7-9 jam, diperkirakan berpeluang untuk lulus UAS matematika 18,718 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Diketahui nilai $Exp(\hat{\beta})$ untuk **jam(2)** adalah 25,881. Nilai tersebut diinterpretasikan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 10-12 jam, diperkirakan berpeluang untuk lulus UAS matematika 25,881 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Diketahui nilai $Exp(\hat{\beta})$ untuk **jam(3)** adalah 32,337. Nilai tersebut diinterpretasikan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 13-15 jam, diperkirakan berpeluang untuk lulus UAS matematika 32,337 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Diketahui nilai $Exp(\hat{\beta})$ untuk **UTS** adalah 3,306. Mahasiswa dengan nilai UTS matematika 1 satuan lebih tinggi diperkirakan berpeluang untuk lulus UAS matematika 3,306 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS 1 satuan lebih rendah. Sebagai contoh mahasiswa dengan nilai UTS matematika 7 diperkirakan berpeluang untuk lulus UAS matematika 3,306 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS matematika 6. Begitu juga mahasiswa dengan nilai UTS matematika 8 diperkirakan berpeluang untuk lulus UAS matematika 3,306 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan nilai UTS 7.

Berdasarkan Tabel 11.8, dapat ditentukan persamaan regresi logistik untuk menentukan estimasi probabilitas/kemungkinan kelulusan UAS matematika dari mahasiswa sebagai berikut.

$$\hat{P}(\boldsymbol{y}=\mathbf{1})=\frac{e^{-8{,}938+2{,}929 jam\ (1)+3{,}253 jam\ (2)+3{,}476 jam\ (3)+1{,}196 UTS}}{1+e^{-8{,}938+2{,}929 jam\ (1)+3{,}253 jam\ (2)+3{,}476 jam\ (3)+1{,}196 UTS}}.$$

- ⇨ Estimasi probabilitas mahasiswa **untuk lulus UAS matematika** ketika menghabiskan waktu untuk belajar 4-6 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS matematika 5 adalah

$$\hat{P}(\boldsymbol{y}=\mathbf{1})=\frac{e^{-8{,}938+1{,}196(5)}}{1+e^{-8{,}938+1{,}196(5)}}=\frac{0{,}051922658}{1+0{,}051922658}=0{,}049.$$

- ⇨ Estimasi probabilitas mahasiswa **untuk lulus UAS matematika** ketika menghabiskan waktu untuk belajar 7-9 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS matematika 5 adalah

$$\hat{P}(\boldsymbol{y}=\mathbf{1})=\frac{e^{-8{,}938+2{,}929 jam\ (1)+1{,}196(5)}}{1+e^{-8{,}938+2{,}929 jam\ (1)+1{,}196(5)}}=\frac{0{,}971416464}{1+0{,}971416464}=0{,}49.$$

- ⇨ Estimasi probabilitas mahasiswa **untuk lulus UAS matematik**a ketika menghabiskan waktu untuk belajar 10-12 jam dalam sehari dan memperoleh nilai UTS 7.

$$\hat{P}(y=1)=\frac{e^{-8{,}938+3{,}253 jam\ (2)+1{,}196(7)}}{1+e^{-8{,}938+3{,}253 jam\ (2)+1{,}196(7)}}=\frac{14{,}68754712}{1+14{,}68754712}=0{,}94.$$

SHARE

[1] Misalkan diberikan data dalam SPSS sebagai berikut (Gambar 11.1).

	hasil_ujian	jam	hobi	uang_jajan
57	0	11	1	6.1
58	0	11	2	4.1
59	0	11	2	3.3
60	0	11	0	2.5
61	1	12	0	9.9
62	1	12	0	9.5
63	1	12	0	5.5
64	1	12	0	5.5
65	1	12	1	5.5
66	1	12	1	5.5
67	1	12	1	5.5
68	1	12	2	2.5
69	0	12	2	1.6
70	0	12	0	6.5

Gambar 11.1

Berdasarkan data pada Gambar 11.1, misalkan variabel hasil ujian sebagai variabel tak bebas, sedangkan variabel jam, hobi dan uang jajan sebagai variabel bebas. Berikut diberikan *output* SPSS dengan pendekatan regresi logistik *Backward: Wald*.

Tabel 11.1

Block 0: Beginning Block

Nilai 96,526 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* tanpa melibatkan variabel bebas jam, hobi, dan uang jajan.

Iteration History[a,b,c]

Iteration		-2 Log likelihood	Coefficients: Constant
Step 0	1	96.526	-.171
	2	96.526	-.172

a. Constant is included in the model.

b. Initial -2 Log Likelihood: 96.526

c. Estimation terminated at iteration number 2 because parameter estimates changed by less than .001.

Tabel 11.2

Variables not in the Equation

			Score	df	Sig.
Step 0	Variables	jam	8.995	1	.003
		hobi	22.720	2	.000
		hobi(1)	18.134	1	.000
		hobi(2)	.598	1	.439
		uang_jajan	6.669	1	.010
	Overall Statistics		27.679	4	.000

Tabel 11.3

Block 1: Method = Backward Stepwise (Wald)

Iteration History[a,b,c,d]

Iteration		-2 Log likelihood	Coefficients Constant	jam	hobi(1)	hobi(2)	uang_jajan
Step 1	1	66.048	-3.828	.217	2.489	1.180	.097
	2	63.408	-5.636	.320	3.426	1.894	.138
	3	63.177	-6.316	.352	3.834	2.255	.143
	4	63.173	-6.410	.356	3.904	2.322	.143
	5	63.173	-6.413	.356	3.906	2.324	.143
	6	63.173	-6.413	.356	3.906	2.324	
Step 2	1	66.622	-3.939	.256	2.564	1.223	
	2	63.945	-5.837	.376	3.547	1.999	
	3	63.693	-6.552	.411	3.980	2.387	
	4	63.688	-6.654	.414	4.056	2.460	
	5	63.688	-6.656	.414	4.059	2.462	
	6	63.688	-6.656	.414	4.059	2.462	

Pada *Step 1* iterasi keenam, nilai 63,173 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* melibatkan variabel bebas jam, hobi, dan uang jajan.

Pada *Step 2* iterasi keenam, nilai 63,688 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* melibatkan variabel bebas jam dan hobi.

Tabel 11.4

Omnibus Tests of Model Coefficients

		Chi-square	df	Sig.
Step 1	Step	33.353	4	.000
	Block	33.353	4	.000
	Model	33.353	4	.000
Step 2[a]	Step	-.515	1	.473
	Block	32.838	3	.000
	Model	32.838	3	.000

a. A negative Chi-squares value indicates that the Chi-squares value has decreased from the previous step.

Nilai 33,353 merupakan hasil selisih antara 96,526 (*-2 log-likelihood* tanpa variabel bebas) dan 63,173 (*-2 log-likelihood* dengan tiga variabel bebas). Perbedaan kemampuan dalam hal mencocokkan (*fits*) data signifikan secara statistika (perhatikan nilai *Sig.*).

Nilai -0,515 merupakan hasil selisih antara 63,173 (*-2 log-likelihood* dengan tiga variabel bebas) dan 63,688 (*-2 log-likelihood* dengan dua variabel bebas). Perbedaan kemampuan dalam hal mencocokkan (*fits*) data **tidak signifikan** (perhatikan nilai *Sig.*).

Tabel 11.5

Model Summary

Step	-2 Log likelihood	Cox & Snell R Square	Nagelkerke R Square
1	63.173[a]	.379	.507
2	63.688[a]	.374	.500

a. Estimation terminated at iteration number 6 because parameter estimates changed by less than .001.

Tabel 11.6

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 1[a]	jam	.356	.185	3.691	1	.055	1.427
	hobi			13.438	2	.001	
	hobi(1)	3.906	1.168	11.187	1	.001	49.711
	hobi(2)	2.324	1.163	3.992	1	.046	10.216
	uang_jajan	.143	.202	.500	1	.480	1.154
	Constant	-6.413	1.984	10.451	1	.001	.002
Step 2[a]	jam	.414	.168	6.093	1	.014	1.513
	hobi			14.242	2	.001	
	hobi(1)	4.059	1.167	12.103	1	.001	57.898
	hobi(2)	2.462	1.154	4.555	1	.033	11.732
	Constant	-6.656	1.977	11.340	1	.001	.001

a. Variable(s) entered on step 1: jam, hobi, uang_jajan.

Tabel 11.7

Variables not in the Equation

			Score	df	Sig.
Step 2[a]	Variables	uang_jajan	.503	1	.478
	Overall Statistics		.503	1	.478

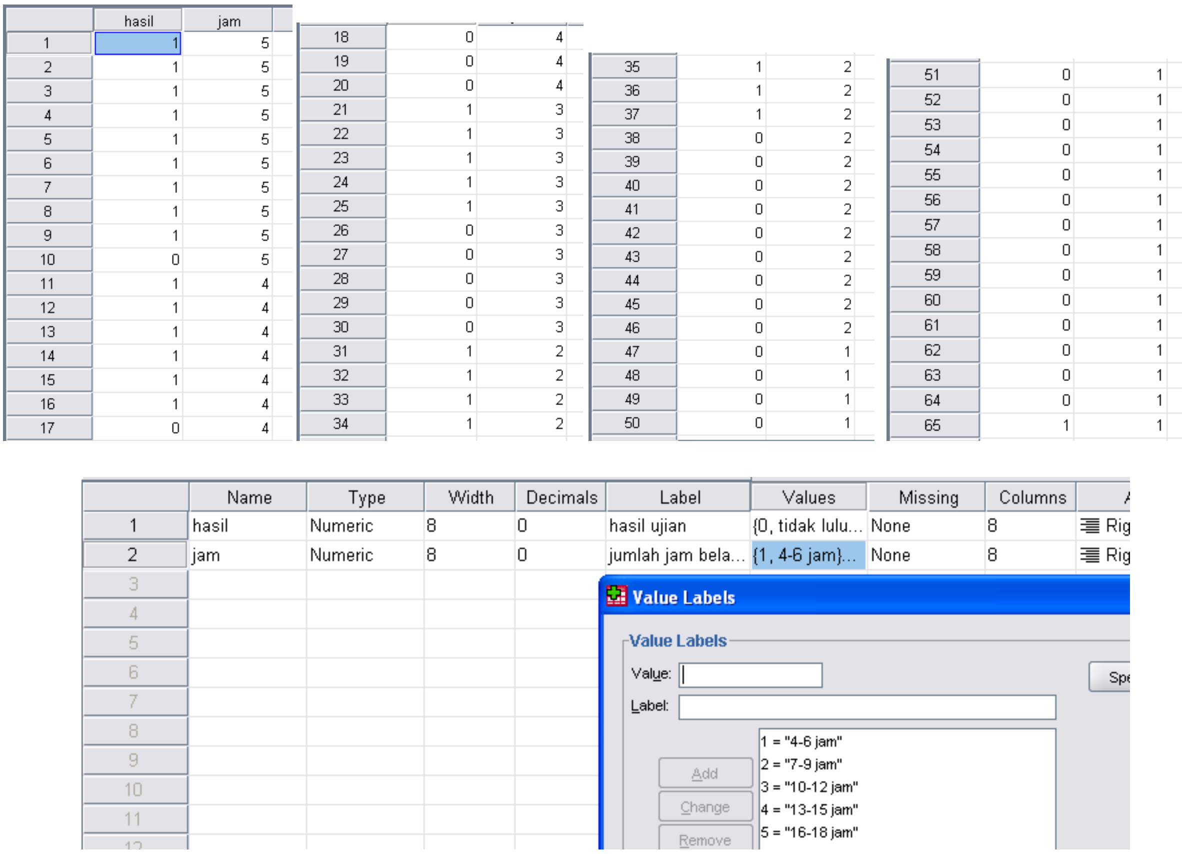
a. Variable(s) removed on step 2: uang_jajan.

Berdasarkan Tabel 11.1, yakni *Iteration History*, untuk *Step 0* iterasi kedua, nilai 96,526 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* tanpa melibatkan variabel bebas jam, hobi, dan uang jajan. Kemudian pada Tabel 11.3, yakni *Iteration History*, untuk *Step 1* iterasi keenam, nilai 63,173 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* melibatkan variabel bebas jam, hobi, dan uang jajan. Selanjutnya pada Tabel 11.3, yakni *Iteration History*, untuk *Step 2* iterasi keenam, nilai 63,688 merupakan nilai statistik *-2 log-likelihood* melibatkan variabel bebas jam dan hobi.

Nilai 33,353 merupakan hasil selisih antara 96,526 (*-2 log-likelihood* tanpa variabel bebas) dan 63,173 (*-2 log-likelihood* dengan tiga variabel bebas). Perbedaan kemampuan dalam hal mencocokkan (*fits*) data signifikan (perhatikan nilai *Sig.*). Dengan kata lain, kemampuan model regresi dengan melibatkan tiga variabel bebas signifikan secara statistika lebih baik/akurat dalam hal mencocokan data dibandingkan model tanpa melibatkan variabel bebas.

Selanjutnya nilai -0,515 merupakan hasil selisih antara 63,173 (*-2 log-likelihood* dengan tiga variabel bebas) dan 63,688 (*-2 log-likelihood* dengan dua variabel bebas). Perbedaan kemampuan dalam hal mencocokkan (*fits*) data tidak signifikan secara statistika (perhatikan nilai *Sig.*). Dengan kata lain, model regresi logistik yang melibatkan tiga variabel bebas tidak lebih baik dibandingkan model regresi logistik yang melibatkan dua variabel bebas pada tingkat signifikansi 5%.

[2] Misalkan diberikan data seperti pada Gambar 11.2.



	hasil	jam
1	1	5
2	1	5
3	1	5
4	1	5
5	1	5
6	1	5
7	1	5
8	1	5
9	1	5
10	0	5
11	1	4
12	1	4
13	1	4
14	1	4
15	1	4
16	1	4
17	0	4
18	0	4
19	0	4
20	0	4
21	1	3
22	1	3
23	1	3
24	1	3
25	1	3
26	0	3
27	0	3
28	0	3
29	0	3
30	0	3
31	1	2
32	1	2
33	1	2
34	1	2
35	1	2
36	1	2
37	1	2
38	0	2
39	0	2
40	0	2
41	0	2
42	0	2
43	0	2
44	0	2
45	0	2
46	0	2
47	0	1
48	0	1
49	0	1
50	0	1
51	0	1
52	0	1
53	0	1
54	0	1
55	0	1
56	0	1
57	0	1
58	0	1
59	0	1
60	0	1
61	0	1
62	0	1
63	0	1
64	0	1
65	1	1

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns
1	hasil	Numeric	8	0	hasil ujian	{0, tidak lulu...	None	8
2	jam	Numeric	8	0	jumlah jam bela...	{1, 4-6 jam}...	None	8

Gambar 11.2

Berdasarkan data pada Gambar 11.2, diketahui jumlah mahasiswa yang diteliti sebanyak 65 mahasiswa. Pada variabel hasil, nilai 1 menyatakan lulus, sedangkan nilai 0 menyatakan tidak lulus. Pada variabel jam, nilai 1 menyatakan waktu yang dihabiskan untuk belajar dalam sehari 4-6 jam, nilai 2 menyatakan 7-9 jam, nilai 3 menyatakan 10-12 jam, nilai 4 menyatakan 13-15 jam, dan nilai 5 menyatakan 16-18 jam.

Perhatikan bahwa mahasiswa dengan nomor urut 2 menghabiskan waktu untuk belajar dalam kisaran 16-18 jam dalam sehari dan hasil ujian menunjukkan lulus. Mahasiswa dengan nomor urut 10 menghabiskan waktu untuk belajar dalam kisaran 16-18 jam dalam sehari dan hasil ujian menunjukkan tidak lulus. Misalkan ingin diketahui hal-hal sebagai berikut.

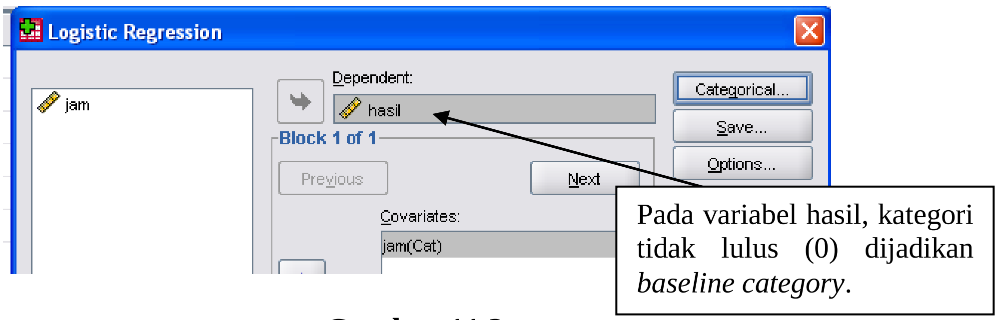
- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi/memperkirakan berapa kali lebih mungkin lulus ujian untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 7-9 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi/memperkirakan berapa kali lebih mungkin lulus ujian untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 10-12 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi/memperkirakan berapa kali lebih mungkin lulus ujian untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 13-15 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

- ⇨ Peneliti ingin mengestimasi/memperkirakan berapa kali lebih mungkin lulus ujian untuk mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 16-18 jam dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

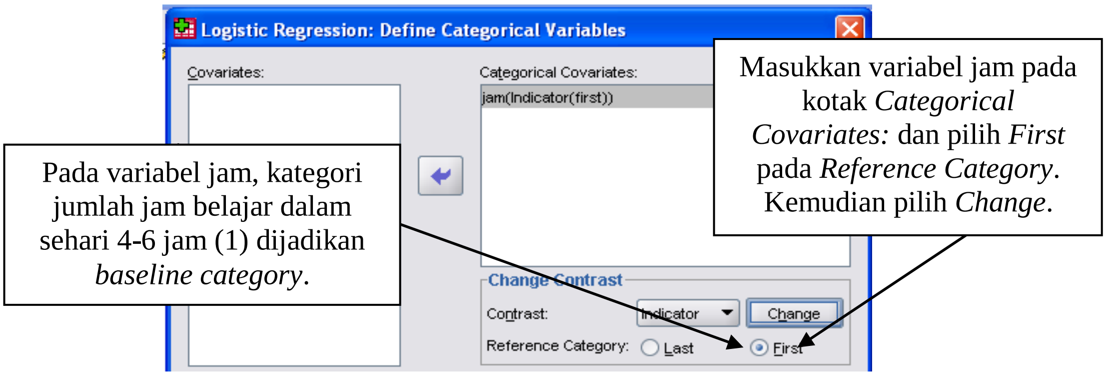
Perhatikan bahwa kategori jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam dijadikan sebagai kategori yang dibandingkan (*baseline category*). Selanjutnya pilih *Analyze* => *Regression* => *Binary Logistic*, sehingga muncul kotak dialog *Logistic Regression* (Gambar 11.3). Masukkan variabel hasil pada *Dependent* dan masukkan variabel jam pada *Covariates*. Kemudian pilih *Categorical*, sehingga muncul kotak dialog *Logistic Regression: Define Categorical Variables* (Gambar 11.4).



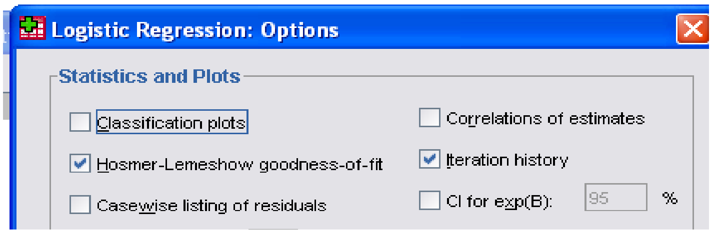
Gambar 11.3

Diketahui kategori untuk jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam diberi *Value* 1. *Value* 1 merupakan nilai kategori paling rendah, sedangkan *Value* 6 merupakan nilai kategori paling tinggi. Karena kategori dengan *Value* 1 menyatakan nilai kategori paling rendah dan akan dijadikan *baseline category*, pada kotak dialog *Logistic Regression: Define Categorical Variables* (Gambar 11.4), pilih *First* pada *Reference Category* dan pilih *Change*, sehingga isi pada kotak *Categorical Covariates* menjadi **jam(indicator(first))** . Kemudian pilih *Continue*.

Pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *Logistic Regression: Options* (Gambar 11.5). Pada Gambar 11.5 pilih *Hosmer-Lemeshow goodness-of-fit* dan *Iteration history*. Kemudian pilih *Continue* dan OK.



Gambar 11.4



Gambar 11.5

. Berikut hasil dari perhitungan SPSS.

Tabel 11.8

Categorical Variables Codings

		Frequency	Parameter coding (1)	(2)	(3)	(4)
jam	4-6 jam	19	.000	.000	.000	.000
	7-9 jam	16	1.000	.000	.000	.000
	10-12 jam	10	.000	1.000	.000	.000
	13-15 jam	10	.000	.000	1.000	.000
	16-18 jam	10	.000	.000	.000	1.000

Tabel 11.9

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 1[a]	jam			12.846	4	.012	
	jam(1)	2.639	1.144	5.318	1	.021	14.000
	jam(2)	2.890	1.206	5.740	1	.017	18.000
	jam(3)	3.296	1.213	7.378	1	.007	27.000
	jam(4)	5.088	1.472	11.946	1	.001	162.000
	Constant	-2.890	1.027	7.915	1	.005	.056

a. Variable(s) entered on step 1: jam.

Berdasarkan Tabel 11.9, yakni *Variables in the Equation*, dapat ditarik informasi sebagai berikut.

⇨ Mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 7-9 jam diperkirakan berpeluang untuk lulus ujian 14 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

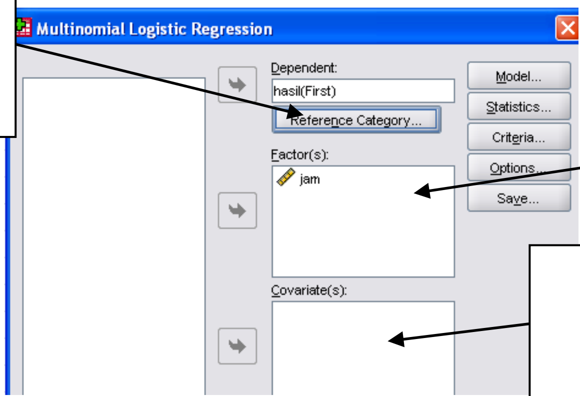
⇨ Mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 10-12 jam diperkirakan berpeluang untuk lulus ujian 18 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

⇨ Mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 13-15 jam diperkirakan berpeluang untuk lulus ujian 27 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

⇨ Mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 16-18 jam diperkirakan berpeluang untuk lulus ujian 162 kali lebih mungkin dibandingkan mahasiswa dengan jumlah jam belajar dalam sehari 4-6 jam.

Alternatif lain untuk memperoleh *output* SPSS seperti sebelumnya sebagai berikut. Pertama, ubah urutan pengkodean untuk variabel jam. Dalam hal ini *Value* 5 menyatakan jumlah jam belajar 4-6 jam dalam sehari, *Value* 4 menyatakan jumlah jam belajar 7-9 jam dalam sehari, *Value* 3 menyatakan jumlah jam belajar 10-12 jam dalam sehari, *Value* 2 menyatakan jumlah jam belajar 13-15 jam dalam sehari, dan *Value* 1 menyatakan jumlah jam belajar 16-18 jam dalam sehari. Selanjutnya pilih *Analyze* => *Regression* => *Multinomial Logistic*, sehingga muncul kotak dialog *Multinomial Logistic Regression* (Gambar 11.6). Masukkan variabel hasil pada *Dependent* dan variabel jam pada *Factor(s)*.

Untuk variabel hasil, kategori tidak lulus (0) dijadikan sebagai *baseline category* (atur dengan *First*).



Variabel dengan sifat **kategori** dimasukkan ke dalam *Factor(s)*.

Variabel dengan sifat **interval atau rasio** dimasukkan ke dalam *Covariate(s)*.

Gambar 11.6

Kemudian pilih OK. Berikut hasil berdasarkan perhitungan SPSS.

Output SPSS yang diperoleh sama seperti *output* SPSS pada Tabel 11.9.

Tabel 11.10

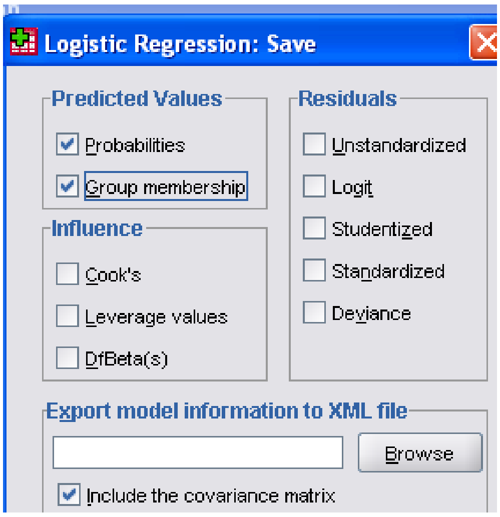
Parameter Estimates

hasil[a]		B	Std. Error	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95% Confidence Interval for Exp (B) Lower Bound	Upper Bound
lulus	Intercept	-2.890	1.027	7.915	1	.005			
	[jam=1]	5.088	1.472	11.946	1	.001	162.000	9.049	2900.346
	[jam=2]	3.296	1.213	7.378	1	.007	27.000	2.504	291.186
	[jam=3]	2.890	1.206	5.740	1	.017	18.000	1.692	191.521
	[jam=4]	2.639	1.144	5.318	1	.021	14.000	1.486	131.885
	[jam=5]	0[b]	.	.	0	.	.	.	.

a. The reference category is: tidak lulus.

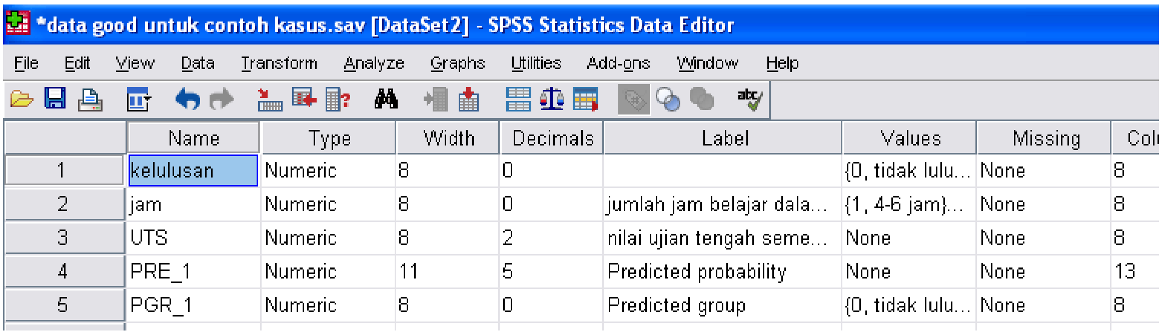
b. This parameter is set to zero because it is redundant.

[3] Aktifkan menu *Probabilities* dan *Group membership*.



Gambar 11.7

Maka akan diperoleh *output* SPSS sebagai berikut.



	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Colu
1	kelulusan	Numeric	8	0		{0, tidak lulu...	None	8
2	jam	Numeric	8	0	jumlah jam belajar dala...	{1, 4-6 jam}...	None	8
3	UTS	Numeric	8	2	nilai ujian tengah seme...	None	None	8
4	PRE_1	Numeric	11	5	Predicted probability	None	None	13
5	PGR_1	Numeric	8	0	Predicted group	{0, tidak lulu...	None	8

Gambar 11.8

Perhatikan bahwa terbentuk variabel baru bernama **PRE_1** (*Predicted probability*) dan **PGR_1** (*Predicted group*). Pada variabel **PRE_1** memberikan nilai estimasi probabilitas (*predicted probability*) mengenai kelulusan mahasiswa. Nilai probabilitas berkisar di antara 0 dan 1. Nilai probabilitas yang semakin dekat dengan 1 menunjukkan semakin besar juga peluang mahasiswa untuk lulus. Sedangkan pada variabel **PGR_1** memprediksi apakah seorang mahasiswa akan lulus atau tidak.

Berdasarkan Gambar 11.9, untuk mahasiswa nomor 1, diketahui mahasiswa tersebut tidak lulus. Berdasarkan hasil prediksi diketahui mahasiswa nomor 1 juga tidak lulus (perhatikan variabel **PGR_1**). Berdasarkan variabel **PRE_1** diketahui estimasi probabilitas mahasiswa nomor 1 untuk lulus sebesar 0,04932. Nilai tersebut dapat dihitung sebagai berikut.

$$\hat{P}(y=1)=\frac{e^{-8{,}938+2{,}929 jam\ (1)+3{,}253 jam\ (2)+3{,}476 jam\ (3)+1{,}196 UTS}}{1+e^{-8{,}938+2{,}929 jam\ (1)+3{,}253 jam\ (2)+3{,}476 jam\ (3)+1{,}196 UTS}}$$

$$\hat{P}(y=1)=\frac{e^{-8{,}938+0+0+0+1{,}196 UTS}}{1+e^{-8{,}938+0+0+0+1{,}196 UTS}}$$

$$\hat{P}(y=1)=\frac{e^{-2,958}}{1+e^{-2,958}}$$

$$\hat{P}(y=1)=\frac{0,051923}{1+0,051923}=0,0493.$$

Untuk mahasiswa nomor 18, diketahui mahasiswa tersebut lulus. Berdasarkan hasil prediksi diketahui mahasiswa nomor 18 juga lulus (perhatikan variabel **PGR_1**). Berdasarkan variabel **PRE_1** diketahui estimasi probabilitas mahasiswa nomor 18 lulus sebesar 0,76251. Nilai tersebut dapat dihitung sebagai berikut.

$$\hat{P}(y=1)=\frac{e^{-8,938+2,929 jam\ (1)+3,253 jam\ (2)+3,476 jam\ (3)+1,196 UTS}}{1+e^{-8,938+2,929 jam\ (1)+3,253 jam\ (2)+3,476 jam\ (3)+1,196 UTS}}$$

$$\hat{P}(y=1)=\frac{e^{-8,938+2,929 jam\ (1)+1,196 UTS}}{1+e^{-8,938+2,929 jam\ (1)+1,196 UTS}}$$

$$\hat{P}(y=1)=\frac{e^{-8,938+2,929+1,196(6)}}{1+e^{-8,938+2,929+1,196(6)}}=\frac{3,212341}{1+3,212341}=0,762.$$

Perhatikan bahwa apabila nilai probabilitas lebih besar dari 0,5, maka akan diprediksi masuk ke dalam kelompok (*predicted group*) lulus. Namun apabila nilai probabilitas lebih kecil dari 0,5, maka akan diprediksi masuk ke dalam kelompok (*predicted group*) tidak lulus.

1 : PGR_1 0.0

	kelulusan	jam	UTS	PRE_1	PGR_1
1	tidak lulus	4-6 jam	5.00	0.04932	tidak lulus
2	tidak lulus	4-6 jam	5.00	0.04932	tidak lulus
3	tidak lulus	4-6 jam	5.00	0.04932	tidak lulus
4	tidak lulus	4-6 jam	5.00	0.04932	tidak lulus
5	tidak lulus	4-6 jam	5.00	0.04932	tidak lulus
6	tidak lulus	4-6 jam	5.00	0.04932	tidak lulus
7	tidak lulus	4-6 jam	5.00	0.04932	tidak lulus
8	tidak lulus	4-6 jam	6.00	0.14642	tidak lulus
9	tidak lulus	4-6 jam	7.00	0.36189	tidak lulus
10	lulus	4-6 jam	6.00	0.14642	tidak lulus
11	tidak lulus	7-9 jam	5.00	0.49268	tidak lulus
12	tidak lulus	7-9 jam	5.00	0.49268	tidak lulus
13	tidak lulus	7-9 jam	6.00	0.76251	lulus
14	lulus	7-9 jam	6.00	0.76251	lulus
15	lulus	7-9 jam	7.00	0.91391	lulus
16	lulus	7-9 jam	7.00	0.91391	lulus
17	lulus	7-9 jam	7.00	0.91391	lulus
18	lulus	7-9 jam	6.00	0.76251	lulus
19	lulus	7-9 jam	5.00	0.49268	tidak lulus
20	lulus	7-9 jam	5.00	0.49268	tidak lulus
21	tidak lulus	10-12 jam	5.00	0.57316	lulus
22	tidak lulus	10-12 jam	6.00	0.81616	lulus
23	lulus	10-12 jam	5.00	0.57316	lulus
24	lulus	10-12 jam	5.00	0.57316	lulus
25	lulus	10-12 jam	6.00	0.81616	lulus
26	lulus	10-12 jam	6.00	0.81616	lulus
27	lulus	10-12 jam	7.00	0.93621	lulus
28	lulus	10-12 jam	7.00	0.93621	lulus
29	lulus	10-12 jam	8.00	0.97981	lulus
30	lulus	10-12 jam	8.00	0.97981	lulus
31	tidak lulus	13-15 jam	6.00	0.84726	lulus
32	lulus	13-15 jam	5.00	0.62655	lulus
33	lulus	13-15 jam	6.00	0.84726	lulus
34	lulus	13-15 jam	7.00	0.94829	lulus

Gambar 11.9

Tabel 11.11

Classification Table[a]

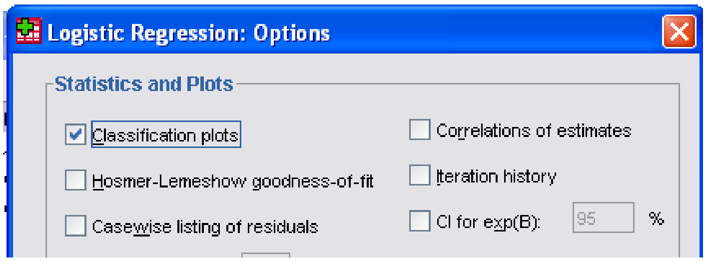
Observed			Predicted: kelulusan – tidak lulus	Predicted: kelulusan – lulus	Predicted: Percentage Correct
Step 1	kelulusan	tidak lulus	11	4	73.3
		lulus	3	22	88.0
	Overall Percentage				82.5

a. The cut value is .500

Berdasarkan *Classification Table*, diketahui jumlah mahasiswa yang tidak lulus sebanyak 15 mahasiswa. Dari 15 mahasiswa tersebut, kemudian diprediksi 11 mahasiswa tidak lulus dan 4 mahasiswa lulus. Perhatikan bahwa hasil prediksi tidak 100% benar. 4 mahasiswa yang diprediksi lulus, pada keadaan sebenarnya tidak lulus. Diketahui juga bahwa jumlah mahasiswa yang lulus sebanyak 25 mahasiswa. Dari 25 mahasiswa tersebut, kemudian diprediksi 22 mahasiswa lulus dan 3 mahasiswa tidak lulus. Perhatikan bahwa hasil prediksi tidak 100% benar. 3 mahasiswa yang diprediksi tidak lulus, pada keadaan sebenarnya lulus. Sehingga persentase ketepatan model dapat memprediksi dengan benar sebesar

$$\frac{11+22}{11+22+4+3} \times 100\% = 82{,}5\%.$$

[4] Aktifkan menu *Classification plots* (Gambar 11.10).



Gambar 11.10

Maka akan diperoleh *output* SPSS sebagai berikut.

```
              Observed Groups and Predicted Probabilities

       8 +                                                                                                    +
         |                                                                                                    |
         |    t                                                                                               |
F        |    t                                                                                               |
R      6 +    t                                                                                               +
E        |    t                                                                                               |
Q        |    t                                                                                               |
U        |    t                                                                                               |
E      4 +    t                                            l                                                l +
N        |    t                                            l                                                l |
C        |    t                                            l       l                  l    l  l      l      l |
Y        |    t                                            l       l                  l    l  l      l      l |
       2 +    t         l                                  t       l                  l    l  l      l ll  ll +
         |    t         l                                  t       l                  l    l  l      l ll  ll |
         |    t         t                     t            t       t    l             t    t  t      l ll  ll |
         |    t         t                     t            t       t    l             t    t  t      l ll  ll |
Predicted ---------+---------+---------+---------+---------+---------+---------+---------+---------+----------
  Prob:   0        .1        .2        .3        .4        .5        .6        .7        .8        .9         1
  Group:  tttttttttttttttttttttttttttttttttttttttttttttttttllllllllllllllllllllllllllllllllllllllllllllllllll
```

Mahasiswa dengan nilai probabilitas lulus sebesar 0,04932. Jumlah mahasiswa dengan dengan nilai probabilitas 0,04932 sebanyak 7 mahasiswa. Dalam keadaan sebenarnya, 7 mahasiswa tersebut memang tidak lulus (diberi kode t).

Mahasiswa dengan nilai probabilitas lulus sebesar 0,14642. Jumlah mahasiswa dengan dengan nilai probabilitas 0,14642 sebanyak 2 mahasiswa. Dalam keadaan sebenarnya, 1 mahasiswa tidak lulus (diberi kode t) dan 1 mahasiswa lagi lulus (diberi kode l).

Gambar 11.11

Berdasarkan *Output* SPSS pada Gambar 11.11 dapat ditarik informasi sebagai berikut.

⇨ Mahasiswa dengan nilai probabilitas lulus sebesar 0,04932. Jumlah mahasiswa dengan dengan nilai probabilitas 0,04932 sebanyak 7 mahasiswa. Dalam keadaan sebenarnya, 7 mahasiswa tersebut memang tidak lulus (diberi kode t).

⇨ Mahasiswa dengan nilai probabilitas lulus sebesar 0,14642. Jumlah mahasiswa dengan dengan nilai probabilitas 0,14642 sebanyak 2 mahasiswa. Dalam keadaan sebenarnya, 1 mahasiswa tidak lulus (diberi kode t) dan 1 mahasiswa lagi lulus (diberi kode l).

	kelulusan	jam	UTS	PRE_1	PGR_1
1	0	1	5.00	0.04932	0
2	0	1	5.00	0.04932	0
3	0	1	5.00	0.04932	0
4	0	1	5.00	0.04932	0
5	0	1	5.00	0.04932	0
6	0	1	5.00	0.04932	0
7	0	1	5.00	0.04932	0
8	0	1	6.00	0.14642	0
9	1	1	6.00	0.14642	0
10	0	1	7.00	0.36189	0
11	0	2	5.00	0.49268	0
12	0	2	5.00	0.49268	0
13	1	2	5.00	0.49268	0
14	1	2	5.00	0.49268	0

Mahasiswa dengan nilai probabilitas lulus sebesar 0,04932. Jumlah mahasiswa dengan dengan nilai probabilitas 0,04932 sebanyak 7 mahasiswa.

Gambar 11.12

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Gujarati, D.N. 2003. *Basic Econometrics, 4th Edition*. New York: McGraw-Hill.

4. Hosmer, D.W. dan S. Lemeshow. 2000. *Applied Logistic Regression, 2nd Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

5. Hair, J. F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

6. Kleinbaum, D.G. dan M. Klein. 2010. *Logistic Regression, 3rd Edition*. New York: Springer.

7. Meyers, L.S., G. Gamst, dan A.J. Guarino. 2005. *Applied Multivariate Research, Design and Interpretation*. Sage.

8. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

9. Supranto, J. 2004. Ekonometri, Buku Kedua. Jakarta: Ghalia Indonesia.

BAB 12

ANALISIS DISKRIMINAN

Sekilas Analisis Diskriminan

Pada pembahasan sebelumnya telah dibahas mengenai regresi linear berganda (*multiple regression*). Dalam regresi linear berganda, variabel tak bebas bersifat metrik (interval atau rasio), sedangkan dalam analisis diskriminan variabel tak bebas bersifat non-metrik (kategori). Persamaan regresi linear berganda dapat digunakan untuk memprediksi atau mengestimasi nilai dari variabel tak bebas, sedangkan persamaan diskriminan dapat digunakan untuk memprediksi suatu objek masuk ke dalam salah satu kategori dari variabel tak bebas berdasarkan informasi dari objek tersebut. Pada analisis diskriminan, variabel bebas bersifat metrik (interval atau rasio). Hair dkk. (2010:232) menyatakan sebagai berikut.

"The basic purpose of discriminant analysis is to estimate the relationship between a single non-metric (categorical) dependent variable and a set of metric independent variables in this general form:

$$\underset{(\textit{non-metric})}{Y_1} \qquad = \underset{(\textit{metric})\text{"}}{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n}$$

Analisis diskriminan dapat digunakan untuk menjawab pertanyaan sebagai berikut.

- ⇨ Apakah faktor jumlah jam belajar dalam sehari dan IQ mahasiswa dapat membedakan atau mengelompokkan antara mahasiswa dengan indeks prestasi kumulatif < 3 dan ≥ 3.

- ⇨ Apakah faktor jumlah kehadiran siswa dalam satu tahun dan rata-rata nilai pelajaran secara keseluruhan dapat membedakan atau mengelompokkan antara siswa yang naik kelas dan tinggal kelas.

Jika terdapat k kategori dalam variabel tak bebas, serta terdapat p variabel bebas atau prediktor, maka persamaan diskriminan yang dapat dibentuk sebanyak $\min(k-1, p)$. Sebagai contoh jika dalam variabel tak bebas terdapat 2 kategori dan melibatkan 5 variabel bebas, maka persamaan diskriminan yang dapat dibentuk sebanyak $min(2-1{,}5) = \min(1{,}5) = 1$. Jika kategori dalam suatu variabel tak bebas lebih dari dua, maka disebut analisis diskriminan berganda (*multiple discriminant analysis*).

Analisis diskriminan dapat dilakukan dengan pendekatan *direct method* dan *stepwise method*. Pada pendekatan *direct method* mengestimasi persamaan diskriminan dengan cara memasukkan atau memproses seluruh variabel bebas secara bersamaan atau simultan. Dengan kata lain, pada pendekatan *direct method* tidak memperhatikan kekuatan untuk mendiskriminasi (*discriminating power*) dari masing-masing variabel bebas. Pendekatan ini cocok diterapkan jika berdasarkan penelitian atau model teori sebelumnya, peneliti ingin pengelompokkan didasarkan dengan menggunakan seluruh variabel bebas.

Pada pendekatan *stepwise method*, hanya variabel-variabel bebas yang memiliki *discriminating power* yang signifikan secara statistika dilibatkan dalam pembentukan model persamaan diskriminan. Pada pendekatan *stepwise method* menyeleksi variabel-variabel bebas manakah yang memiliki *discriminating power* yang cukup kuat dan lemah. Persamaan diskriminan yang dihasilkan dengan pendekatan *stepwise method* menggunakan variabel-variabel bebas yang memiliki *discriminating power* signifikan secara statistika.

Uji Beda Rata-Rata berdasarkan Kategori-Kategori pada Variabel Tak Bebas dari Masing-Masing Variabel Bebas

Uji beda rata-rata berdasarkan kategori-kategori pada variabel tak bebas dari masing-masing variabel bebas dapat digunakan uji F. Untuk menentukan apakah perbedaan rata-rata berdasarkan kategori-kategori pada variabel tak bebas dari suatu variabel bebas signifikan atau tidak, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji F terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi F. Sebelum menghitung nilai kritis F, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas pembilang dan penyebut.

$$Derajat\ bebas\ pembilang = k - 1.$$
$$Derajat\ bebas\ penyebut = n - k.$$

Perhatikan bahwa n menyatakan jumlah elemen dalam sampel dan k menyatakan jumlah kategori pada variabel tak bebas. Andaikan pada variabel tak bebas terdiri atas 2 kategori, maka derajat bebas pembilang adalah $k - 1 = 2 - 1 = 1$ dan derajat bebas penyebut adalah $30 - 2 = 28$. Misalkan tingkat signifikansi yang digunakan adalah 5%. Maka nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang adalah 1, derajat bebas penyebut adalah 28, dan tingkat signifikansi 5% adalah 4,196.

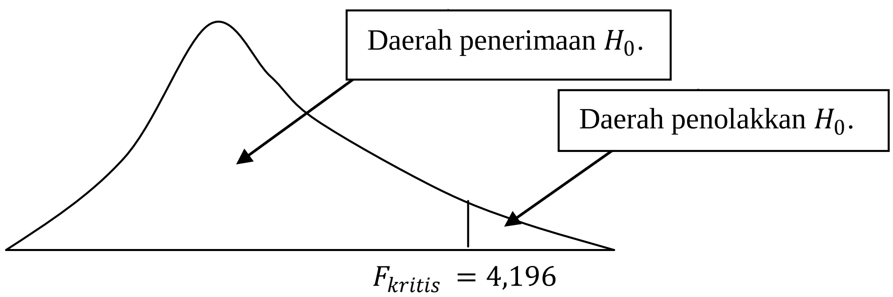
Tabel 12.1

fx =FINV(I3,G3,H3)

D	E	F	G	H	I	J
			Derajat Bebas			
			Pembilang	Penyebut	tingkat signifikansi	F Kritis/Tabel
			1	28	0.05	4.195971707

Tabel 12.1 menyajikan perhitungan nilai kritis F dengan menggunakan bantuan *Microsoft Excel*. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji F.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F \leq nilai\ kritis\ F, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Hipotesis nol menyatakan perbedaan rata-rata berdasarkan kategori-kategori pada variabel tak bebas dari suatu variabel bebas tidak signifikan secara statistika. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai probabilitas dari uji F. Nilai probabilitas dari uji F dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 12.2 merupakan contoh *output* SPSS untuk uji beda rata-rata berdasarkan kategori-kategori pada variabel tak bebas dari masing-masing variabel bebas dengan uji F.

Tabel 12.2

Tests of Equality of Group Means

	Wilks' Lambda	F	df1	df2	Sig.
Jumlah jam belajar dalam sehari	.151	157.604	1	28	.000
IQ mahasiswa	.086	297.897	1	28	.000
Usia mahasiswa	.969	.892	1	28	.353

Berdasarkan Tabel 12.2, perhatikan bahwa *df1* merupakan derajat bebas pembilang dan *df2* merupakan derajat bebas penyebut. Nilai *Sig.* merupakan nilai probabilitas. Jika terjadi perbedaan rata-rata yang signifikan secara statistika, maka variabel bebas tersebut diindikasi mampu mengelompokkan atau mendiskriminasi suatu pengamatan atau objek dengan baik, untuk masuk ke dalam salah satu dari kategori-kategori pada variabel tak bebas.

Mengukur Kemampuan Variabel-Variabel Bebas yang Digunakan pada Persamaan Diskriminan dalam Menjelaskan Varians (Variance) dari Variabel Tak Bebas

Nilai korelasi kanonikal menyatakan suatu nilai yang mengukur keeratan hubungan (linear) antara nilai (skor) yang diperoleh berdasarkan persamaan diskriminan terhadap nilai dari variabel tak bebas (*outcome*) (lihat bagian *share* [1]). Kuadrat dari nilai korelasi kanonikal (*canonical correlation*) digunakan untuk mengukur kemampuan variabel-variabel bebas yang digunakan pada persamaan diskriminan dalam menjelaskan *variance* dari variabel tak bebas (Meyers dkk., 2005:273).

Kuadrat dari nilai korelasi kanonikal berkisar antara 0 dan 1. Kuadrat dari korelasi kanonikal yang mendekati 1 menunjukkan variabel-variabel bebas yang digunakan pada persamaan diskriminan tersebut mampu dalam menjelaskan *variance* dari variabel tak bebas dengan baik. Sedangkan kuadrat dari nilai korelasi kanonikal yang mendekati 0 menunjukkan variabel-variabel bebas pada persamaan diskriminan tersebut kurang mampu dalam menjelaskan varians dari variabel tak bebas. Berdasarkan Tabel 12.3, nilai korelasi kanonikal sebesar 0,970.

Tabel 12.3

Eigenvalues

Function	Eigenvalue	% of Variance	Cumulative %	Canonical Correlation
1	15.680[a]	100.0	100.0	.970

a. First 1 canonical discriminant functions were used in the analysis.

Mengukur Kemampuan dan Menguji Signifikansi Persamaan Diskriminan dalam Pengelompokkan

Kemampuan variabel-variabel bebas yang digunakan dalam persamaan diskriminan untuk mengelompokkan atau mendiskriminasi suatu pengamatan atau objek, untuk masuk ke dalam salah satu dari kategori-kategori pada variabel tak bebas, dapat diukur dengan nilai *Wilks' Lambda*. Nilai *Wilk's Lambda* merupakan suatu nilai yang menyatakan varians variabel tak bebas (berupa kategori-kategori/kelompok-kelompok) yang tidak terjelaskan oleh persamaan diskriminan yang melibatkan satu atau lebih variabel bebas. Nilai *Wilks' Lambda* berkisar di antara 0 dan 1.

Nilai *Wilks' Lambda* yang mendekati 0 menunjukkan semakin baik kemampuan variabel-variabel yang digunakan dalam persamaan diskriminan untuk mengelompokkan atau mendiskriminasi suatu pengamatan atau objek, untuk masuk ke dalam salah satu dari kategori-kategori pada variabel tak bebas. Untuk menguji signifikansi dari persamaan diskriminan, dapat digunakan pendekatan uji chi-kuadrat.

Nilai statistik dari uji chi-kuadrat dibandingkan dengan nilai kritis chi-kuadrat berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Jika nilai statistik dari uji chi-kuadrat $>$ dari nilai kritis chi-kuadrat, maka kemampuan persamaan diskriminan dalam mengelompokkan atau mendiskriminasi suatu pengamatan atau objek, untuk masuk ke dalam salah satu dari kategori-kategori pada variabel tak bebas, signifikan secara statistika.

Pendekatan lain yang dapat digunakan adalah dengan membandingkan nilai probabilitas terhadap tingkat signifikansi (α). jika nilai probabilitas $<$ dari tingkat signifikansi, maka kemampuan persamaan diskriminan dalam mengelompokkan atau mendiskriminasi suatu pengamatan atau objek, untuk masuk ke dalam salah satu dari kategori-kategori pada variabel tak bebas, signifikan secara statistika. Tabel 12.4 menyajikan nilai *Wilks' Lambda* (0,060), nilai statistik dari uji chi-kuadrat (75,983) dan probabilitas atau *Sig.* (0,000).

Tabel 12.4

Wilks' Lambda

Test of Function(s)	Wilks' Lambda	Chi-square	df	Sig.
1	.060	75.983	2	.000

Contoh Kasus dalam Analisis Diskriminan

Berikut diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan analisis diskriminan.

[1] Misalkan seorang guru ingin meneliti apakah jumlah ketidakhadiran ke sekolah, rata-rata nilai latihan, dan uang jajan siswa merupakan suatu faktor yang dapat membedakan atau mengelompokkan siswa masuk ke dalam kelompok siswa yang naik kelas atau tidak naik kelas. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh guru tersebut (Tabel 12.5).

Tabel 12.5

Siswa	Kelulusan	Ketidakhadiran	Rata-Rata Nilai	Uang Jajan
1	0	17	39	10
2	0	18	40	11
3	0	17	41	12
4	0	15	42	13
5	0	14	39	14
6	0	16	40	15
7	0	18	41	10
8	0	18	42	11
9	0	16	39	12
10	0	15	40	13
11	0	17	41	14
12	0	13	42	15
13	0	17	40	10
14	0	14	41	11
15	0	13	42	12
16	1	4	75	13
17	1	6	76	14
18	1	7	77	15
19	1	5	78	10
20	1	7	75	11
21	1	4	76	12
22	1	9	77	13
23	1	5	78	14
24	1	7	79	15
25	1	4	76	10
26	1	4	75	11
27	1	6	77	12
28	1	8	79	13
29	1	4	79	14
30	1	5	79	15

Berdasarkan data pada Tabel 12.5, jumlah siswa yang diteliti sebanyak 30 siswa. Pada Tabel 12.5 untuk variabel Kelulusan, nilai 0 menyatakan tidak naik kelas, sedangkan nilai 1 menyatakan naik kelas. Siswa dengan nomor urut 1 tidak naik kelas dengan jumlah ketidakhadiran 17 kali, rata-rata nilai latihan 39, dan uang jajan per hari Rp. 10000. Siswa dengan nomor urut 17 naik kelas dengan jumlah ketidakhadiran 6 kali, rata-rata nilai latihan 76, dan uang jajan per hari Rp. 14000.

Adapun hal-hal yang ingin diketahui guru tersebut adalah sebagai berikut.

- ⇨ Apakah jumlah ketidakhadiran merupakan faktor yang signifikan secara statistika untuk membedakan atau mengelompokkan antara siswa yang naik kelas dan yang tidak naik kelas.

- ⇨ Apakah rata-rata nilai latihan merupakan faktor yang signifikan secara statistika untuk membedakan atau mengelompokkan antara siswa yang naik kelas dan yang tidak naik kelas.

- ⇨ Apakah uang jajan merupakan faktor yang signifikan secara statistika untuk membedakan atau mengelompokkan antara siswa yang naik kelas dan yang tidak naik kelas.

Asumsi-Asumsi dalam Analisis Diskriminan

Pada analisis analisis diskriminan (linear) terdapat beberapa asumsi yang dikenakan, antara lain asumsi normalitas multivariat dan asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian.

Asumsi Normalitas Multivariat (Multivariate Normality Assumption)

Terdapat asumsi yang dikenakan pada penggunaan analisis diskriminan linear, yakni asumsi normalitas multivariat (*multivariate normality assumption*). Malhotra dan Birks (2006:550) menyatakan sebagai berikut.

"The assumptions in discriminant analysis are that ***each of the groups is a sample from a multivariate normal population*** *and that all the populations have the same covariance matrix".*

Normalitas untuk setiap variabel-variabel secara terpisah (*separately*) merupakan suatu syarat yang diperlukan (*necessary*), namun tidak cukup (*but not sufficient*), untuk tercapainya normalitas multivariat. Untuk setiap variabel secara individu (*individual*) harus berdistribusi normal (*must be normally distributed*) untuk mengikuti (*follow*) distribusi normal multivariat. Stevens (2009:222) menyatakan sebagai berikut.

"The multivariate normality assumption is a much more stringent assumption than the corresponding assumption of normality on a single variable in ANOVA. Although it is difficult to completely characterize multivariate normality, normality on each of the variables separately is a necessary, but not sufficient, condition for multivariate normality to hold. That is, each of the individual variables must be normally distributed for the variables to follow a multivariate normal distribution".

Ketika asumsi normalitas multivariat tidak terpenuhi, hal tersebut dapat menimbulkan masalah dalam estimasi/prediksi dari persamaan diskriminan. Stevens (2009:268) menyatakan sebagai berikut.

"For the classification problem, it is assumed that the two populations are multivariate normal and have the same covariance matrix".

Namun terdapat alternatif lain yang dapat digunakan sebagai pengganti analisis diskriminan, yakni regresi logistik. Dalam penggunaan regresi logistik tidak dikenakan asumsi normalitas untuk masing-masing variabel bebas.

Untuk menguji asumsi normalitas populasi dari masing-masing sampel variabel bebas, dapat digunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Hipotesis nol menyatakan sampel yang diambil berasal dari populasi yang berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan sampel yang diambil tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov terhadap tingkat signifikansi yang digunakan. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis dengan pendekatan probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 12.6 menyajikan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Tabel 12.6

	Std. Deviation	.07412
Most Extreme Differences	Absolute	.280
	Positive	.174
	Negative	-.280
Kolmogorov-Smirnov Z		.886
Asymp. Sig. (2-tailed)		.412

Nilai *Asymp. Sig.* (*2-tailed*) = 0,412 merupakan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Asumsi Kesamaan Matriks-Matriks Kovarian (Assumption of Equal Covariance Matrices)

Selain asumsi normalitas multivariat, terdapat asumsi lain yang dikenakan pada penggunaan analisis diskriminan, yakni asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi (*equal population covariance matrices*). Untuk menguji asumsi kesaman matriks-matriks kovarian populasi dapat digunakan uji Box's M. Hipotesis nol menyatakan tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika di antara matriks-matriks kovarian populasi (*equal population covariance matrices*). Hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika di antara matriks-matriks kovarian populasi. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat digunakan pendekatan nilai probabilitas (*Sig.*). Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Tabel 12.7 menyajikan nilai probabilitas dan nilai statistik dari uji Box's M.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 12.7

Test Results

Box's M		2.835
F	Approx.	.872
	df1	3
	df2	141120.000
	Sig.	.455

Nilai statistik dari uji Box's M adalah 2,835. Nilai probabilitas adalah 0,455.

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan seorang peneliti ingin meneliti apakah faktor jumlah jam belajar dalam sehari, *intelligence quotient* (IQ), dan uang jajan mahasiswa dapat membedakan atau mengelompokkan mahasiswa untuk masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan indeks prestasi kumulatif (IPK) ≥ 3 atau IPK < 3. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh peneliti tersebut (Tabel 12.1).

Tabel 12.1

Mahasiswa	IPK	Jam	IQ	Usia
1	0	7	95	20
2	0	8	96	21
3	0	7	97	22
4	0	5	98	23
5	0	4	95	24
6	0	6	96	25
7	0	8	97	20
8	0	8	98	21
9	0	6	95	22
10	0	5	96	23
11	0	7	97	24
12	0	3	98	25
13	0	7	96	20
14	0	4	97	21
15	0	3	98	22
16	1	12	103	23
17	1	14	104	24
18	1	15	105	25
19	1	13	106	20
20	1	15	103	21
21	1	12	104	22
22	1	17	105	23
23	1	13	106	24
24	1	15	107	25
25	1	12	104	20
26	1	12	103	21
27	1	14	105	22
28	1	16	107	23
29	1	12	107	24
30	1	13	107	25

Berdasarkan data pada Tabel 12.1, jumlah mahasiswa yang diteliti sebanyak 30 mahasiswa. Pada Tabel 12.1 untuk variabel IPK, nilai 0 menyatakan IPK < 3, sedangkan nilai 1 menyatakan nilai IPK ≥ 3. Mahasiswa dengan nomor urut 1 memperoleh IPK < 3 dengan jumlah jam belajar dalam sehari 7 jam, memiliki IQ 95, dan berusia 20 tahun. Mahasiswa dengan nomor urut 17 memperoleh IPK ≥ 3 dengan jumlah jam belajar dalam sehari 14 jam, memiliki IQ 104, dan berusia 24 tahun.

Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti.

- ⇨ Apakah jumlah jam belajar dalam sehari merupakan faktor yang signifikan secara statistika untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3.
- ⇨ Apakah IQ merupakan faktor yang signifikan secara statistika untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3.
- ⇨ Apakah usia merupakan faktor yang signifikan secara statistika untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3.
- ⇨ Faktor manakah yang memiliki kontribusi paling besar dalam hal kemampuannya untuk membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3.

Permasalahan tersebut akan diselesaikan dengan analisis diskriminan pendekatan ***stepwise method*** dalam SPSS. Pendekatan *stepwise method* digunakan dengan maksud untuk menyeleksi variabel-variabel bebas manakah yang memiliki kekuatan (*power*) yang cukup signifikan secara statistika dalam hal membedakan atau mengelompokkan ke dalam kategori-kategori dari variabel tak bebas. Bangun data pada Tabel 12.1 dalam SPSS seperti pada Gambar 12.1.

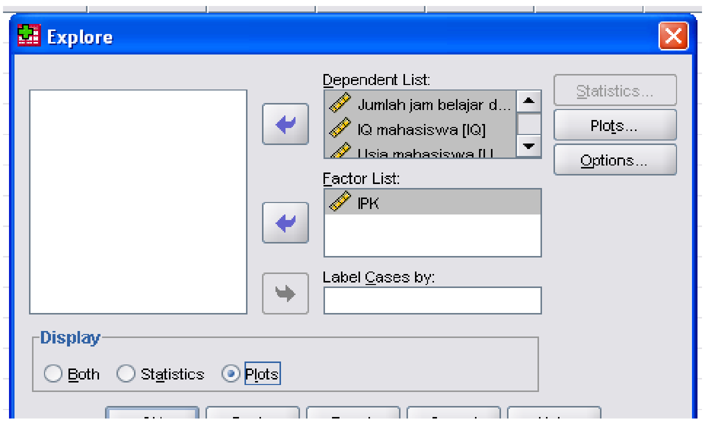
	IPK	Jam	IQ	Usia
1	0	7	95	20
2	0	8	96	21
3	0	7	97	22
4	0	5	98	23
5	0	4	95	24
6	0	6	96	25
7	0	8	97	20
8	0	8	98	21
9	0	6	95	22
10	0	5	96	23
11	0	7	97	24
12	0	3	98	25
13	0	7	96	20
14	0	4	97	21
15	0	3	98	22
16	1	12	103	23
17	1	14	104	24

15	0	3	98	22
16	1	12	103	23
17	1	14	104	24
18	1	15	105	25
19	1	13	106	20
20	1	15	103	21
21	1	12	104	22
22	1	17	105	23
23	1	13	106	24
24	1	15	107	25
25	1	12	104	20
26	1	12	103	21
27	1	14	105	22
28	1	16	107	23
29	1	12	107	24
30	1	13	107	25
31				

	IPK	Jam	IQ	Usia
1	IPK < 3	7	95	20
2	IPK < 3	8	96	21
3	IPK < 3	7	97	22
4	IPK < 3	5	98	23
5	IPK < 3	4	95	24
6	IPK < 3	6	96	25
7	IPK < 3	8	97	20
8	IPK < 3	8	98	21
9	IPK < 3	6	95	22
10	IPK < 3	5	96	23
11	IPK < 3	7	97	24
12	IPK < 3	3	98	25
13	IPK < 3	7	96	20
14	IPK < 3	4	97	21
15	IPK < 3	3	98	22
16	IPK >= 3	12	103	23
17	IPK >= 3	14	104	24

15	IPK < 3	3	98	22
16	IPK >= 3	12	103	23
17	IPK >= 3	14	104	24
18	IPK >= 3	15	105	25
19	IPK >= 3	13	106	20
20	IPK >= 3	15	103	21
21	IPK >= 3	12	104	22
22	IPK >= 3	17	105	23
23	IPK >= 3	13	106	24
24	IPK >= 3	15	107	25
25	IPK >= 3	12	104	20
26	IPK >= 3	12	103	21
27	IPK >= 3	14	105	22
28	IPK >= 3	16	107	23
29	IPK >= 3	12	107	24
30	IPK >= 3	13	107	25
31				

Gambar 12.1



Gambar 12.2

Pada variabel **IPK**, beri *Value* 0 untuk *Label* IPK < 3 dan *Value* 1 untuk *Label* >=3. Sebelum menggunakan analisis diskriminan, berikut akan diuji asumsi normalitas multivariat dan kesamaan matriks-matriks kovarian populasi. Pengujian asumsi normalitas multivariat akan didekati dengan menguji normalitas populasi berdasarkan masing-masing variabel bebas untuk setiap kategori/kelompok.

Pilih *Analyze* => *Descriptive Statistics* => *Explore*, sehingga muncul kotak dialog *Explore* (Gambar 12.2). Masukkan variabel **jam**, **IQ**, dan **usia** ke dalam *Dependent List* dan variabel **IPK** pada *Factor List*. Selanjutnya pilih *Plots*, sehingga muncul kotak dialog *Explore: Plots*. Pilih/centang *Normality plots with tests*. Kemudian pilih *Continue*. Pada *Display* pilih *Plots*. Selanjutnya pilih OK. *Output* SPSS terlihat pada Tabel 12.2.

Tabel 12.2

Tests of Normality

	IPK	Kolmogorov-Smirnov[a] Statistic	df	Sig.
Jumlah jam belajar dalam sehari	IPK < 3	.206	15	.087
	IPK >= 3	.192	15	.143
IQ mahasiswa	IPK < 3	.173	15	.200*
	IPK >= 3	.163	15	.200*
Usia mahasiswa	IPK < 3	.155	15	.200*
	IPK >= 3	.155	15	.200*

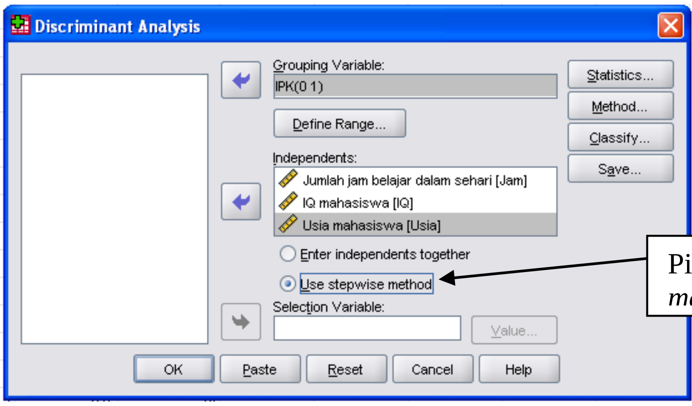
a. Lilliefors Significance Correction

Cara pengujian normalitas univariat ini dapat dilihat pada buku "*Applied Multivariate Statistics For The Social Sciences, 5th Edition*" pada halaman 225.

Berdasarkan informasi pada Tabel 12.2, yakni *Tests of Normality*, akan diperiksa apakah asumsi normalitas untuk masing-masing variabel bebas dalam setiap kelompok-kelompok/kategori-kategori dipenuhi atau tidak. Untuk menentukan apakah asumsi normalitas terpenuhi atau tidak, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig.* dari uji Kolmogorov-Smirnov terhadap tingkat signifikansi (α) yang digunakan.

Perhatikan bahwa diketahui nilai *Sig.* dari uji Kolmogorov-Smirnov untuk masing-masing variabel bebas dalam setiap kelompok-kelompok/kategori-kategori lebih besar dari 0,05, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas univariat dipenuhi.

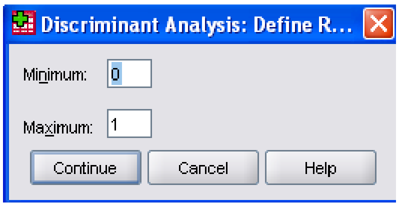
Selanjutnya akan diperiksa asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi. Pilih *Analyze* => *Classify* => *Discriminant*, sehingga muncul kotak dialog *Discriminant Analysis* (Gambar 12.3). Pilih *Use stepwise method*. Selanjutnya masukkan variabel **Jam**, **IQ**, dan **Usia** pada *Independent*, sedangkan variabel **IPK** pada *Grouping Variable*.



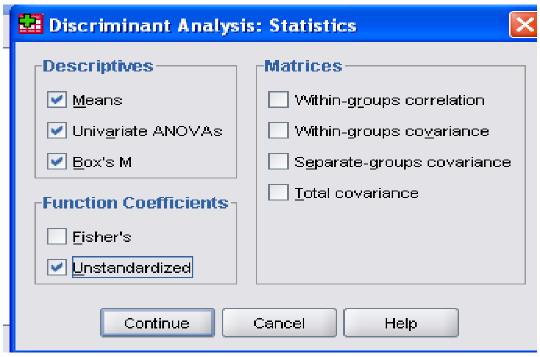
Pilih *Use stepwise method*.

Gambar 12.3

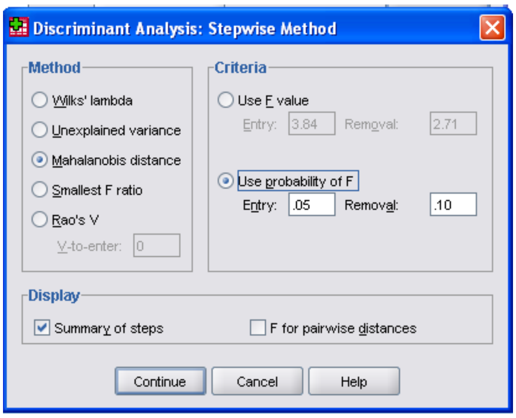
Kemudian pilih *Define Range*, sehingga muncul kotak dialog *Discriminant Analysis: Define Range* (Gambar 12.4). Pada kotak dialog *Discriminant Analysis: Define Range* (Gambar 12.4), isi 0 untuk *Minimum* dan isi 1 untuk *Maximum*. Selanjutnya pilih *Continue*. Kemudian pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak dialog *Discriminant Analysis: Statistics* (Gambar 12.5). Pada kotak dialog *Discriminant Analysis: Statistics* (Gambar 12.5), pilih *Means*, *Univariate ANOVAs*, *Box's M* dan *Unstandardized*. Kemudian pilih *Continue*.



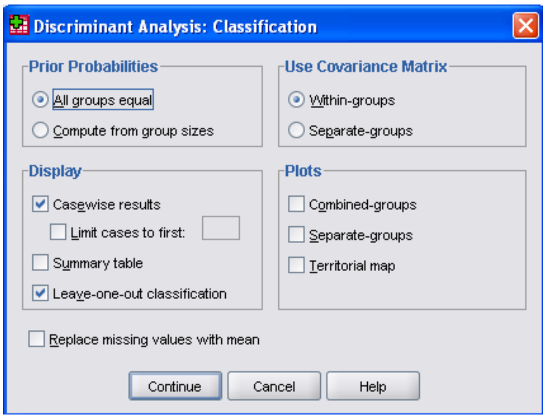
Gambar 12.4



Gambar 12.5



Gambar 12.6



Gambar 12.7

Selanjutnya pilih *Method*, sehingga muncul kotak dialog *Discriminant Analysis: Stepwise Method* (Gambar 12.6). Pada kotak dialog *Discriminant Analysis: Stepwise Method* (Gambar 12.6), pilih *Mahalanobis distance* dan *Use probability of F*. Kemudian pilih *Summary of steps* pada *Display* dan *Continue*.

Pilih *Classify*, sehingga muncul kotak dialog *Discriminant Analysis: Clasiffication* (Gambar 12.7). Pada kotak dialog *Discriminant Analysis: Classification* (Gambar 12.7), pilih *Casewise results* dan *Leave-one-out classification* pada *Display* (Gambar 12.7). Kemudian pilih *Continue* dan OK. Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Tabel 12.3

Test Results

Box's M		2.835
F	Approx.	.872
	df1	3
	df2	141120.000
	Sig.	.455

Berdasarkan Tabel 12.3 (*Test Results*), berikut akan diuji asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian. Hipotesis nol menyatakan tidak terjadi perbedaan yang signifikan secara statistika di antara matriks-matriks kovarian populasi (*equal population covariance matrices*), sedangkan hipotesis alternatif menyatakan terjadi perbedaan yang signifikan secara statistika di antara matriks-matriks kovarian populasi. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat digunakan pendekatan nilai probabilitas (*Sig.*). Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis dengan pendekatan probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berdasarkan Tabel 12.3 diketahui nilai *Sig.* adalah 0,455. Karena nilai *Sig.* (0,455) lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi dipenuhi.

Tabel 12.4

Group Statistics

IPK		Mean	Std. Deviation	Valid N (listwise) Unweighted	Valid N (listwise) Weighted
IPK < 3	Jumlah jam belajar dalam sehari	5.87	1.767	15	15.000
	IQ mahasiswa	96.60	1.121	15	15.000
	Usia mahasiswa	22.20	1.740	15	15.000
IPK >= 3	Jumlah jam belajar dalam sehari	13.67	1.633	15	15.000
	IQ mahasiswa	105.07	1.534	15	15.000
	Usia mahasiswa	22.80	1.740	15	15.000
Total	Jumlah jam belajar dalam sehari	9.77	4.305	30	30.000
	IQ mahasiswa	100.83	4.504	30	30.000
	Usia mahasiswa	22.50	1.737	30	30.000

Berdasarkan Tabel 12.4 (*Group Statistics*) dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- Untuk variabel **Jam** (jumlah jam belajar dalam sehari), rata-rata jumlah jam belajar dalam sehari dari mahasiswa dengan IPK < 3 adalah 5,87 jam per hari, sedangkan rata-rata jumlah jam belajar dalam sehari dari mahasiswa dengan IPK ≥ 3 adalah 13,67 jam per hari. Perhatikan bahwa secara rata-rata, terlihat perbedaan yang begitu mencolok dalam hal jumlah jam belajar dalam sehari antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa dengan IPK ≥ 3. Secara rata-rata, mahasiswa dengan IPK ≥ 3 menghabiskan waktu untuk belajar dalam sehari lebih lama, dibandingkan dengan mahasiswa dengan IPK < 3. Perhatikan bahwa perbedaan rata-rata yang terjadi di antara dua kelompok tersebut (IPK < 3 dan IPK ≥ 3) perlu diuji untuk menentukan apakah perbedaan tersebut signifikan atau tidak secara statistika.

- Untuk variabel **IQ**, rata-rata IQ mahasiswa dengan IPK < 3 adalah 96,60, sedangkan rata-rata IQ mahasiswa dengan IPK ≥ 3 adalah 105,07. Perhatikan bahwa secara rata-rata, terlihat perbedaan yang cukup mencolok dalam hal IQ antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa dengan IPK ≥ 3. Secara rata-rata, IQ mahasiswa dengan IPK ≥ 3 lebih tinggi dibandingkan dengan IQ mahasiswa dengan IPK < 3. Perhatikan bahwa perbedaan rata-rata yang terjadi di antara dua kelompok tersebut perlu diuji untuk menentukan apakah perbedaan tersebut signifikan atau tidak secara statistika.

- Untuk variabel **Usia**, rata-rata usia mahasiswa dengan IPK < 3 adalah 22,20, sedangkan rata-rata usia mahasiswa dengan IPK $\geq$ 3 adalah 22,80. Perhatikan bahwa secara rata-rata, terlihat perbedaan dalam hal usia antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa dengan IPK $\geq$ 3. Secara rata-rata, usia mahasiswa dengan IPK $\geq$ 3 lebih tinggi dibandingkan dengan usia mahasiswa dengan IPK < 3. Perhatikan bahwa perbedaan rata-rata yang terjadi di antara dua kelompok tersebut perlu diuji untuk menentukan apakah perbedaan tersebut signifikan atau tidak secara statistika.

Tabel 12.5

Tests of Equality of Group Means

	Wilks' Lambda	F	df1	df2	Sig.
Jumlah jam belajar dalam sehari	.151	157.604	1	28	.000
IQ mahasiswa	.086	297.897	1	28	.000
Usia mahasiswa	.969	.892	1	28	.353

Hasil pada Tabel 12,5 dapat diperoleh dengan menggunakan metode analisis varians.

Berdasarkan informasi pada Tabel 12.5 (*Tests of Equality of Group Means*), berikut akan diuji apakah perbedaan rata-rata dari dua kelompok, yakni kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 dan kelompok mahasiswa dengan IPK ≥ 3 berdasarkan masing-masing variabel bebas berbeda secara signifikan atau tidak. Untuk menentukan apakah perbedaan rata-rata dari suatu variabel bebas berdasarkan kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK $\geq$ 3 signifikan atau tidak (secara statistika), bandingkan nilai Sig dengan tingkat signifikansi (α) yang digunakan. Jika nilai $Sig \geq$ tingkat signifikansi (α), maka perbedaan rata-rata yang terjadi signifikan secara statistika. Namun jika nilai $Sig <$ tingkat signifikansi (α), maka perbedaan rata-rata yang terjadi tidak signifikan secara statistika. Jika terjadi perbedaan rata-rata yang signifikan secara statistika dari suatu variabel bebas berdasarkan kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK $\geq$ 3, maka diindikasi variabel bebas tersebut berpengaruh dalam hal pengelompokkan.

- Nilai *Sig.* untuk variabel **Jam** adalah 0,000. Karena nilai *Sig.* tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi, yakni $\alpha = 0{,}05$, maka perbedaan rata-rata jumlah jam belajar dalam sehari antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa IPK $\geq$ 3 signifikan secara statistika.

- Nilai *Sig.* untuk variabel **IQ** adalah 0,000. Karena nilai *Sig.* tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi, yakni $\alpha = 0{,}05$, maka perbedaan rata-rata IQ antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa IPK $\geq$ 3 signifikan secara statistika.

- Nilai *Sig.* untuk variabel **Usia** adalah 0,353. Karena nilai *Sig.* tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi, yakni $\alpha = 0{,}05$, maka perbedaan rata-rata usia antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa IPK $\geq$ 3 tidak signifikan secara statistika.

Tabel 12.6

Variables Entered/Removed[a,b,c,d]

		Min. D Squared					
				Exact F			
Step	Entered	Statistic	Between Groups	Statistic	df1	df2	Sig.
1	IQ mahasiswa	39.720	IPK < 3 and IPK >= 3	297.897	1	28.000	1.861E-16
2	Jumlah jam belajar dalam sehari	58.538	IPK < 3 and IPK >= 3	211.678	2	27.000	3.165E-17

Berdasarkan Tabel 12.6 (*Variables Enter/Removed*) dapat ditarik informasi bahwa variabel **IQ** dan **Jam** diikutsertakan untuk proses pembentukan persamaan diskriminan, sedangkan variabel **Usia** tidak diikutsertakan. Perhatikan bahwa berdasarkan hasil sebelumnya, yakni pada Tabel *Test of Equality of Group Means*, diketahui bahwa perbedaan rata-rata dari variabel **IQ** dan **Jam** berdasarkan kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3 signifikan secara statistika, namun tidak demikian dengan variabel **Usia**.

Tabel 12.7

Variables in the Analysis

Step		Tolerance	Sig. of F to Remove	Min. D Squared	Between Groups
1	IQ mahasiswa	1.000	.000		
2	IQ mahasiswa	.998	.000	21.014	IPK < 3 and IPK >= 3
	Jumlah jam belajar dalam sehari	.998	.002	39.720	IPK < 3 and IPK >= 3

Berdasarkan Tabel 12.7 (*Variables in the Analysis*) dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- ⇨ Dalam Tabel *Variables in the Analysis*, pada langkah pertama (*step 1*), variabel yang dipilih pertama kali untuk proses analisis adalah variabel **IQ**. Dalam hal ini variabel **IQ** menempati urutan pertama dalam hal kemampuannya untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa dengan IPK ≥ 3.

- ⇨ Selanjutnya pada langkah kedua (*step 2*) variabel **Jam** dimasukkan untuk proses analisis. Dalam hal ini variabel **Jam** menempati urutan kedua dalam hal kemampuannya untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa dengan IPK ≥ 3.

Berdasarkan Tabel 12.8 (*Variables Not in the Analysis*) menerangkan proses seleksi dari variabel-variabel bebas yang akan digunakan dalam proses analisis selanjutnya, yakni pembentukan persamaan diskriminan. Variabel-variabel yang tersisa pada langkah terakhir menandakan variabel-variabel tersebut tidak diikutsertakan dalam pembentukan persamaan diskriminan. Berdasarkan hasil pada Tabel *Variables Not in the Analysis* dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- ⇨ Pada *Step 0*, nilai *Mahalanobis Distance* (*Min. D Square*) paling besar dan signifikan (*Sig.<0,05*) terletak pada variabel **IQ**. Sehingga variabel **IQ** dipilih untuk proses analisis selanjutnya.

- ⇨ Pada *Step 1*, variabel **IQ** sudah tidak ada. Dalam hal ini variabel **IQ** telah dipilih untuk proses analisis selanjutnya. Kemudian perhatikan bahwa nilai *Mahalanobis Distance* (*Min. D Square*) yang paling besar dan signifikan (*Sig.<0,05*) pada *Step 1* terletak pada variabel **Jam**. Sehingga variabel **Jam** dipilih untuk proses analisis selanjutnya.

- ⇨ Pada *Step 2*, tersisa variabel **Usia**. Perhatikan bahwa nilai *Sig.* untuk variabel **Usia** lebih besar dari 0,05, yang menandakan variabel **Usia** tidak diikutsertakan untuk proses analisis selanjutnya.

Tabel 12.8

Variables Not in the Analysis

Step		Tolerance	Min. Tolerance	Sig. of F to Enter	Min. D Squared	Between Groups
0	Jumlah jam belajar dalam sehari	1.000	1.000	.000	21.014	IPK < 3 and IPK >= 3
	IQ mahasiswa	1.000	1.000	.000	39.720	IPK < 3 and IPK >= 3
	Usia mahasiswa	1.000	1.000	.353	.119	IPK < 3 and IPK >= 3
1	Jumlah jam belajar dalam sehari	.998	.998	.002	58.538	IPK < 3 and IPK >= 3
	Usia mahasiswa	.883	.883	.140	43.438	IPK < 3 and IPK >= 3
2	Usia mahasiswa	.859	.859	.432	60.065	IPK < 3 and IPK >= 3

Tabel 12.9

Wilks' Lambda

Step	Number of Variables	Lambda	df1	df2	df3	Exact F			
						Statistic	df1	df2	Sig.
1	1	.086	1	1	28	297.897	1	28.000	.000
2	2	.060	2	1	28	211.678	2	27.000	.000

Berdasarkan Tabel 12.9 (*Wilks' Lambda*) dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- Pada *Step 1*, persamaan diskriminan hanya melibatkan satu variabel bebas, yakni variabel **IQ** (perhatikan kolom *Number of Variables*). Kemampuan persamaan diskriminan tersebut untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3 berdasarkan **IQ** signifikan secara statistika (nilai *Sig. < 0,05*).

- Pada *Step 2*, persamaan diskriminan melibatkan dua variabel bebas, yakni variabel **IQ** dan **Jam** (perhatikan kolom *Number of Variables*). Kemampuan persamaan diskriminan tersebut untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3 berdasarkan **IQ** dan **Jam** signifikan secara statistika (nilai *Sig. < 0,05*).

- Namun perhatikan bahwa kemampuan persamaan diskriminan untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3, lebih unggul/baik pada persamaan diskriminan dengan melibatkan dua variabel bebas dibandingkan satu variabel bebas. Hal tersebut dapat dilihat dari nilai *Lambda* pada persamaan diskriminan yang melibatkan dua variabel bebas lebih kecil dibandingkan persamaan diskriminan yang hanya melibatkan satu variabel bebas.

Sehingga variabel **IQ** dan **Jam** akan diikutsertakan dalam pembentukan persamaan diskriminan untuk mengelompokkan atau membedakan antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan IPK ≥ 3.

Tabel 12.10

Eigenvalues

Function	Eigenvalue	% of Variance	Cumulative %	Canonical Correlation
1	15.680[a]	100.0	100.0	.970

a. First 1 canonical discriminant functions were used in the analysis.

Berdasarkan Tabel 12.10 (*Eigenvalues*), diketahui nilai korelasi kanonikal (*canonical correlation*) 0,970. Nilai korelasi kanonikal mengukur keeratan hubungan (dalam hal ini hubungan linear) antara nilai-nilai yang diperoleh berdasarkan persamaan diskriminan dengan nilai-nilai dari variabel tak bebas. Nilai korelasi kanonikal berkisar antara 0 dan 1. Nilai korelasi kanonikal yang mendekati 1 menunjukkan keeratan hubungan yang kuat antara antara nilai-nilai yang diperoleh berdasarkan persamaan diskriminan dengan nilai-nilai dari variabel tak bebas. Kuadrat dari nilai korelasi kanonikal $(0{,}97^2 = 0{,}9401)$ menyatakan kemampuan persamaan diskriminan yang melibatkan variabel bebas IQ dan jumlah jam belajar dalam sehari dalam menjelaskan varians (*variance*) variabel tak bebas sebesar 94,01%, sisanya 5,99% dijelaskan oleh faktor-faktor lain.

Berdasarkan Tabel 12.11, yakni *Wilks' Lambda*, diketahui nilai *Sig.* adalah 0.000. Karena nilai *Sig.* lebih kecil dari tingkat signifikansi, yakni $\alpha = 0{,}05$, maka persamaan diskriminan yang dihasilkan dengan melibatkan variabel bebas **IQ** dan **jumlah jam belajar dalam sehari** signifikan secara statistika mampu mengelompokkan atau membedakan mahasiswa dengan kategori IPK < 3 dan mahassiwa dengan kategori ≥ 3.

Tabel 12.11

Wilks' Lambda

Test of Function(s)	Wilks' Lambda	Chi-square	df	Sig.
1	.060	75.983	2	.000

Tabel 12.12

Structure Matrix

	Function
	1
IQ mahasiswa	.824
Jumlah jam belajar dalam sehari	.599
Usia mahasiswa[a]	.195

Pooled within-groups correlations between discriminating variables and standardized canonical discriminant functions
Variables ordered by absolute size of correlation within function.

a. This variable not used in the analysis.

Tabel 12.13

Functions at Group Centroids

	Function
IPK	1
IPK < 3	-3.826
IPK >= 3	3.826

Unstandardized canonical discriminant functions evaluated at group means

Berdasarkan Tabel 12.12, yakni *Structure Matrix*, menerangkan keeratan hubungan antara masing-masing variabel bebas, yakni **IQ**, **Jam**, dan **Usia** terhadap fungsi diskriminan. Terlihat bahwa variabel **IQ** memiliki keeratan hubungan paling kuat terhadap fungsi diskriminan. Kemudian disusul oleh variabel **Jam** dan **Usia**. Namun perhatikan bahwa pada variabel **Usia**, terdapat huruf "a" yang berarti variabel **Usia** tidak digunakan dalam analisis selanjutnya (*This variable not used in the analysis*). Dengan kata lain, variabel **Usia** tidak diikutsertakan dalam pembentukan persamaan diskriminan.

Berdasarkan informasi pada Tabel 12.13, yakni *Functions at Group Centroids*, diketahui nilai *Centroids* untuk kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 adalah $c_0 = -3{,}826$, sedangkan untuk kelompok mahasiswa dengan IPK $\geq$ 3 adalah $c_1 = 3{,}826$. Perhatikan bahwa c_0 merupakan rata-rata dari nilai-nilai diskriminan berdasarkan kelompok mahasiswa dengan IPK< 3, sedangkan c_1 merupakan rata-rata dari nilai-nilai diskriminan berdasarkan kelompok mahasiswa dengan IPK ≥ 3. Selanjutnya akan ditentukan nilai kritis atau nilai pemisah sebagai berikut.

$$nilai\ pemisah = \frac{(n_1 c_0 + n_0 c_1)}{n_1 + n_2}$$

$$= \frac{\left((15)(-3{,}826) + (15)(3{,}826)\right)}{15 + 15}$$

$$= 0$$

Maka aturan untuk pengelompokan atau pendiskriminasi sebagai berikut.

- Jika nilai diskriminan $(\widehat{D})$ lebih besar dari nilai pemisah 0, maka masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK ≥ 3.
- Jika nilai diskriminan $(\widehat{D})$ lebih kecil dari nilai pemisah 0, maka masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK < 3.

Berdasarkan Tabel 12.14, yakni *Canonical Discriminant Function Coefficients*, diperoleh persamaan diskriminan sebagai berikut.

$$\widehat{D} = -63{,}398 + 0{,}596\, IQ + 0{,}333\, Jam$$

Sebagai contoh misalkan seorang mahasiswa bernama Ugi, diketahui jumlah jam belajar dalam sehari adalah 6 jam dan memiliki IQ 101, maka diperoleh nilai/skor diskriminan sebagai berikut.

$$\widehat{D} = -63{,}398 + 0{,}596\, IQ + 0{,}333\, Jam$$

$$= -63{,}398 + 0{,}596\ (101) + 0{,}333\ (6)$$

$$= -1{,}204.$$

Perhatikan bahwa karena nilai diskriminan, yakni $-1{,}204$ lebih kecil dibandingkan dengan nilai kritis atau pemisah, yakni 0, maka Ugi diprediksi masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK < 3. Sebagai contoh lagi misalkan seorang mahasiswa bernama Egi dengan jumlah jam belajar dalam sehari 14 jam dan IQ 102, maka diperoleh nilai diskriminan sebagai berikut.

$$\widehat{D} = -63{,}398 + 0{,}596\, IQ + 0{,}333\, Jam$$

$$= -63{,}398 + 0{,}596\ (102) + 0{,}333\ (14)$$

$$= 2{,}056.$$

Perhatikan bahwa karena nilai diskriminan, yakni 2,056 lebih besar dibandingkan dengan nilai kritis, yakni 0, maka Egi diprediksi masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK ≥ 3.

Tabel 12.14

Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function
	1
Jumlah jam belajar dalam sehari	.333
IQ mahasiswa	.596
(Constant)	-63.398

Unstandardized coefficients

Tabel 12.15

Classification Statistics

Classification Processing Summary

Processed		30
Excluded	Missing or out-of-range group codes	0
	At least one missing discriminating variable	0
Used in Output		30

Tabel 12.16

Prior Probabilities for Groups

		Cases Used in Analysis	
IPK	Prior	Unweighted	Weighted
IPK < 3	.500	15	15.000
IPK >= 3	.500	15	15.000
Total	1.000	30	30.000

Berdasarkan Tabel 12.15, yakni *Classification Processing Sumarry*, menandakan bahwa jumlah mahasiswa yang diproses sebanyak 30 mahasiswa dan tidak ada yang tidak diproses.

Berdasarkan Tabel 12.16, yakni *Prior Probabilities for Groups* memberikan informasi bahwa jumlah mahasiswa pada kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 adalah 15 siswa dan jumlah mahasiswa dengan kelompok IPK $\geq$ 3 adalah 15 siswa.

Berdasarkan Tabel 12.17, yakni *Classification Results* memberikan informasi sebagai berikut.

- Pada data awal (*Original*), jumlah mahasiswa dengan kategori IPK < 3 sebanyak 15 mahasiswa. Kemudian, data dari 15 mahasiswa tersebut dimasukkan ke dalam persamaan diskriminan untuk dikelompokkan, apakah termasuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 atau IPK ≥ 3. Hasil pengelompokkan setelah digunakan persamaan diskriminan (*Predicted Group Membership*) menunjukkan bahwa 15 mahasiswa tersebut masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK < 3.

  Kemudian perhatikan lagi bahwa pada data awal (*Original*), jumlah mahasiswa dengan kategori IPK $\geq$ 3 sebanyak 15 mahasiswa. Kemudian, data dari 15 mahasiswa tersebut dimasukkan ke dalam persamaan diskriminan untuk dikelompokkan, apakah termasuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 atau IPK ≥ 3. Hasil pengelompokkan setelah digunakan persamaan diskriminan (*Predicted Group Membership*) menunjukkan bahwa 15 mahasiswa tersebut masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK ≥ 3.

- Berdasarkan hasil tersebut, tidak terdapat perubahan klasifikasi untuk setiap mahasiswa. Hal ini berarti angka ketepatan prediksi dengan menggunakan data tersebut adalah

$$angka\ ketepatan\ prediksi = \frac{(15+15)}{30} = 100\%.$$

- Berdasarkan informasi dari Tabel *Classification Results* pada bagian (b), memberikan informasi bahwa angka ketepatan prediksi sebesar 100%. Hal ini berarti persamaan diskriminan yang dihasilkan layak untuk digunakan dalam memprediksi seorang mahasiswa apakah masuk ke dalam kelompok mahasiswa dengan IPK < 3 atau IPK $\geq$ 3 berdasarkan informasi jumlah jam belajar dalam sehari dan IQ. Dalam keadaan lapangan, sangat kecil kemungkinan untuk mendapatkan angka ketepatan prediksi 100%. Data yang digunakan dalam contoh ini adalah data fiktif.

Tabel 12.17

Classification Results[b,c]

		IPK	Predicted Group Membership IPK < 3	IPK >= 3	Total
Original	Count	IPK < 3	15	0	15
		IPK >= 3	0	15	15
	%	IPK < 3	100.0	.0	100.0
		IPK >= 3	.0	100.0	100.0
Cross-validated[a]	Count	IPK < 3	15	0	15
		IPK >= 3	0	15	15
	%	IPK < 3	100.0	.0	100.0
		IPK >= 3	.0	100.0	100.0

a. Cross validation is done only for those cases in the analysis. In cross validation, each case is classified by the functions derived from all cases other than that case.

b. 100.0% of original grouped cases correctly classified.

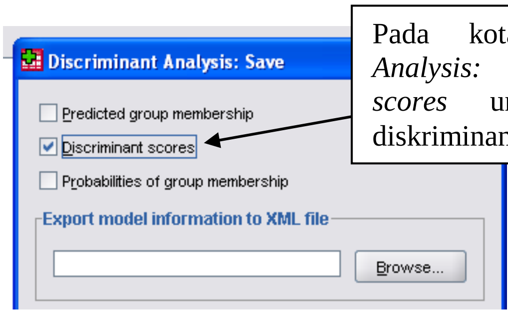
c. 100.0% of cross-validated grouped cases correctly classified.

[1] Korelasi kanonikal (*canonical correlation*) dapat diartikan sebagai suatu nilai yang mengukur keeratan hubungan (linear) antara nilai (skor) yang diperoleh berdasarkan persamaan diskriminan terhadap nilai dari variabel tak bebas (*outcome*). Misalkan diberikan data dalam SPSS seperti pada Gambar 12.1.

	IPK	Jam	IQ	Usia
1	0	7	95	20
2	0	8	96	21
3	0	7	97	22
4	0	5	98	23
5	0	4	95	24
6	0	6	96	25
7	0	8	97	20
8	0	8	98	21
9	0	6	95	22
10	0	5	96	23
11	0	7	97	24
12	0	3	98	25
13	0	7	96	20
14	0	4	97	21
15	0	3	98	22
16	1	12	103	23
17	1	14	104	24
18	1	15	105	25
19	1	13	106	20
20	1	15	103	21
21	1	12	104	22
22	1	17	105	23
23	1	13	106	24
24	1	15	107	25
25	1	12	104	20
26	1	12	103	21
27	1	14	105	22
28	1	16	107	23
29	1	12	107	24
30	1	13	107	25

	IPK	Jam	IQ	Usia
1	IPK < 3	7	95	20
2	IPK < 3	8	96	21
3	IPK < 3	7	97	22
4	IPK < 3	5	98	23
5	IPK < 3	4	95	24
6	IPK < 3	6	96	25
7	IPK < 3	8	97	20
8	IPK < 3	8	98	21
9	IPK < 3	6	95	22
10	IPK < 3	5	96	23
11	IPK < 3	7	97	24
12	IPK < 3	3	98	25
13	IPK < 3	7	96	20
14	IPK < 3	4	97	21
15	IPK < 3	3	98	22
16	IPK >= 3	12	103	23
17	IPK >= 3	14	104	24
18	IPK >= 3	15	105	25
19	IPK >= 3	13	106	20
20	IPK >= 3	15	103	21
21	IPK >= 3	12	104	22
22	IPK >= 3	17	105	23
23	IPK >= 3	13	106	24
24	IPK >= 3	15	107	25
25	IPK >= 3	12	104	20
26	IPK >= 3	12	103	21
27	IPK >= 3	14	105	22
28	IPK >= 3	16	107	23
29	IPK >= 3	12	107	24
30	IPK >= 3	13	107	25

Gambar 12.1



Pada kotak dialog *Discriminant Analysis: Save*, pilih *Discriminant scores* untuk memperoleh nilai diskriminan (*Discriminant scores*).

Gambar 12.2

Dengan menggunakan analisis diskriminan pendekatan *stepwise method*, diperoleh nilai (skor) persamaan diskriminan sebagai berikut.

Perhatikan bahwa nilai-nilai pada variabel **Dis_1** merupakan nilai-nilai diskriminan (*discriminant scores*).

	IPK	Jam	IQ	Usia	Dis1_1
1	IPK < 3	7	95	20	-4.40187
2	IPK < 3	8	96	21	-3.47[illegible]5
3	IPK < 3	7	97	22	-3.20899
4	IPK < 3	5	98	23	-3.2795[illegible]
5	IPK < 3	4	95	24	-5.40231
6	IPK < 3	6	96	25	-4.13891
7	IPK < 3	8	97	20	-2.87551
8	IPK < 3	8	98	21	-2.27907
9	IPK < 3	6	95	22	-4.73535
10	IPK < 3	5	96	23	-4.47239
11	IPK < 3	7	97	24	-3.20899
12	IPK < 3	3	98	25	-3.94647
13	IPK < 3	7	96	20	-3.80543
14	IPK < 3	4	97	21	-4.20943
15	IPK < 3	3	98	22	-3.94647
16	IPK >= 3	12	103	23	2.03706
17	IPK >= 3	14	104	24	3.30047
18	IPK >= 3	15	105	25	4.23039
19	IPK >= 3	13	106	20	4.15987
20	IPK >= 3	15	103	21	3.03751
21	IPK >= 3	12	104	22	2.63350
22	IPK >= 3	17	105	23	4.89735
23	IPK >= 3	13	106	24	4.15987
24	IPK >= 3	15	107	25	5.42327
25	IPK >= 3	12	104	20	2.63350
26	IPK >= 3	12	103	21	2.03706
27	IPK >= 3	14	105	22	3.89691
28	IPK >= 3	16	107	23	5.75675
29	IPK >= 3	12	107	24	4.42283
30	IPK >= 3	13	107	25	4.75631

$$\widehat{D}_1 = 0.33348138227346 06(7) + 0.596440956 3758277(95) - 63.398131268100094$$

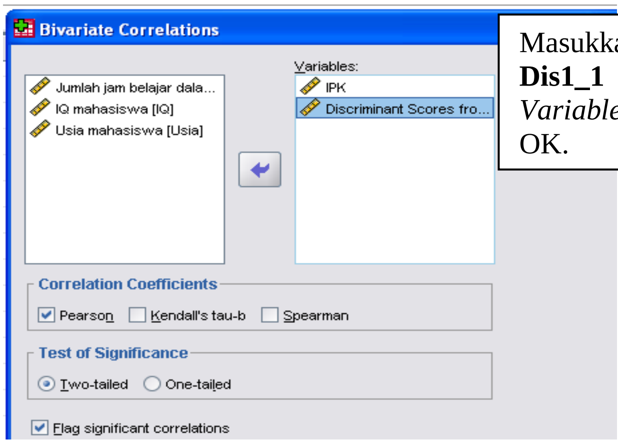
$$= -4{,}401870736.$$

Tabel 12.1

	Function
	1
Jumlah jam belajar dalam sehari	.333
IQ mahasiswa	.596
(Constant)	-63.398

Unstandardized coefficients

Untuk memperoleh korelasi kanonikal pilih *Analyze* => *Correlate* => *Bivariate*, sehingga muncul kotak dialog *Bivariate Correlations* (Gambar 12.3). Masukkan variabel **IPK** dan **Dis1_1** ke dalam kotak *Variables*. Kemudian pilih OK.



Masukkan variabel **IPK** dan **Dis1_1** ke dalam kotak *Variables*. Kemudian pilih OK.

Gambar 12.3

Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Tabel 12.2

Correlations

		IPK	Discriminant Scores from Function 1 for Analysis 1
IPK	Pearson Correlation	1	.970**
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	30	30
Discriminant Scores from Function 1 for Analysis 1	Pearson Correlation	.970**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	

Perhatikan bahwa berdasarkan Tabel 12.2 (*Correlations*), nilai korelasi antara **IPK** dan **Dis1_1** adalah 0,970. Nilai 0,970 merupakan nilai korelasi kanonikal.

Tabel 12.3

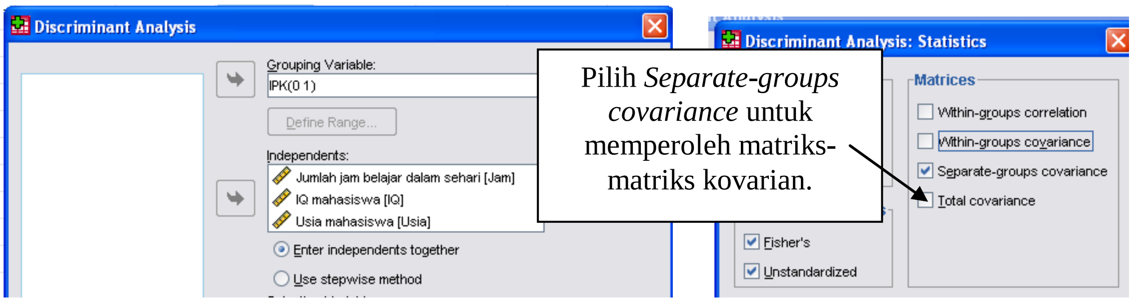
Korelasi kanonikal (*Canonical Correlation*) dengan melibatkan variabel bebas **IQ** dan **Jam**.

Eigenvalues

		f Variance	Cumulative %	Canonical Correlation
1	15.080a	100.0	100.0	.970

a. First 1 canonical discriminant functions were used in the analysis.

[2] Salah satu asumsi yang dikenakan pada penggunaan analisis diskriminan adalah asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi. Misalkan diberikan data seperti pada Gambar 12.1. Kemudian pilih *Analyze* => *Classify* => *Discriminant*, sehingga muncul kotak dialog *Discriminant Analysis* (Gambar 12.4). Masukkan variabel **IPK** pada *Grouping Variable* dan masukkan variabel **Jam**, **IQ**, dan **Usia** pada *Independent*. Pilih *Enter independents together*. Selanjutnya pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak dialog *Discriminant Analysis: Statistics* (Gambar 12.5). Pada kotak dialog *Discriminant Analysis: Statistics*, pilih *Separate-groups covariance*. Kemudian pilih *Continue* dan OK.



Gambar 12.4 **Gambar 12.5**

Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Tabel 12.4

Covariance Matrices

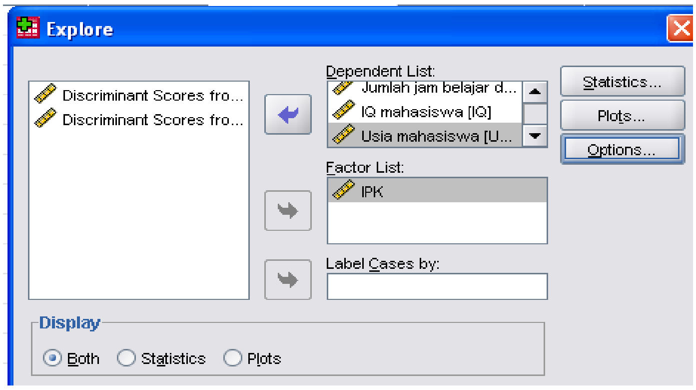
IPK		Jumlah jam belajar dalam sehari	IQ mahasiswa	Usia mahasiswa
IPK < 3	Jumlah jam belajar dalam sehari	3.124	-.414	-1.614
	IQ mahasiswa	-.414	1.257	.229
	Usia mahasiswa	-1.614	.229	3.029
IPK >= 3	Jumlah jam belajar dalam sehari	2.667	.595	.786
	IQ mahasiswa	.595	2.352	1.371
	Usia mahasiswa	.786	1.371	3.029

Berdasarkan Tabel 12.4 (*Covariance Matrices*), diperoleh dua matriks kovarian, yakni

$$C_1 = \begin{bmatrix} 3{,}124 & -0{,}414 & -1{,}614 \\ -0{,}414 & 1{,}257 & 0{,}229 \\ -1{,}614 & 0{,}229 & 3{,}029 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 2{,}667 & 0{,}595 & 0{,}786 \\ 0{,}595 & 2{,}352 & 1{,}371 \\ 0{,}786 & 1{,}371 & 3{,}029 \end{bmatrix}.$$

Berdasarkan matriks kovarian C_1, nilai 3,124, 1,257, dan 3,029 masing-masing merupakan nilai varians variabel **Jam**, **IQ**, dan **Usia** pada kelompok mahasiswa dengan IPK $<$ 3. Sedangkan nilai $-0{,}414$, $-1{,}614$, 0,229, dan 3,029 disebut nilai-nilai kovarian pada kelompok IPK $<$ 3. Jika asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian dipenuhi, berarti tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika antara elemen-elemen pada C_1 dan C_2.



Gambar 12.6

Tabel 12.5

Descriptives

	IPK			Statistic	Std. Error
Jumlah jam belajar dalam sehari	IPK < 3	Mean		5.87	
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	4.89	
			Upper Bound	6.85	
		5% Trimmed Mean		5.91	
		Median		6.00	
		Variance		3.124	
		Std. Deviation		1.767	
		Minimum		3	
		Maximum		8	
		Range		5	
		Interquartile Range		3	
		Skewness		-.395	.580
		Kurtosis		-1.188	1.121
	IPK >= 3	Mean		13.67	.422
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	12.76	
			Upper Bound	14.57	
		5% Trimmed Mean		13.57	
		Median		13.00	
		Variance		2.667	
		Std. Deviation		1.633	
		Minimum		12	
		Maximum		17	
		Range		5	
		Interquartile Range		3	
		Skewness		.622	.580
		Kurtosis		-.651	1.121

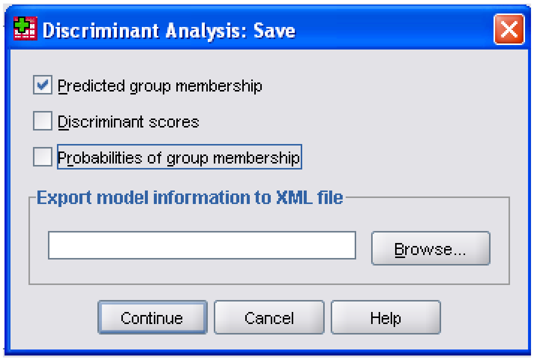
Nilai 3,124 merupakan varians dari variabel **Jam** pada kelompok IPK < 3.

Nilai 2,667 merupakan varians dari variabel **Jam** pada kelompok IPK ≥ 3.

IQ mahasiswa	IPK < 3	Mean		96.60	.289
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	95.98	
			Upper Bound	97.22	
		5% Trimmed Mean		96.61	
		Median		97.00	
		Variance		1.257	
		Std. Deviation		1.121	
		Minimum		95	
		Maximum		98	
		Range		3	
		Interquartile Range		2	
		Skewness		-.112	.
		Kurtosis		-1.291	1.
	IPK >= 3	Mean		105.07	.
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	104.22	
			Upper Bound	105.92	
		5% Trimmed Mean		105.07	
		Median		105.00	
		Variance		2.352	
		Std. Deviation		1.534	
		Minimum		103	
		Maximum		107	
		Range		4	

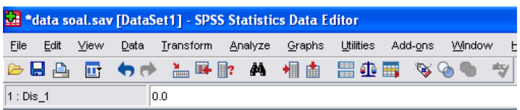
Nilai 2,352 merupakan varians dari variabel **IQ** pada kelompok IPK ≥ 3.

[3] Menu *Predicted group membership* dalam SPSS (Gambar 12.7) dapat digunakan untuk memprediksi suatu pengamatan atau objek masuk ke dalam salah satu kategori pada variabel tak bebas.

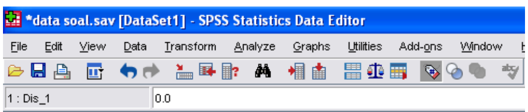


Gambar 12.7

Berikut hasil berdasarkan penggunaan menu *Predicted group membership*.

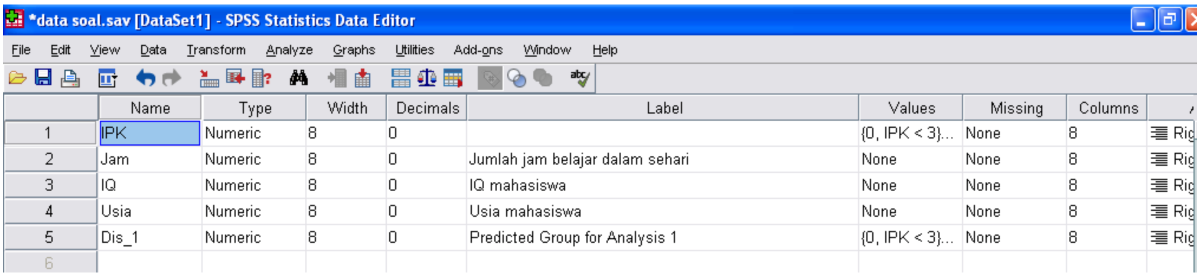


	IPK	Jam	IQ	Usia	Dis_1
1	0	7	95	20	0
2	0	8	96	21	0
3	0	7	97	22	0
4	0	5	98	23	0
5	0	4	95	24	0
6	0	6	96	25	0
7	0	8	97	20	0
8	0	8	98	21	0
9	0	6	95	22	0
10	0	5	96	23	0
11	0	7	97	24	0
12	0	3	98	25	0
13	0	7	96	20	0
14	0	4	97	21	0
15	0	3	98	22	0
16	1	12	103	23	1
17	1	14	104	24	1



	IPK	Jam	IQ	Usia	Dis_1
1	IPK < 3	7	95	20	IPK < 3
2	IPK < 3	8	96	21	IPK < 3
3	IPK < 3	7	97	22	IPK < 3
4	IPK < 3	5	98	23	IPK < 3
5	IPK < 3	4	95	24	IPK < 3
6	IPK < 3	6	96	25	IPK < 3
7	IPK < 3	8	97	20	IPK < 3
8	IPK < 3	8	98	21	IPK < 3
9	IPK < 3	6	95	22	IPK < 3
10	IPK < 3	5	96	23	IPK < 3
11	IPK < 3	7	97	24	IPK < 3
12	IPK < 3	3	98	25	IPK < 3
13	IPK < 3	7	96	20	IPK < 3
14	IPK < 3	4	97	21	IPK < 3
15	IPK < 3	3	98	22	IPK < 3
16	IPK >= 3	12	103	23	IPK >= 3
17	IPK >= 3	14	104	24	IPK >= 3

Gambar 12.8

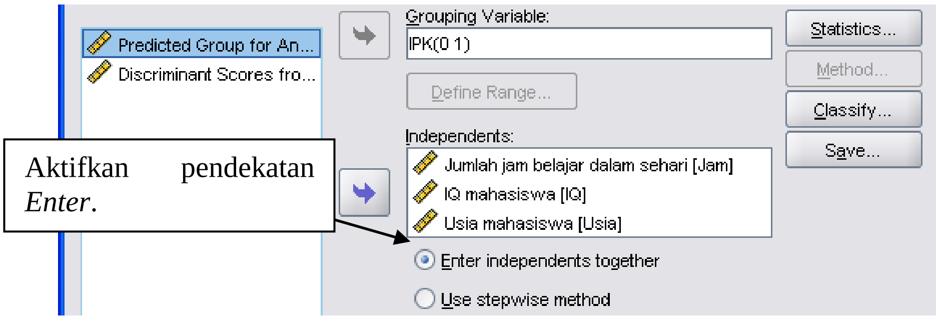


Gambar 12.9

Berdasarkan Gambar 12.8 terbentuk variabel **Dis_1** dengan *Label Predicted Group for Analysis 1* (Gambar 12.9). Untuk mahasiswa nomor 1, diketahui mahasiswa tersebut memiliki IPK < 3. Berdasarkan hasil prediksi dengan fungsi diskriminan, diketahui mahasiswa nomor 1 tersebut juga memiliki IPK < 3. Hal ini menunjukkan bahwa hasil prediksi dengan hasil sebenarnya untuk mahasiswa nomor 1 adalah sama.

[4] Pada pembahasan sebelumnya digunakan pendekatan *stepwise*. Pada pendekatan *stepwise method*, hanya variabel-variabel bebas yang memiliki *discriminating power* yang signifikan secara statistika dilibatkan dalam pembentukan model persamaan diskriminan.

Sekarang akan digunakan pendekatan *enter* atau *direct method*. Pada pendekatan *direct method* mengestimasi persamaan diskriminan dengan cara memasukkan atau memproses seluruh variabel bebas secara bersamaan atau simultan. Dengan kata lain, pada pendekatan *direct method* tidak memperhatikan kekuatan untuk mendiskriminasi (*discriminating power*) dari masing-masing variabel bebas. Aktifkan pendekatan *Enter* seperti pada Gambar 12.10.



Gambar 12.10

Diperoleh *Output* SPSS sebagai berikut.

Tabel 12.6

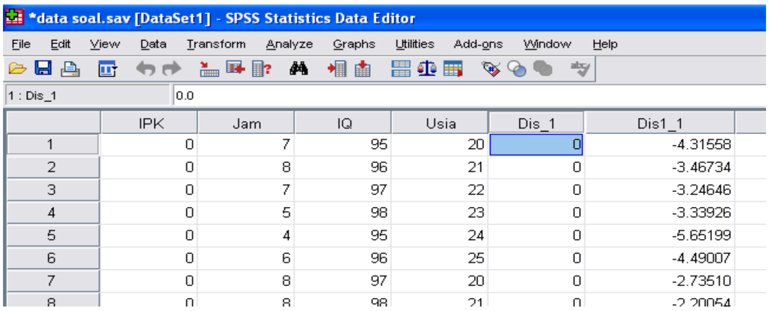
Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function
	1
Jumlah jam belajar dalam sehari	.314
IQ mahasiswa	.633
Usia mahasiswa	-.099
(Constant)	-64.708

Unstandardized coefficients

Berdasarkan Tabel 12.6, dapat dibentuk persamaan diskriminan sebagai berikut.

$$\hat{D} = -64{,}708 - 0{,}099 Usia + 0{,}633\ IQ + 0{,}314\ Jam$$



	IPK	Jam	IQ	Usia	Dis_1	Dis1_1
1	0	7	95	20	0	-4.31558
2	0	8	96	21	0	-3.46734
3	0	7	97	22	0	-3.24646
4	0	5	98	23	0	-3.33926
5	0	4	95	24	0	-5.65199
6	0	6	96	25	0	-4.49007
7	0	8	97	20	0	-2.73510
8	0	8	98	21	0	-2.20054

Gambar 12.11

Berdasarkan 12.11, diketahui nilai diskriminan untuk mahasiswa nomor 1 adalah $-4{,}313558$. Nilai tersebut dihitung sebagai berikut.

$$\hat{D} = -64{,}707712 - 0{,}098843 Usia + 0{,}633402\ IQ + 0{,}313677\ Jam$$

$$\hat{D} = -64{,}707712 - 0{,}098843(20) + 0{,}633402\ (95) + 0{,}313677\ (7) = -4{,}315.$$

Perhatikan bahwa hasil perhitungan nilai diskriminan tersebut melibatkan variabel **Usia**. Padahal pada variabel **Usia**, perbedaan rata-rata usia antara mahasiswa dengan IPK < 3 dan mahasiswa IPK ≥ 3 tidak signifikan secara statistika (Tabel 12.7).

Tabel 12.7

Tests of Equality of Group Means

	Wilks' Lambda	F	df1	df2	Sig.
Jumlah jam belajar dalam sehari	.151	157.604	1	28	.000
IQ mahasiswa	.086	297.897	1	28	.000
Usia mahasiswa	.969	.892	1	28	.353

Referensi

1. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

2. Johnson, R.A. dan D.W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

3. Malhotra, N.K. dan D.F. Birks. 2006. *Marketing Research, An Applied Approach, 2nd European Edition*. London: Prentice Hall.

4. Meyers, L.S., G. Gamst, dan A.J. Guarino. 2013. *Applied Multivariate Research, Design and Interpretation, 2nd Edition*. Sage Publication.

5. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

BAB 13

ANALISIS VARIANS SATU ARAH

Sekilas Analisis Varians Satu Arah

Analisis varians (ANOVA) merupakan perluasan dari uji t. Uji t menguji rata-rata dari dua populasi, sedangkan analisis varians menguji rata-rata dari tiga populasi atau lebih. Dalam analisis varians, variabel bebas bersifat non-metrik atau kualitatif (kategori), sedangkan variabel tak bebas bersifat metrik atau kuantitatif (interval atau rasio). Hipotesis nol yang diajukan pada analisis varians adalah seluruh rata-rata populasi bernilai sama, yakni $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_k$ (dalam hal ini jumlah populasi sebanyak k), sedangkan hipotesis alternatif menyatakan paling sedikit terdapat satu pasang rata-rata populasi yang berbeda.

Analisis varians bersifat uji global (*global test*), yakni hanya mendeteksi apakah terdapat perbedaan di antara rata-rata populasi atau tidak, namun tidak dapat menentukan pasangan rata-rata populasi mana saja yang berbeda nyata secara statistika. Untuk menentukan pasangan rata-rata populasi mana saja yang berbeda nyata secara statistika, maka digunakan uji perbandingan berganda (*multiple comparison test*). Pada uji perbandingan berganda, dapat digunakan uji Tukey HSD (*honestly significance difference*), uji Bonferroni, uji LSD (*least square difference*), uji jarak Duncan (*Duncan multiple range test*), dan sebagainya.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji F (F_{hitung}) terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi F (F_{kritis}). Untuk menentukan nilai kritis F, terlebih dahulu dihitung nilai derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas pembilang dan derajat bebas penyebut.

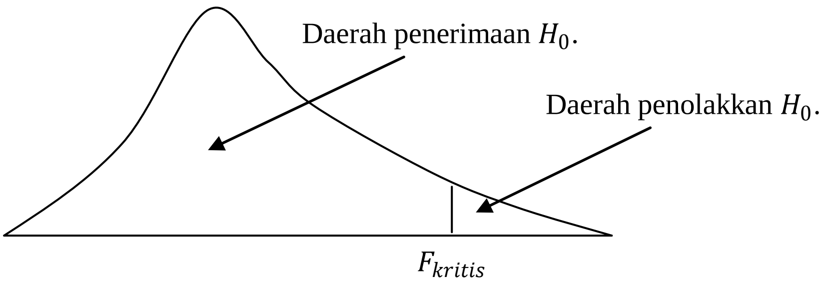
$$Derajat\ bebas\ pembilang = k - 1.$$
$$Derajat\ bebas\ penyebut = N - k.$$

Perhatikan bahwa k menyatakan jumlah kelompok, perlakuan atau sampel yang diteliti, sedangkan N menyatakan jumlah elemen dari seluruh sampel yang diteliti. Derajat bebas pembilang disebut juga dengan derajat bebas numerator, sedangkan derajat bebas penyebut disebut juga dengan derajat bebas denominator. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan uji F.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F \leq nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas (*p-value*) dari uji F terhadap tingkat signifikansi α (*significance level*). Berikut aturan pengambilan keputusan berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$



Tabel 13.1 menyajikan nilai statistik dari uji F, nilai probabilitas dari uji F, derajat bebas pembilang, dan derajat bebas penyebut.

Tabel 13.1

df = 3 merupakan derajat bebas pembilang, sedangkan df = 36 merupakan derajat bebas penyebut.

ANOVA

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2.865	3	.955	117.204	.000
Within Groups	.293	36	.008		
Total	3.158	39			

Nilai *Sig* = 0,000 merupakan nilai probabilitas dari uji F, sedangkan nilai F = 117,204 merupakan nilai statistik dari uji F.

Contoh Kasus dalam Analisis Varians Satu Arah

Berikut diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan analisis varians satu arah.

[1] Misalkan seorang guru ingin meneliti apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) mengenai nilai ujian matematika siswa ketika diterapkan metode mengajar A, B, dan C. Dalam hal ini, apakah terdapat pengaruh pada penggunaan metode mengajar yang berbeda-berbeda terhadap hasil nilai ujian matematika siswa. Untuk keperluan penelitian, guru tersebut mengambil sampel sebanyak 21 siswa. Kemudian 7 siswa diterapkan metode mengajar A, 7 siswa berikutnya diterapkan metode mengajar B, dan sisanya diterapkan metode mengajar C. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh guru tersebut (Tabel 13.2).

Tabel 13.2 Data Nilai Uji Matematika dari 21 Responden (Data Fiktif)

Metode A		Metode B		Metode C	
Nama	Nilai	Nama	Nilai	Nama	Nilai
A	65	H	80	O	64
B	60	I	80	P	64
C	62	J	82	Q	63
D	65	K	81	R	62
E	60	L	85	S	66
F	64	M	82	T	63
G	66	N	83	U	65

Perhatikan bahwa nilai ujian matematika merupakan variabel tak bebas dan bersifat kuantitatif, sedangkan metode mengajar merupakan variabel bebas dan bersifat kualitatif (kategori). Dengan menggunakan pendekatan analisis varians satu arah, dapat diuji apakah terdapat perbedaan pengaruh yang cukup signifikan (secara statistika) di antara ketiga metode mengajar tersebut terhadap nilai ujian matematika yang dicapai siswa.

[2] Misalkan seorang petani memiliki 15 lahan jagung dengan ukuran yang sama. 5 lahan pertama diberi pupuk jenis A, 5 lahan kedua diberi pupuk jenis B, dan 5 lahan ketiga diberi pupuk jenis C. Tabel 13.3 menyajikan data hasil panen jagung. Andaikan petani tersebut ingin mengetahui apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) hasil panen jagung berdasarkan penggunaan jenis pupuk. Dengan kata lain, apakah penggunaan jenis pupuk yang berbeda-beda berpengaruh terhadap hasil panen jagung yang diperoleh.

Tabel 13.3 Data Hasil Panen Jagung dalam kg (Data Fiktif)

Pupuk Jenis A	Pupuk Jenis B	Pupuk Jenis C
100 kg	120 kg	140 kg
121 kg	99 kg	142 kg
98 kg	102 kg	135 kg
109 kg	109 kg	141 kg
104 kg	115 kg	144 kg

Perhatikan bahwa hasil panen jagung merupakan variabel tak bebas dan bersifat kuantitatif, sedangkan jenis pupuk merupakan variabel bebas dan bersifat kualitatif (kategori). Dengan menggunakan pendekatan analisis varians satu arah, dapat diuji apakah terdapat pengaruh yang cukup signifikan secara statistika di antara ketiga jenis pupuk tersebut terhadap hasil panen jagung yang diperoleh.

Asumsi-Asumsi dalam Analisis Varians Satu Arah

Terdapat beberapa asumsi yang dikenakan dalam penggunaan analisis varians satu arah, antara lain asumsi normalitas, homogenitas atau kesamaan varians, serta sampel-sampel acak independen (*independent random samples*).

Asumsi Normalitas

Salah satu asumsi yang dikenakan dalam analisis varians satu arah adalah asumsi normalitas, yakni sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang berdistribusi normal. Untuk menguji apakah sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang berdistribusi normal, dapat digunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Hipotesis nol menyatakan sampel yang diambil berasal dari populasi yang berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan sampel yang diambil tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 13.4 menyajikan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Tabel 13.4

		nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan matematika
N		1
Normal Parameters[a,b]	Mean	2.735
	Std. Deviation	.0741
Most Extreme Differences	Absolute	.28
	Positive	.174
	Negative	-.280
Kolmogorov-Smirnov Z		.886
Asymp. Sig. (2-tailed)		.412

Nilai *Asymp. Sig.* (*2-tailed*) = 0,412 merupakan nilai probabilitas.

Asumsi Kesamaan Varians

Selain asumsi normalitas, asumsi lain yang dikenakan dalam analisis varians adalah asumsi kesamaan varians, yakni sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama. Untuk menguji apakah sampel-sampel yang diteliti berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama, dapat digunakan uji Levene. Hipotesis nol menyatakan sampel-sampel yang diambil berasal dari populasi-populasi yang memiliki varians yang sama, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan paling tidak terdapat sepasang populasi yang memiliki varians yang berbeda.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Levene dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis dengan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 13.5 menyajikan nilai probabilitas dari uji Levene.

Tabel 13.5

Test of Homogeneity of Variances

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2.233	3	36	.101

Kolom *Sig* menyajikan nilai probabilitas dari uji Levene.

Asumsi Sampel-Sampel Acak Independen (Independent Random Samples)

Asumsi mengenai sampel-sampel acak independen dapat diartikan sampel-sampel yang ditarik berasal dari populasi yang berbeda-beda, serta pengambilan elemen sampel bersifat acak (*random*).

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan seorang peneliti ingin mengetahui apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang cukup signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif di antara mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia dan biologi di universitas ABC pada tingkat signifikansi 5%. Untuk keperluan penelitian, peneliti mengambil sampel sebanyak 10 responden dari masing-masing jurusan, dan menanyakan nilai indeks prestasi kumulatif saat ini. Berikut data yang telah dikumpulkan.

Tabel 13.1 Nilai Indeks Prestasi Kumulatif dari 40 Responden (Data Fiktif)

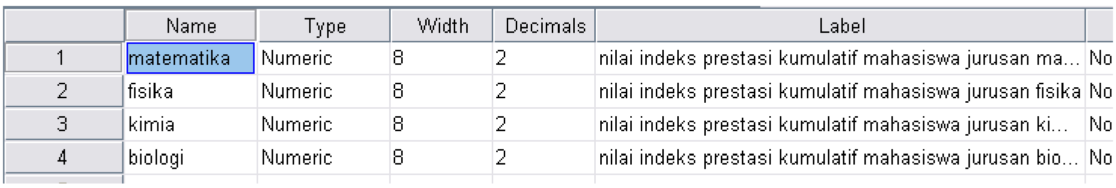
Jurusan							
Nama	Matematika	Nama	Fisika	Nama	Kimia	Nama	Biologi
A	2.75	K	2.7	V	3.32	AF	3.1
B	2.65	L	2.66	W	3.3	AG	3.15
C	2.77	M	2.77	X	3.36	AH	2.9
D	2.76	N	2.68	Y	3.4	AI	2.95
E	2.8	O	2.81	Z	3.45	AJ	3.22
F	2.82	P	2.8	AA	3.2	AK	3.16
G	2.77	Q	2.76	AB	3.52	AL	2.95
H	2.65	R	2.6	AC	3.4	AM	2.99
I	2.6	S	2.7	AD	3.42	AN	3.03
J	2.78	T	2.65	AE	3.28	AO	3.21

Berdasarkan data pada Tabel 13.1, seorang mahasiswa dari jurusan matematika bernama J memiliki nilai indeks prestasi kumulatif 2,78, seorang mahasiswa dari jurusan fisika bernama S memiliki nilai indeks prestasi kumulatif 2,7, dan seterusnya. Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti:

- ⇨ Apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang cukup signifikan secara statistikaa mengenai nilai indeks prestasi kumulatif di antara mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia, dan biologi pada tingkat signifikansi 5%.

- ⇨ Apakah terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif antara mahasiswa matematika v/s fisika, matematika v/s kimia, matematika v/s biologi, fisika v/s kimia, fisika v/s biologi, dan kimia v/s biologi.

Berikut akan dilakukan uji asumsi normalitas terlebih dahulu, yakni akan diuji apakah sampel-sampel mengenai nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia dan biologi berasal dari populasi-populasi yang berdistribusi normal. Bangun data pada Tabel 13.1 dalam SPSS (Gambar 13.1).

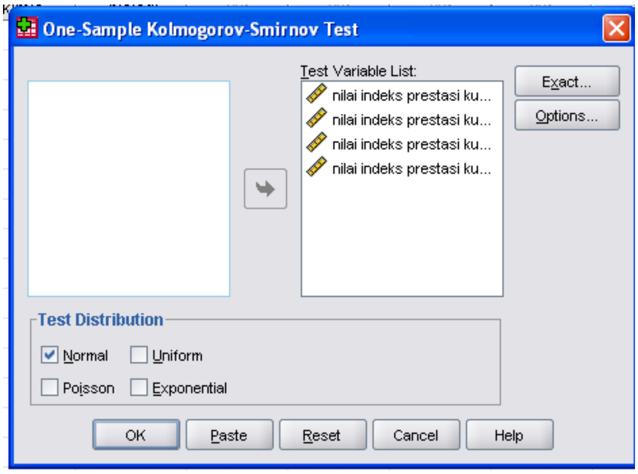


	Name	Type	Width	Decimals	Label	
1	matematika	Numeric	8	2	nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan ma...	No
2	fisika	Numeric	8	2	nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan fisika	No
3	kimia	Numeric	8	2	nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan ki...	No
4	biologi	Numeric	8	2	nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan bio...	No

	matematika	fisika	kimia	biologi
1	2.75	2.70	3.32	3.10
2	2.65	2.66	3.30	3.15
3	2.77	2.77	3.36	2.90
4	2.76	2.68	3.40	2.95
5	2.80	2.81	3.45	3.22
6	2.82	2.80	3.20	3.16
7	2.77	2.76	3.52	2.95
8	2.65	2.60	3.40	2.99
9	2.60	2.70	3.42	3.03
10	2.78	2.65	3.28	3.21

Gambar 13.1

Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *1-Sample K-S*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* (Gambar 13.2). Masukkan variabel **matematika**, **fisika**, **kimia**, dan **biologi** ke dalam kotak *Test Variable List* (Gambar 13.2). Pada *Test Distribution* pilih *Normal*. Kemudian pilih OK.



Gambar 13.2

Untuk menentukan apakah sampel-sampel mengenai nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia dan biologi berasal dari populasi-populasi yang berdistribusi normal, bandingkan masing-masing nilai probabilitas (*Asymp. Sig.* (*2-tailed*)) terhadap tingkat signifikansi yang digunakan (α). Misalkan digunakan tingkat signifikansi 5%. Berikut aturan pengambilan keputusan berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pada Tabel 13.2, nilai *Asymp. Sig.* (*2-tailed*) dari masing-masing jurusan lebih besar dari tingkat signifikansi yang digunakan, yakni 0,05, maka disimpulkan bahwa sampel-sampel mengenai nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia dan biologi berasal dari populasi-populasi yang berdistribusi normal. Perhatikan bahwa telah diperlihatkan asumsi normalitas dipenuhi.

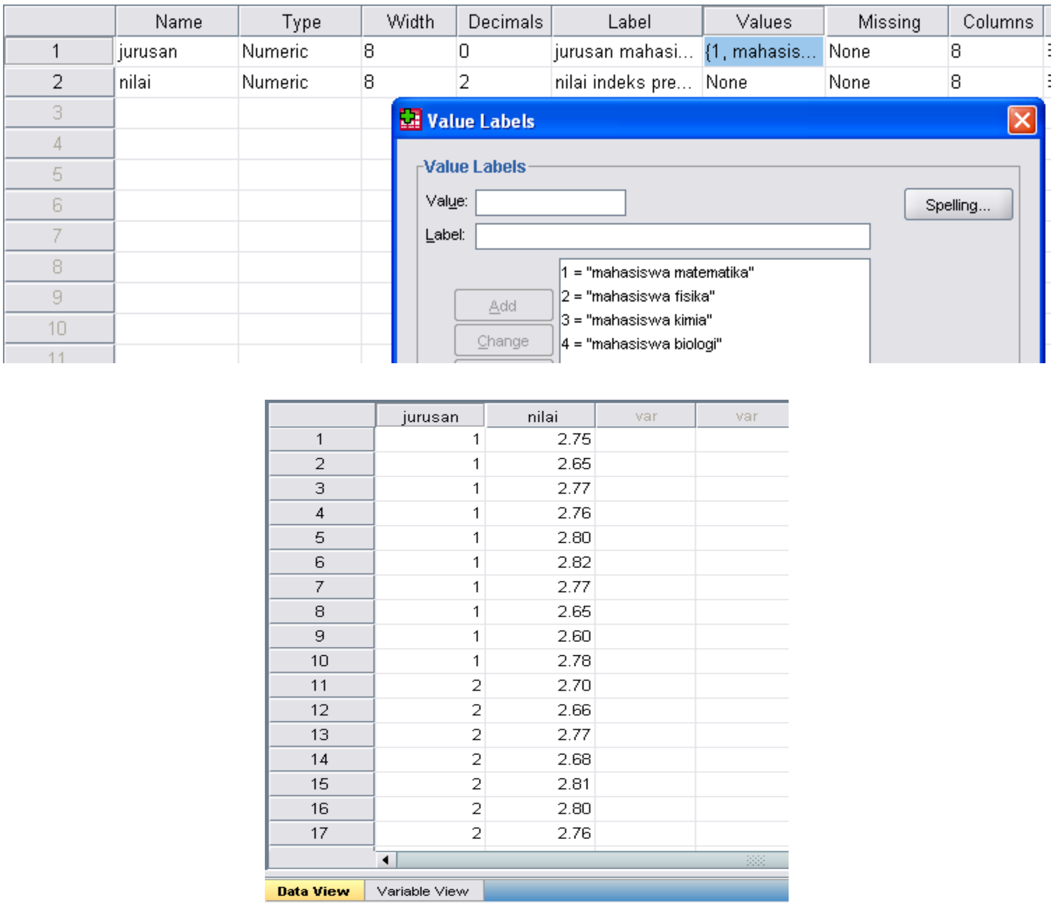
Tabel 13.2

Masing-masing nilai probabilitas lebih besar dari 0,05.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

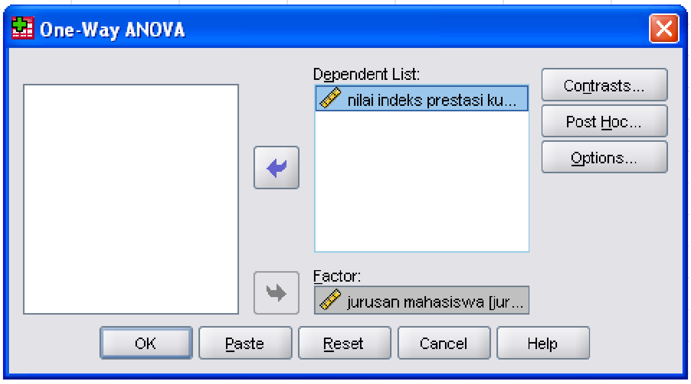
		nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan matematika	nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan fisika	nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan kimia	nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan biologi
N		10	10	10	10
Normal Parameters[a,b]	Mean	2.7350	2.7130	3.3650	3.0660
	Std. Deviation	.07412	.06945	.09277	.11692
Most Extreme Differences	Absolute	.280	.174	.147	.164
	Positive	.174	.174	.086	.142
	Negative	-.280	-.151	-.147	-.164
Kolmogorov-Smirnov Z		.886	.551	.465	.518
Asymp. Sig. (2-tailed)		.412	.922	.982	.951

Setelah asumsi normalitas dipenuhi, selanjutnya akan dilakukan uji kesamaan varians. Bangun data pada Tabel 13.1 dalam SPSS seperti berikut (Gambar 13.3).



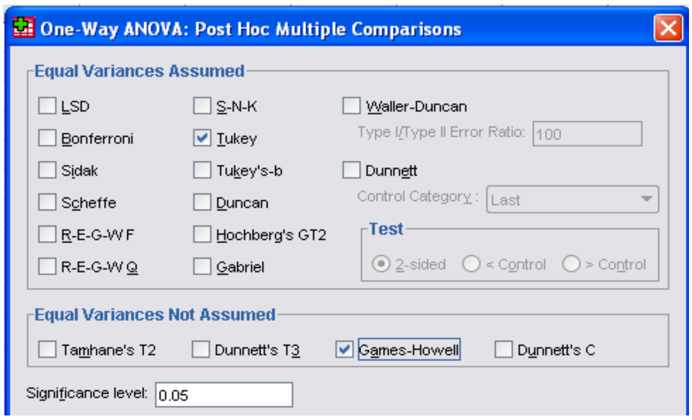
Gambar 13.3

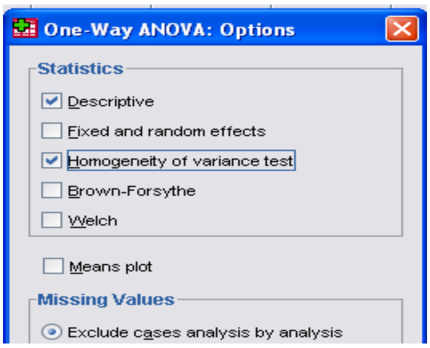
Pilih *Analyze => Compare Means => One-Way ANOVA*, sehingga muncul kotak dialog *One-Way ANOVA* (Gambar 13.4). Masukkan variabel **nilai** ke dalam *Dependent List:* dan masukkan variabel **jurusan** mahasiswa ke dalam *Factor*.



Gambar 13.4

Selanjutnya pilih *Post Hoc*, sehingga muncul kotak dialog *One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons* (Gambar 13.5). Pada kotak dialog *One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons* pilih *Tukey* dan *Games Howell*. Jika asumsi kesamaan varians terpenuhi, maka *multiple comparisons* dilakukan dengan uji Tukey, sedangkan ketika asumsi kesamaan varians tidak dipenuhi, maka *multiple comparisons* dilakukan dengan uji Games-Howell. Kemudian pilih *Continue*, sehingga kembali pada tampilan seperti pada Gambar 13.4.





Gambar 13.5 **Gambar 13.6**

Pada kotak dialog *One-Way ANOVA* (Gambar 13.4), pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *One-Way ANOVA: Options* (Gambar 13.6). Pilih *Descriptive* dan *Homogeneity of variance test*. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK. Berikut hasil berdasarkan SPSS dan interpretasinya.

Berdasarkan Tabel 13.3, secara rata-rata (*mean*), nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan kimia menempati urutan paling tinggi, yakni 3,3650, disusul oleh jurusan biologi 3,0660, matematika 2,7350, dan fisika 2,7130. Nilai indeks prestasi kumulatif minimum dari jurusan matematika adalah 2,60, dan maksimum adalah 2,82. Nilai indeks prestasi kumulatif minimum tersebut merupakan nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa yang bernama I, sedangkan nilai indeks prestasi kumulatif maksimum merupakan nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa yang bernama F.

Tabel 13.3

Descriptives

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
mahasiswa matematika	10	2.7350	.07412	.02344	2.6820	2.7880	2.60	2.82
mahasiswa fisika	10	2.7130	.06945	.02196	2.6633	2.7627	2.60	2.81
mahasiswa kimia	10	3.3650	.09277	.02934	3.2986	3.4314	3.20	3.52
mahasiswa biologi	10	3.0660	.11692	.03697	2.9824	3.1496	2.90	3.22
Total	40	2.9698	.28458	.04500	2.8787	3.0608	2.60	3.52

Tabel 13.4

Test of Homogeneity of Variances

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2.233	3	36	.101

Tabel 13.5

ANOVA

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2.865	3	.955	117.204	.000
Within Groups	.293	36	.008		
Total	3.158	39			

Selanjutnya akan diuji asumsi kesamaan varians populasi berdasarkan informasi pada Tabel 13.4. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas dari uji Levene (0,101) lebih besar dari tingkat signifikansi (0,05), maka disimpulkan bahwa varians populasi dari nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia dan biologi adalah sama pada tingkat signifikansi 5%. Oleh karena asumsi kesamaan varians populasi dipenuhi, maka *multiple comparisons* dilakukan dengan uji Tukey.

Informasi yang disajikan pada Tabel 13.5 (ANOVA) akan digunakan untuk pengambilan keputusan apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang cukup signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif di antara mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia, dan biologi pada tingkat signifikansi 5%.

Berdasarkan Tabel 13.5 diketahui nilai probabilitas (*Sig*) dari uji *F* adalah 0,000. Oleh karena nilai probabilitas (0,000) lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi yang digunakan (0,05), maka disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif di antara mahasiswa jurusan matematika, fisika, kimia, dan biologi pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 13.6

Multiple Comparisons

Dependent Variable:nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

	(I) jurusan mahasiswa	(J) jurusan mahasiswa	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidenc
						Lower Bound
Tukey HSD	mahasiswa matematika	mahasiswa fisika	.02200	.04037	.947	-.0867
		mahasiswa kimia	-.63000*	.04037	.000	-.7387
		mahasiswa biologi	-.33100*	.04037	.000	-.4397
	mahasiswa fisika	mahasiswa matematika	-.02200	.04037	.947	-.1307
		mahasiswa kimia	-.65200*	.04037	.000	-.7607
		mahasiswa biologi	-.35300*	.04037	.000	-.4617
	mahasiswa kimia	mahasiswa matematika	.63000*	.04037	.000	.5213
		mahasiswa fisika	.65200*	.04037	.000	.5433
		mahasiswa biologi	.29900*	.04037	.000	.1903
	mahasiswa biologi	mahasiswa matematika	.33100*	.04037	.000	.2223
		mahasiswa fisika	.35300*	.04037	.000	.2443
		mahasiswa kimia	-.29900*	.04037	.000	-.4077

Informasi yang disajikan pada Tabel 13.6 (*Multiple Comparisons*) akan digunakan untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang cukup signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif antara mahasiswa: matematika v/s fisika, matematika v/s kimia, matematika v/s biologi, fisika v/s kimia, fisika v/s biologi, dan kimia v/s biologi pada tingkat signifikansi 5%. Dalam hal ini, cukup perhatikan pada bagian *Tukey HSD* karena asumsi kesamaan varians populasi telah dipenuhi.

- ⇨ Perhatikan bahwa tidak terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang cukup signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif antara mahasiswa matematika dengan mahasiswa fisika. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang lebih besar dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% (0,947 $\geq$ 0,05).

- ⇨ Terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang cukup signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif antara mahasiswa matematika dengan mahasiswa kimia. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang lebih kecil dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% (0,00 < 0,05).

- ⇨ Terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif antara mahasiswa matematika dengan mahasiswa biologi. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang lebih kecil dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% (0,00 < 0,05).

- ⇨ Terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai nilai indeks prestasi kumulatif antara mahasiswa kimia dengan mahasiswa biologi. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang lebih kecil dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% (0,00 < 0,05).

Informasi yang disajikan pada Tabel 13.7 (*Homogeneous Subsets*) dapat diinterpretasikan bahwa nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa fisika dan matematika adalah sama (perbedaan yang terjadi tidak signifikan) pada tingkat signifikansi 5%, namun nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa fisika berbeda dengan mahasiswa biologi dan kimia pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan juga bahwa nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa biologi berbeda dengan mahasiswa fisika, matematika, dan kimia pada tingkat signifikansi 5%. Dan terakhir, nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa kimia berbeda dengan mahasiswa fisika, matematika, dan biologi pada tingkat signifikansi 5%.

Berdasarkan Tabel 13.7 (*Homogeneous Subsets*) terlihat bahwa nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa kimia berada pada kolom ketiga yang menandakan bahwa nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa kimia menempati urutan paling tinggi (secara rata-rata).

Tabel 13.7

Homogeneous Subsets

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

	jurusan mahasiswa	N	Subset for alpha = 0.05 1	2	3
Tukey HSD[a]	mahasiswa fisika	10	2.7130		
	mahasiswa matematika	10	2.7350		
	mahasiswa biologi	10		3.0660	
	mahasiswa kimia	10			3.3650
	Sig.		.947	1.000	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 10.000.

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Gamst, G., L.S. Meyers, dan A.J. Guarino. 2008. *Analysis of Variance Designs, Computational Approach with SPSS and SAS*. Cambridge: Cambridge University Press.

4. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

5. Mann, P. S. dan C.J. Lacke. 2011. *Introductory Statistics, International Student Version, 7th Edition*. Asia: John Wiley & Sons, Inc.

6. Montgomery, D.C. dan G.C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

7. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

BAB 14

ANALISIS VARIANS DUA ARAH

Sekilas Analisis Varians Dua Arah

Pada pembahasan sebelumnya telah dibahas mengenai analisis varians satu arah. Analisis varians satu arah hanya melibatkan satu variabel bebas bersifat non-metrik atau kualitatif (kategori), sedangkan pada analisis varians dua arah melibatkan dua variabel bebas bersifat non-metrik. Dalam analisis varians dua arah, variabel tak bebas juga bersifat metrik atau kuantitatif (interval atau rasio). Analisis varians melibatkan satu variabel tak bebas. Jika jumlah variabel tak bebas lebih dari satu, maka digunakan *multivariate analysis of variance* (MANOVA).

Dalam analisis varians dua arah dengan interaksi (*interaction*), dapat diuji ada tidaknya interaksi antara variabel bebas pertama dan variabel bebas kedua, terhadap pengaruhnya pada variabel tak bebas. Jika terdapat interaksi antara variabel bebas pertama dan variabel bebas kedua, maka dapat ditentukan perlakuan mana saja yang menyebabkan terjadinya interaksi.

Apabila terjadi interaksi, namun tidak signifikan secara statistika antara variabel bebas pertama dan variabel bebas kedua, maka dapat dilakukan pengujian apakah terdapat perbedaan rata-rata (*mean*) dari nilai variabel tak bebas berdasarkan kategori-kategori pada variabel bebas pertama dengan mengontrol (*controlling*) pengaruh variabel bebas kedua. Begitu juga sebaliknya dapat diuji apakah terdapat perbedaan rata-rata (*mean*) dari nilai variabel tak bebas untuk kategori-kategori pada variabel bebas kedua dengan mengontrol (*controling*) pengaruh variabel bebas pertama. Pengujian yang demikian ini dinamakan dengan pengujian pengaruh utama (*main effect test*).

Perlu diperhatikan bahwa sebelum melakukan pengujian pengaruh utama (*main effect test*), pertama lakukan pengujian apakah terjadi interaksi atau tidak antara variabel bebas pertama dan variabel bebas kedua. Ketika terjadi interaksi, maka pengujian hipotesis pada pengaruh utama menjadi tidak berarti. Agresti dan Finlay (2009:386) menyatakan sebagai berikut.

"When interaction exists, it is not meaningful to test the main effects hypotheses. When we reject H_0: no interaction, we conclude that each variable has an effect, but the nature of that effect changes according to the category of the other variable. It's then better to compare the means for one predictor separately within categories of the other. On the other hand, if the evidence of interaction is not strong (i.e., if the p-value is not small), we then test the two main effect hypotheses".

Daniel (2005:361) menyatakan sebagai berikut.

"*When hypothesis of no interaction is rejected, interest the levels of factors A dan B usually become subordinate to interest in the interaction effects. In other words, we are more interested in learning what combinations of levels are significant different.*"

Dalam analisis varians dua arah dengan interaksi, hipotesis nol mengenai pengujian interaksi menyatakan tidak terdapat interaksi antara variabel bebas pertama dan variabel bebas kedua terhadap pengaruhnya pada variabel tak bebas, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan terdapat interaksi antara variabel bebas pertama dan variabel bebas kedua terhadap pengaruhnya pada variabel tak bebas.

Hipotesis nol untuk pengujian pengaruh utama menyatakan tidak terdapat perbedaan rata-rata (*mean*) dari nilai variabel tak bebas untuk kategori-kategori pada variabel bebas pertama dengan mengontrol (*controlling*) pengaruh variabel bebas kedua. Dengan kata lain, variabel bebas pertama tidak bepengaruh terhadap variabel tak bebas dengan mengontrol (*controlling*) pengaruh variabel bebas kedua. Begitu juga sebaliknya tidak terdapat perbedaan rata-rata (*mean*) dari nilai variabel tak bebas untuk kategori-kategori pada variabel bebas kedua dengan mengontrol (*controlling*) variabel bebas pertama.

Contoh Kasus dalam Analisis Varians Dua Arah

Berikut diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan analisis varians dua arah.

[1] Misalkan seorang petani jagung bernama Ugi ingin meneliti apakah terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika pada penggunaan jenis bibit jagung dan jenis pupuk terhadap hasil produksi jagung. Berikut data produksi jagung yang telah dikumpulkan.

Tabel 14.1 Data Produksi Jagung dalam Satuan Kuintal (Data Fiktif)

	Bibit Jagung A			Bibit Jagung B			Bibit Jagung C		
	Pupuk A	Pupuk B	Pupuk C	Pupuk A	Pupuk B	Pupuk C	Pupuk A	Pupuk B	Pupuk C
	2.1	4.5	2.2	2.2	4.5	2.1	2.1	4.1	2.3
	2.2	4.2	2.2	2.2	4.3	2.2	2.2	4.5	2.2
	2.3	4.1	2.3	2.3	4.1	2.3	2.3	4.6	2.3
	2.4	4.2	2.4	2.4	4.2	2.4	2.4	4.4	2.4
	2.5	4.3	2.5	2.5	4.3	2.5	2.5	4.3	2.5
	2.1	4.3	2.1	2.1	4.3	2.1	2.1	4.1	2.1
	2.2	4.1	2.2	2.2	4.1	2.2	2.2	4.2	2.2
	2.3	4.2	2.3	2.3	4.2	2.3	2.3	4.4	2.3
	2.4	4.5	2.4	2.4	4.5	2.4	2.4	4.2	2.4
	2.3	4.2	2.3	2.3	4.2	2.3	2.3	4.5	2.3
Rata-rata	2.28	4.26	2.29	2.29	4.27	2.28	2.28	4.33	2.3
Varians	0.0173333	0.0204444	0.0143333	0.0143333	0.0201111	0.0173333	0.0173333	0.0312222	0.0133333

Berdasarkan data pada Tabel 14.1, diketahui terdapat tiga jenis bibit jagung, yakni jenis A, B, dan C, sedangkan untuk jenis pupuk juga terdapat tiga jenis, yakni jenis A, B, dan C. Perhatikan bahwa terdapat 9 kombinasi kategori, yakni (bibit jagung A & pupuk A), (bibit jagung A & pupuk B), (bibit jagung A & pupuk C), (bibit jagung B & pupuk A), dan seterusnya. Untuk masing-masing kombinasi kategori disediakan 10 lahan dengan ukuran lahan yang sama. Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh petani tersebut :

- ⇨ Apakah terdapat interaksi yang signifikan secara statistika antara penggunaan jenis bibit jagung dan jenis pupuk dalam pengaruhnya terhadap hasil produksi jagung.

- ⇨ Apakah penggunaan jenis pupuk berpengaruh pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis bibit jagung.

- ⇨ Apakah penggunaan jenis bibit jagung berpengaruh pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis pupuk.

[2] Misalkan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti apakah terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika pada penerapan metode mengajar dan tingkat pendidikan guru terhadap nilai ujian matematika siswa. Data nilai ujian matematika dari 60 siswa disajikan dalam Tabel 14.2.

Berdasarkan data pada Tabel 14.2, diketahui terdapat dua jenis metode mengajar, yakni metode mengajar A dan B, sedangkan untuk tingkat pendidikan guru terdiri dari tiga kategori, yakni S1, S2, dan S3. Perhatikan bahwa terdapat 6 kombinasi kategori, yakni guru berpendidikan S1 yang menerapkan metode mengajar A (S1,A), (S1,B), (S2,A), (S2,B), (S3,A), dan (S3,B).

Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh petani tersebut :

- ⇨ Apakah terdapat interaksi yang signifikan secara statistika pada penerapan metode mengajar dan tingkat pendidikan guru dalam pengaruhnya terhadap nilai ujian matematika siswa.

- ⇨ Apakah metode mengajar guru berpengaruh pada nilai ujian matematika siswa, dengan mengontrol pengaruh tingkat pendidikan guru.

- ⇨ Apakah tingkat pendidikan guru berpengaruh pada nilai ujian matematika siswa, dengan mengontrol pengaruh metode mengajar guru.

Tabel 14.2 Data Nilai Ujian Matematika dari 60 Siswa

Metode A						Metode B					
Siswa	S1	Siswa	S2	Siswa	S3	Siswa	S1	Siswa	S2	Siswa	S3
1	61	11	62	21	61	31	80	41	82	51	81
2	62	12	62	22	62	32	81	42	81	52	81
3	63	13	63	23	63	33	82	43	82	53	82
4	64	14	64	24	64	34	83	44	83	54	83
5	65	15	65	25	65	35	84	45	84	55	84
6	61	16	61	26	61	36	85	46	85	56	85
7	62	17	62	27	62	37	80	47	80	57	80
8	63	18	63	28	63	38	81	48	81	58	81
9	64	19	64	29	64	39	82	48	82	59	82
10	65	20	65	30	65	40	83	50	83	60	83
$\bar{x}$	63		63.1		63		82.1		82.3		82.2
s^2	2.222		1.878		2.222		2.767		2.233		2.4

Asumsi-Asumsi dalam Analisis Varians Dua Arah

Terdapat beberapa asumsi yang dikenakan dalam penggunaan analisis varians dua arah, antara lain asumsi normalitas, homogenitas atau kesamaan varians, serta sampel-sampel acak independen (*independent random samples*).

Asumsi Normalitas

Salah satu asumsi yang dikenakan dalam analisis varians dua arah dengan interaksi adalah asumsi normalitas. Andaikan variabel bebas pertama memiliki a kategori, sedangkan variabel bebas kedua memiliki b kategori, maka terdapa ab kombinasi kategori. Asumsi normalitas menyatakan masing-masing populasi dari kombinasi kategori berdistribusi normal (Daniel, 2005:356).

Untuk menguji apakah masing-masing populasi dari kombinasi kategori berdistribusi normal atau tidak, dapat digunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Hipotesis nol menyatakan populasi dari suatu kombinasi kategori berdistribusi normal, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan populasi dari suatu kombinasi kategori tidak berdistribusi normal.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 14.3 menyajikan nilai probabilitas dari uji Kolmogorov-Smirnov.

Tabel 14.3

N		10
Normal Parameters[a,,b]	Mean	2.7350
	Std. Deviation	.07412
Most Extreme Differences	Absolute	.280
	Positive	.174
	Negative	-.280
Kolmogorov-Smirnov Z		.886
Asymp. Sig. (2-tailed)		.412

Nilai *Asymp. Sig.* (*2-tailed*) = 0,412 merupakan nilai probabilitas.

Asumsi Kesamaan Varians

Selain asumsi normalitas, asumsi lain yang dikenakan dalam analisis varians dua arah dengan interaksi adalah asumsi kesamaan varians, yakni seluruh populasi dari kombinasi kategori memiliki varians yang sama (Daniel, 2005:356).

Untuk menguji asumsi kesamaan varians dapat digunakan uji Levene. Pada uji Levene, hipotesis nol menyatakan seluruh populasi dari kombinasi kategori memiliki varians yang sama, sedangkan hipotesis alternatif menyatakan terdapat paling sedikit sepasang populasi dari kombinasi kategori yang memiliki varians yang berbeda.

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan antara nilai probabilitas dari uji Levene dan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis dengan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 14.4 menyajikan nilai probabilitas dari uji Levene.

Tabel 14.4

Test of Homogeneity of Variances

nilai indeks prestasi kumulatif mahasiswa

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2.233	3	36	.101

Nilai *Sig* = 0,101 merupakan nilai probabilitas.

Asumsi Sampel-Sampel Acak Independen (Independent Random Samples)

Sampel-sampel dari setiap kombinasi kategori berasal dari populasi yang berbeda-beda, serta dalam pengambilan elemen sampel bersifat acak (*random*). Daniel (2005:356) menyatakan sebagai berikut.

"*The observations in each of the ab cells constitute a random independent sample of size n drawn from the population defined by the particular combination of the levels of the two factors.*"

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan seorang petani jagung bernama Ugi ingin meneliti apakah terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika pada penggunaan jenis bibit jagung dan jenis pupuk terhadap hasil produksi jagung. Berikut data produksi jagung yang telah dikumpulkan.

Tabel 14.1 Data Produksi Jagung dalam Satuan Kuintal (Data Fiktif)

	Bibit Jagung A			Bibit Jagung B			Bibit Jagung C		
	Pupuk A	Pupuk B	Pupuk C	Pupuk A	Pupuk B	Pupuk C	Pupuk A	Pupuk B	Pupuk C
	2.1	4.5	2.2	2.2	4.5	2.1	2.1	4.1	2.3
	2.2	4.2	2.2	2.2	4.3	2.2	2.2	4.5	2.2
	2.3	4.1	2.3	2.3	4.1	2.3	2.3	4.6	2.3
	2.4	4.2	2.4	2.4	4.2	2.4	2.4	4.4	2.4
	2.5	4.3	2.5	2.5	4.3	2.5	2.5	4.3	2.5
	2.1	4.3	2.1	2.1	4.3	2.1	2.1	4.1	2.1
	2.2	4.1	2.2	2.2	4.1	2.2	2.2	4.2	2.2
	2.3	4.2	2.3	2.3	4.2	2.3	2.3	4.4	2.3
	2.4	4.5	2.4	2.4	4.5	2.4	2.4	4.2	2.4
	2.3	4.2	2.3	2.3	4.2	2.3	2.3	4.5	2.3
Rata-rata	2.28	4.26	2.29	2.29	4.27	2.28	2.28	4.33	2.3
Varians	0.0173333	0.0204444	0.0143333	0.0143333	0.0201111	0.0173333	0.0173333	0.0312222	0.0133333

Berdasarkan data pada Tabel 14.1, diketahui terdapat tiga jenis bibit jagung, yakni jenis A, B, dan C, sedangkan untuk jenis pupuk juga terdapat tiga jenis, yakni jenis A, B, dan C. Perhatikan bahwa terdapat 9 kombinasi kategori, yakni (bibit jagung A & pupuk A), (bibit jagung A & pupuk B), (bibit jagung A & pupuk C), (bibit jagung B & pupuk A), dan seterusnya. Untuk masing-masing kombinasi kategori disediakan 10 lahan dengan ukuran lahan yang sama. Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh petani tersebut :

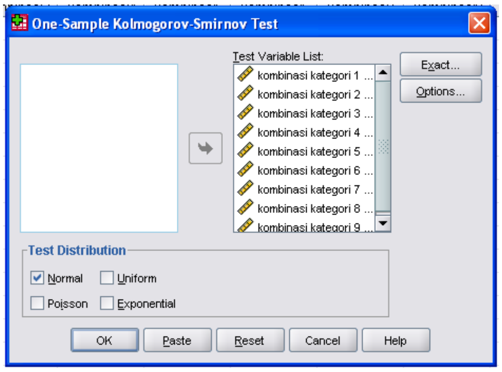
- ⇨ Apakah terdapat interaksi yang signifikan secara statistika pada penggunaan jenis bibit jagung dan jenis pupuk dalam pengaruhnya terhadap hasil produksi jagung.
- ⇨ Apakah penggunaan jenis pupuk berdampak pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis bibit jagung.
- ⇨ Apakah penggunaan jenis bibit jagung berdampak pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis pupuk.

Salah satu asumsi yang dikenakan dalam analisis varians dua arah dengan interaksi adalah asumsi normalitas. Asumsi normalitas menyatakan masing-masing populasi dari kombinasi kategori berdistribusi normal. Dalam hal ini, akan diuji normalitas masing-masing populasi dari 9 kombinasi kategori berdasarkan data pada Tabel 14.1. Bangun data pada Tabel 14.1 dalam SPSS seperti berikut (Gambar 14.1).

	kombinasi1	kombinasi2	kombinasi3	kombinasi4	kombinasi5	kombinasi6	kombinasi7	kombinasi8	kombinasi9
1	2.10	4.50	2.20	2.20	4.50	2.10	2.10	4.10	2.30
2	2.20	4.20	2.20	2.20	4.30	2.20	2.20	4.50	2.20
3	2.30	4.10	2.30	2.30	4.10	2.30	2.30	4.60	2.30
4	2.40	4.20	2.40	2.40	4.20	2.40	2.40	4.40	2.40
5	2.50	4.30	2.50	2.50	4.30	2.50	2.50	4.30	2.50
6	2.10	4.30	2.10	2.10	4.30	2.10	2.10	4.10	2.10
7	2.20	4.10	2.20	2.20	4.10	2.20	2.20	4.20	2.20
8	2.30	4.20	2.30	2.30	4.20	2.30	2.30	4.40	2.30
9	2.40	4.50	2.40	2.40	4.50	2.40	2.40	4.20	2.40
10	2.30	4.20	2.30	2.30	4.20	2.30	2.30	4.50	2.30
11									

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure
1	kombinasi1	Numeric	8	2	kombinasi kategori 1	None	None	8	Right	Scale
2	kombinasi2	Numeric	8	2	kombinasi kategori 2	None	None	8	Right	Scale
3	kombinasi3	Numeric	8	2	kombinasi kategori 3	None	None	8	Right	Scale
4	kombinasi4	Numeric	8	2	kombinasi kategori 4	None	None	8	Right	Scale
5	kombinasi5	Numeric	8	2	kombinasi kategori 5	None	None	8	Right	Scale
6	kombinasi6	Numeric	8	2	kombinasi kategori 6	None	None	8	Right	Scale
7	kombinasi7	Numeric	8	2	kombinasi kategori 7	None	None	8	Right	Scale
8	kombinasi8	Numeric	8	2	kombinasi kategori 8	None	None	8	Right	Scale
9	kombinasi9	Numeric	8	2	kombinasi kategori 9	None	None	8	Right	Scale

Gambar 14.1



Gambar 14.2

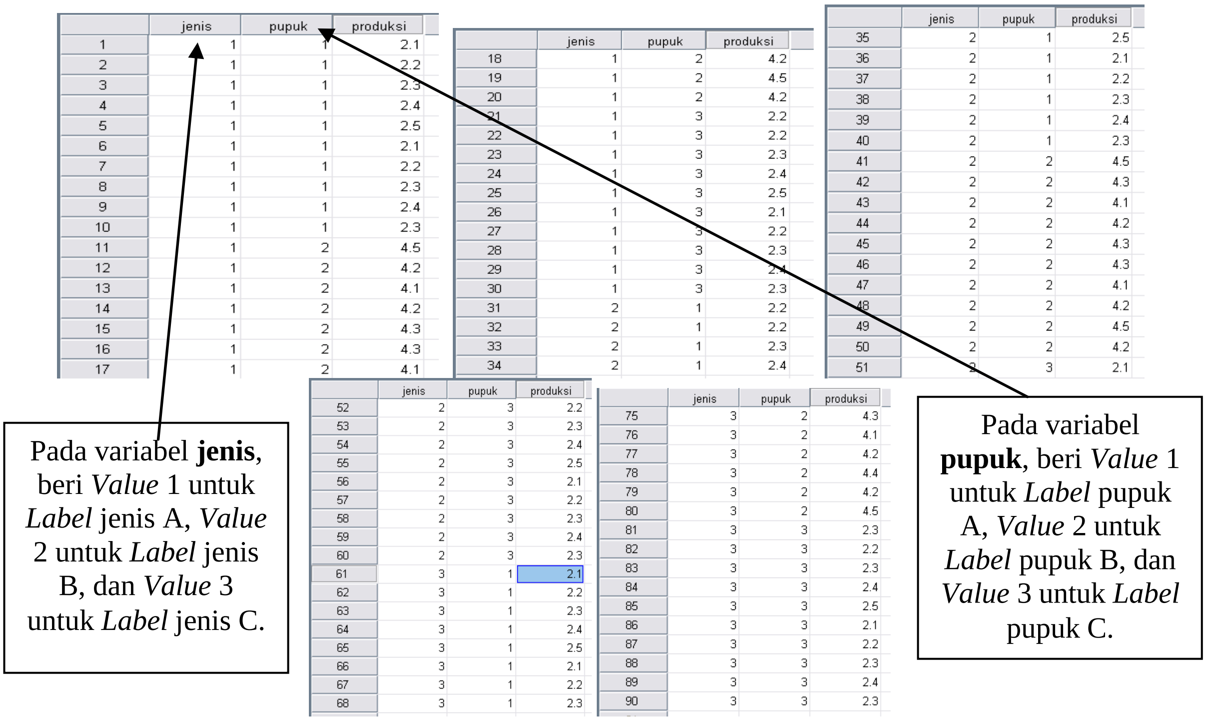
Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *1-Sample K-S*, sehingga muncul kotak dialog *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Tes* (Gambar 14.2). Masukkan seluruh variabel ke dalam kotak *Test Variable List* (Gambar 14.2). Pada *Test Distribution* pilih *Normal*. Kemudian pilih OK. Berikut hasil berdasarkan SPSS. Berdasarkan Tabel 14.2, diketahui nilai *Asymp. Sig. (2-tailed)* untuk masing-masing kombinasi kategori lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa populasi dari 9 kombinasi kategori berdistribusi normal. Perhatikan bahwa asumsi normalitas telah dipenuhi. Selanjutnya bangun data pada Tabel 14.1 dalam SPSS sebagai berikut (Gambar 14.3).

Tabel 14.2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		kombinasi kategori 1	kombinasi kategori 2	kombinasi kategori 3	kombinasi kategori 4
N		10	10	10	10
Normal Parameters[a,b]	Mean	2.2800	4.2600	2.2900	2.2900
	Std. Deviation	.13166	.14298	.11972	.11972
Most Extreme Differences	Absolute	.160	.263	.174	.174
	Positive	.140	.263	.174	.174
	Negative	-.160	-.153	-.133	-.133
Kolmogorov-Smirnov Z		.507	.830	.550	.550
Asymp. Sig. (2-tailed)		.959	.495	.923	.923

kombinasi kategori 5	kombinasi kategori 6	kombinasi kategori 7	kombinasi kategori 8	kombinasi kategori 9
10	10	10	10	10
4.2700	2.2800	2.2800	4.3300	2.3000
.14181	.13166	.13166	.17670	.11547
.216	.160	.160	.169	.200
.216	.140	.140	.169	.200
-.148	-.160	-.160	-.154	-.200
.684	.507	.507	.535	.632
.738	.959	.959	.937	.819



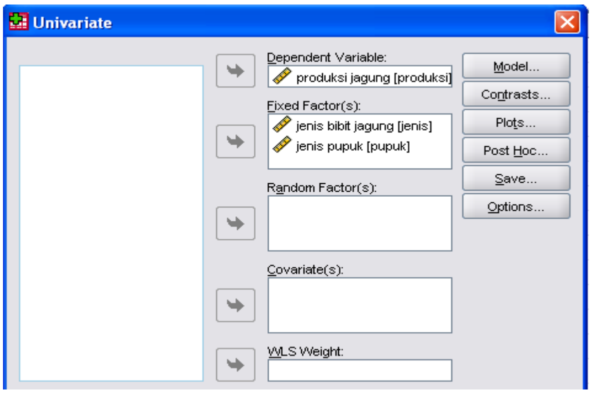
Gambar 14.3

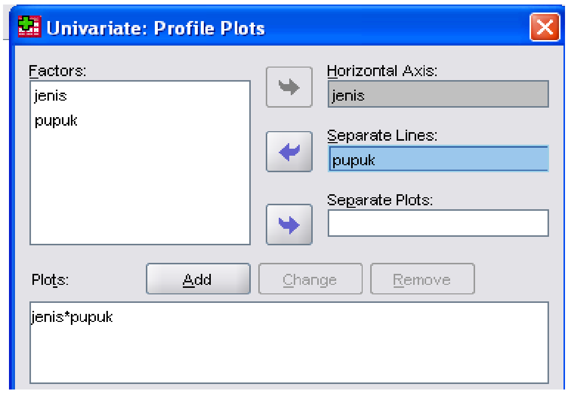
Setelah data pada Tabel 14.1 dibangun dalam SPSS (Gambar 14.3), pilih *Analyze => General Linear Model => Univariate*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate* (Gambar 14.4). Masukkan variabel **produksi** pada kotak *Dependent List* dan masukkan variabel **jenis** dan **pupuk** ke dalam kotak *Fixed Factor(s)*.

Kemudian pilih *Plots*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate: Profile Plots* (Gambar 14.5). Masukkan variabel **jenis** pada kotak *Horizontal Axis* dan **pupuk** pada kotak *Separate Lines*. Kemudian pilih *Add*, sehingga terbentuk variabel **jenis*pupuk** (Gambar 14.5). Kemudian pilih *Continue*.

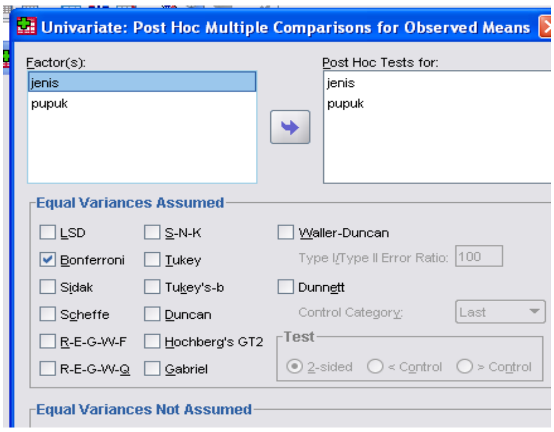
Pilih *Post Hoc*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate: Post Hoc Multiple Comparisons for Observed Means* (Gambar 14.6). Masukkan variabel **jenis** dan **pupuk** pada kotak *Post Hoc Tests for*. Pada *Equal Variances Assumed*, pilih *Bonferroni*. Kemudian pilih *Continue*.

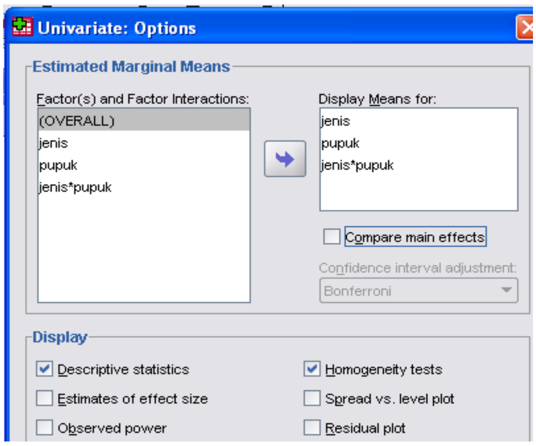
Selanjutnya pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate: Options* (Gambar 14.7). Masukkan variabel **jenis**, **pupuk**, dan **jenis*pupuk** pada kotak *Display Means for*. Pada *Display*, pilih *Descriptive statistics* dan *Homogeneity tests*. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK.





Gambar 14.4 **Gambar 14.5**





Gambar 14.6 **Gambar 14.7**

Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Tabel 14.3

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable:produksi jagung

F	df1	df2	Sig.
.670	8	81	.716

Informasi yang disajikan pada Tabel 14.3 (*Levene's Test of Equality of Error Variances*) akan digunakan untuk menguji asumsi kesamaan varians, yakni akan ditentukan apakah varians populasi dari 9 kombinasi kategori adalah sama. Perhatikan bahwa nilai *Sig.* (probabilitas) adalah 0,716. Karena nilai probabilitas (0,716) lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka disimpulkan bahwa populasi dari 9 kombinasi kategori memiliki varians yang sama. Perhatikan bahwa asumsi kesamaan varians telah dipenuhi.

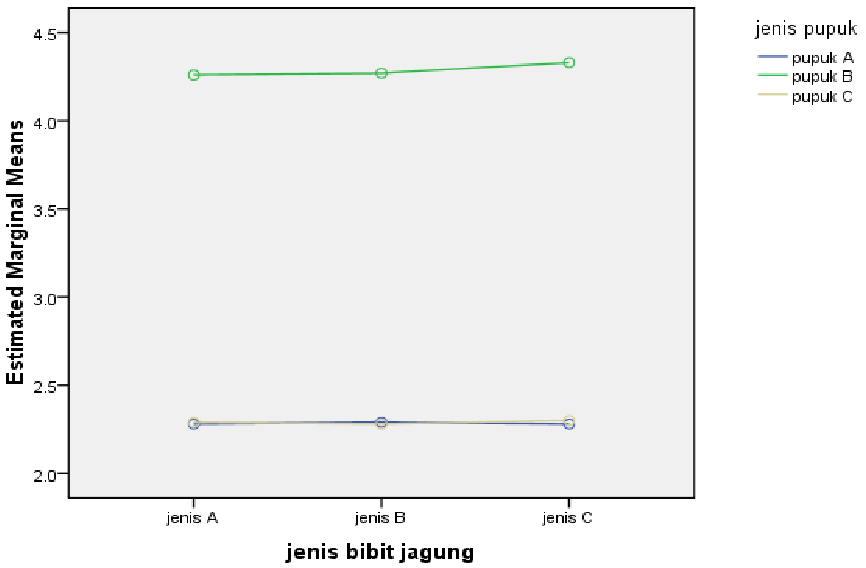
Berdasarkan Tabel 14.4, dapat dilihat bahwa hasil produksi jagung dengan menggunakan jenis bibit A dan pupuk A secara rata-rata adalah 2,280 kuintal. Hasil produksi jagung dengan menggunakan jenis bibit A dan pupuk B secara rata-rata adalah 4,260 kuintal. Berdasarkan Tabel 14.4, diguga bahwa penggunaan jenis pupuk B akan memberikan dampak yang positif dalam hal produksi jagung. Dengan kata lain, diduga penggunaan jenis pupuk berpengaruh terhadap hasil produksi jagung.

Tabel 14.4

Descriptive Statistics

Dependent Variable:produksi jagung

jenis bibit jagung	jenis pupuk	Mean	Std. Deviation	N
jenis A	pupuk A	2.280	.1317	10
	pupuk B	4.260	.1430	10
	pupuk C	2.290	.1197	10
	Total	2.943	.9555	30
jenis B	pupuk A	2.290	.1197	10
	pupuk B	4.270	.1418	10
	pupuk C	2.280	.1317	10
	Total	2.947	.9601	30
jenis C	pupuk A	2.280	.1317	10
	pupuk B	4.330	.1767	10
	pupuk C	2.300	.1155	10
	Total	2.970	.9879	30
Total	pupuk A	2.283	.1234	30
	pupuk B	4.287	.1525	30
	pupuk C	2.290	.1185	30
	Total	2.953	.9571	90



Gambar 14.8

Berdasarkan Gambar 14.8, dapat dilihat bahwa garis pupuk A dan C berhimpitan, sedangkan garis pupuk B berada paling atas. Hal tersebut dapat diartikan penggunaan pupuk jenis B secara rata-rata menghasilkan jagung lebih banyak dibandingkan penggunaan jenis pupuk lainnya. Oleh karena itu diindikasi terdapat pengaruh antara penggunaan jenis pupuk terhadap hasil produksi jagung.

Perhatikan juga bahwa ketiga garis tersebut terlihat cukup paralel. Hal tersebut dapat diartikan bahwa diindikasi tidak terjadi interaksi antara penggunaan jenis bibit jagung dan jenis pupuk dalam pengaruhnya terhadap hasil produksi jagung.

Berdasarkan Tabel 14.5 akan ditentukan hal-hal sebagai berikut.

- ⇨ Apakah terdapat interaksi yang signifikan secara statistika pada penggunaan jenis bibit jagung dan jenis pupuk dalam pengaruhnya terhadap hasil produksi jagung.
- ⇨ Apakah penggunaan jenis bibit jagung berdampak pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis pupuk.

⇨ Apakah penggunaan jenis pupuk berdampak pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis bibit jagung.

Tabel 14.5

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:produksi jagung

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	80.032[a]	8	10.004	543.113	.000
Intercept	784.996	1	784.996	42617.075	.000
jenis	.013	2	.006	.344	.710
pupuk	80.001	2	40.000	2171.600	.000
jenis * pupuk	.019	4	.005	.253	.907
Error	1.492	81	.018		
Total	866.520	90			
Corrected Total	81.524	89			

a. R Squared = .982 (Adjusted R Squared = .980)

Pada Tabel 14.5, perhatikan baris **jenis*pupuk**. Diketahui nilai *Sig* adalah 0,907. Karena nilai *Sig* tersebut lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa tidak terjadi interaksi yang signifikan secara statistika pada penggunaan jenis bibit jagung dan jenis pupuk dalam pengaruhnya terhadap hasil produksi jagung. Karena tidak terjadi interaksi, maka akan dilanjutkan dengan pengujian pengaruh utama (*main effect test*) dari masing-masing variabel bebas.

Perhatikan baris **jenis**. Diketahui nilai *Sig* adalah 0,710. Karena nilai *Sig* tersebut lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa penggunaan jenis bibit jagung tidak berdampak signifikan secara statistika pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis pupuk.

Kemudian perhatikan baris **pupuk**. Diketahui nilai *Sig* adalah 0,000. Karena nilai *Sig* tersebut lebih kecil dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa penggunaan jenis pupuk berdampak signifikan secara statistika pada hasil produksi jagung, dengan mengontrol pengaruh jenis bibit jagung.

Tabel 14.6

Multiple Comparisons

produksi jagung
Bonferroni

(I) jenis bibit jagung	(J) jenis bibit jagung	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
jenis A	jenis B	-.003	.0350	1.000	-.089	.082
	jenis C	-.027	.0350	1.000	-.112	.059
jenis B	jenis A	.003	.0350	1.000	-.082	.089
	jenis C	-.023	.0350	1.000	-.109	.062
jenis C	jenis A	.027	.0350	1.000	-.059	.112
	jenis B	.023	.0350	1.000	-.062	.109

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = .018.

Berdasarkan Tabel 14.6 (*Multiple Comparisons*) untuk jenis bibit, akan ditentukan hal-hal sebagai berikut.

⇨ Ada tidaknya perbedaan rata-rata hasil produksi jagung antara menggunakan jenis bibit jagung A dan B.

⇨ Ada tidaknya perbedaan rata-rata hasil produksi jagung antara menggunakan jenis bibit jagung A dan C.

⇨ Ada tidaknya perbedaan rata-rata hasil produksi jagung antara menggunakan jenis bibit jagung B dan C.

Perhatikan nilai *Sig.* pada baris jenis A v/s jenis B, yakni 1,000. Karena nilai *Sig.* lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan rata-rata yang signifikan secara statistika dari hasil produksi jagung antara menggunakan jenis bibit jagung A dan B. Kemudian perhatikan nilai *Sig.* pada baris jenis A v/s jenis C, yakni 1,000. Karena nilai *Sig.* lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan rata-rata yang signifikan secara statistika dari hasil produksi jagung antara menggunakan jenis bibit jagung A dan C, dan begitu juga untuk jenis B v/s jenis C.

Tabel 14.7

Multiple Comparisons

produksi jagung
Bonferroni

(I) jenis pupuk	(J) jenis pupuk	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	Upper Bound
pupuk A	pupuk B	-2.003*	.0350	.000	-2.089	-1.918
	pupuk C	-.007	.0350	1.000	-.092	.079
pupuk B	pupuk A	2.003*	.0350	.000	1.918	2.089
	pupuk C	1.997*	.0350	.000	1.911	2.082
pupuk C	pupuk A	.007	.0350	1.000	-.079	.092
	pupuk B	-1.997*	.0350	.000	-2.082	-1.911

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = .018.

*. The mean difference is significant at the .05 level.

Berdasarkan Tabel 14.7 akan ditentukan hal-hal sebagai berikut.

⇨ Ada tidaknya perbedaan rata-rata hasil produksi jagung antara menggunakan jenis pupuk A dan B.

⇨ Ada tidaknya perbedaan rata-rata hasil produksi jagung antara menggunakan jenis pupuk A dan C.

⇨ Ada tidaknya perbedaan rata-rata produksi jagung antara menggunakan jenis pupuk B dan C.

Perhatikan nilai *Sig.* pada baris pupuk A v/s pupuk B, yakni 0,000. Karena nilai *Sig.* lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa terdapat perbedaan rata-rata yang signifikan secara statistika dari hasil produksi jagung antara menggunakan jenis pupuk A dan B. Kemudian perhatikan nilai *Sig.* pada baris pupuk A v/s pupuk C, yakni 1,000. Karena nilai *Sig.* lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan rata-rata yang signifikan secara statistika dari hasil produksi jagung antara menggunakan jenis bibit pupuk A dan C, namun terdapat perbedaan rata-rata yang signifikan secara statistika dari hasil produksi jagung antara menggunakan jenis pupuk B dan C.

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Daniel, W.W. 2005. *Biostatistics: A Foundation for Analysis in the Health Sciences, 8th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons.

3. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

4. Gamst, G., L.S. Meyers, dan A.J. Guarino. 2008. *Analysis of Variance Designs, Computational Approach with SPSS and SAS*. Cambridge: Cambridge University Press.

5. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

6. Mann, P. S. dan C.J. Lacke. 2011. *Introductory Statistics, International Student Version, 7th Edition*. Asia: John Wiley & Sons, Inc.

7. Montgomery, D.C. dan G.C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

8. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

BAB 15

ANALISIS KOVARIAN

Sekilas Analisis Kovarian

Analisis kovarian dapat dikatakan sebagai suatu alat statistika yang di dalamnya menggabungkan uji beda rata-rata dan regresi. Dalam analisis kovarian, rata-rata yang diuji adalah rata-rata yang telah disesuaikan (*adjusted mean*). Steven (2009:287) menyatakan sebagai berikut.

"The reader should recall that the null hypothesis being tested in ANCOVA is that the adjusted population means are equal".

Pada bab sebelumnya telah dipaparkan mengenai analisis varians. Analisis varians satu arah membandingkan rata-rata berdasarkan kategori-kategori dari suatu variabel bebas. Sementara pada analisis varians dua arah membandingkan rata-rata berdasarkan kategori-kategori pada suatu variabel bebas, dengan mengontrol variabel bebas lainnya. Dalam hal ini, variabel bebas yang dikontrol bersifat non-metrik (kualitatif). Dalam analisis varians dua arah, variabel yang dikontrol bersifat non-metrik, sementara pada analisis kovarian, variabel yang dikontrol bersifat metrik (interval atau rasio). Pada analisis kovarian, variabel yang dikontrol disebut juga dengan kovariat (*covariate*). Agresti dan Finlay (2009:413) menyatakan sebagai berikut.

"One-way ANOVA compares the mean of the response variable for several groups. Two-way ANOVA compares means while controlling for another categorical variable. In many applications, it's useful to compare means while controlling for a quantitative variable. The quantitative control variable is called a covariate. The use of regression for this type of comparison is often called analysis of covariance. It is one of the many statistical contributions of R.A. Fisher, the brilliant British statistician".

Kovariat dapat diartikan sebagai suatu variabel yang berkorelasi terhadap variabel tak bebas. Kovariat tidak bertindak sebagai variabel utama dalam hal mempengaruhi variabel tak bebas , namun bertindak sebagai variabel kontrol atau variabel pelengkap yang masih berkorelasi terhadap variabel tak bebas. Dalam analisis kovarian, variabel bebas (non-metrik) dapat berinteraksi dengan variabel yang dikontrol atau kovariat. Hipotesis nol untuk uji interaksi menyatakan tidak terdapat interaksi yang signifikan secara statistika antara variabel bebas (non-metrik) dan kovariat dalam pengaruhnya terhadap variabel tak bebas. Hipotesis alternatif menyatakan terdapat interaksi yang signifikan secara statistika antara variabel bebas (non-metrik) dan kovariat dalam pengaruhnya terhadap variabel tak bebas.

Pada analisis kovarian juga dapat diuji apakah terdapat perbedaan rata-rata dari variabel tak bebas berdasarkan kategori-kategori pada variabel bebas dengan mengontrol kovariat. Hipotesis nol untuk uji ini menyatatakan tidak terdapat perbedaan rata-rata yang cukup signifikan secara statistika pada variabel tak bebas berdasarkan kategori-kategori dalam variabel bebas dengan mengontrol kovariat. Hipotesis alternatif untuk uji ini menyatatakan terdapat perbedaan rata-rata yang cukup signifikan secara statistika pada variabel tak bebas berdasarkan kategori-kategori pada variabel bebas dengan mengontrol kovariat.

Dalam analisis kovarian juga dapat diuji apakah kovariat memiliki hubungan atau pengaruh yang signifikan secara statistika terhadap variabel tak bebas, dengan mengontrol variabel bebas (non-metrik). Hipotesis nol pada uji ini menyatakan tidak terdapat hubungan atau pengaruh yang signifikan secara statistika antara kovariat dan variabel tak bebas, dengan mengontrol variabel bebas (non-metrik). Hipotesis alternatif menyatakan terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika antara kovariat dan variabel tak bebas, dengan mengontrol variabel bebas (non-metrik).

Contoh Kasus dalam Analisis Kovarian

Berikut diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan analisis kovarian.

[1] Misalkan seorang guru ingin meneliti apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) nilai ujian matematika siswa ketika diterapkan metode mengajar A, B, dan C. Untuk keperluan penelitian, guru tersebut mengajar 10 siswa dengan menerapkan metode A, 10 siswa berikutnya dengan metode B, dan 10 siswa yang lain dengan metode C. Setelah beberapa bulan, baru diadakan ujian matematika. Guru tersebut ingin mengetahui pengaruh secara bersih atau murni penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian matematika. Namun guru tersebut berfikir, bisa saja faktor IQ siswa juga memiliki pengaruh terhadap nilai ujian matematika yang dicapai oleh siswa. Maka guru tersebut melibatkan variabel IQ sebagai pengontrol. Perhatikan bahwa nilai ujian matematika merupakan variabel tak bebas (metrik), metode mengajar merupakan variabel bebas (non-metrik), dan IQ merupakan kovariat. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh guru tersebut (Tabel 15.1).

Tabel 15.1

Metode A			Metode B			Metode C		
Siswa	nilai ujian	IQ	Siswa	nilai ujian	IQ	Siswa	nilai ujian	IQ
1	6.5	100	11	7	113	21	7.4	114
2	6.4	99	12	6.5	98	22	8	97
3	5	95	13	7.5	97	23	8.2	95
4	5.5	96	14	6.5	97	24	9	97
5	6	96	15	7.5	115	25	9.5	114
6	6.9	114	16	6.9	95	26	8.5	98
7	5.9	97	17	7.3	100	27	8	100
8	5	94	18	8	111	28	8	111
9	6	95	19	7.3	94	29	7.5	95
10	6	99	20	7.1	100	30	9.9	99

Dengan menggunakan pendekatan analisis kovarian, akan diteliti hal-hal sebagai berikut.

⇨ Apakah terdapat interaksi yang cukup signifikan secara statistika antara metode mengajar dan IQ dalam pengaruhnya terhadap nilai ujian matematika.

⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai rata-rata ujian matematika pada penggunaan metode mengajar A, B, dan C dengan mengontrol IQ.

⇨ Apakah terdapat pengaruh atau hubungan yang cukup signifikan secara statistika antara IQ terhadap nilai ujian matematika dengan mengontrol metode mengajar.

[2] Misalkan seorang peneliti ingin meneliti apakah terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai rata-rata gaji per-bulan (y) di antara karyawan-karyawan yang bekerja pada posisi A, B, dan C di perusahaan XYZ pada tingkat signifikansi 5% dengan melibatkan masa kerja sebagai kovariat (x). Berikut data yang telah diperoleh peneliti tersebut (Tabel 15.2).

Tabel 15.2

Posisi A			Posisi B			Posisi C		
Karyawan	y	x	Karyawan	y	x	Karyawan	y	x
1	1,1	5	16	3,1	8	31	7,1	14
2	1,2	5	17	3,2	8	32	7,2	14
3	1,3	6	18	3,3	9	33	7,3	15
4	1,4	6	19	3,4	9	34	7,4	15
5	1,5	6	20	3,5	9	35	7,5	15
6	1,6	7	21	3,6	10	36	7,6	16
7	1,7	8	22	3,7	11	37	7,7	17
8	1,1	5	23	3,1	8	38	7,1	14
9	1,2	5	24	3,2	7	39	7,2	12
10	1,3	5	25	3,3	7	40	7,3	12
11	1,4	6	26	3,4	9	41	7,4	15
12	1,5	6	27	3,5	9	42	7,5	15
13	1,6	7	28	3,6	10	43	7,6	16
14	1,7	7	29	3,7	10	44	7,7	16
15	1,8	7	30	3,8	10	45	7,8	16

Dengan menggunakan pendekatan analisis kovarian, berikut hal-hal yang ingin diteliti.

⇨ Apakah terdapat interaksi yang cukup signifikan secara statistika antara posisi kerja karyawan dan masa kerja karyawan dalam pengaruhnya terhadap gaji karyawan per-bulan.

⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai rata-rata gaji per-bulan di antara karyawan-karyawan yang bekerja pada posisi A, B, dan C di perusahaan XYZ dengan mengontrol masa kerja karyawan.

⇨ Apakah terdapat pengaruh atau hubungan yang cukup signifikan secara statistika antara masa kerja karyawan terhadap gaji karyawan per-bulan di perusahaan XYZ dengan mengontrol posisi kerja karyawan.

Asumsi-Asumsi dalam Analisis Kovarian

Asumsi-asumsi pada analisis varians berlaku juga pada analisis kovarian. Namun pada analisis kovarian terdapat asumsi tambahan, yakni asumsi linearitas dari regresi (*linearity of regression*) dan homogenitas dari regresi (*homogeneity of regression*).

Asumsi Linearitas dari Regresi (Linearity of Regression)

Asumsi linearitas dari regresi berarti terdapat hubungan linear yang signifikan secara statistika antara kovariat dengan variabel tak bebas. Signifikan atau tidak, dari hubungan linear tersebut dapat diuji dengan menggunakan korelasi Pearson. Hipotesis nol menyatakan bahwa tidak terdapat hubungan linear yang cukup signifikan antara kovariat dengan variabel tak bebas. Sedangkan hipotesis alternatif menyatakan terdapat hubungan linear yang cukup signifikan antara kovariat dengan variabel tak bebas.

Dasar pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas (*p-value*) dari uji korelasi Pearson dengan tingkat signifikansi yang digunakan. Jika nilai probabilitas lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi, maka disimpulkan bahwa terdapat hubungan linear yang cukup signifikan antara kovariat dengan variabel tak bebas. Hal ini berarti asumsi linearitas dari regresi terpenuhi.

Jika hubungan linear antara kovariat dan variabel tak bebas tidak signifikan secara statistika, prosedur pendekatan regresi linear yang melibatkan kovariat akan memberikan hasil estimasi yang tidak tepat (*no viable prediction*). Gamst dkk. (2008:458) menyatakan sebagai berikut.

"We discussed in Section 16.4.1 that, based on the sample as a whole, the scores on the covariate are used in a linear regression procedure to predict the scores of the dependent variable. In order to properly interpret the results of the regression procedure, it is assumed that the relationship between the two variables is linear. Technically, the linear regression procedure evaluates the predictability of the dependent measure based on a linear model incorporating the covariate; if the dependent variable and the covariate are not related linearly (even if they are strongly related in a more a complex way), the linear regression procedure will return an outcome of "no viable prediction".

Tabel 15.3 menyajikan *output* SPSS yang menunjukkan nilai probabilitas untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

Tabel 15.3

Correlations

		gaji karyawan per bulan	masa kerja dalam tahun
gaji karyawan per bulan	Pearson Correlation	1	.971**
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	45	45
masa kerja dalam tahun	Pearson Correlation	.971**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	45	45

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Nilai *Sig. (2-tailed)* merupakan nilai probabilitas. Nilai tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

Asumsi Homogenitas dari Regresi (Homogeneity of Regression)

Uji asumsi homogenitas dari regresi berarti menguji apakah kemiringan dari garis regresi populasi bernilai sama untuk setiap kelompok atau kategori pada variabel bebas. Uji asumsi homogenitas dari regresi juga dapat berarti menguji apakah interaksi yang terjadi signifikan secara statistika antara variabel bebas (non-metrik) dan kovariat dalam pengaruhnya terhadap variabel tak bebas. Hipotesis nol pada uji ini menyatakan interaksi yang terjadi antara variabel bebas dan kovariat tidak signifikan secara statistika dalam pengarunya terhadap variabel tak bebas. Sedangkan hipotesis alternatif menyatakan terdapat interaksi yang cukup signifikan secara statistika antara variabel bebas dan kovariat dalam hal pengarunya terhadap variabel tak bebas.

Dasar pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas dengan tingkat signifikansi. Jika nilai probabilitas lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi, maka disimpulkan bahwa terdapat interaksi yang cukup signifikan secara statistika antara variabel bebas dan kovariat dalam hal pengarunya terhadap variabel tak bebas. Dalam hal ini, asumsi mengenai kemiringan dari garis regresi populasi bernilai sama untuk setiap kelompok/kategori pada variabel bebas tidak terpenuhi. Stevens (2009:289) menyatakan ketika asumsi homogenitas dari regresi tidak terpenuhi, maka penggunaan analisis kovarian menjadi tidak tepat (*is not appropriate*).

Tabel 15.4 menyajikan *output* SPSS yang menunjukkan nilai probabilitas untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

Tabel 15.4

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

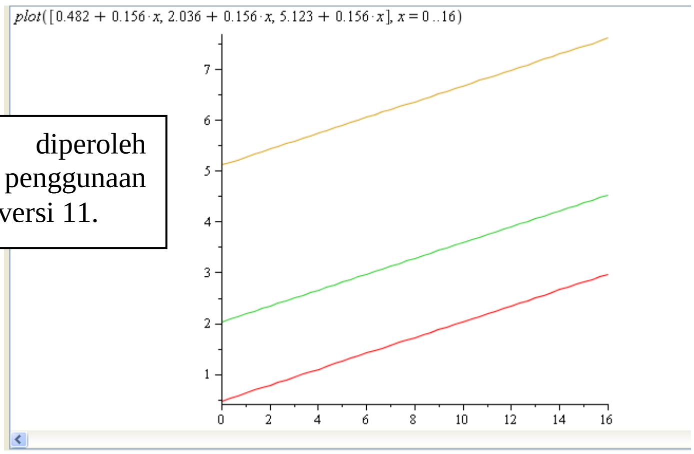
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	281.537[a]	5	56.307	3718.599	.000
Intercept	3.950	1	3.950	260.845	.000
posisi * masa	.078	2	.039	2.560	.090
posisi	2.833	2	1.417	93.561	.000
masa	1.525	1	1.525	100.696	.000
Error	.591	39	.015		
Total	1036.120	45			
Corrected Total	282.128	44			

a. R Squared = .998 (Adjusted R Squared = .998)

Nilai *Sig.* (probabilitas) untuk interaksi antara variabel **posisi** dan **masa** adalah 0,090. Karena probabilitas tersebut lebih kecil dibandingkan 0,05, maka disimpulkan bahwa interaksi yang terjadi tidak signifikan. Hal ini berarti asumsi homogenitas dari regresi terpenuhi.

Ketika asumsi homogenitas dari regresi terpenuhi, maka kemiringan garis regresi untuk setiap kelompok adalah sama. perhatikan gambar 15.1. Pada Gambar 15.1, kemiringan ketiga garis regresi bernilai sama.

Gambar 15.1 diperoleh berdasarkan penggunaan *software* Maple versi 11.



Gambar 15.1

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Misalkan seorang peneliti ingin meneliti apakah terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai rata-rata gaji per-bulan di antara karyawan-karyawan yang bekerja pada posisi A, B, dan C di perusahaan XYZ pada tingkat signifikansi 5%, dengan melibatkan masa kerja sebagai kovariat. Berikut data yang telah diperoleh peneliti tersebut (Tabel 15.1).

Tabel 15.1

Posisi A			Posisi B			Posisi C		
Karyawan	y	x	Karyawan	y	x	Karyawan	y	x
1	1,1	5	16	3,1	8	31	7,1	14
2	1,2	5	17	3,2	8	32	7,2	14
3	1,3	6	18	3,3	9	33	7,3	15
4	1,4	6	19	3,4	9	34	7,4	15
5	1,5	6	20	3,5	9	35	7,5	15
6	1,6	7	21	3,6	10	36	7,6	16
7	1,7	8	22	3,7	11	37	7,7	17
8	1,1	5	23	3,1	8	38	7,1	14
9	1,2	5	24	3,2	7	39	7,2	12
10	1,3	5	25	3,3	7	40	7,3	12
11	1,4	6	26	3,4	9	41	7,4	15
12	1,5	6	27	3,5	9	42	7,5	15
13	1,6	7	28	3,6	10	43	7,6	16
14	1,7	7	29	3,7	10	44	7,7	16
15	1,8	7	30	3,8	10	45	7,8	16

Berdasarkan data pada Tabel 15.1, jumlah karyawan yang diteliti dalam sampel sebanyak 45 karyawan. Untuk setiap posisi terdiri dari 15 karyawan. Perhatikan bahwa y menyatakan gaji per-bulan dalam jutaan. Karyawan dengan nomor urut 12 memiliki gaji per-bulan sebesar 1,5 juta, karyawan dengan nomor urut 40 memiliki gaji per-bulan sebesar 7,3 juta, dan seterusnya. Perhatikan juga bahwa x menyatakan masa kerja dalam tahun. Sebagai contoh, karyawan dengan nomor urut 12 telah bekerja di perusahaan XYZ selama 6 tahun, karyawan dengan nomor urut 40 telah bekerja di perusahaan XYZ selama 12 tahun, dan seterusnya.

Berikut hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti.

- ⇨ Apakah terdapat interaksi yang cukup signifikan secara statistika antara posisi kerja karyawan dan masa kerja karyawan dalam pengaruhnya terhadap gaji karyawan per-bulan.

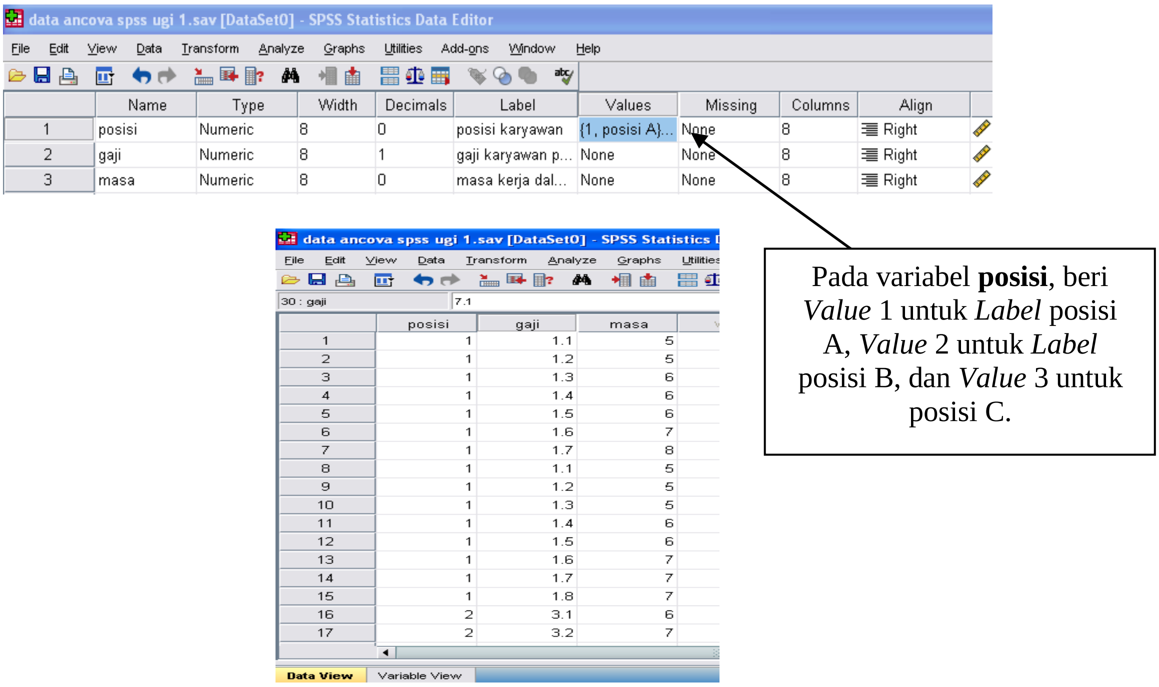
- ⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai rata-rata gaji per-bulan di antara karyawan-karyawan yang bekerja pada posisi A, B, dan C di perusahaan XYZ dengan mengontrol masa kerja karyawan.

⇨ Apakah terdapat pengaruh atau hubungan yang cukup signifikan secara statistika antara masa kerja karyawan terhadap gaji karyawan per-bulan di perusahaan XYZ dengan mengontrol posisi kerja karyawan.

Asumsi-asumsi pada analisis varians berlaku juga pada analisis kovarian. Namun pada analisis kovarian terdapat asumsi tambahan lagi yang diujikan, yakni asumsi linearitas dari regresi (*linearity of regression*) dan homogenitas dari regresi (*homogeneity of regression*).

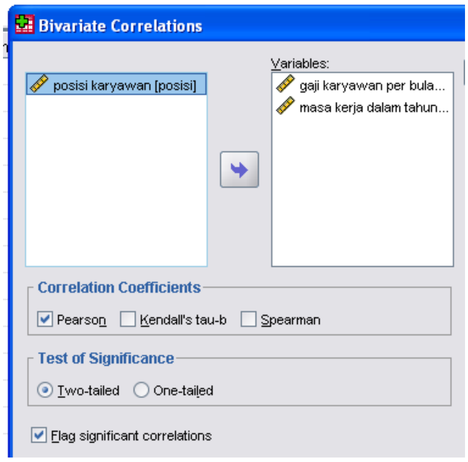
Pada penyelesaian ini hanya akan dipaparkan untuk menguji asumsi linearitas dan homogenitas dari regresi dalam SPSS. Pertama akan diuji terlebih dahulu mengenai asumsi linearitas dari regresi. Asumsi linearitas dari regresi berarti menguji apakah terdapat hubungan linear yang signifikan secara statistika antara kovariat dengan variabel tak bebas.

Bangun data pada Tabel 15.1 dalam SPSS seperti gambar berikut (Gambar 15.1).



Gambar 15.1

Pada variabel **posisi**, beri *Value* 1 untuk *Label* posisi A, *Value* 2 untuk *Label* posisi B, dan *Value* 3 untuk posisi C. Selanjutnya pilih *Analyze* => *Correlate* => *Bivariate*, sehingga muncul kotak dialog *Bivariate: Correlations* (Gambar 15.2). Masukkan variabel **gaji** dan **masa** ke dalam kotak *Variables*. Pada *Correlation Coefficients* pilih *Pearson* dan kemudian pilih *Flag significant correlations*. Selanjutnya pilih OK. Hasil berdasarkan SPSS diperlihatkan pada Tabel 15.2.



Gambar 15.2

Tabel 15.2

Correlations

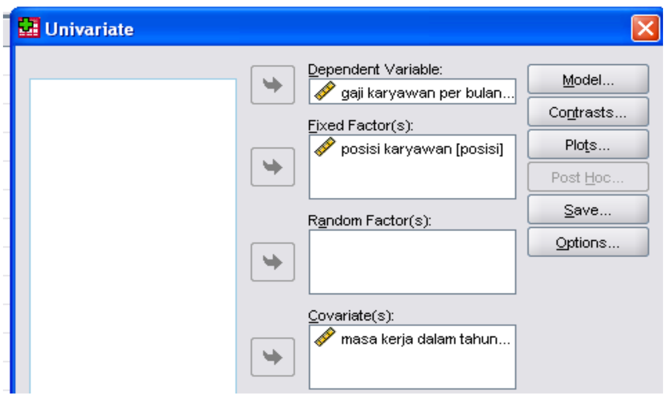
		gaji karyawan per bulan	masa kerja dalam tahun
gaji karyawan per bulan	Pearson Correlation	1	.971**
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	45	45
masa kerja dalam tahun	Pearson Correlation	.971**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	45	45

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Untuk menentukan apakah asumsi linearitas dari regresi terpenuhi atau tidak, maka dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig. (2-tailed)* terhadap tingkat signifikansi yang digunakan. Berdasarkan Tabel 15.2, nilai *Sig. (2-tailed)* adalah 0,000. Oleh karena nilai *Sig. (2-tailed)* lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka disimpulkan bahwa asumsi linearitas dari regresi terpenuhi. Terpenuhinya asumsi linearitas dari regresi menunjukkan terdapat alasan yang cukup kuat untuk memasukkan variabel masa kerja sebagai kovariat.

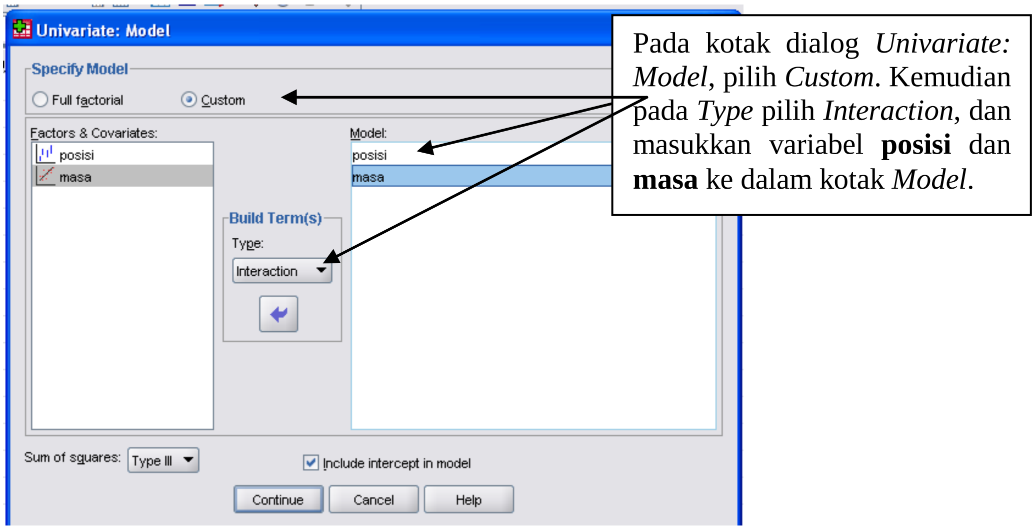
Setelah terpenuhi asumsi linearitas dari regresi, selanjutnya melakukan uji asumsi homogenitas dari regresi. Menguji asumsi homogenitas dari regresi berarti menguji apakah terjadi interaksi yang cukup signifikan secara statistika antara posisi karyawan dan masa kerja karyawan dalam pengaruhnya terhadap gaji karyawan per-bulan. Uji asumsi homogenitas dari regresi dapat juga berarti menguji apakah kemiringan dari garis regresi populasi adalah sama untuk setiap kategori pada posisi kerja karyawan.

Pilih *Analyze* => *General Linear Model* => *Univariate*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate* (Gambar 15.3). Pada kotak dialog *Univariate*, masukkan variabel **gaji** ke dalam *Dependent Variable*, variabel **posisi** ke dalam *Fixed Factor(s)*, dan variabel **masa** ke dalam *Covariate(s)*. Selanjutnya pilih *Model*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate: Model* (Gambar 15.4).

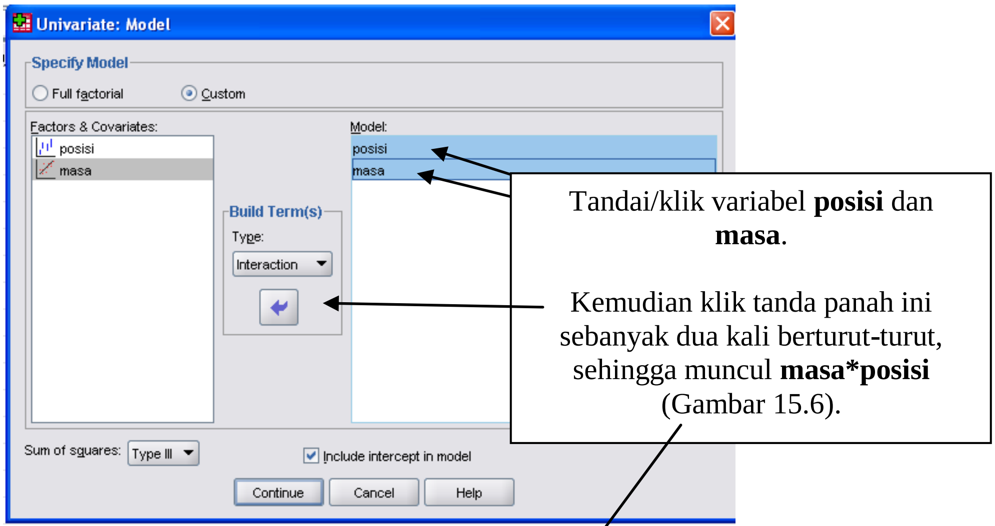


Gambar 15.3

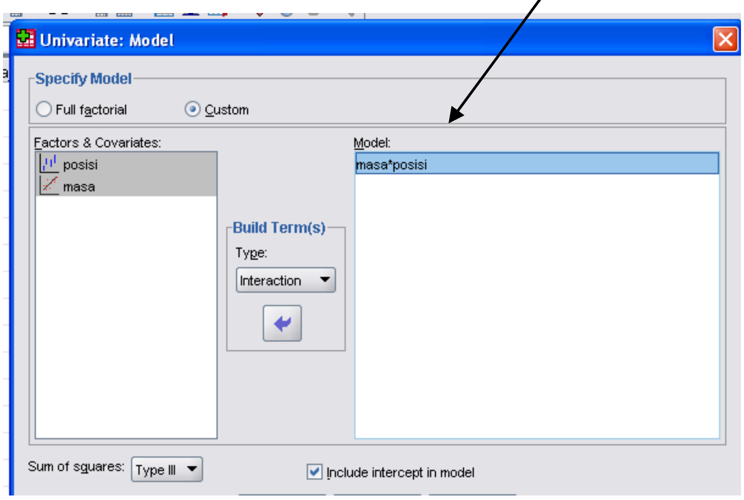
Pada kotak dialog *Univariate: Model* (Gambar 15.4), pilih *Custom*. Kemudian pada *Type* pilih *Interaction*, dan masukkan variabel **posisi** dan **masa** ke dalam kotak *Model*.



Gambar 15.4

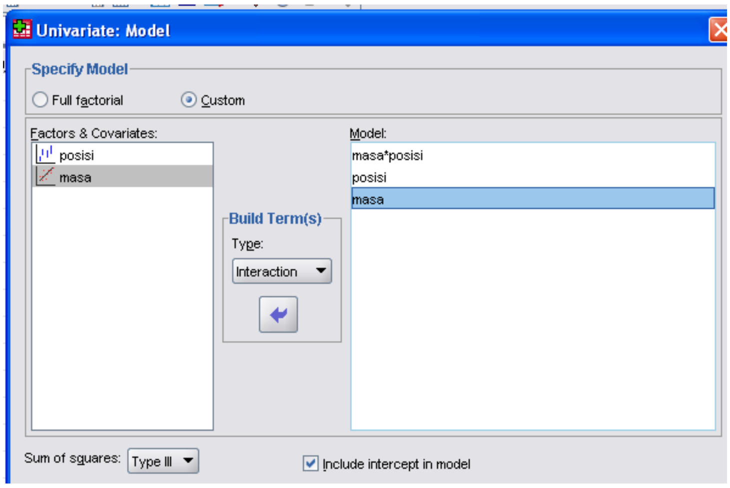


Gambar 15.5



Gambar 15.6

Setelah muncul variabel **masa*posisi** (Gambar 15.6) di dalam kotak *Model*, kemudian masukkan variabel **posisi** dan **masa** ke dalam kotak *Model*, seperti pada Gambar 15.7. Kemudian pilih *Continue* dan OK.



Gambar 15.7

Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Tabel 15.3

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	281.537[a]	5	56.307	3718.599	.000
Intercept	3.950	1	3.950	260.845	.000
posisi * masa	.078	2	.039	2.568	.090
posisi	2.833	2	1.417	93.561	.000
masa	1.525	1	1.525	100.696	.000
Error	.591	39	.015		
Total	1036.120	45			
Corrected Total	282.128	44			

a. R Squared = .998 (Adjusted R Squared = .998)

Berdasarkan Tabel 15.3 (*Test of Between-Subjects Effects*), untuk menentukan apakah asumsi homogenitas dari regresi terpenuhi atau tidak, maka dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig.* pada **posisi*masa** terhadap tingkat signifikansi. Perhatikan bahwa karena *Sig.* (0,090) lebih besar dibandingkan dengan tingkat signifikansi (0,05), maka disimpulkan bahwa asumsi homogenitas dari regresi terpenuhi.

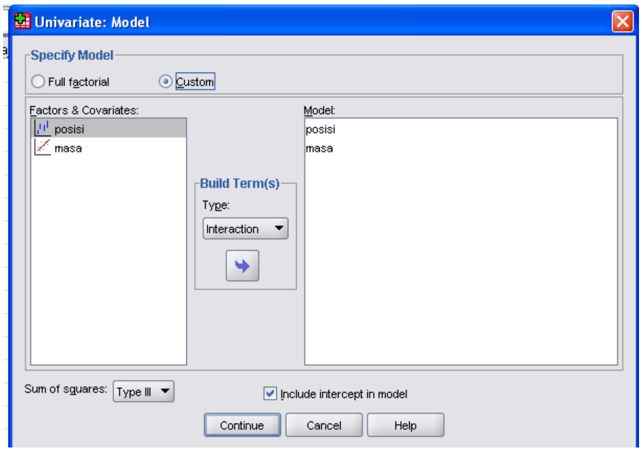
Terpenuhinya asumsi homogenitas berarti tidak terjadi interaksi yang begitu signifikan secara statistika antara posisi karyawan dan masa kerja karyawan dalam pengaruhnya terhadap gaji karyawan per-bulan. Dengan kata lain, asumsi mengenai kemiringan dari garis regresi populasi adalah sama untuk setiap kategori pada posisi kerja karyawan terpenuhi pada tingkat signifikansi 5%.

Perhatikan bahwa asumsi linearitas dan homogenitas dari regresi telah terpenuhi. Selanjutnya akan diuji hal-hal sebagai berikut.

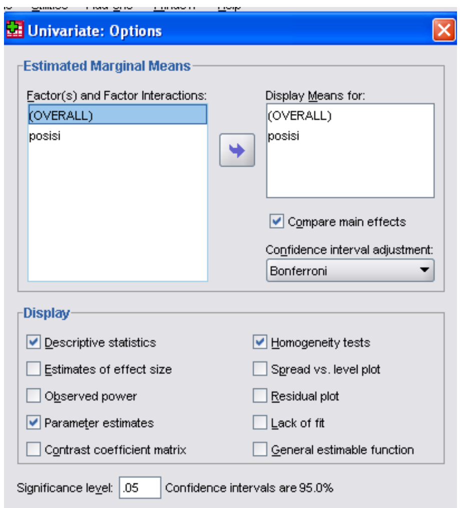
⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai rata-rata gaji per-bulan di antara karyawan-karyawan yang bekerja pada posisi A, B, dan C di perusahaan XYZ dengan mengontrol masa kerja karyawan.

⇨ Apakah terdapat pengaruh atau hubungan yang cukup signifikan secara statistika antara masa kerja karyawan terhadap gaji karyawan per-bulan di perusahaan XYZ dengan mengontrol posisi karyawan.

Pilih *Analyze => General Linear Model => Univariate*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate* (Gambar 15.3). Pada kotak dialog *Univariate*, masukkan variabel **gaji** ke dalam *Dependent Variable*, variabel **posisi** ke dalam *Fixed Factor(s)*, dan variabel **masa** ke dalam *Covariate(s)*. Selanjutnya pilih *Model*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate: Model* (Gambar 15.8). Pada kotak *Univariate: Model*, pilih *Custom*, dan masukkan variabel **posisi** dan **masa** ke dalam *Model* (Gambar 15.8). Selanjutnya pilih *Continue*.



Gambar 15.8



Gambar 15.9

Kemudian pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *Univariate: Options* (Gambar 15.9). Pada kotak dialog *Univariate: Options*, masukkan **OVERALL** dan **posisi** pada kotak *Display Means for*. Selanjutnya pilih *Compare main effects* dan atur dengan *Bonferroni*. Pada *Display*, pilih *Descriptive statistics*, *Homogeneity tests*, dan *Parameter estimates*. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK.

Tabel 15.4

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
posisi karyawan	1	posisi A	15
	2	posisi B	15
	3	posisi C	15

Berdasarkan Tabel 15.4 (*Between-Subjects Factors*), diketahui jumlah karyawan yang diteliti dalam sampel sebanyak 45 karyawan. Untuk setiap posisi terdiri dari 15 karyawan.

Tabel 15.5

Descriptive Statistics

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

posisi karyawan	Mean	Std. Deviation	N
posisi A	1.427	.2251	15
posisi B	3.427	.2251	15
posisi C	7.427	.2251	15
Total	4.093	2.5322	45

Berdasarkan Tabel 15.5 (*Descriptive Statistics*), secara rata-rata karyawan dengan posisi kerja C memiliki gaji yang paling tinggi dibandingkan dengan posisi kerja lain. Hal ini terlihat dari nilai *Mean* untuk posisi kerja C sebesar 7,427. Nilai *Mean* tersebut paling besar dibandingkan nilai *Mean* dari posisi kerja yang lain.

Tabel 15.6

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

F	df1	df2	Sig.
.836	2	42	.440

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + posisi + masa

Tabel 15.7

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	281.460[a]	3	93.820	5757.706	.000
Intercept	3.910	1	3.910	239.963	.000
posisi	15.415	2	7.708	473.014	.000
masa	1.460	1	1.460	89.595	.000
Error	.668	41	.016		
Total	1036.120	45			
Corrected Total	282.128	44			

a. R Squared = .998 (Adjusted R Squared = .997)

Berdasarkan Tabel 15.6 (*Levene's Test of Equality of Error Variances*) dapat dilakukan pengujian asumsi mengenai kesamaan varians dari *error* pada setiap grup atau kelompok. Dalam hal ini, *error* merupakan selisih antara nilai variabel tak bebas (y) dan nilai estimasi variabel tak bebas $(\hat{y})$. Untuk menentukan apakah asumsi tersebut terpenuhi atau tidak, maka dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig.* terhadap tingkat signifikansi. Perhatikan bahwa karena *Sig.* (0,440) lebih besar dibandingkan dengan tingkat signifikansi (0,05), maka disimpulkan bahwa asumsi mengenai kesamaan varians dari *error* terpenuhi pada tingkat signifikansi 5%.

Berdasarkan Tabel 15.7 (*Tests of Between Subjects Effects*) akan diuji hal-hal sebagai berikut.

- ⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai rata-rata gaji per-bulan di antara karyawan-karyawan yang bekerja pada posisi A, B, dan C di perusahaan XYZ dengan mengontrol masa kerja karyawan.

- ⇨ Apakah terdapat pengaruh atau hubungan yang cukup signifikan secara statistika antara masa kerja karyawan terhadap gaji karyawan per-bulan di perusahaan XYZ dengan mengontrol posisi kerja karyawan.

Berdasarkan Tabel 15.7, nilai *Sig.* atau probabilitas untuk variabel **posisi** adalah 0,000. Karena nilai probabilitas untuk variabel **posisi** (0,000) lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang cukup signifikan secara statistika mengenai rata-rata gaji per-bulan di antara karyawan-karyawan yang bekerja pada posisi A, B, dan C di perusahaan XYZ dengan mengontrol masa kerja karyawan.

Selanjutnya perhatikan nilai *Sig.* atau probabilitas untuk variabel **masa**, yakni 0,000. Karena nilai probabilitas untuk variabel **masa** (0,000) lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka disimpulkan bahwa terdapat pengaruh atau hubungan yang cukup signifikan secara statistika antara masa kerja karyawan terhadap gaji karyawan per-bulan di perusahaan XYZ dengan mengontrol posisi kerja karyawan. Dengan kata lain, semakin lama masa kerja karyawan, maka gaji karyawan tersebut juga semakin cenderung meningkat.

Tabel 15.8

Parameter Estimates

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

Parameter	B	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Intercept	5.123	.246	20.862	.000	4.627	5.619
[posisi=1]	-4.641	.151	-30.738	.000	-4.946	-4.336
[posisi=2]	-3.087	.107	-28.813	.000	-3.303	-2.871
[posisi=3]	0[a]	.	.	.	.	.
masa	.156	.016	9.465	.000	.122	.189

a. This parameter is set to zero because it is redundant.

Berdasarkan Tabel 15.8 (*Parameter Estimates*) diperoleh persamaan regresi linear sebagai berikut.

$$\hat{y} = 5{,}123 + 0{,}156x - 4{,}641z_1 - 3{,}087z_2.$$

Perhatikan bahwa pada persamaan regresi tersebut, nilai kemiringan (*slope*) dari variabel **masa** adalah positif, yakni 0,156. Hal ini menandakan bahwa terjadi hubungan yang bersifat positif antara masa kerja karyawan terhadap gaji karyawan per-bulan. Persamaan regresi untuk karyawan dengan posisi kerja A adalah

$$\hat{y}_A = 5{,}123 + 0{,}156x - 4{,}641(1) - 3{,}087(0)$$

$$\hat{y}_A = 0{,}482 + 0{,}156x.$$

Persamaan regresi untuk karyawan dengan posisi kerja B adalah

$$\hat{y}_B = 5{,}123 + 0{,}156x - 4{,}641(0) - 3{,}087(1)$$

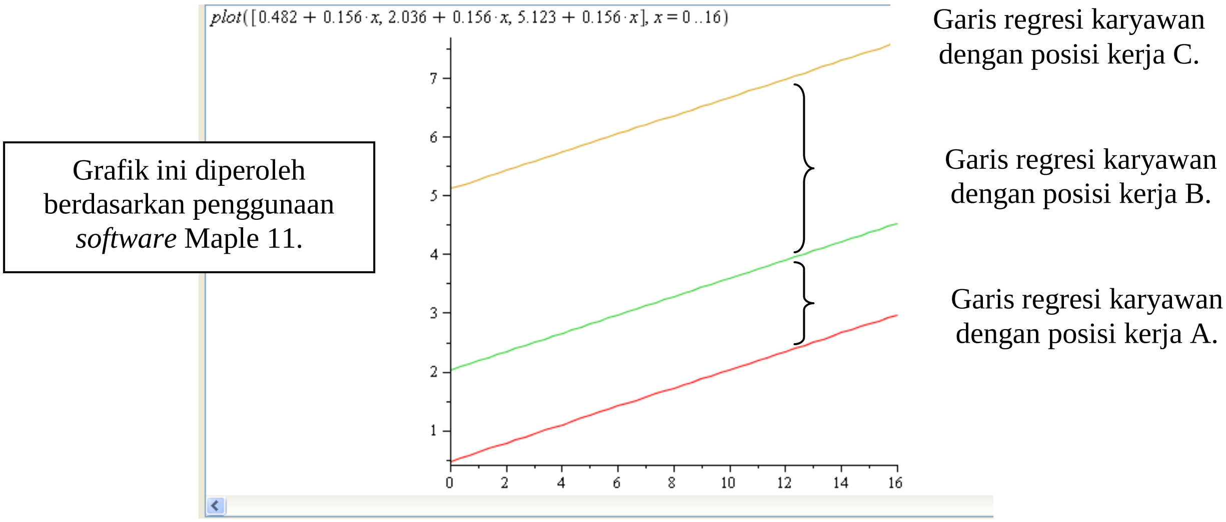
$$\hat{y}_B = 2{,}036 + 0{,}156x.$$

Persamaan regresi untuk karyawan dengan posisi kerja C adalah

$$\hat{y}_C = 5{,}123 + 0{,}156x - 4{,}641(0) - 3{,}087(0)$$

$$\hat{y}_C = 5{,}123 + 0{,}156x.$$

Berikut disajikan dalam grafik dari ketiga garis regresi tersebut.



Perhatikan bahwa ketiga garis regresi tersebut memiliki kemiringan (*slope*) yang sama, yakni 0,156. Kemiringan yang bernilai positif berarti semakin lama masa kerja karyawan, maka akan semakin meningkat gaji karyawan per-bulan. Berdasarkan grafik tersebut, terlihat bahwa garis regresi untuk karyawan dengan posisi C kerja menempati posisi paling tinggi dibandingkan yang lain.

Tabel 15.9

Pairwise Comparisons

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

(I) posisi karyawan	(J) posisi karyawan	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[a]	95% Confidence Interval for Difference[a] Lower Bound	Upper Bound
posisi A	posisi B	-1.554*	.066	.000	-1.719	-1.388
	posisi C	-4.641*	.151	.000	-5.018	-4.264
posisi B	posisi A	1.554*	.066	.000	1.388	1.719
	posisi C	-3.087*	.107	.000	-3.354	-2.819
posisi C	posisi A	4.641*	.151	.000	4.264	5.018
	posisi B	3.087*	.107	.000	2.819	3.354

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the .05 level.

a. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

Berdasarkan Tabel 15.9 (*Pairwise Comparisons*) akan diuji hal-hal sebagai berikut.

- ⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan mengenai rata-rata (*adjusted mean*) gaji per-bulan antara karyawan posisi A dan B, dengan mengontrol masa kerja karyawan.

- ⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan mengenai rata-rata (*adjusted mean*) gaji per-bulan antara karyawan posisi A dan C, dengan mengontrol masa kerja karyawan.

- ⇨ Apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan mengenai rata-rata (*adjusted mean*) gaji per-bulan antara karyawan posisi B dan C, dengan mengontrol masa kerja karyawan.

Perhatikan bahwa rata-rata yang dibandingkan bukan lagi rata-rata dari tiap-tiap kelompok, melainkan rata-rata yang sudah disesuaikan (*adjusted mean*). Untuk menentukan apakah terdapat perbedaan yang cukup signifikan mengenai rata-rata gaji per-bulan antara karyawan posisi A dan B, dengan mengontrol masa kerja karyawan, perhatikan nilai *Sig.* untuk posisi A v/s posisi B, yakni 0,000. Karena nilai *Sig*. lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang cukup signifikan mengenai rata-rata gaji per-bulan antara karyawan posisi A dan B, dengan mengontrol masa kerja karyawan. Perhatikan juga bahwa terdapat perbedaan yang cukup signifikan mengenai rata-rata gaji per-bulan antara karyawan posisi A dan C, dengan mengontrol masa kerja karyawan, B dan C, dengan mengontrol masa kerja karyawan.

SHARE

[1] Pada pembahasan sebelumnya diperoleh hasil SPSS sebagai berikut.

Tabel 15.1

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

F	df1	df2	Sig.
.836	2	42	.440

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + posisi + masa

Informasi pada Tabel *Levene's Test of Equality of ErrorVariances* dapat digunakan untuk menguji asumsi kesamaan dari varians *error*. Dalam hal ini, *error* merupakan selisih antara nilai variabel tak bebas (y) dan nilai estimasi variabel tak bebas $(\hat{y})$. Akan diperlihatkan cara lain untuk memperoleh hasil SPSS pada Tabel 15.1. Diketahui persamaan regresi untuk karyawan dengan posisi A, B, dan C sebagai berikut.

$$\hat{y}_A = 0{,}482 + 0{,}156x; \quad \hat{y}_B = 2{,}036 + 0{,}156x.$$

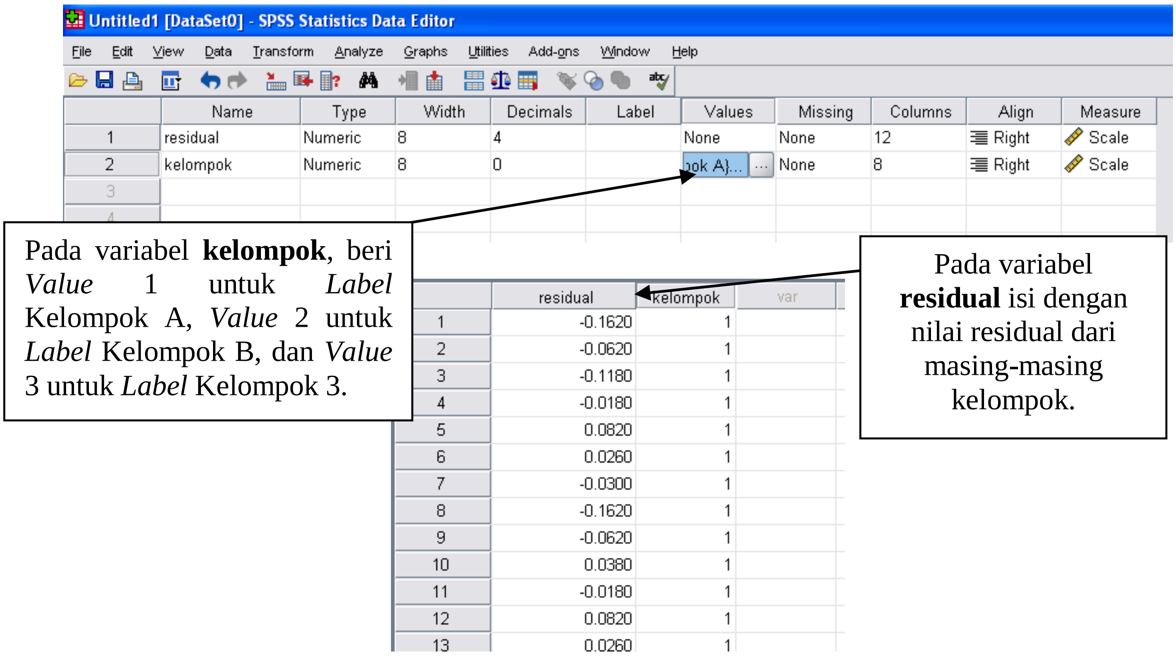
$$\hat{y}_C = 5{,}123 + 0{,}156x.$$

Buat tabel perhitungan seperti berikut (Tabel 15.2).

Tabel 15.2

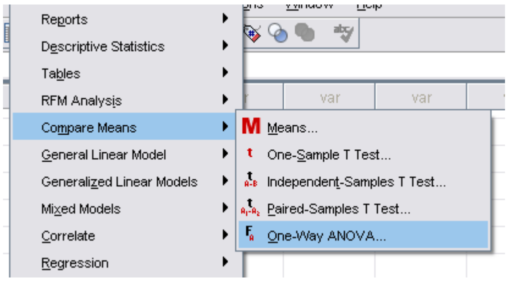
Kelompok A				Kelompok B				Kelompok C			
y	x	$\hat{y}$	$y-\hat{y}$	y	x	$\hat{y}$	$y-\hat{y}$	y	x	$\hat{y}$	$y-\hat{y}$
1.1	5	1.262	-0.162	3.1	8	3.284	-0.184	7.1	14	7.307	-0.207
1.2	5	1.262	-0.062	3.2	8	3.284	-0.084	7.2	14	7.307	-0.107
1.3	6	1.418	-0.118	3.3	9	3.44	-0.14	7.3	15	7.463	-0.163
1.4	6	1.418	-0.018	3.4	9	3.44	-0.04	7.4	15	7.463	-0.063
1.5	6	1.418	0.082	3.5	9	3.44	0.06	7.5	15	7.463	0.037
1.6	7	1.574	0.026	3.6	10	3.596	0.004	7.6	16	7.619	-0.019
1.7	8	1.73	-0.03	3.7	11	3.752	-0.052	7.7	17	7.775	-0.075
1.1	5	1.262	-0.162	3.1	8	3.284	-0.184	7.1	14	7.307	-0.207
1.2	5	1.262	-0.062	3.2	7	3.128	0.072	7.2	12	6.995	0.205
1.3	5	1.262	0.038	3.3	7	3.128	0.172	7.3	12	6.995	0.305
1.4	6	1.418	-0.018	3.4	9	3.44	-0.04	7.4	15	7.463	-0.063
1.5	6	1.418	0.082	3.5	9	3.44	0.06	7.5	15	7.463	0.037
1.6	7	1.574	0.026	3.6	10	3.596	0.004	7.6	16	7.619	-0.019
1.7	7	1.574	0.126	3.7	10	3.596	0.104	7.7	16	7.619	0.081
1.8	7	1.574	0.226	3.8	10	3.596	0.204	7.8	16	7.619	0.181

Kemudian bangun data dalam SPSS seperti berikut (Gambar 15.1).

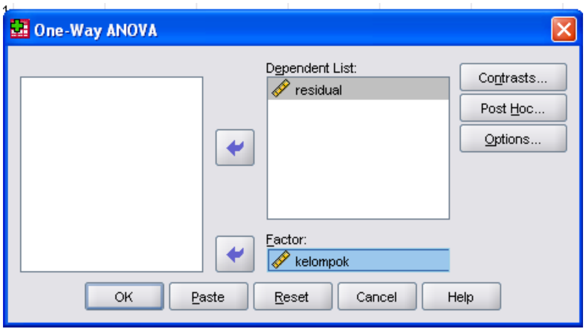


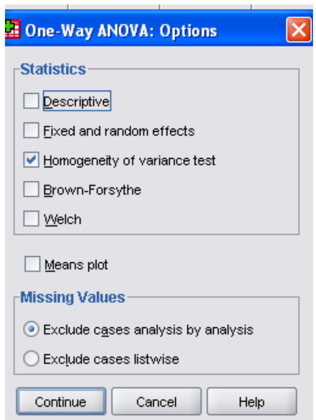
Gambar 15.1

Selanjutnya pilih *Analyze* => *Compare Means* => *One-Way ANOVA* (Gambar 15.2). Pada kotak dialog *One-Way ANOVA* (Gambar 15.3), masukkan variabel **residual** pada kotak *Dependent List* dan masukkan variabel **kelompok** pada kotak *Factor*. Kemudian pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *One Way ANOVA: Options* (Gambar 15.4).



Gambar 15.2





Gambar 15.3 **Gambar 15.4**

Pada kotak dialog *One-Way ANOVA: Options* (Gambar 15.4), pilih *Homogeneity of variance test*. Kemudian pilih *Continue* dan OK. Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Test of Homogeneity of Variances

residual

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.849	2	42	.435

Perhatkan bahwa hasil yang diperoleh sedikit berbeda. Hal ini hanya mengenai permasalahan tingkat ketelitian desimal yang digunakan.

[2] Pada pembahasan sebelumnya diperoleh hasil SPSS sebagai berikut.

Tabel 15.3

Pairwise Comparisons

Dependent Variable:gaji karyawan per bulan

(I) posisi karyawan	(J) posisi karyawan	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[a]	95% Confidence Interval for Difference[a] Lower Bound	Upper Bound
posisi A	posisi B	-1.554*	.066	.000	-1.719	-1.388
	posisi C	-4.641*	.151	.000	-5.018	-4.264
posisi B	posisi A	1.554*	.066	.000	1.388	1.719
	posisi C	-3.087*	.107	.000	-3.354	-2.819
posisi C	posisi A	4.641*	.151	.000	4.264	5.018
	posisi B	3.087*	.107	.000	2.819	3.354

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the .05 level.

a. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

Berdasarkan Tabel 15.3 (*Pairwise Comparisons*), *Mean Difference* untuk posisi A dan B adalah $-1{,}554$, untuk posisi A dan C adalah $-4{,}641$, dan untuk posisi B dan C adalah $-3{,}097$. Nilai *Mean* tersebut merupakan nilai rata-rata yang telah disesuaikan (*adjusted mean*). Pada analisis kovarian, rata-rata populasi yang diuji merupakan rata-rata yang telah disesuaikan (*adjusted means*). Berikut akan diperlihatkan cara untuk memperoleh *adjusted mean*.

Diketahui bahwa persamaan regresi untuk karyawan dengan posisi A, B, dan C sebagai berikut.

$$\hat{y}_A = 0{,}482 + 0{,}156x.$$
$$\hat{y}_B = 2{,}036 + 0{,}156x.$$
$$\hat{y}_C = 5{,}123 + 0{,}156x.$$

Diketahui nilai rata-rata secara keseluruhan (*grand mean*) dari x adalah 9,9333. Maka *adjusted mean* gaji karyawan per-bulan untuk posisi A, B, dan C adalah

$$\hat{y}_A = 0{,}482 + 0{,}156x = 0{,}482 + 0{,}156(9{,}9333) = 2{,}0315948$$

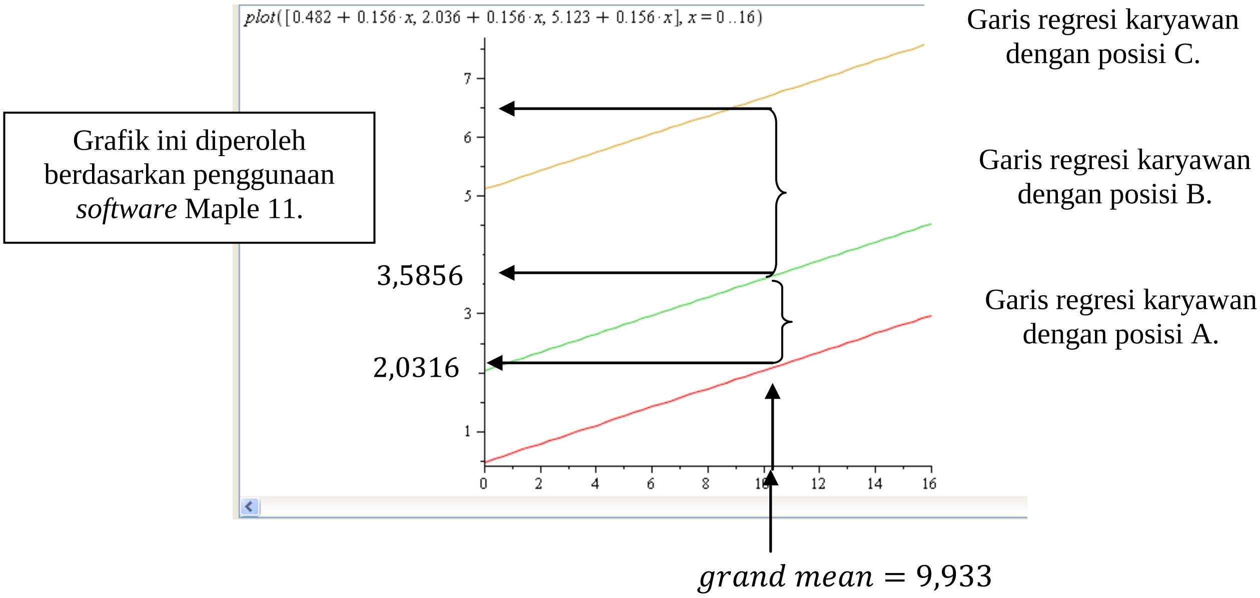
$$\hat{y}_B = 2{,}036 + 0{,}156x = 2{,}036 + 0{,}156(9{,}9333) = 3{,}5855948$$

$$\hat{y}_C = 5{,}123 + 0{,}156x = 5{,}123 + 0{,}156(9{,}9333) = 6{,}6725948.$$

Sehingga selisih *adjusted mean* gaji karyawan per-bulan antara posisi A dan B (*Mean Difference*) sebesar

$$\hat{y}_A - \hat{y}_B = 2{,}0315948 - 3{,}5855948 = -1{,}1554$$

$$\hat{y}_A - \hat{y}_C = 2{,}0315948 - 6{,}6725948 = -4{,}641.$$



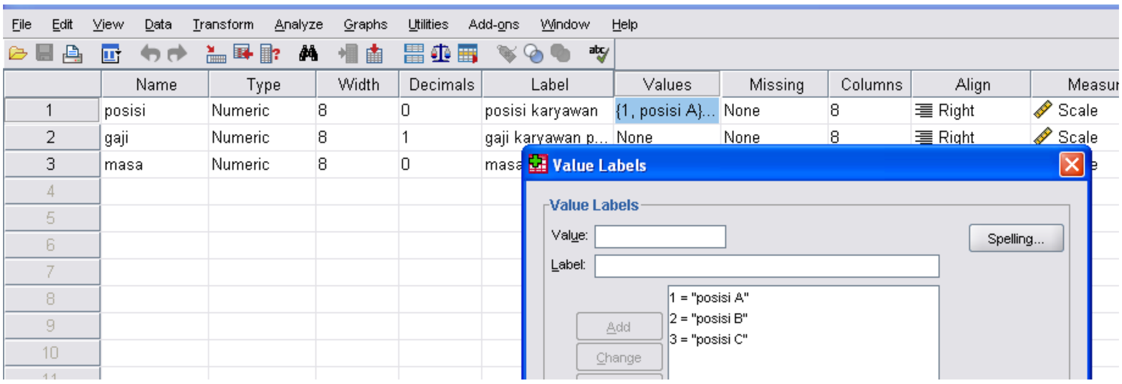
Kelompok	*mean y*	*adjusted mean y*
Kelompok A	1,4267	2,0316
Kelompok B	3,4267	3,5856
Kelompok C	7,4267	6,6726

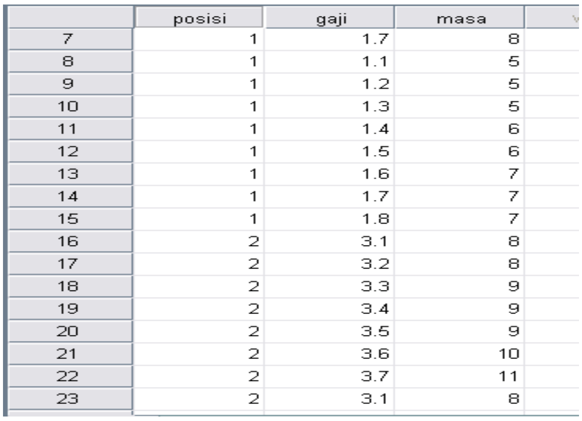
Jadi pada *multiple comparison* untuk analisis kovarian, yang diuji adalah *adjusted mean*, bukan nilai *mean* dari masing-masing kelompok.

[3] Pada analisis kovarian juga dikenakan asumsi independensi antara kovariat dan pengaruh perlakuan (variabel bebas) (*independence of the covariate and treatment effect*). Berikut akan diperlihatkan langkah-langkah untuk melakukan uji asumsi independensi (*independence assumption*) berdasarkan data pada Tabel 15.2. Pertama, bangun data pada Tabel 15.2 dalam SPSS (Gambar 15.5).

Setelah data pada Tabel 15.2 dibangun dalam SPSS (Gambar 15.5), selanjutnya pilih *Analyze* => *Compare Means* => *One-Way ANOVA*. Pada kotak dialog *One-Way ANOVA*, masukkan variabel **masa** pada kotak *Dependent List* dan masukkan variabel **posisi** pada kotak *Factor* (Gambar 15.6). Selanjutnya pilih OK.

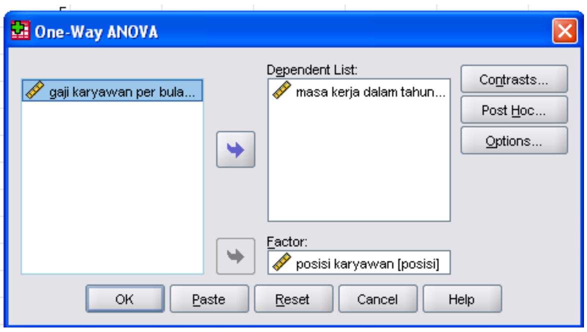
Tabel 15.4 merupakan hasil berdasarkan SPSS. Perhatikan bahwa berdasarkan Tabel 15.4 (*ANOVA*), diketahui nilai *Sig.* atau probabilitas adalah 0,000. Nilai probabilitas tersebut kemudian dibandingkan dengan tingkat signifikansi. Jika nilai probabilitas $\geq$ tingkat signifikansi, maka disimpulkan bahwa asumsi independensi terpenuhi. Jika nilai probabilitas $<$ tingkat signifikansi, maka disimpulkan bahwa asumsi independensi tidak terpenuhi. Misalkan tingkat signifikansi yang digunakan adalah 0,05. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas (0,000) lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi (0,05), maka asumsi independensi tidak terpenuhi. Field (2009:400) menyarankan sebelum menggunakan atau menetapkan kovariat dalam analisis, periksa terlebih dahulu bahwa asumsi independensi terpenuhi antara kovariat dan pengaruh perlakuan (variabel bebas).





	posisi	gaji	masa
7	1	1.7	8
8	1	1.1	5
9	1	1.2	5
10	1	1.3	5
11	1	1.4	6
12	1	1.5	6
13	1	1.6	7
14	1	1.7	7
15	1	1.8	7
16	2	3.1	8
17	2	3.2	8
18	2	3.3	9
19	2	3.4	9
20	2	3.5	9
21	2	3.6	10
22	2	3.7	11
23	2	3.1	8

Gambar 15.5



Gambar 15.6

Tabel 15.4

ANOVA

masa kerja dalam tahun

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	594.533	2	297.267	207.166	.000
Within Groups	60.267	42	1.435		
Total	654.800	44			

Analyze => Compare Means => One-Way ANOVA.

Tabel 15.5

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:masa kerja dalam tahun

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	594.533ª	2	297.267	207.166	.000
Intercept	4440.200	1	4440.200	3094.387	.000
posisi	594.533	2	297.267	207.166	.000
Error	60.267	42	1.435		
Total	5095.000	45			
Corrected Total	654.800	44			

a. R Squared = .908 (Adjusted R Squared = .904)

Cara lain: *Analyze => General Linear Model => Univariate*. Pada *Model* atur *Main effects*.

Field (2009:400-401) menyatakan sebagai berikut.

"*In section 11.3.1, I mentioned that* ***before including a covariate in an analysis we should check that it is independent from the experimental manipulation****. In this case, the proposed covariate is partner's libido, and we need to check that this variable was roughly equal across levels of our independent variable. In other words, is the mean level of partner's libido roughly equal across our three Viagra groups? We can test this by running an ANOVA with Partner_Libido as the outcome and Dose as the predictor.*

SPSS Output 11.1 shows the results of such an ANOVA. The main effect of dose is not significant, F(2, 27) = 1.98, p = .16, which shows that the average level of partner's libido was roughly the same in the three Viagra groups. In other words, the means for partner's libido in Table 11.2 are not significantly different in the placebo, low- and high-dose groups. ***This result means that it is appropriate to use partner's libido as a covariate in the analysis.****"*

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Daniel, W.W. 2005. *Biostatistics: A Foundation for Analysis in the Health Sciences, 8th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons.

3. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

4. Gamst, G., L.S. Meyers, dan A.J. Guarino. 2008. *Analysis of Variance Designs, Computational Approach with SPSS and SAS*. Cambridge: Cambridge University Press.

5. Montgomery, D.C. dan G.C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

6. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

7. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

BAB 16

UJI INDEPENDENSI UNTUK VARIABEL-VARIABEL KATEGORI

Sekilas Uji Independensi untuk Variabel-Variabel Kategori

Beberapa contoh dari variabel-variabel kategori seperti jenis kelamin (terdiri dari dua kategori, yakni laki-laki dan perempuan), warga negara (WNI dan WNA), hobi (suka memasak atau tidak suka memasak), kelulusan (lulus atau tidak lulus), kebahagiaan (tidak terlalu bahagia, bahagia, sangat bahagia) dan sebagainya. Uji independensi untuk variabel-variabel kategori merupakan suatu uji untuk menguji ada tidaknya hubungan di antara variabel-variabel kategori. Berikut diberikan beberapa contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan uji independensi untuk variabel-variabel kategori.

- Menentukan ada tidaknya hubungan antara tingkat usia terhadap acara TV yang disukai. Misalkan untuk variabel tingkat usia terdiri dari tiga kategori, yakni anak-anak, remaja, dan dewasa, sedangkan untuk variabel acara TV terdiri dari tiga kategori, yakni kartun, musik, dan berita.

- Menentukan ada tidaknya hubungan antara tingkat pendapatan keluarga terhadap kebahagiaan. Misalkan untuk variabel tingkat pendapatan terdiri dari tiga kategori, yakni di bawah rata-rata, rata-rata, dan di atas rata-rata, sedangkan untuk variabel kebahagiaan terdiri dari tiga kategori, yakni tidak terlalu bahagia, bahagia, dan sangat bahagia.

Hipotesis nol yang diajukan pada uji independensi untuk variabel-variabel kategori adalah variabel-variabel kategori signifikan secara statistika tidak berhubungan (*statistically independent*), sedangkan hipotesis alternatif menyatakan variabel-variabel kategori signifikan secara statistika berhubungan (*statistically dependent*).

Tabel Kontingensi (Contingency Table)

Dalam uji independensi untuk dua variabel kategori, data disajikan dalam tabel kontingensi (*contingency table*). Tabel kontingensi menyajikan jumlah subjek yang diamati dari seluruh kombinasi kejadian yang mungkin. Sebagai contoh diberikan dua variabel kategori, yakni variabel jenis kelamin dan variabel hobi. Dari variabel jenis kelamin memiliki dua kategori, yakni laki-laki dan perempuan, sedangkan pada variabel hobi, misalkan memiliki tiga kategori, yakni membaca, memasak, dan berolahraga. Pada tabel kontingensi menyajikan jumlah subjek yang diamati (*observed*) untuk seluruh kombinasi yang mungkin dari dua variabel kategori tersebut. Berikut adalah seluruh kombinasi yang mungkin dari dua variabel kategori tersebut.

- Jenis kelamin laki-laki dengan hobi membaca.
- Jenis kelamin laki-laki dengan hobi memasak.
- Jenis kelamin laki-laki dengan hobi berolahraga.
- Jenis kelamin perempuan dengan hobi membaca.

- ⇨ Jenis kelamin perempuan dengan hobi memasak.
- ⇨ Jenis kelamin perempuan dengan hobi berlolahraga.

Misalkan diajukan beberapa pertanyaan sebagai berikut.

- ⇨ Apakah antara laki-laki dan perempuan cenderung berbeda dalam hal pemilihan hobi?
- ⇨ Apakah laki-laki cenderung memilih hobi olahraga, sedangkan perempuan cenderung memilih hobi membaca dan memasak?
- ⇨ Apakah terdapat hubungan antara jenis kelamin dan hobi?

Misalkan diberikan data mengenai jenis kelamin dan hobi dari 3000 mahasiswa (Tabel 16.1).

Tabel 16.1

	Hobi			
Jenis Kelamin	Membaca	Memasak	Olahraga	Total
Laki-Laki	100	300	900	1300
Perempuan	900	700	100	1700
Total	1000	1000	1000	3000

Tabel 16.1 merupakan tabel kontingensi (*contingency table*) berukuran 2×3. Tabel kontingensi tersebut memiliki 2 baris dan 3 kolom. Berdasarkan Tabel 16.1, dari 1300 mahasiswa laki-laki, 100 mahasiswa hobi membaca, 300 mahasiswa hobi memasak, dan 900 mahasiswa hobi olah raga. Dari 1700 mahasiswa perempuan, 900 mahasiswa hobi membaca, 700 mahasiswa hobi memasak, dan 100 mahasiswa hobi olahraga. Berdasarkan Tabel 16.1 terlihat bahwa mahasiswa dengan jenis kelamin laki-laki cenderung lebih menyukai olahraga dibandingkan membaca dan memasak. Perhatikan bahwa total untuk baris-baris pada variabel jenis kelamin, yakni (1300, 1700) disebut **distribusi marjinal sampel untuk jenis kelamin**, sedangkan total untuk kolom-kolom pada variabel hobi, yakni (1000, 1000, 1000) disebut **distribusi marjinal sampel untuk hobi**.

Untuk mempelajari bagaimana hobi bergantung (*depend on*) terhadap jenis kelamin, maka terlebih dahulu frekuensi yang disajikan pada Tabel 16.1 dikonversi dalam bentuk persentase (*percentage*) dalam setiap baris (*within each row*). Perhatikan Tabel 16.2.

Tabel 16.2

	Hobi				
Jenis Kelamin	Membaca	Memasak	Olahraga	Total	n
Laki-Laki	7.692308%	23.07692%	69.23077%	100%	1300
Perempuan	52.94118%	41.17647%	5.882353%	100%	1700

Berdasarkan Tabel 16.2, 7,692308% dari mahasiswa laki-laki hobi membaca. Dengan kata lain, dari 1300 mahasiswa laki-laki, sebanyak 100 mahasiswa hobi membaca.

$$\frac{100}{1300} \times 100\% = 7{,}692308\%.$$

Dua himpunan dari persentase untuk laki-laki, yakni (7,692308; 23,07692; 69,23077) dan perempuan, yakni (52,94118; 41,17647; 5,882353) disebut distribusi-distribusi bersyarat pada hobi (*conditional distributions on hobby*). Distribusi-distribusi tersebut merupakan distribusi data sampel dari hobi, bergantung pada (*conditional on*) jenis kelamin. Distribusi bersyarat perempuan **pada hobi** merupakan **himpunan** dari persentase (52,94118; 41,17647; 5,882353) untuk (membaca, memasak, dan olahraga). Dengan cara yang sama, dapat juga dibuat distribusi-distribusi bersyarat pada jenis kelamin, untuk masing-masing hobi. Perhatikan Tabel 16.3.

Tabel 16.3

	Hobi		
Jenis Kelamin	Membaca	Memasak	Olahraga
Laki-Laki	10%	30%	90%
Perempuan	90%	70%	10%
Total	100%	100%	100%
n	1000	1000	1000

Berdasarkan Tabel 16.3, 10% dari mahasiswa yang hobi membaca adalah mahasiswa laki-laki. Dengan kata lain, dari 1000 mahasiswa yang hobi membaca, terdapat 100 mahasiswa laki-laki.

$$\frac{100}{1000} \times 100\% = 10\%.$$

Dalam prakteknya, dapat dibentuk distribusi bersyarat untuk variabel tak bebas, dalam kategori-kategori dari variabel bebas. Dalam hal ini, hobi sebagai variabel tak bebas. Jadi, pada Tabel 16.2 menyajikan persentase dalam baris, yang menerangkan persentase dari (membaca, memasak, dan olahraga) untuk setiap jenis kelamin (variabel bebas).

Uji Chi Kuadrat Pearson (Pearson's Chi-Square Test) dan Contoh Perhitungan

Uji chi-kuadrat Pearson dapat digunakan untuk menguji apakah terdapat hubungan yang signifikan secara statistika di antara dua variabel kategori. Pada uji chi-kuadrat Pearson membandingkan antara frekuensi pengamatan (*observed frequency*) yang tersaji dalam tabel kontingensi dengan nilai-nilai yang memenuhi hipotesis nol mengenai independensi (*independence*).

Tabel 16.4

	Hobi			
Jenis Kelamin	Membaca	Memasak	Olahraga	Total
Perempuan	573 (522,9)	516 (540,4)	422 (447,7)	1511
Laki-Laki	386 (436,1)	475 (450,6)	399 (373,3)	1260
Total	959	991	821	2771

Berdasarkan Tabel 16.4, perhatikan bahwa nilai yang tidak diberi tanda kurung disebut **frekuensi pengamatan** (*observed frequency*), sedangkan nilai yang diberi tanda kurung disebut **frekuensi harapan** (*expected frequency*), di mana nilai-nilai tersebut merupakan nilai-nilai hipotesis nol. Perhatikan bahwa setiap nilai dari hipotesis nol memiliki total baris dan total kolom yang sama sebagaimana juga pada frekuensi pengamatan.

$$522{,}9 + 540{,}4 + 447{,}7 = 1511$$
$$436{,}1 + 450{,}6 + 373{,}3 = 1260$$
$$522{,}9 + 436{,}1 = 959$$
$$540{,}4 + 450{,}6 = 991$$
$$447{,}7 + 373{,}3 = 821.$$

Misalkan f_o (*observed frequency*) menotasikan frekuensi pengamatan, sedangkan f_e (*expected frequency*) menotasikan frekuensi harapan. Frekuensi harapan dalam suatu *cell* dihitung dengan mengalikan total suatu baris dan total suatu kolom pada *cell* tersebut dan kemudian dibagi dengan jumlah elemen sampel seluruhnya (dalam Tabel 16.4, jumlah elemen dalam sampel seluruhnya sebanyak 2771).

Perhatikan bahwa pada *cell* bagian paling atas-kiri menyatakan mahasiswa perempuan yang hobi membaca dengan frekuensi pengamatan $f_o = 573$, sedangkan frekuensi harapannya adalah

$$f_e = \frac{(1511)(959)}{(2771)} = 522{,}9.$$

Perhatikan bahwa nilai 522,9 diperoleh dengan cara mengalikan total baris dan total kolom dari *cell* mahasiswa perempuan dengan hobi membaca, dan kemudian dibagi dengan jumlah elemen sampel seluruhnya. Dalam jumlah elemen sampel seluruhnya (*in the entire sample*), 959 dari 2771 mahasiswa (34,6%) masuk ke dalam kelompok mahasiswa yang hobi membaca. Jika variabel jenis kelamin dan hobi saling bebas atau tidak berhubungan **(***independent***)**, maka diharapkan 34,6% (522,9) dari laki-laki dan 34,6% (436) dari perempuan masuk ke dalam mahasiswa yang hobi membaca (**perhatikan bahwa persentasenya sama, bukan jumlah subjeknya yang sama**!!). Sebagai contoh, 34,6% mahasiswa perempuan diharapkan termasuk ke dalam mahasiswa yang hobi membaca. Frekuensi harapan untuk *cell* tersebut adalah

$$f_e = \left(\frac{959}{2771}\right) \times 1511 = (0{,}346)(1511) = 522{,}9,$$

sedangkan 34,6% mahasiswa laki-laki diharapkan termasuk ke dalam mahasiswa yang hobi membaca. Maka frekuensi harapan untuk *cell* tersebut adalah

$$f_e = \left(\frac{959}{2771}\right) \times 1260 = (0{,}346)(1260) = 436{,}1.$$

Nilai statistik dari uji chi-kuadrat Pearson dinotasikan dengan lambang χ^2, dihitung dengan rumus

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}.$$

Penjumalahan dilakukan untuk seluruh *cell* dalam tabel kontingensi. Untuk setiap *cell*, dikuadratkan (*squared*) hasil dari selisih antara frekuensi pengamatan dengan frekuensi harapan, dan kemudian dibagi dengan frekuensi harapan. Uji chi-kuadrat *Pearson* diperkenalkan oleh seorang statistikawan Inggris, yakni Karl Pearson sekitar tahun 1900.

Ketika H_0 diterima/benar, f_o dan f_e cenderung dekat untuk setiap *cell*, dan χ^2 (berdasarkan perhitungan) bernilai relatif kecil. Jika H_0 tidak diterima/salah, paling tidak beberapa dari nilai f_o dan f_e tidak cenderung dekat, yakni nilai-nilai $(f_o - f_e)^2$ cenderung besar dan statistik χ^2 relatif besar. Semakin besar statistik χ^2, semakin kuat bukti dalam hal menolak H_0. Dengan mensubstitusikan f_o dan f_e ke dalam rumus χ^2 (data Tabel 16.4), diperoleh

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

$$= \frac{(573 - 522{,}9)^2}{522{,}9} + \frac{(516 - 540{,}4)^2}{540{,}4} + \frac{(422 - 447{,}7)^2}{447{,}7} + \frac{(386 - 436{,}1)^2}{436{,}1} + \frac{(475 - 450{,}6)^2}{450{,}6} + \frac{(399 - 373{,}3)^2}{373{,}3}$$

$$= 4{,}8 + \cdots + 1{,}8 \approx 16{,}2.$$

Nilai dari 16,2 merupakan nilai statistik dari uji chi-kuadrat Pearson (χ^2 berdasarkan perhitungan). Untuk menentukan apakah hipotesis nol ditolak atau diterima, terlebih dahulu dihitung nilai kritis chi-kuadrat berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Untuk menentukan nilai kritis chi-kuadrat, terlebih dahulu menghitung derajat bebas (*degree of freedom*). Derajat bebas dihitung dengan rumus

$$df = (r - 1)(c - 1),$$

di mana r dan c masing-masing menyatakan jumlah baris dan kolom dalam tabel kontingensi. Untuk tabel kontingensi dengan ukuran 2×3, $r = 2$ dan $c = 3$, maka diperoleh $df = (2 - 1)(3 - 1) = 2$. Jumlah baris dan kolom yang semakin banyak, menghasilkan nilai *df* yang semakin besar. Berikut disajikan tabel distribusi chi-kuadrat.

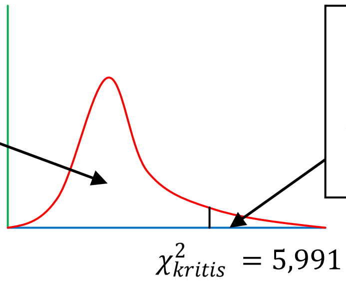
Tabel 16.5

$df = 2, \alpha = 0{,}05$

derajat bebas	luas sisi kanan			
	0.1	0.05	0.02	0.01
1	2.706	3.841	5.412	6.635
2	4.605	5.991	7.824	9.210
3	6.251	7.815	9.837	11.345
4	7.779	9.488	11.668	13.277
5	9.236	11.070	13.388	15.086
6	10.645	12.592	15.033	16.812
7	12.017	14.067	16.622	18.475
8	13.362	15.507	18.168	20.090
9	14.684	16.919	19.679	21.666
10	15.987	18.307	21.161	23.209
11	17.275	19.675	22.618	24.725
12	18.549	21.026	24.054	26.217
13	19.812	22.362	25.472	27.688
14	21.064	23.685	26.873	29.141
15	22.307	24.996	28.259	30.578
16	23.542	26.296	29.633	32.000
17	24.769	27.587	30.995	33.409

Berdasarkan Tabel 16.5, nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas 2 dan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$ adalah 5,991.

Terima H_0 ketika χ^2 hitung $\leq$ nilai kritis χ^2. Perhatikan bahwa nilai kritis χ^2 diperoleh berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat.



Tolak H_0 ketika χ^2 hitung $>$ nilai kritis χ^2. Perhatikan bahwa nilai kritis χ^2 diperoleh berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat.

Gambar 16.1

Berikut disajikan perumusan hipotesis.

H_0: Jenis kelamin dan hobi signifikan secara statistika tidak berhubungan (*statistically independent*). Dengan kata lain tidak terdapat hubungan yang signifikan secara statistika jenis kelamin terhadap hobi.

H_0: Jenis kelamin dan hobi signifikan secara statistika berhubungan (*statistically dependent*). Dengan kata lain terdapat hubungan yang signifikan secara statistika jenis kelamin terhadap hobi.

Diketahui nilai χ^2 hitung adalah 16,2. Karena nilai χ^2 hitung, yakni 16,2 lebih besar dibandingkan nilai kritis χ^2, yakni 5,991, maka hipotesis nol ditolak, dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat hubungan yang signifikan (dalam populasi) secara statistika jenis kelamin terhadap pemilihan hobi, pada tingkat signifikansi 5%.

Uji Eksak Fisher (Fisher's Exact Test)

Terdapat suatu permasalahan yang timbul pada uji chi-kuadrat, yang mana distribusi sampling dari statistik suatu uji (*test statistic*) memiliki suatu **pendekatan** distribusi chi-kuadrat. Semakin besar ukuran suatu sampel, maka akan semakin baik pendekatan tersebut. Dalam ukuran sampel yang kecil, pendekatan distribusi chi-kuadrat menjadi tidak cukup baik, yakni membuat uji signifikansi dari distribusi chi-kuadrat tidak akurat (Field, 2009:690).

Tabel 16.6

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exa
Pearson Chi-Square	10.989[a]	1	.001		
Continuity Correction[b]	8.901	1	.003		
Likelihood Ratio	11.872	1	.001		
Fisher's Exact Test				.002	
Linear-by-Linear Association	10.714	1	.001		
N of Valid Cases	40				

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 7.00.

b. Computed only for a 2x2 table

Huruf "a" menunjukkan bahwa tidak terdapat *cell* yang memiliki nilai frekuensi harapan < 5 pada tabel kontingensi dalam perhitungan nilai statistik dari uji *Pearson Chi-Square*.

Berdasarkan *output* SPSS Tabel 16.6 dan Tabel 16.7, dapat dilihat bahwa pada penggunaan uji chi-kuadrat Pearson, frekuensi harapan (*expected frequency*) untuk setiap *cell* harus lebih besar dari 5. Field (2009:690) menyatakan ketika frekuensi harapan (*expected frequency*) lebih besar dari 5 untuk setiap *cell* pada tabel kontingensi, distribusi sampling akan mendekati distribusi chi-kuadrat. Apabila frekuensi harapan sangat kecil, dengan kata lain jumlah sampel relatif sangat sedikit, hal tersebut mengakibatkan distribusi sampling statistik dari suatu uji (chi-kuadrat Pearson) akan menyimpang dari distribusi chi-kuadrat. Hal tersebut membuat uji signifikansi dari distribusi chi kuadrat tidak akurat.

Tabel 16.7

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	31.837[a]	1	.000		
Continuity Correction[b]	27.886	1	.000		
Likelihood Ratio	37.386	1	.000		
Fisher's Exact Test				.000	[illegible]
Linear-by-Linear Association	31.041	1	.000		
N of Valid Cases	40				

a. 1 cells (25.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 4.20.

b. Computed only for a 2x2 table

Huruf "a" menunjukkan bahwa terdapat satu *cell* yang memiliki nilai frekuensi harapan < 5 pada tabel kontingensi dalam perhitungan nilai statistik dari uji *Pearson Chi-Square*.

Senada dengan Field, Agresti dan Finlay (2009:227) menyatakan sebagai berikut.

"*The chi-squared distribution is the sampling distribution of the χ^2 test statistic only if the sample size is large. A rough guideline for this requirement is that the expected frequency f_e should exceed 5 in each cell. Otherwise, the chi-squared distribution may be poorly approximately the actual distribution of the χ^2 statistic*".

Terdapat alternatif lain sebagai pengganti uji chi-kuadrat Pearson, yakni uji eksak Fisher (*Fisher's exact test*). Uji eksak Fisher akurat digunakan ketika ukuran sampel relatif kecil. Field (2009:690) menyatakan sebagai berikut.

"*Fisher came up with a method for computing the exact probability of the chi-square statistic that is accurate when sample sizes are small. This method is called Fisher's exact test. This procedure is normally used on 2× 2 contingency tables and with small samples. However, it can be used on larger contingency tables and with large samples, but on larger contingency tables it becomes computationally intensive and you might find SPSS taking a long time to give you an answer*".

Pada Tabel 16.6 dan Tabel 16.7 tersaji nilai statistik dari uji eksak Fisher (*Fisher's Exact Test*).

Uji Likelihood Ratio dan Contoh Perhitungan

Alternatif lain dari uji chi-kuadrat Pearson adalah uji *Likelihood Ratio*. Berikut rumus untuk menghitung statistik dari uji *Likelihood Ratio*.

$$L_{\chi^2} = 2\sum f_{o_{ij}} \ln\left(\frac{f_{o_{ij}}}{f_{e_{ij}}}\right).$$

Perhatikan bahwa $f_{o_{ij}}$ merupakan frekuensi pengamatan pada baris ke-i dan kolom ke-j (dalam tabel kontingensi), sedangkan $f_{e_{ij}}$ merupakan frekuensi harapan pada baris ke-i dan kolom ke-j. Sebagaimana pada uji chi-kuadrat Pearson, untuk menentukan apakah hipotesis nol diterima atau ditolak pada uji *Likelihood Ratio*, nilai statistik dari uji *Likelihood Ratio* dibandingkan terhadap nilai kritis berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Jika nilai statistik dari uji *Likelihood Ratio* $\leq$ nilai kritis berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Jika nilai statistik dari uji *Likelihood Ratio* $>$ nilai kritis berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Berdasarkan data pada Tabel 16.4, berikut akan dihitung nilai statistik dari uji *Likelihood Ratio*.

Jenis Kelamin	Hobi			Total
	Membaca	Memasak	Olahraga	
Perempuan	573 (522,9)	516 (540,4)	422 (447,7)	1511
Laki-Laki	386 (436,1)	475 (450,6)	399 (373,3)	1260
Total	959	991	821	2771

$$L_{\chi^2} = 2 \sum f_{o_{ij}} \ln\left(\frac{f_{o_{ij}}}{f_{e_{ij}}}\right)$$

$$= 2\left[573 \ln\left(\frac{573}{522{,}9}\right) + 516 \ln\left(\frac{516}{540{,}4}\right) + 422 \ln\left(\frac{422}{447{,}7}\right) + 386 \ln\left(\frac{386}{436{,}1}\right) + 475 \ln\left(\frac{475}{450{,}6}\right) + 399 \ln\left(\frac{399}{373{,}3}\right)\right]$$

$$= 2[52{,}4269 - 23{,}8407 - 24{,}9487 - 47{,}1052 + 25{,}0490 + 26{,}5650]$$

$$= 16{,}3.$$

Berikut diberikan *output* SPSS yang menyajikan nilai statistik dari uji *Likelihood Ratio*. Field (2009:691) menyatakan nilai statistik dari uji *Likelihood Ratio* akan mendekati (*will be roughly*) nilai statistik dari uji chi-kuadrat Pearson, namun demikian uji *Likelihood Ratio* lebih disukai (*is preferred*) ketika ukuran sampel kecil.

Tabel 16.8

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp (2-sid
Pearson Chi-Square	16.202[a]	2	
Likelihood Ratio	16.273	2	.000
Linear-by-Linear Association	13.047	1	.000
N of Valid Cases	2771		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 373.32.

Berdasarkan perhitungan SPSS, nilai $L_{\chi^2} = 16{,}273$.

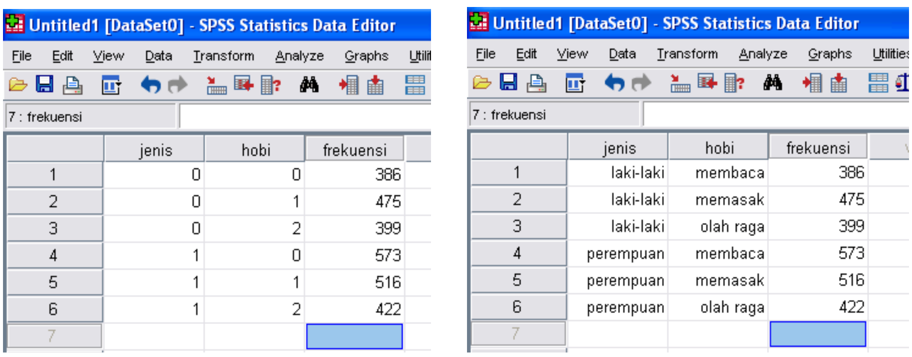
PENYELESAIAN DALAM SPSS

Andaikan seorang peneliti bernama Ugi ingin meneliti ada tidaknya hubungan (*association*) antara jenis kelamin terhadap pemilihan hobi. Misalkan untuk variabel hobi terdiri dari tiga kategori, yakni membaca, memasak, dan olahraga. Andaikan penelitian dilakukan pada siswa di sekolah XYZ. Berikut data yang telah dikumpulkan.

Tabel 16.1 (Data Fiktif)

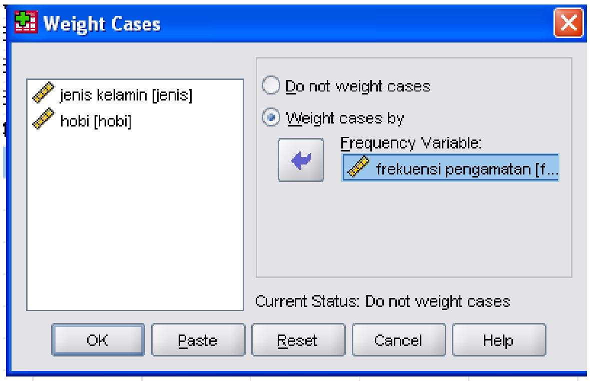
Jenis Kelamin	Hobi: Membaca	Hobi: Memasak	Hobi: Olahraga	Total
Perempuan	573	516	422	1511
Laki-Laki	386	475	399	1260
Total	959	991	821	2771

Berdasarkan Tabel 16.1, jumlah siswa yang diteliti 2771, yang terdiri dari 1511 perempuan dan 1260 laki-laki. Jumlah siswa perempuan yang diteliti 1511, 573 di antaranya hobi membaca, 516 hobi memasak, dan 422 hobi olahraga. Bangun data pada Tabel 16.1 dalam SPSS sebagai berikut (Gambar 16.1).

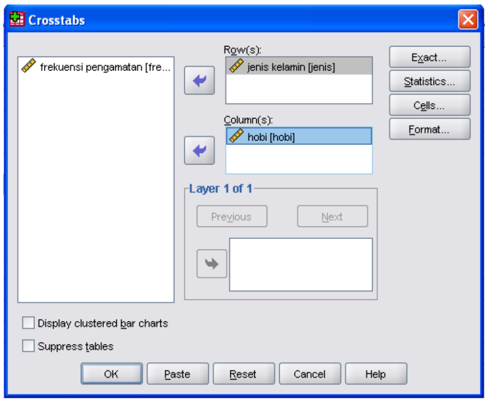


Gambar 16.1

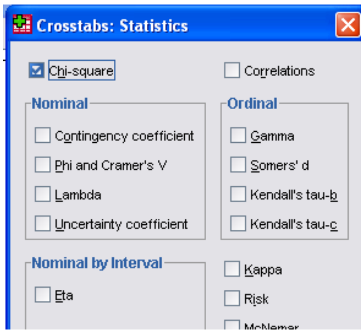
Setelah data pada Tabel 16.1 dibangun dalam SPSS, pilih *Data* => *Weight Cases*, sehingga muncul kotak dialog *Weight Cases* (Gambar 16.2). Pada Gambar 16.2, aktifkan *Weight cases by*, kemudian masukkan variabel **frekuensi** ke dalam kotak *Frequency Variable* dan pilih OK. Selanjutnya pilih *Analyze* => *Descriptive Statistics* => *Crosstabs*, sehingga muncul kotak dialog *Crosstabs* (Gambar 16.3). Pada Gambar 16.3, masukkan variabel **jenis** pada kotak *Row(s)*, variabel **hobi** pada kotak *Column(s)*, dan pilih *Statistics*, sehingga muncul kotak dialog *Crosstabs: Statistics* (Gambar 16.4). Pada kotak dialog *Crosstabs: Statistics*, pilih *Chi-square*, kemudian pilih *Continue*. Selanjutnya pilih *Cells*, sehingga muncul kotak dialog *Cell Display* (Gambar 16.5). Pada kotak dialog *Cells Display*, pilih *Observed* dan *Expected* pada *Counts*. Kemudian pilih *Row*, *Column*, dan *Total* pada *Percentages*. Kemudian pilih *Continue* dan OK.



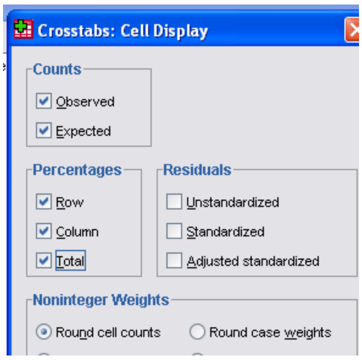
Gambar 16.2



Gambar 16.3



Gambar 16.4



Gambar 16.5

Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Tabel 16.2

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
jenis kelamin * hobi	2771	100.0%	0	.0%	2771	100.0%

Berdasarkan Tabel 16.2, yakni *Case Processing Summary*, diketahui jumlah responden yang diteliti (kolom *Total*) sebanyak $N = 2771$ siswa. Pada kolom *Missing*, $N = 0$ berarti tidak terdapat data yang tidak diproses. Dengan kata lain, seluruh data diproses. Berdasarkan Tabel 16.3, yakni *jenis kelamin * hobi Crosstabulation*, dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- Dari 1260 siswa laki-laki, 386 siswa hobi membaca, 475 siswa hobi memasak, dan 399 siswa hobi olahraga (frekuensi pengamatan).
- Dari 1551 siswa perempuan, 573 siswa hobi membaca, 516 siswa hobi memasak, dan 422 siswa hobi olahraga (frekuensi pengamatan).
- Dari 2771 siswa, 959 siswa hobi membaca, 991 siswa hobi memasak, dan 821 siswa hobi olahraga.

Tabel 16.3

jenis kelamin * hobi Crosstabulation

			hobi			
			membaca	memasak	olah raga	Total
jenis kelamin	laki-laki	Count	386	475	399	1260
		Expected Count	436.1	450.6	373.3	1260.0
		% within jenis kelamin	30.6%	37.7%	31.7%	100.0%
		% within hobi	40.3%	47.9%	48.6%	45.5%
		% of Total	13.9%	17.1%	14.4%	45.5%
	perempuan	Count	573	516	422	1511
		Expected Count	522.9	540.4	447.7	1511.0
		% within jenis kelamin	37.9%	34.1%	27.9%	100.0%
		% within hobi	59.7%	52.1%	51.4%	54.5%
		% of Total	20.7%	18.6%	15.2%	54.5%
Total		Count	959	991	821	2771
		Expected Count	959.0	991.0	821.0	2771.0
		% within jenis kelamin	34.6%	35.8%	29.6%	100.0%
		% within hobi	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
		% of Total	34.6%	35.8%	29.6%	100.0%

Tabel 16.4

Chi-Square Tests

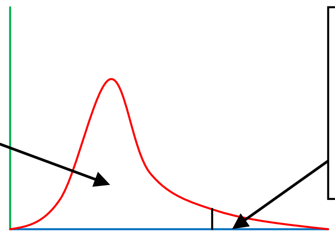
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	16.202[a]	2	.000
Likelihood Ratio	16.273	2	.000
Linear-by-Linear Association	13.047	1	.000
N of Valid Cases	2771		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 373.32.

Perhatikan bahwa huruf "a" menyatakan tidak terdapat satu *cell* pun pada tabel kontingensi yang nilai frekuensi harapan kurang dari (*less than*) 5.

Berdasarkan Tabel 16.4, yakni *Chi-Square Tests*, akan ditentukan ada tidak hubungan yang signifikan secara statistika antara variabel jenis kelamin terhadap hobi. Namun sebelumnya perhatikan bahwa tidak terdapat satu *cell* pun pada tabel kontingensi yang nilai frekuensi harapan kurang dari (*less than*) 5, sehingga akan digunakan pendekatan uji chi-kuadrat Pearson (*Pearson Chi-Square*). Perhatikan bahwa diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat Pearson adalah 16,202 (χ^2 *hitung*). Nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas (*df*) 2 pada tingkat signifikansi 5% adalah 5,991.

Terima H_0 ketika χ^2 hitung $\leq$ dibandingkan nilai kritis χ^2. Perhatikan bahwa nilai kritis χ^2 diperoleh berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat.



Tolak H_0 ketika χ^2 hitung $>$ dibandingkan nilai kritis χ^2. Perhatikan bahwa nilai kritis χ^2 diperoleh berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat.

$\chi^2_{kritis} = 5{,}991$

Gambar 16.1

Berikut disajikan perumusan hipotesis.

H_0: Jenis kelamin dan hobi secara signifikan statistik tidak berhubungan (*statistically independent*). Dengan kata lain tidak terdapat hubungan yang signifikan secara statistika jenis kelamin terhadap hobi.

H_0: Jenis kelamin dan hobi signifikan secara statistika berhubungan (*statistically dependent*). Dengan kata lain terdapat hubungan yang signifikan secara statistika jenis kelamin terhadap hobi.

Diketahui nilai χ^2 hitung adalah $16{,}202$. Karena nilai χ^2 hitung, yakni $16{,}2$ lebih besar dibandingkan nilai kritis χ^2, yakni $5{,}991$, maka hipotesis nol ditolak, dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat hubungan yang signifikan (dalam populasi) secara statistika jenis kelamin terhadap pemilihan hobi, pada tingkat signifikansi 5%.

Referensi

1. Agresti, A. dan B. Finlay. 2009. *Statistical Methods for the Social Sciences, 4th Edition*. United States of America: Prentice Hall.

2. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

3. Gamst, G., L.S. Meyers, dan A.J. Guarino. 2008. *Analysis of Variance Designs, Computational Approach with SPSS and SAS*. Cambridge: Cambridge University Press.

4. Gio, P.U. 2013. Aplikasi Statistika dalam SPSS. Medan: USUpress.

5. Mann, P. S. dan C.J. Lacke. 2011. *Introductory Statistics, International Student Version, 7th Edition*. Asia: John Wiley & Sons, Inc.

6. Montgomery, D.C. dan G.C. Runger. 2011. *Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

7. Smidth, R. K. dan D. H. Sanders. 2000. *Statistics a First Course, 6th Edition*. United States of America: McGraw-Hill Companies.

BAB 17

ANALISIS VARIANS MULTIVARIAT (*MANOVA*)

Sekilas MANOVA

Pada bab sebelumnya telah dibahas mengenai analisis varians atau *analysis of variance* (ANOVA). *Multivariate analysis of variance* (MANOVA) merupakan perluasan dari ANOVA. Dalam ANOVA hanya terbatas pada penggunaan **satu variabel tak bebas** yang bersifat metrik (interval atau rasio), sedangkan pada MANOVA dapat melibatkan **dua atau lebih variabel tak bebas** yang bersifat metrik. Hair dkk. (2010:341) menyatakan sebagai berikut.

"*Multivariate analysis of variance (MANOVA) is an extension of analysis of variance (ANOVA) to accommodate more than one dependent variable. It is a dependence technique that measures the differences for two or more metric dependent variables based on a set of categorical (nonmetric) variables acting as independent variables. ANOVA dan MANOVA can be stated in the following general forms:*

Analysis of Variance

$$\underset{\textit{metric}}{Y_1} = \underset{\textit{nonmetric}}{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n}$$

Multivariate Analysis of Variance

$$\underset{\textit{metric}}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots + Y_6} = \underset{\textit{nonmetric"}.}{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n}$$

MANOVA menguji ada tidaknya perbedaan rata-rata dari dua atau lebih variabel tak bebas **secara simultan** (*simultaneously*) berdasarkan kelompok-kelompok pada variabel bebas. Perlu diperhatikan bahwa pada MANOVA, variabel bebas (*independent variable*) bersifat non-metrik (terdiri dari beberapa kelompok/kategori), sedangkan variabel bebas bersifat metrik (interval atau rasio). Field (2009:585) menyatakan sebagai berikut.

"ANOVA can be used only in situations in which there is one dependent variable (or outcome) and so is known as a univariate test (univariate quite obviously means 'one variable'); MANOVA is designed to look at several dependent variables (outcomes) simultaneously and so is a multivariate test (multivariate means 'many variables')".

Sebagai contoh kasus pada ANOVA, ingin diuji apakah penerapan metode mengajar yang berbeda-beda berpengaruh pada nilai ujian matematika siswa. Perhatikan contoh data berikut.

Berdasarkan data pada Tabel 17.1, dari 36 siswa, 12 siswa diterapkan metode mengajar A, 12 siswa berikutnya diterapkan metode mengajar B, dan siswa lainnya diterapkan metode mengajar C. Perhatikan bahwa metode mengajar merupakan variabel bebas yang terdiri dari tiga kategori, yakni metode A, B, dan C, sedangkan nilai ujian matematika siswa merupakan variabel tak bebas. Berdasarkan data pada Tabel 17.1, ANOVA dapat digunakan untuk menguji apakah terdapat perbedaan rata-rata nilai ujian matematika berdasarkan kategori-kategori pada variabel bebas.

Tabel 17.1

Metode A		Metode B		Metode C	
Siswa Ke	Nilai Matematika	Siswa Ke	Nilai Matematika	Siswa Ke	Nilai Matematika
1	60	13	61	25	60
2	61	14	61	26	61
3	62	15	62	27	62
4	63	16	63	28	63
5	64	17	64	29	64
6	65	18	65	30	65
7	60	19	60	31	60
8	61	20	61	32	61
9	62	21	62	33	62
10	63	22	63	34	63
11	64	23	64	35	64
12	65	24	65	36	65

Contoh kasus sebelumnya pada ANOVA akan dikembangkan menjadi contoh kasus MANOVA. Andaikan ingin diuji apakah penerapan metode mengajar yang berbeda-beda berpengaruh pada nilai ujian matematika dan bahasa inggris siswa secara simultan (*simultaneously*). Perhatikan contoh data berikut.

Tabel 17.2

	Metode A		Metode B		Metode C	
	Matematika	B. Inggris	Matematika	B. Inggris	Matematika	B. Inggris
	60	61	61	61	60	67
	61	61	61	63	61	68
	62	62	62	64	62	69
	63	63	63	65	63	70
	64	64	64	66	64	71
	65	65	65	67	65	72
	60	60	60	62	60	67
	61	61	61	63	61	68
	62	62	62	64	62	69
	63	63	63	65	63	70
	64	64	64	66	64	71
	65	65	65	67	65	72
Rata-Rata	62.5	62.58333333	62.5833333	64.41666667	62.5	69.5

Berdasarkan data pada Tabel 17.2, dari 36 siswa, 12 siswa diterapkan metode mengajar A, 12 siswa berikutnya diterapkan metode mengajar B, dan siswa lainnya diterapkan metode mengajar C. Setelah satu bulan kemudian, diadakan ujian matematika dan bahasa inggris dari seluruh siswa tersebut. Perhatikan bahwa metode mengajar merupakan variabel bebas, sedangkan nilai ujian matematika dan bahasa inggris merupakan variabel tak bebas. Dalam contoh kasus ini, jumlah variabel tak bebas sebanyak dua, yakni nilai ujian matematika dan bahasa inggris. Dengan menggunakan MANOVA dapat diuji ada tidaknya pengaruh (*effect*) yang signifikan secara statistika pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara bersamaan (*simultaneously*).

Misalkan dalam suatu kasus permasalahan MANOVA melibatkan sebuah variabel bebas yang terdiri dari 3 kelompok, perlakuan atau kategori dan 4 variabel tak bebas. Maka perumusan hipotesis nol sebagai berikut.

$$H_0: \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{21} \\ \mu_{31} \\ \mu_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{12} \\ \mu_{22} \\ \mu_{32} \\ \mu_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{13} \\ \mu_{23} \\ \mu_{33} \\ \mu_{43} \end{bmatrix}. \longleftarrow$$

Tiga vektor rata-rata populasi yang masing-masing terdiri dari empat variabel tak bebas.

Hipotesis nol pada MANOVA menyatakan vektor rata-rata populasi dari seluruh kelompok (*all the group mean vectors*) sama. Sedangkan hipotesis alternatif menyatakan paling tidak terdapat sepasang vektor rata-rata populasi yang signifikan berbeda secara statistika. Perhatikan bahwa μ_{ik} menyatakan rata-rata dari variabel tak bebas ke-i, kelompok/perlakuan ke-k.

Dalam ANOVA, nilai statistik dari uji F digunakan untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Pada MANOVA, terdapat beberapa statistik yang dapat digunakan untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, antara lain Pillai's Trace, Wilks's Lambda, Hotelling's Trace, dan Roy's Largest Root. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis pada MANOVA, Field (2009:614) merekomendasikan untuk menggunakan nilai statistik dari Pillai's Trace.

Hasil penelitian Olson dan Stevens membawa (*led*) Bray dan Maxwell (1985) untuk menyimpulkan bahwa ketika ukuran-ukuran sampel sama (*sample sizes are equal*), statistik Pillai's Trace merupakan statistik yang paling tahan/kuat (*is most robust*) terhadap pelanggaran asumsi-asumsi. Ketika ukuran sampel tidak sampel tidak sama (*sizes are unequal*), periksa asumsi homogenitas dari matriks-matriks kovarian (*homogeneity of covariance matrices*) dengan menggunakan uji Box. Jika hasil pengujian tersebut menunjukkan tidak signifikan (asumsi homogenitas dari matriks-matriks kovarian dipenuhi) dan jika asumsi normalitas multivariat dipenuhi, maka statistik dari Pillai's Trace akurat (Field, 2009:605).

Contoh Kasus dalam MANOVA

Berikut diberikan contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan pendekatan MANOVA.

[1] Andaikan dalam suatu sekolah direncanakan akan diterapkan salah satu dari tiga metode mengajar. Adapun ketiga metode mengajar tersebut adalah metode mengajar A, B, dan C. Kepala sekolah tersebut ingin mengetahui, metode mengajar manakah yang dapat membuat rata-rata nilai ujian matematika atau bahasa inggris atau kedua-duanya tinggi. Untuk itu, kepala sekolah tersebut akan melakukan penelitian. Berikut hal-hal yang akan diteliti.

- ⇨ Meneliti apakah ketiga metode mengajar tersebut memiliki kemampuan yang sama dalam mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*) (mempengaruhi secara rata-rata). Jika tidak, berarti terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*).

- ⇨ Seandainya terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*), akan diselidiki lebih dalam sebagai berikut.
  - o Apakah penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut berpengaruh terhadap nilai ujian matematika (secara rata-rata).
    - Jika terdapat pengaruh pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian matematika, metode mengajar manakah yang membuat nilai rata-rata ujian matematika tinggi. Maka akan dilakukan hal sebagai berikut.
      - Membandingkan nilai rata-rata ujian matematika antara: metode A v/s metode B, metode A v/s metode C, dan metode B v/s metode C.
  - o Apakah penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut berpengaruh terhadap ujian bahasa inggris.
    - Jika terdapat pengaruh pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian bahasa inggris, metode mengajar manakah yang membuat nilai rata-rata ujian bahasa inggris tinggi. Maka akan dilakukan hal sebagai berikut.
      - Membandingkan nilai rata-rata ujian bahasa inggris antara: metode A v/s metode B, metode A v/s metode C, dan metode B v/s metode C.

Berikut data yang telah dikumpulkan oleh kepala sekolah tersebut (Tabel 17.3).

Tabel 17.3

	Metode A		Metode B		Metode C	
	Matematika	B. Inggris	Matematika	B. Inggris	Matematika	B. Inggris
	60	61	61	61	60	67
	61	61	61	63	61	68
	62	62	62	64	62	69
	63	63	63	65	63	70
	64	64	64	66	64	71
	65	65	65	67	65	72
	60	60	60	62	60	67
	61	61	61	63	61	68
	62	62	62	64	62	69
	63	63	63	65	63	70
	64	64	64	66	64	71
	65	65	65	67	65	72
Rata-Rata	62.5	62.58333333	62.5833333	64.41666667	62.5	69.5
Varians	3.18181818	2.810606061	2.81060606	3.71969697	3.181818182	3.181818182

Berdasarkan data pada Tabel 17.3, dari 36 siswa, 12 siswa diterapkan metode mengajar A, 12 siswa berikutnya diterapkan metode mengajar B, dan siswa lainnya diterapkan metode mengajar C. Setelah satu bulan kemudian, diadakan ujian matematika dan bahasa inggris dari seluruh siswa tersebut. Data nilai ujian matematika dan bahasa inggris dari 36 siswa tersaji pada Tabel 17.3. Perhatikan bahwa metode mengajar merupakan variabel bebas, sedangkan nilai ujian matematika dan bahasa inggris merupakan variabel tak bebas. Dalam hal ini, terdapat sebuah variabel bebas yang terdiri dari tiga kelompok/kategori, dan dua variabel tak bebas yang bersifat metrik (rasio).

Dugaan: Berdasarkan data pada Tabel 17.3, nilai rata-rata ujian matematika dari penggunaan metode A adalah 62,5, metode B adalah 62,58, dan metode C adalah 62,5. Dari sini dapat diduga bahwa **tidak terdapat pengaruh** pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian matematika. Dapat dilihat bahwa secara rata-rata, penggunaan metode mengajar A, B, dan C menghasilkan nilai rata-rata ujian matematika yang tidak jauh berbeda.

Dugaan: Berdasarkan data pada Tabel 17.3, nilai rata-rata ujian bahasa inggris dari penggunaan metode A adalah 62,58, metode B adalah 64,42, dan metode C adalah 69,5. Dari sini dapat diduga bahwa **terdapat pengaruh** pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian bahasa inggris. Dapat dilihat bahwa secara rata-rata, penggunaan metode mengajar A, B, dan C menghasilkan nilai rata-rata ujian matematika yang cukup berbeda.

Dugaan: Berdasarkan kedua dugaan sebelumnya, maka diduga pertanyaan "metode mengajar tersebut memiliki kemampuan yang sama dalam mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*) (mempengaruhi secara rata-rata)" akan ditolak. Dengan kata lain, diduga H_0 ditolak dan H_1 diterima.

[2] Andaikan seorang psikolog akan meneliti apakah terdapat perbedaan IQ (*intelligent quotient*) dan indeks prestasi kumulatif (IPK) antara mahasiswa pria dan wanita di Universitas ABCDE. Berikut hal-hal yang akan diteliti oleh psikolog tersebut.

⇨ Meneliti apakah terdapat perbedaan IQ dan IPK secara simultan (*simultaneously*) antara mahasiswa pria dan wanita. Jika terdapat perbedaan, selanjutnya akan ditentukan hal-hal sebagai berikut.

- Apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) IQ antara mahasiswa pria dan wanita. Jika terdapat perbedaan, akan ditentukan apakah mahasiswa pria atau wanita yang memiliki IQ lebih tinggi (secara rata-rata).

- Apakah terdapat perbedaan (secara rata-rata) IQ antara mahasiswa pria dan wanita. Jika terdapat perbedaan, akan ditentukan apakah mahasiswa pria atau wanita yang memiliki IQ lebih tinggi (secara rata-rata).

Berikut data yang telah dikumpulkan oleh psikolog tersebut (Tabel 17.4).

Tabel 17.4

Responden Ke-	Pria		Responden Ke-	Wanita	
	IQ	IPK		IQ	IPK
1	104	2.9	16	96	3.12
2	104	2.75	17	96	3.3
3	105	2.8	18	97	3.25
4	105	2.85	19	97	3.22
5	105	2.9	20	97	3.17
6	106	2.9	21	98	3
7	106	3.02	22	98	3.5
8	106	2.9	23	98	3.45
9	106	2.75	24	98	3.36
10	107	2.8	25	99	3.3
11	107	2.85	26	99	3.3
12	107	2.9	27	99	3.31
13	108	2.9	28	100	3
14	108	3.02	29	100	3.3
15	109	3	30	100	3.4
Rata-Rata	106.2	2.882667	Rata-Rata	98.13333	3.265333

Berdasarkan data pada Tabel 17.4, psikolog tersebut mengambil sampel sebanyak 30 mahasiswa, yang terdiri dari 15 mahasiswa pria dan 15 mahasiswa wanita. Tabel 17.4 menyajikan IQ dan IPK dari masing-masing mahasiswa yang sedang diteliti. Perhatikan bahwa variabel jenis kelamin merupakan variabel bebas, sedangkan IQ dan IPK merupakan variabel tak bebas. Dalam hal ini, terdapat sebuah variabel bebas yang terdiri dari dua kelompok/kategori, dan dua variabel tak bebas yang bersifat metrik (rasio).

Asumsi-Asumsi dalam Analisis MANOVA

Terdapat beberapa asumsi yang dikenakan pada penggunaan MANOVA, antara lain asumsi normalitas multivariat (*multivariate normality assumption*) dan asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi (*equal covariance matrices* atau *homogeneity of covariance matrices*).

Asumsi Normalitas Multivariat (Multivariate Normality Assumption)

ANOVA dan MANOVA sama-sama dikenakan asumsi normalitas. Namun asumsi normalitas pada ANOVA merupakan asumsi normalitas univariat, sedangkan pada MANOVA merupakan asumsi normalitas multivariat. Pada ANOVA, pengamatan-pengamatan (*observations*) pada variabel tak bebas (*dependent variable*) diasumsikan berdistribusi normal untuk setiap kelompok pada variabel bebas. Sedangkan pada MANOVA pengamatan-pengamatan pada variabel-variabel tak bebas (*dependent variables*) diasumsikan secara bersamaan (*collectively*) mengikuti (*follow*) distribusi normal multivariat (*multivariate normal distribution*) untuk setiap kelompok.

Pengujian normalitas multivariat tidak dapat diuji dengan menggunakan SPSS dan sebagai alternatif adalah menguji asumsi normalitas univariat untuk setiap variabel tak bebas. Field (2009:604) menyatakan sebagai berikut.

"The assumption normality of multivariate normality cannot be tested on SPSS and so the only practical solution is to check the assumption of univariate normality for each dependent variable in turn".

Normalitas untuk setiap variabel-variabel secara terpisah (*separately*) merupakan suatu syarat yang diperlukan (*necessary*), namun tidak cukup (*but not sufficient*), untuk tercapainya normalitas multivariat. Untuk setiap variabel secara individu (*individual*) harus berdistribusi normal (*must be normally distributed*) untuk mengikuti (*follow*) distribusi normal multivariat. Stevens (2009:222) menyatakan sebagai berikut.

"The multivariate normality assumption is a much more stringent assumption than the corresponding assumption of normality on a single variable in ANOVA. Although it is difficult to completely characterize multivariate normality, normality on each of the variables separately is a necessary, but not sufficient, condition for multivariate normality to hold. That is, each of the individual variables must be normally distributed for the variables to follow a multivariate normal distribution".

Asumsi Kesamaan Matriks-Matriks Kovarian (Assumption of Equal Covariance Matrices)

Selain asumsi normalitas multivariat, terdapat asumsi lain yang dikenakan pada penggunaan MANOVA, yakni asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi (*equal population covariance matrices*). Untuk menguji asumsi kesaman matriks-matriks kovarian populasi dapat digunakan uji Box. Namun Stevens (2009) menyatakan uji Box sangat sensitif/rentan terhadap ketidaknormalan. Lebih lanjut Field (2009) menyatakan uji Box rentan terhadap penyimpangan dari normalitas multivariat dan dapat menjadi tidak signifikan (*non-significant*) bukan karena matriks-matriks kovarian sama (*similar*), namun karena asumsi normalitas multivariat tidak dipenuhi (*is not tenable*). Oleh karena itu, sebelum menggunakan uji Box, perlu diketahui terlebih dahulu apakah asumsi normalitas multivariat telah dicapai.

Selain itu, nilai statistik dari uji chi-kuadrat χ^2 dan F dapat digunakan sebagai pendekatan (*approximation*) terhadap nilai statistik dari uji Box. Stevens (2009:230) memberi aturan (*rule*), ketika seluruh ukuran-ukuran kelompol (*all group sizes*) 20 dan jumlah variabel tak bebas sebanyak 6, maka pendekatan yang baik adalah nilai statistik dari uji chi-kuadrat χ^2. Jika tidak memenuhi aturan tersebut, maka pendekatan nilai statistik dari uji F lebih akurat dan seharusnya digunakan.

Hipotesis nol menyatakan tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika di antara matriks-matriks kovarian populasi (*equal population covariance matrices*). Hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika di antara matriks-matriks kovarian populasi. Berikut aturan pengambilan keputusan jika digunakan pendekatan nilai statistik dari uji chi-kuadrat χ^2.

$$Jika\ \chi^2 \leq \chi^2_{kritis}, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1 \text{ ditolak.}$$
$$Jika\ \chi^2 > \chi^2_{kritis}, maka\ \ H_0\ ditolak\ dan\ H_1 \text{ diterima.}$$

Berikut aturan pengambilan keputusan jika digunakan pendekatan nilai statistik dari uji F.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F \leq nilai\ kritis\ F, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1 \text{ ditolak.}$$
$$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat digunakan pendekatan nilai probabilitas (*Sig.*). Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis dengan pendekatan probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < tingkat\ signifikansi, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Tabel 17.5 menyajikan nilai statistik dari uji Box, nilai statistik dari uji F, dan nilai probabilitas (*Sig.*).

Tabel 17.6

Box's Test of Equality of Covariance Matrices[a]

Box's M	8.321
F	2.500
df1	3
df2	87120.000
Sig.	.058

Nilai statistik dari uji *Box* adalah 8,321, nilai statistik dari uji F adalah 2,5, dan nilai probabilitas (*Sig.*) adalah 0,058.

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Andaikan dalam suatu sekolah direncanakan akan diterapkan salah satu dari tiga metode mengajar. Adapun ketiga metode mengajar tersebut adalah metode mengajar A, B, dan C. Kepala sekolah tersebut ingin mengetahui, metode mengajar manakah yang dapat membuat rata-rata nilai ujian matematika atau bahasa inggris atau kedua-duanya tinggi. Untuk itu, kepala sekolah tersebut akan melakukan penelitian. Berikut hal-hal yang akan diteliti.

- Meneliti apakah ketiga metode mengajar tersebut memiliki kemampuan yang sama dalam mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*) (mempengaruhi secara rata-rata). Jika tidak, berarti terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*).

- Seandainya terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*), akan diselidiki lebih dalam sebagai berikut.

    - Apakah penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut berpengaruh terhadap nilai ujian matematika (secara rata-rata). Dengan kata lain, dari tiga metode mengajar tersebut, apakah terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan yang berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian matematika.

        - Jika terdapat pengaruh pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian matematika, metode mengajar manakah yang membuat nilai rata-rata ujian matematika tinggi. Maka akan dilakukan hal sebagai berikut.

            - Membandingkan nilai rata-rata ujian matematika antara: metode A v/s metode B, metode A v/s metode C, dan metode B v/s metode C.

    - Apakah penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut berpengaruh terhadap ujian bahasa inggris. Dengan kata lain, dari tiga metode mengajar tersebut, apakah terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan yang berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian bahasa inggris.

        - Jika terdapat pengaruh pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian bahasa inggris, metode mengajar manakah yang membuat nilai rata-rata ujian bahasa inggris tinggi. Maka akan dilakukan hal sebagai berikut.

            - Membandingkan nilai rata-rata ujian bahasa inggris antara: metode A v/s metode B, metode A v/s metode C, dan metode B v/s metode C.

Berikut data yang telah dikumpulkan oleh kepala sekolah tersebut (Tabel 17.1).

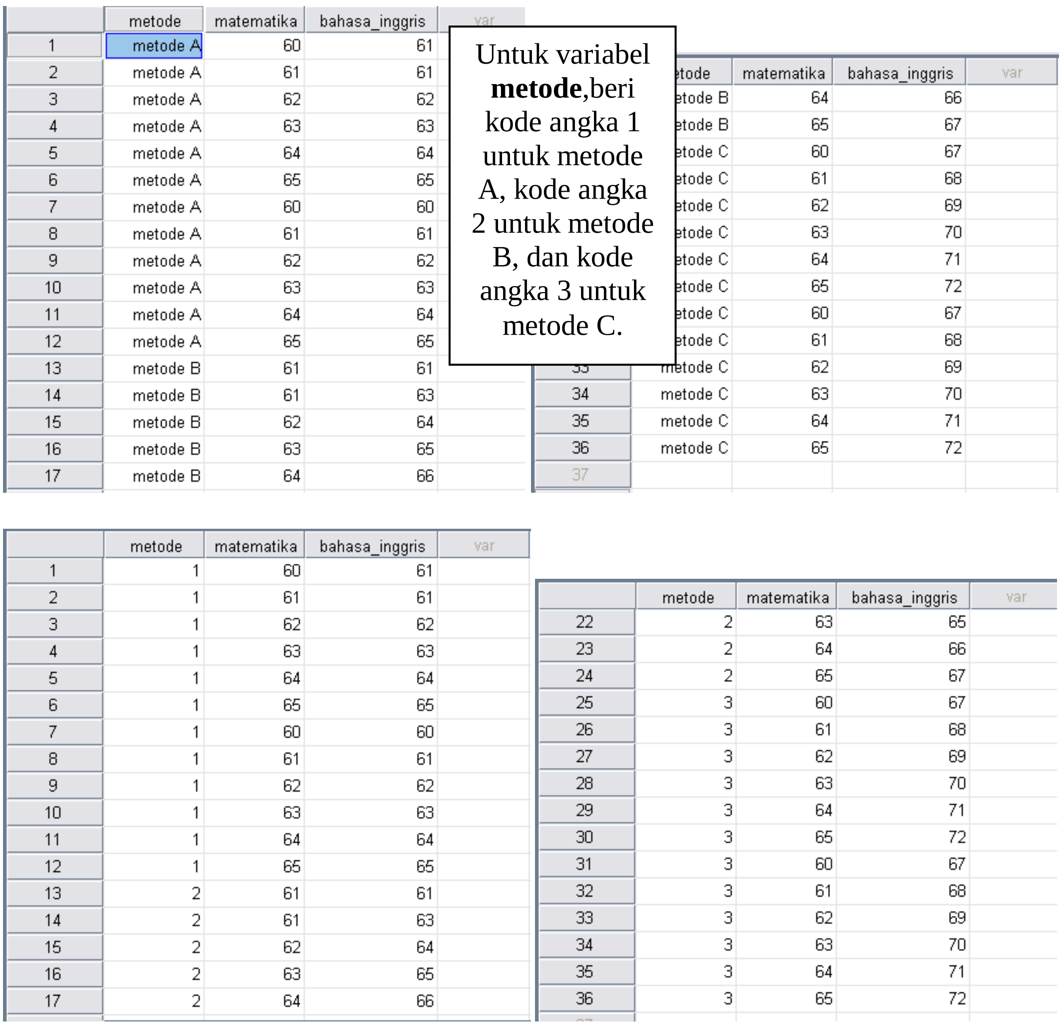
Tabel 17.1

	Metode A		Metode B		Metode C	
	Matematika	B. Inggris	Matematika	B. Inggris	Matematika	B. Inggris
	60	61	61	61	60	67
	61	61	61	63	61	68
	62	62	62	64	62	69
	63	63	63	65	63	70
	64	64	64	66	64	71
	65	65	65	67	65	72
	60	60	60	62	60	67
	61	61	61	63	61	68
	62	62	62	64	62	69
	63	63	63	65	63	70
	64	64	64	66	64	71
	65	65	65	67	65	72
Rata-Rata	62.5	62.58333333	62.5833333	64.41666667	62.5	69.5
varians	3.18181818	2.810606061	2.81060606	3.71969697	3.181818182	3.181818182

Berdasarkan data pada Tabel 17.1, dari 36 siswa, 12 siswa diterapkan metode mengajar A, 12 siswa berikutnya diterapkan metode mengajar B, dan siswa lainnya diterapkan metode mengajar C. Setelah satu bulan kemudian, diadakan ujian matematika dan bahasa inggris dari seluruh siswa tersebut. Data nilai ujian matematika dan bahasa inggris dari 36 siswa tersaji pada Tabel 17.1. Perhatikan bahwa metode mengajar merupakan variabel bebas, sedangkan nilai ujian matematika dan bahasa inggris merupakan variabel tak bebas. Dalam hal ini, terdapat sebuah variabel bebas yang terdiri dari tiga kelompok/kategori, dan dua variabel tak bebas yang bersifat metrik (rasio).

Permasalahan tersebut akan diselesaikan dengan pendekatan MANOVA. Beberapa asumsi yang dikenakan pada penggunaan MANOVA adalah asumsi normalitas multivariat dan kesamaan matriks-matriks kovarian populasi. Pengujian asumsi normalitas multivariat didekati dengan pengujian normalitas univariat untuk masing-masing variabel tak bebas dalam setiap kelompok-kelompok/kategori-kategori.

Bangun data pada Tabel 17.1 dalam SPSS seperti berikut (Gambar 17.1). Selanjutnya pilih *Analyze => Descriptive Statistics => Explore*, sehingga muncul kotak dialog *Explore* (Gambar 17.2). Masukkan variabel **nilai ujian matematika** dan **nilai bahasa inggris** ke dalam *Dependent List* dan variabel **metode mengajar** pada *Factor List*. Selanjutnya pilih *Plots*, sehingga muncul kotak dialog *Explore: Plots*. Pilih/centang *Normality plots with tests*. Kemudian pilih *Continue*. Pada *Display* pilih *Plots*. Selanjutnya pilih OK. *Output* SPSS terlihat pada Tabel 17.2.



	metode	matematika	bahasa_inggris	var
1	metode A	60	61	
2	metode A	61	61	
3	metode A	62	62	
4	metode A	63	63	
5	metode A	64	64	
6	metode A	65	65	
7	metode A	60	60	
8	metode A	61	61	
9	metode A	62	62	
10	metode A	63	63	
11	metode A	64	64	
12	metode A	65	65	
13	metode B	61	61	
14	metode B	61	63	
15	metode B	62	64	
16	metode B	63	65	
17	metode B	64	66	

Untuk variabel **metode**,beri kode angka 1 untuk metode A, kode angka 2 untuk metode B, dan kode angka 3 untuk metode C.

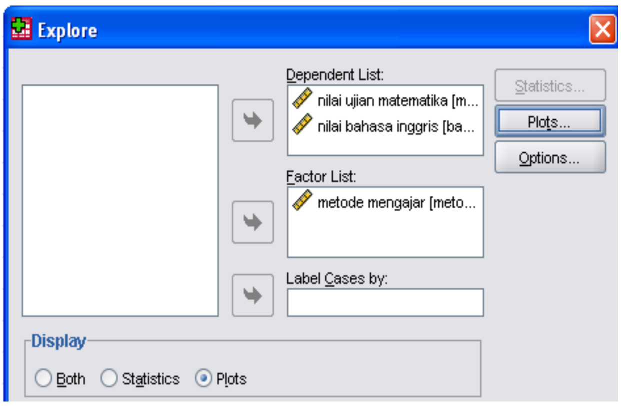
	etode	matematika	bahasa_inggris	var
	etode B	64	66	
	etode B	65	67	
	etode C	60	67	
	etode C	61	68	
	etode C	62	69	
	etode C	63	70	
	etode C	64	71	
	etode C	65	72	
	etode C	60	67	
	etode C	61	68	
33	metode C	62	69	
34	metode C	63	70	
35	metode C	64	71	
36	metode C	65	72	
37				

	metode	matematika	bahasa_inggris	var
1	1	60	61	
2	1	61	61	
3	1	62	62	
4	1	63	63	
5	1	64	64	
6	1	65	65	
7	1	60	60	
8	1	61	61	
9	1	62	62	
10	1	63	63	
11	1	64	64	
12	1	65	65	
13	2	61	61	
14	2	61	63	
15	2	62	64	
16	2	63	65	
17	2	64	66	

	metode	matematika	bahasa_inggris	var
22	2	63	65	
23	2	64	66	
24	2	65	67	
25	3	60	67	
26	3	61	68	
27	3	62	69	
28	3	63	70	
29	3	64	71	
30	3	65	72	
31	3	60	67	
32	3	61	68	
33	3	62	69	
34	3	63	70	
35	3	64	71	
36	3	65	72	

Gambar 17.1

Cara pengujian normalitas univariat ini dapat dilihat pada buku "*Applied Multivariate Statistics For The Social Sciences, 5th Edition*" pada halaman 225.



Gambar 17.2

Tabel 17.2

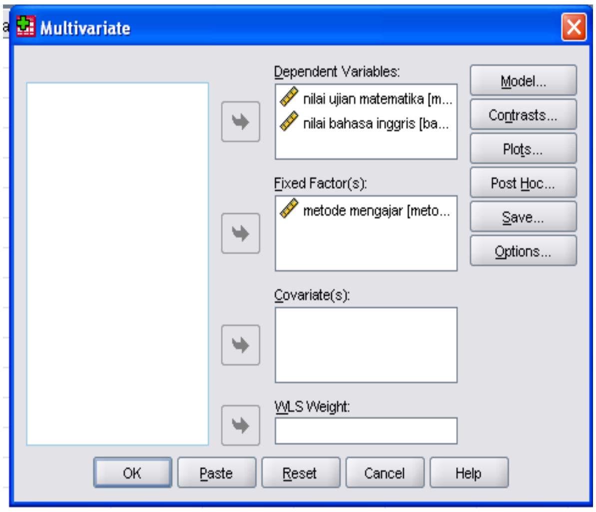
Tests of Normality

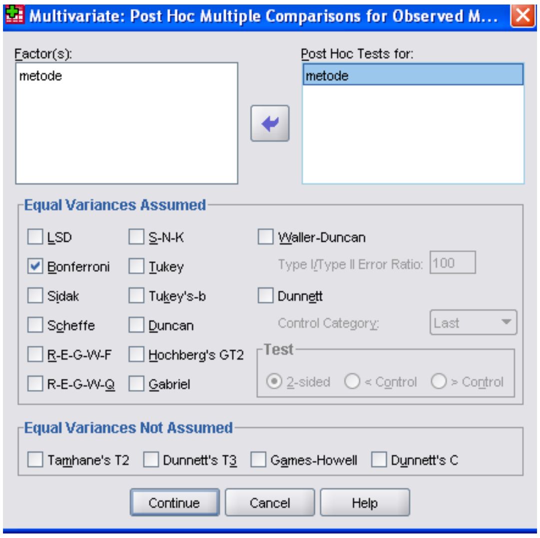
	metode mengajar	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
nilai ujian matematika	metode A	.133	12	.200*	.929	12	.372
	metode B	.161	12	.200*	.933	12	.412
	metode C	.133	12	.200*	.929	12	.372
nilai bahasa inggris	metode A	.161	12	.200*	.933	12	.412
	metode B	.127	12	.200*	.955	12	.708
	metode C	.133	12	.200*	.929	12	.372

Berdasarkan informasi pada Tabel 17.2, yakni *Tests of Normality*, akan diperiksa apakah asumsi normalitas untuk masing-masing variabel tak bebas dalam setiap kelompok-kelompok/kategori-kategori dipenuhi atau tidak. Untuk menentukan apakah asumsi normalitas terpenuhi atau tidak, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig.* terhadap tingkat signifikansi (α) yang digunakan.

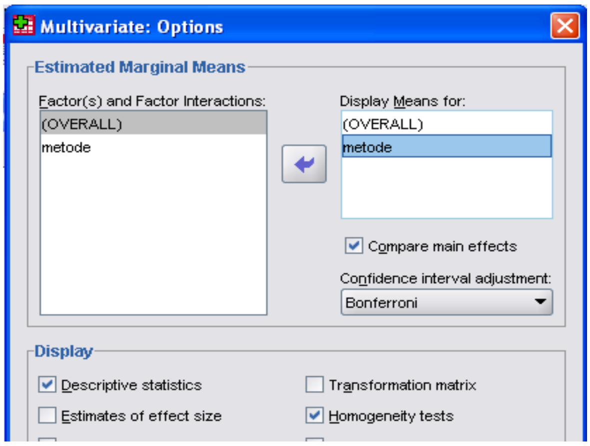
Perhatikan bahwa diketahui nilai *Sig.* dari uji Kolmogorov-Smirnov untuk masing-masing variabel tak bebas dalam setiap kelompok-kelompok/kategori-kategori lebih besar dari 0,05, maka disimpulkan bahwa asumsi normalitas univariat dipenuhi.

Selanjutnya pilih *Analyze* => *General Linear Model* => *Multivariate*, sehingga muncul kotak dialog *Multivariate* (Gambar 17.3). Masukkan variabel **nilai ujian matematika** dan **nilai bahasa inggris** ke dalam *Dependent Variables*, dan **metode mengajar** pada *Fixed Factor(s)*. Kemudian pilih *Post Hoc*, sehingga muncul kotak dialog *Multivariate: Post Hoc Multiple Comparison for Observed Means* (Gambar 17.4). Masukkan variabel **metode mengajar** pada kotak *Post Hoc Tests for* (Gambar 17.4). Kemudian pilih *Bonferroni* pada *Equal Variances Assumed* dan pilih *Continue*. Selanjutnya pilih *Options*, sehingga muncul kotak dialog *Multivariate: Options* (Gambar 17.5). Masukkan variabel (**OVERALL**) dan **metode mengajar** pada kotak *Display Means for*. Kemudian aktifkan *Compare mean effect* dan pilih *Bonferroni*. Pada *Display*, pilih *Descriptive statistics* dan *Homogeneity tests*. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK.





Gambar 17.3 **Gambar 17.4**



Gambar 17.5

Berikut hasil berdasarkan SPSS.

Tabel 17.3

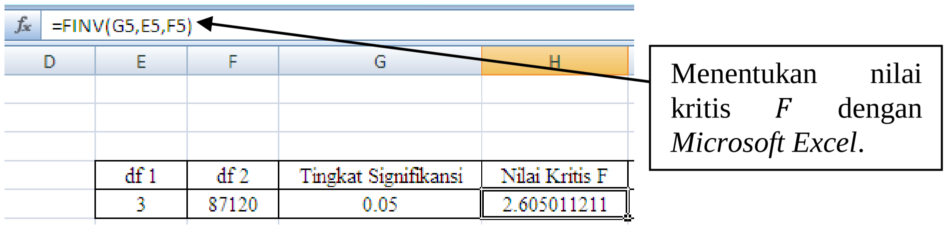
Box's Test of Equality of Covariance Matrices[a]

Box's M	8.321
F	2.500
df1	3
df2	87120.000
Sig.	.058

Berdasarkan Tabel 17.3, yakni *Box's M Test of Equality of Covariance Matrices*, berikut akan diuji asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi. Hipotesis nol menyatakan tidak terjadi perbedaan yang signifikan secara statistik di antara matriks-matriks kovarian populasi (*equal population covariance matrices*). Sedangkan hipotesis alternatif menyatakan terjadi perbedaan yang signifikan secara statistik di antara matriks-matriks kovarian populasi. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat digunakan pendekatan nilai *Sig.* Nilai *Sig* disebut juga dengan nilai probabilitas (*p-value*). Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \alpha, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berdasarkan Tabel 17.3 diketahui nilai probabilitas (*Sig.*) 0,058. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi dipenuhi. Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan pendekatan nilai statistik dari uji F. Berdasarkan Tabel 17.3, diketahui derajat bebas pembilang (*df 1*) adalah 3 dan derajat bebas penyebut (*df 2*) adalah 87120. Nilai kritis F dengan derajat bebas pembilang adalah 3, derajat bebas penyebut adalah 87120, dan tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 0{,}05$ adalah 2,605 (lihat Gambar 17.6). Berdasarkan Tabel 17.3, diketahui nilai statistik dari uji F adalah 2,5.



Gambar 17.6

Berikut aturan pengambilan keputusan berdasarkan uji F.

$$Jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F \leq nilai\ kritis\ F, maka\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1 \text{ ditolak.}$$
$$jika\ nilai\ statistik\ dari\ uji\ F > nilai\ kritis\ F, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa karena nilai nilai statistik dari uji F lebih kecil dibandingkan nilai kritis F, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti asumsi kesamaan matriks-matriks kovarian populasi dipenuhi.

Tabel 17.4

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
metode mengajar	1	metode A	12
	2	metode B	12
	3	metode C	12

Tabel 17.5

Descriptive Statistics

	metode mengajar	Mean	Std. Deviation	N
nilai ujian matematika	metode A	62.50	1.784	12
	metode B	62.58	1.676	12
	metode C	62.50	1.784	12
	Total	62.53	1.699	36
nilai bahasa inggris	metode A	62.58	1.676	12
	metode B	64.42	1.929	12
	metode C	69.50	1.784	12
	Total	65.50	3.443	36

Berdasarkan Tabel 17.4, yakni *Between-Subjects Factors*, diketahui jumlah responden (siswa) yang diteliti sebanyak 36 siswa. Berdasarkan Tabel 17.5, yakni *Descriptive Statistics*, nilai rata-rata ujian matematika dengan metode B (62,58) lebih tinggi dibandingkan metode A (62,50) dan C (62,50). Diketahui juga bahwa nilai rata-rata ujian bahasa inggris dengan metode C (69,50) lebih tinggi dibandingkan metode A (62,58) dan B (64,42).

Tabel 17.6

Multivariate Tests[c]

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	.999	23139.304[a]	2.000	32.000	.000
	Wilks' Lambda	.001	23139.304[a]	2.000	32.000	.000
	Hotelling's Trace	1446.207	23139.304[a]	2.000	32.000	.000
	Roy's Largest Root	1446.207	23139.304[a]	2.000	32.000	.000
metode	Pillai's Trace	.986	16.043	4.000	66.000	.000
	Wilks' Lambda	.015	116.737[a]	4.000	64.000	.000
	Hotelling's Trace	67.790	525.374	4.000	62.000	.000
	Roy's Largest Root	67.790	1118.530[b]	2.000	33.000	.000

Cukup perhatikan nilai-nilai pada bagian **metode**.

Berdasarkan Tabel 17.6, yakni *Multivariate Tests*, akan ditentukan apakah ketiga metode mengajar tersebut memiliki kemampuan yang sama dalam mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*) (mempengaruhi secara rata-rata) atau tidak. Untuk menentukan apakah ketiga metode mengajar tersebut memiliki kemampuan yang sama dalam mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*) (mempengaruhi secara rata-rata) atau tidak, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Sig.* dari *Pillai's Trace*, *Wlks' Lambda*, *Hotelling's Trace*, atau *Roy's Largest Root* terhadap tingkat signifikansi. Perhatikan bahwa, karena keempat nilai *Sig.* tersebut lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian matematika dan bahasa inggris secara simultan (*simultaneously*).

Tabel 17.7

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

	F	df1	df2	Sig.
nilai ujian matematika	.040	2	33	.961
nilai bahasa inggris	.107	2	33	.899

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + metode

Output pada Tabel 17.6 juga dapat diperoleh dengan fasilitas *One-Way ANOVA* (*Univariate Test Statistics*).

Berdasarkan informasi Tabel 17.7, yakni *Levene's Test of Equality of Error Variances*, nilai *Sig.* dari variabel nilai ujian matematika adalah 0,961. Karena nilai *Sig.* tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka asumsi kesamaan varians populasi nilai ujian matematika berdasarkan kategori-kategori pada metode mengajar dipenuhi. Nilai *Sig.* dari variabel nilai ujian bahasa inggris adalah 0,899. Karena nilai *Sig.* tersebut lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka asumsi kesamaan varians populasi nilai ujian bahasa inggris berdasarkan kategori-kategori pada metode mengajar dipenuhi.

Tabel 17.8

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	nilai ujian matematika	.056[a]	2	.028	.009	.991
	nilai bahasa inggris	308.167[b]	2	154.083	47.595	.000
Intercept	nilai ujian matematika	140750.028	1	140750.028	46025.608	.000
	nilai bahasa inggris	154449.000	1	154449.000	47708.115	.000
metode	nilai ujian matematika	.056	2	.028	.009	.991
	nilai bahasa inggris	308.167	2	154.083	47.595	.000
Error	nilai ujian matematika	100.917	33	3.058		
	nilai bahasa inggris	106.833	33	3.237		
Total	nilai ujian matematika	140851.000	36			
	nilai bahasa inggris	154864.000	36			
Corrected Total	nilai ujian matematika	100.972	35			
	nilai bahasa inggris	415.000	35			

a. R Squared = .001 (Adjusted R Squared = -.060)

b. R Squared = .743 (Adjusted R Squared = .727)

Nilai 0,991 dan 0,000 juga dapat diperoleh dengan fasilitas *One-Way ANOVA* (*Univariate Test Statistics*).

Berdasarkan Tabel 17.8, yakni *Tests of Between-Subjects Effects*, selanjutnya akan diperiksa hal-hal sebagai berikut.

- Apakah penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut berpengaruh terhadap nilai ujian matematika (secara rata-rata). Dengan kata lain, dari tiga metode mengajar tersebut, apakah terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan yang berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian matematika.

- Apakah penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut berpengaruh terhadap ujian bahasa inggris. Dengan kata lain, dari tiga metode mengajar tersebut, apakah terdapat metode mengajar yang memiliki kemampuan yang berbeda dalam hal mempengaruhi nilai ujian bahasa inggris.

Perhatikan pada baris metode, nilai *Sig*. dari variabel tak bebas nilai ujian matematika adalah 0,991. Karena nilai *Sig.* lebih besar dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut tidak berpengaruh terhadap nilai ujian matematika (secara rata-rata). Selanjutnya perhatikan pada baris metode, nilai *Sig*. dari variabel tak bebas nilai ujian bahasa inggris adalah 0,000. Karena nilai *Sig.* lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka disimpulkan bahwa penerapan dari ketiga metode mengajar tersebut berpengaruh terhadap ujian bahasa inggris.

Perhatikan bahwa karena terdapat pengaruh yang signifikan secara statistik pada penggunaan metode mengajar terhadap nilai ujian bahasa inggris, maka akan ditentukan metode mengajar manakah yang membuat nilai rata-rata ujian bahasa inggris tinggi. Maka akan dilakukan hal sebagai berikut.

- ⇨ Membandingkan nilai rata-rata ujian bahasa inggris antara: metode A v/s metode B, metode A v/s metode C, dan metode B v/s metode C.

Selanjutnya akan dilakukan uji perbandingan berganda (*multiple comparison test*) dengan maksud untuk mengetahui metode mengajar manakah yang membuat nilai rata-rata ujian bahasa inggris tinggi. Berdasarkan Tabel 17.9, yakni *Multiple Comparisons*, dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- ⇨ Perhatikan bahwa tidak terdapat perbedaan (secara rata-rata) yang signifikan secara statistik mengenai nilai ujian matematika ketika diterapkan metode mengajar A dan B. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang lebih besar dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% ($1 \geq 0{,}05$).

- ⇨ Perhatikan bahwa tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistik mengenai nilai ujian matematika ketika diterapkan metode mengajar A dan C. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang lebih besar dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% ($1 \geq 0{,}05$).

- ⇨ Perhatikan bahwa tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistik mengenai nilai ujian bahasa inggris ketika diterapkan metode mengajar A dan B. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang lebih besar dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% ($0{,}053 \geq 0{,}05$).

- ⇨ Perhatikan bahwa **terdapat perbedaan** yang signifikan secara statistik mengenai nilai ujian bahasa inggris ketika diterapkan metode mengajar A dan C. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* **yang lebih kecil** dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% ($0{,}000 < 0{,}05$).

- ⇨ Perhatikan bahwa **terdapat perbedaan** yang signifikan secara statistik mengenai nilai ujian bahasa inggris ketika diterapkan metode mengajar metode B dan C. Hal ini dapat dilihat dari nilai *Sig.* yang **lebih kecil** dari tingkat signifikansi yang digunakan 5% ($0{,}000 \geq 0{,}05$).

Berdasarkan uraian tersebut, maka disimpulkan bahwa metode mengajar C memberikan pengaruh yang signifikan secara statistik dalam hal membuat nilai ujian bahasa inggris tinggi (secara rata-rata).

Tabel 17.9

Multiple Comparisons

Bonferroni

Dependent Variable	(I) metode mengajar	(J) metode mengajar	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Int	
						Lower Bound	Uppe
nilai ujian matematika	metode A	metode B	-.08	.714	1.000	-1.88	
		metode C	.00	.714	1.000	-1.80	
	metode B	metode A	.08	.714	1.000	-1.72	
		metode C	.08	.714	1.000	-1.72	
	metode C	metode A	.00	.714	1.000	-1.80	
		metode B	-.08	.714	1.000	-1.88	
nilai bahasa inggris	metode A	metode B	-1.83	.735	.053	-3.69	
		metode C	-6.92*	.735	.000	-8.77	
	metode B	metode A	1.83	.735	.053	-.02	
		metode C	-5.08*	.735	.000	-6.94	
	metode C	metode A	6.92*	.735	.000	5.06	
		metode B	5.08*	.735	.000	3.23	

Referensi

1. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

2. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

3. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

BAB 18

DISTRIBUSI PROBABILITAS

Distribusi Binomial, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam Microsoft Excel dan R

Distribusi binomial merupakan salah satu distribusi probabilitas diskrit. Hal ini karena variabel acak (*random variable*) bersifat terhitung (*countable*). Andaikan sebuah koin dilemparkan sebanyak n kali dan tertarik untuk mengamati banyaknya kemunculan sisi angka. Misalkan banyaknya kemunculan sisi angka dalam n kali percobaan melemparkan sebuah koin dilambangkan dengan X. Sebagai contoh misalkan sebuah koin dilambungkan sebanyak $n = 2$ kali, banyaknya kemunculan sisi angka yang mungkin $X = 0,1,2$.

Selanjutnya andaikan p menyatakan probabilitas kemunculan sisi angka dan q menyatakan probabilitas gagal muncul sisi angka dalam sekali percobaan melemparkan sebuah koin. Andaikan sebuah koin dilempar sebanyak dua kali, maka probabilitas pada pelemparan pertama sama dengan probabilitas pada pelemparan kedua. Dalam hal ini, probabilitas muncul sisi angka pada pelemparan pertama $\left(p = \frac{1}{2}\right)$ sama dengan probabilitas muncul sisi angka pada pelemparan kedua $\left(p = \frac{1}{2}\right)$. Percobaan *Bernoulli* merupakan suatu percobaan yang hanya memiliki dua hasil (*outcome*) yang mungkin terjadi, yakni "sukses" atau "gagal", serta probabilitas pada percobaan pertama dengan probabilitas pada percobaan selanjutnya tidak berubah-ubah atau sama. Berikut rumus untuk menghitung probabilitas kemunculan sisi angka tepat x kali dalam n percobaan.

$$P(X = x) = f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x q^{n-x}.$$

Keterangan : p merupakan probabilitas kejadian sukses dalam satu kali percobaan.
q merupakan probabilitas kejadian gagal dalam satu kali percobaan.
n merupakan jumlah percobaan yang dilakukan.
X merupakan banyaknya kejadian sukses yang terjadi dalam n kali percobaan.

Misalkan sebuah koin dilemparkan sebanyak 4 kali. Andaikan tertarik untuk mengamati banyaknya sisi angka yang muncul dalam pelemparan sebuah koin sebanyak 4 kali. Misalkan X merupakan suatu variabel acak yang menyatakan banyaknya sisi angka yang muncul dalam 4 kali pelemparan sebuah koin. Nilai-nilai X yang mungkin adalah $0, 1, 2, 3, 4$. Nilai $X = 1$ berarti banyaknya sisi angka yang muncul dalam 4 kali pelemparan sebuah koin sebanyak 1 kali, $X = 0$ berarti dalam pelemparan sebuah koin sebanyak 4 kali, tidak ada muncul sisi angka sekalipun. Berikut akan dihitung probabilitas untuk setiap kejadian yang mungkin terjadi.

Tabel 18.1 Distribusi Probabilitas Variabel Acak X

$X = x$	$P(X = x)$
0	0,0625
1	0,25
2	0,375
3	0,25
4	0,0625
Jumlah	1

Menghitung probabilitas untuk $X = 0$, $X = 1$, $X = 2$, $X = 3$, dan $X = 4$.

$$P(X = 0) = \binom{4}{0}(0{,}5)^0(0{,}5)^{4-0}$$

$$P(X = 0) = \frac{4!}{(4-0)!\,0!}(0{,}5)^0(0{,}5)^{4-0}$$

$$P(X = 0) = 0{,}0625$$

$$P(X = 1) = \binom{4}{1}(0{,}5)^1(0{,}5)^{4-1}$$

$$P(X = 1) = 0{,}25$$

$$P(X = 2) = \binom{4}{2}(0{,}5)^2(0{,}5)^{4-2}$$

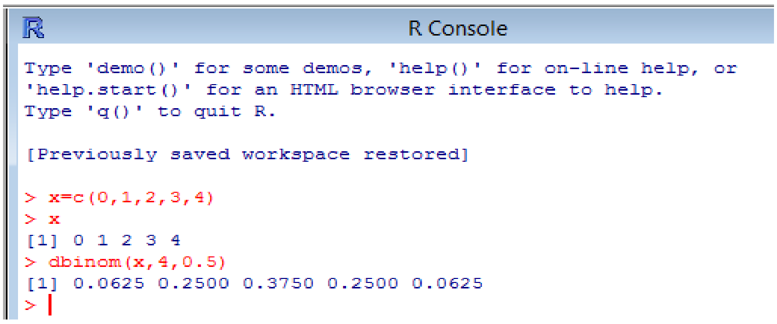
$$P(X = 2) = 0{,}375$$

$$P(X = 3) = \binom{4}{3}(0{,}5)^3(0{,}5)^{4-3}$$

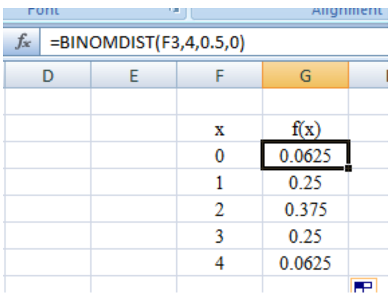
$$P(X = 3) = 0{,}25$$

$$P(X = 4) = \binom{4}{4}(0{,}5)^4(0{,}5)^{4-4}$$

$$P(X = 4) = 0{,}0625.$$



Gambar 18.1



Gambar 18.2

Gambar 18.1 merupakan penyelesaian dalam R, sementara Gambar 18.2 merupakan penyelesaian dalam *Microsoft Excel*.

Distribusi Poisson, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam Microsoft Excel dan R

Distribusi Poisson juga merupakan salah satu distribusi probabilitas diskrit. Hal ini karena variabel acak bersifat terhitung (*countable*). Seorang ilmuwan matematika dari Prancis memperkenalkan distribusi Poisson bernama Sim*éon*-Dennis Poisson. Berikut diberikan fungsi probabilitas dari distribusi Poisson.

$$P(X = x) = f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}.$$

Keterangan : X merupakan banyaknya suatu kejadian yang sedang diamati, $X = 0,1,2,$ ...
λ merupakan nilai rata-rata atau harapan $(\lambda = np)$.
e merupakan nilai dari bilangan eksponensial, yakni didekati dengan bilangan $2{,}71828$.

Distribusi binomial dapat didekati atau diaproksimasi dengan pendekatan distribusi Poisson ketika $n \geq 50$ dan $np < 5$ dengan nilai p kecil, yakni mendekati 0. Sebagai contoh misalkan diketahui probabilitas sebuah bola lampu akan rusak ketika diproduksi di suatu pabrik bola lampu sebesar 0,0005. Dari 4000 bola lampu yang diproduksi di suatu pabrik tertentu, tentukan probabilitas:

- ⇨ Terdapat tepat 1 bola lampu yang rusak.
- ⇨ Terdapat tepat 2 bola lampu yang rusak.
- ⇨ Terdapat 3 bola lampu yang rusak.

Berikut penyelesaian dari permasalahan tersebut.

Tabel 18.2 Probabilitas untuk $X = 1$, $X = 2$, dan $X = 3$

$X = x$	$P(X = x)$
1	0,270671
2	0,270671
3	0,180447

Diketahui $n = 4000$ dan $p = 0{,}0005$ sehingga $\lambda = (4000)(0{,}0005) = 2$. Berikut akan dihitung probabilitas untuk $X = 1, X = 2, X = 3$.

$$P(X = 1) = \frac{2^1 2{,}71828^{-2}}{1!}$$

$$P(X = 1) = \frac{(1)(0{,}135335)}{1}$$

$$P(X = 1) = 0{,}27067$$

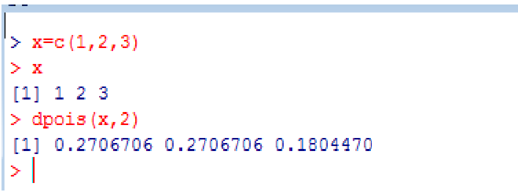
$$P(X = 2) = \frac{2^2 2{,}71828^{-2}}{2!}$$

$$P(X = 2) = 0{,}270671$$

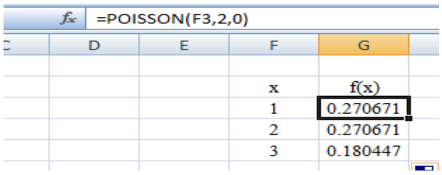
$$P(X = 3) = \frac{2^3 2{,}71828^{-2}}{3!}$$

$$P(X = 3) = 0{,}180447.$$

Perhatikan bahwa dari 4000 bola lampu yang diproduksi di suatu pabrik tertentu, probabilitas terdapat tepat 1 bola lampu rusak sebesar 0,27067, tepat 2 bola lampu yang rusak sebesar 0,270671, dan terdapat tepat 3 bola lampu yang rusak sebesar 0,180447.



Gambar 18.3



Gambar 18.4

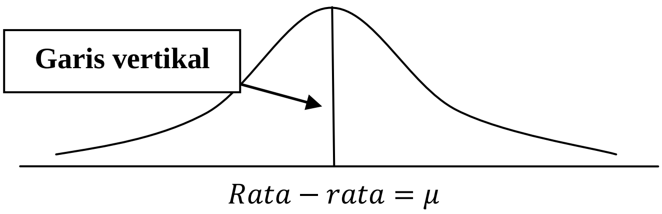
Gambar 18.3 merupakan penyelesaian dalam R, sementara Gambar 18.4 merupakan penyelesaian dalam *Microsoft Excel*.

Distribusi Normal, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam Microsoft Excel dan R

Beberapa fenomena dalam kehidupan mendekati kurva dari distribusi normal. Sebagai contoh fenomena-fenoma yang mendekati kurva dari distribusi normal seperti fenomena mengenai nilai IQ manusia, tinggi badan, berat badan, dan sebagainya. Distribusi normal termasuk ke dalam salah satu distribusi probabilitas nondiskrit. Dalam distribusi normal, variabel acak dinyatakan dalam interval dan bersifat tidak dapat dihitung (*uncountable*). Sebagai contoh variabel acak X dinyatakan dalam interval $0 \leq X \leq 1$, dengan $X \in \mathbb{R}$. Berikut diberikan fungsi probabilitas dari distribusi normal.

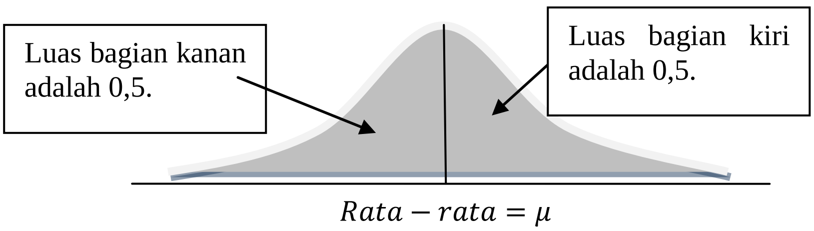
$$P(X = x) = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Perhatikan bahwa μ merupakan rata-rata populasi, sedangkan σ merupakan standar deviasi populasi. Gambar 18.5 merupakan contoh dari kurva distribusi normal.



Gambar 18.5

Dalam kurva distribusi normal, garis vertikal yang di tarik dari rata-rata (μ) membuat luas daerah sisi kiri sama dengan luas daerah sisi kanan, sehingga distribusi normal bersifat simetri. Luas di bawah kurva dari distribusi normal adalah 1, sehingga luas bagian kiri dan luas bagian kanan terhadap rata-rata, masing-masing adalah 0,5 (Gambar 18.6).



Gambar 18.6

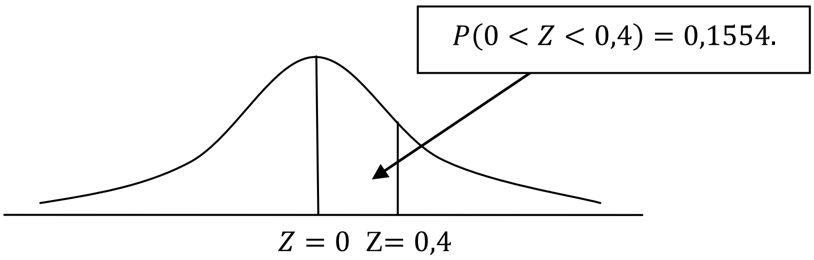
Dalam distribusi normal terdapat dua parameter, yakni rata-rata (μ) dan standar deviasi (σ). Nilai standar deviasi selalu lebih besar dari 0 atau $\sigma > 0$. Suatu distribusi normal dikatakan distribusi normal standar (*standard normal distribution*) jika $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$. Luas daerah di bawah kurva dari distribusi normal standar dapat dihitung dengan menggunakan tabel distribusi normal standar. Jika dalam distribusi normal $\mu \neq 0$ dan $\sigma \neq 1$, **maka distribusi normal tersebut dapat ditransformasi atau diubah ke dalam distribusi normal standar** (***standardizing a normal distribution***).

Andaikan variabel acak dari distribusi normal dilambangkan dengan X. Berikut rumus untuk mentransformasi variabel acak normal X menjadi variabel acak normal Z terstandarisasi.

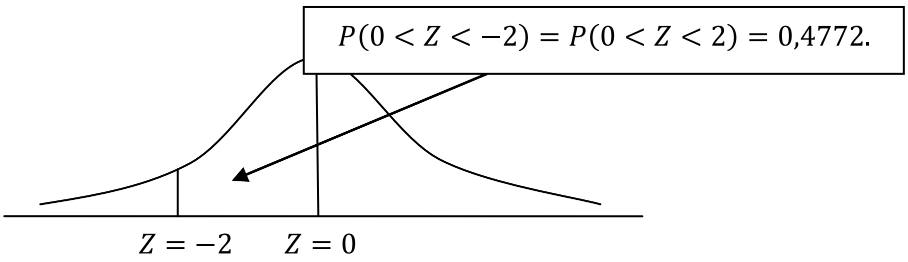
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}.$$

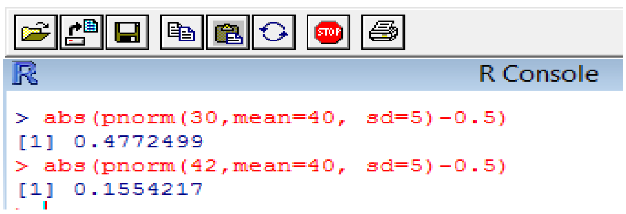
Variabel acak normal Z terstandarisasi yang merupakan hasil transformasi dari variabel acak normal X, mempunyai $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$. Tabel distribusi normal standar menunjukkan luas daerah antara $Z = 0$ sampai $Z = z_0$ atau $P(0 < Z < z_0)$. Andaikan X merupakan variabel acak yang berdistribusi normal dengan rata-rata 40 dan standar deviasi 5. Berikut akan dikonversi atau ditransformasi $X = 42$ dan $X = 30$ menjadi nilai-nilai variabel acak normal terstandarisasi.

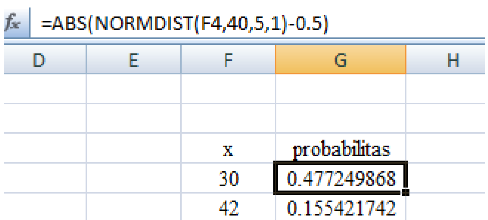
$$Z = \frac{42 - 40}{5} = 0{,}4.$$



$$Z = \frac{30 - 40}{5} = -2.$$







Gambar 18.7

Gambar 18.8

Gambar 18.7 merupakan penyelesaian dalam R, sementara Gambar 18.8 merupakan penyelesaian dalam *Microsoft Excel*.

Distribusi Geometri, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam R

Andaikan percobaan yang saling bebas (percobaan Bernoulli) dilakukan berulang kali. Misalkan p menyatakan probabilitas terjadinya sukses dan $q = 1 - p$ menyatakan probabilitas terjadinya gagal untuk sekali percobaan. Misalkan X merupakan variabel acak yang menyatakan **banyaknya percobaan** yang dilakukan sampai terjadi sukses pertama kali. Maka X disebut variabel acak geometri (*geometric random variable*) dengan fungsi probabilitas sebagai berikut.

$$P(X = x) = f(x) = (1 - p)^{x-1}\, p \qquad ; x = 1,2, \ldots$$

Sebagai contoh berikut akan dihitung peluang/probabilitas seorang melemparkan sekeping koin yang setimbang memerlukan 4 lemparan sampai diperolehnya sisi gambar. Diketahui peluang untuk muncul sisi gambar (p) dalam sekali pelemparan sekeping koin yang setimbang adalah 0,5. Maka

$$P(X = 4) = (1 - 0{,}5)^{4-1}(0{,}5) = 0{,}0625$$

Terdapat 16 kejadian yang mungkin, yakni :

AAAA	AAGG	AGGG
AAAG	AGAG	GAGG
AAGA	AGGA	GGAG
AGAA	GGAA	GGGA
GAAA	GAAG	GGGG
	GAGA	

Kejadian yang diinginkan, yakni pada saat pelemparan keempat terjadi kejadian sukses pertama kali.

Peluang seseorang melemparkan sekeping koin yang setimbang memerlukan 4 lemparan sampai diperolehnya sisi gambar pertama kali adalah

$$P(AAAG) = \frac{1}{16} = 0{,}0625.$$

Andaikan memerlukan 3 lemparan sampai diperolehnya sisi gambar pertama kali, maka

$$P(X = 3) = (1 - 0{,}5)^{3-1}(0{,}5) = 0{,}125$$

Terdapat 8 kejadian yang mungkin, yakni :

AAA	AGG
AAG	GAG
AGA	AGG
GAA	GGG

Kejadian yang diinginkan, yakni pada saat pelemparan ketiga terjadi kejadian sukses pertama kali.

Peluang seseorang melemparkan sekeping koin yang setimbang memerlukan 3 lemparan sampai diperolehnya sisi gambar pertama kali adalah

$$P(AAG) = \frac{1}{8} = 0{,}125.$$

Andaikan memerlukan 2 lemparan sampai diperolehnya sisi gambar pertama kali, maka

$$P(X = 3) = (1 - 0{,}5)^{2-1}(0{,}5) = 0{,}25.$$

Andaikan memerlukan 1 lemparan sampai diperolehnya sisi gambar pertama kali, maka

$$P(X = 3) = (1 - 0{,}5)^{2-1}(0{,}5) = 0{,}5.$$

Berikut disajikan hasil perhitungan dan grafik berdasarkan SPSS (Gambar 18.9 dan Gambar 18.10).

	x	fx
1	1	0.5000000
2	2	0.2500000
3	3	0.1250000
4	4	0.0625000
5	5	0.0312500
6	6	0.0156250
7	7	0.0078125
8	8	0.0039063
9	9	0.0019531
10	10	0.0009766

Gambar 18.9

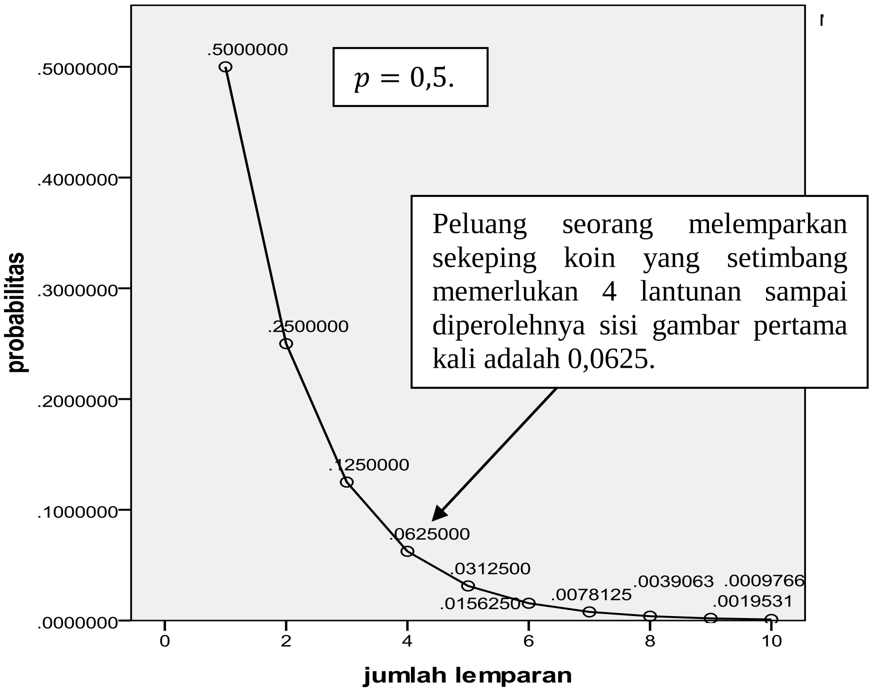
Dalam distribusi geometri, probabilitas dari nilai variabel acak x adalah $(1 - p)$ kali dari probabilitas nilai variabel acak $x - 1$. Sebagai contoh misalkan probabilitas terjadinya sukses dalam sekali percobaan adalah $p = 0{,}1$. Maka

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= (1 - p)^{2-1}(0{,}1) \\ &= (1 - 0{,}1)^{2-1}(0{,}1) \\ &= (0{,}9)(0{,}1). \end{aligned}$$

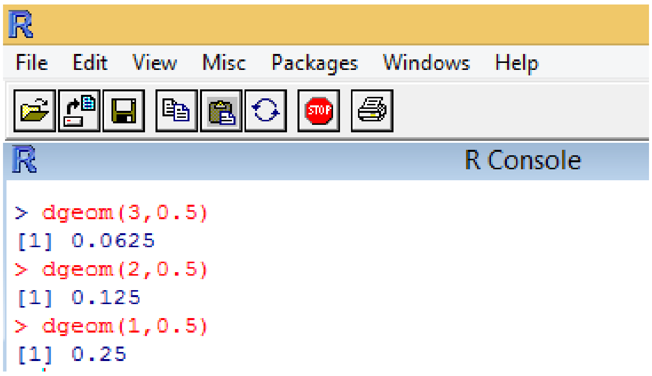
Sama saja dengan

$$\begin{aligned} P(X = 1) &= (1 - p)^{1-1}(0{,}1) \\ &= 0{,}1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= (1 - p)\left(P\ (X = 1)\right) \\ &= (1 - p)(0{,}1) \\ P(X = 2) &= (0{,}9)(0{,}1). \end{aligned}$$



Gambar 18.10



Gambar 18.11

Gambar 18.11 merupakan penyelesaian dalam R.

Distribusi Binomial Negatif, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam R

Andaikan percobaan yang saling bebas (percobaan Bernoulli) dilakukan berulang kali. Misalkan p menyatakan probabilitas terjadinya sukses dan $q = 1 - p$ menyatakan probabilitas terjadinya gagal untuk sekali percobaan. Misalkan X merupakan variabel acak yang menyatakan **banyaknya percobaan** yang dibutuhkan sampai sukses ke-k terjadi. Maka X disebut variabel acak binomial negatif (*binomial negative random variable*) dengan fungsi probabilitas sebagai berikut.

$$P(X = x) = f(x) = \binom{x-1}{r-1}(1-p)^{x-r}p^r \qquad ; x = r, r+1, r+2, \ldots$$

Sebagai contoh berikut akan dihitung peluang bahwa seseorang yang melemparkan sebuah uang logam akan mendapat sisi gambar **untuk kedua kalinya pada lemparan ketiga**. Diketahui probabilitas muncul sisi gambar (p) dalam sekali pelemparan sebuah uang logam adalah $p = \frac{1}{2}$. Maka

$$P(X = x) = f(x) = \binom{x-1}{r-1}(1-p)^{x-r}p^r$$

$$P(X = 3) = \binom{3-1}{2-1}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Terdapat $2^3 = 8$ kejadian yang mungkin, yakni :

AAA	GGG
AAG	GGA
AGA	GAG
GAA	AGG

Peluang seseorang melemparkan sebuah uang logam akan mendapat sisi gambar untuk kedua kalinya pada lantunan ketiga adalah

$$P(AGG) + P(GAG) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Contoh lain berikut akan dihitung peluang seseorang yang melemparkan dua uang logam sekaligus akan mendapat semuanya sisi gambar untuk kedua kalinya pada lantunan ketiga. Diketahui probabilitas muncul semuanya sisi gambar (p) dalam sekali pelemparan dua uang logam adalah

AA	GA
AG	GG

$$p = \frac{1}{4}.$$

Maka peluang seseorang yang melemparkan dua uang logam sekaligus akan mendapat semuanya sisi gambar untuk kedua kalinya pada lemparan ketiga adalah

$$P(X = x) = f(x) = \binom{x-1}{r-1}(1-p)^{x-r}p^r$$

$$P(X = 3) = \binom{3-1}{2-1}\left(1-\frac{1}{4}\right)^{3-2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{6}{64} = 0{,}09375.$$

Pelemparan I	Pelemparan II	Pelemparan III
AA	AA	AA
AG	AG	AG
GA	GA	GA
GG	GG	GG

Terdapat $4^3 = 64$ kejadian yang mungkin, yakni :

$$
\begin{array}{c}
AA \to AA \to AA \\
AA \to AA \to AG \\
AA \to AA \to GA \\
AA \to AA \to GG \\
\\
AA \to AG \to AA \\
AA \to AG \to AG \\
AA \to AG \to GA \\
AA \to AG \to GG
\end{array}
$$

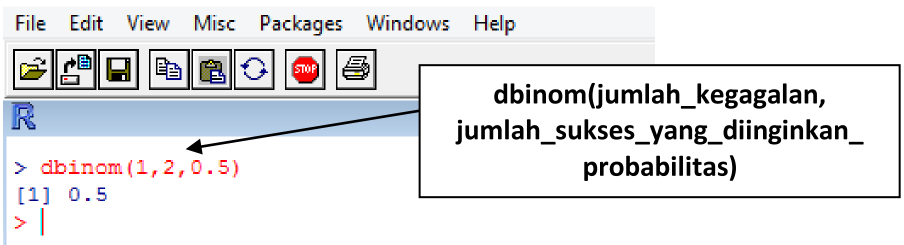
dan seterusnya. Kejadian yang diinginkan sebagai berikut.

AA	GG	GG
AG	GG	GG
GA	GG	GG
GG	AA	GG
GG	AG	GG
GG	GA	GG

Terdapat 6 kejadian yang diinginkan.

Peluang seseorang yang melemparkan dua uang logam sekaligus akan mendapat semuanya sisi gambar untuk kedua kalinya pada lantunan ketiga adalah

$$\frac{6}{64} = 0{,}09375.$$



Gambar 18.12

Gambar 18.12 merupakan penyelesaian dalam R.

Distribusi Hipergeometri, Contoh Perhitungan, dan Penyelesaian dalam R

Andaikan suatu kotak berisi p bola putih kecil dan h bola hitam kecil. Kemudian misalkan dilakukan n percobaan pengambilan suatu bola kecil di dalam kotak tersebut secara acak, warnanya dicatat, namun bola tersebut tidak dikembalikan ke dalam kotak. Misalkan X merupakan variabel acak yang menyatakan jumlah bola putih kecil yang terpilih dalam n percobaan. Maka X disebut variabel acak hipergeometri (*hypergeometric random variable*) dengan fungsi probabilitas sebagai berikut.

$$P(X = x) = \frac{\binom{p}{x}\binom{h}{n-x}}{\binom{p+h}{n}} \ , \ \ X = \max(0, n-h), \dots, \min(n, p)\,.$$

Andaikan sebuah kotak berisi $p = 3$ bola putih kecil dan $h = 1$ bola kecil hitam. Suatu percobaan dilakukan di mana satu bola kecil dipilih secara acak dan warnanya diamati, namun bola kecil tersebut tidak **diganti/dikembalikan**. Berikut akan dihitung probabilitas bahwa dalam $n = 3$ kali percobaan, $X = 2$ bola putih kecil akan terpilih.

$$P(X = x) = \frac{\binom{p}{x}\binom{h}{n-x}}{\binom{p+h}{n}}$$
$$P(X = 2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{1}{3-2}}{\binom{3+1}{3}}$$

$$P(X = 2) = f(2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{\binom{4}{3}} = \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Kejadian-kejadian yang mungkin adalah sebagai berikut.

$$P, P, H; \quad P, H, P; \quad H, P, P; \quad P, P, P.$$

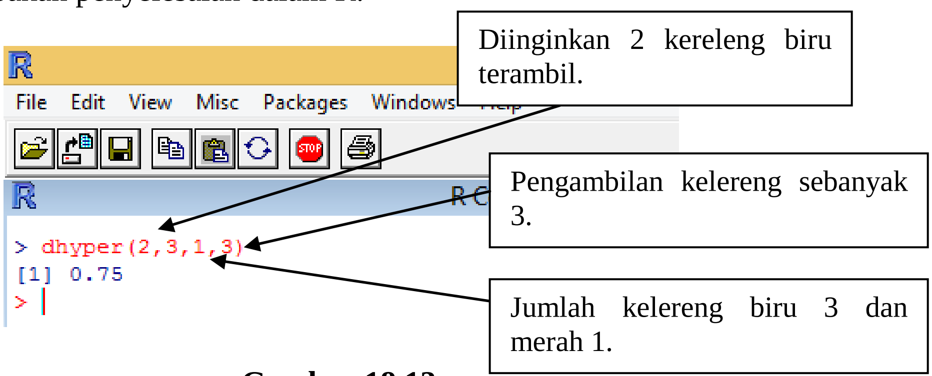
Kejadian yang diinginkan atau diharapkan

$$P, P, H; \quad P, H, P; \quad H, P, P.$$

Probabilitas bahwa dalam $n = 3$ kali percobaan, $x = 2$ bola putih kecil akan terpilih adalah

$$\frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Gambar 18.13 merupakan penyelesaian dalam R.



Gambar 18.13

BAB 19

REGRESI NONLINEAR SEDERHANA

Sekilas Regresi Nonlinear Sederhana

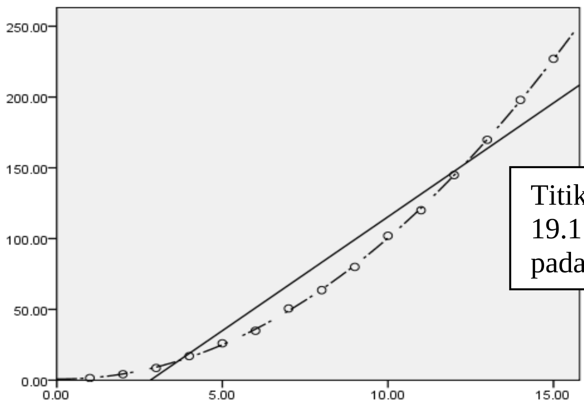
Pada Bab 10 telah dibahas mengenai regresi linear berganda. Regresi linear digunakan apabila hubungan antara variabel bebas dengan variabel tak bebas bersifat linear. Namun, regresi yang digunakan jika hubungan antara variabel bebas dengan variabel tak bebas bersifat tak linear adalah regresi nonlinear. Regresi nonlinear yang telah dibahas adalah regresi logistik (Bab 11).

Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 19.1.

Tabel 19.1

X	Y	X	Y	X	Y
1	1,5	6	34,9	11	120
2	4.2	7	50,65	12	144,9
3	8,6	8	63,6	13	169,8
4	17	9	80	14	198
5	26	10	102	15	227

Berdasarkan data pada Tabel 19.1, misalkan X merupakan variabel bebas, dan Y merupakan variabel tak bebas. Perhatikan Gambar 19.1.



Titik-titik pada Gambar 19.1 merupakan data pada Tabel 19.1.

Gambar 19.1

Pada Gambar 19.1, setiap titik menyatakan data pada Tabel 19.1. Kemudian titik-titik tersebut didekati atau dihampiri oleh dua persamaan regresi, yakni persamaan regresi linear yang berupa garis lurus, dan persamaan regresi nonlinear yang berupa garis putus-putus. Perhatikan bahwa persamaan regresi yang cocok digunakan untuk mengestimasi variabel tak bebas Y berdasarkan data pada Tabel 19.1 adalah persamaan regresi nonlinear. Hal ini karena pada persamaan regresi nonlinear hampir mengenai seluruh titik-titik secara tepat pada Gambar 19.1. Dengan kata lain, nilai *standard error* dari estimasi pada persamaan regresi nonlinear lebih kecil dibandingkan nilai *standard error* dari estimasi pada persamaan regresi linear.

Dalam bab ini akan dipaparkan tujuh jenis dari regresi nonlinear sederhana, yakni:

- ⇨ Regresi nonlinear sederhana kuadratik.
- ⇨ Regresi nonlinear sederhana *power*.
- ⇨ Regresi nonlinear sederhana eksponensial.
- ⇨ Regresi nonlinear sederhana *inverse*.
- ⇨ Regresi nonlinear sederhana logaritma.
- ⇨ Regresi nonlinear sederhana *compound*.
- ⇨ Regresi nonlinear sederhana kubik.

Regresi Nonlinear Sederhana Kuadratik dan Contoh Perhitungan

Regresi nonlinear sederhana kuadratik merupakan suatu teknik statistika untuk membuat persamaan yang menjelaskan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, di mana persamaan yang dihasilkan berupa persamaan kuadratik. Pada persamaan regresi sederhana hanya menggunakan satu variabel bebas. Secara umum, persamaan regresi nonlinear sederhana kuadratik memiliki bentuk

$$\hat{Y} = aX^2 + bX + c.$$

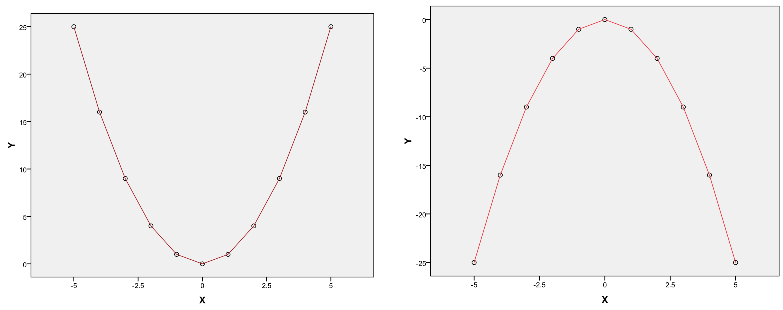
Nilai a, b, dan c dihitung dengan menyelesaikan sistem persamaan berikut.

$$\sum Y = an + b\sum X + c\sum X^2$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3$$

$$\sum X^2Y = a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4.$$

Berikut diberikan contoh gambar dari kurva persamaan kuadratik (Gambar 19.2).

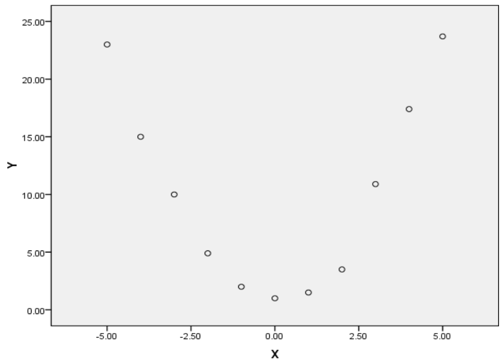


Gambar 19.2

Perhatikan data pada Tabel 19.2. Berdasarkan data pada Tabel 19.2, misalkan Y merupakan variabel tak bebas dan X merupakan variabel bebas. Data pada Tabel 19.2 disajikan dalam grafik seperti pada Gambar 19.3. Pada Gambar 19.3, sebaran titik-titik berpola kuadratik, sehingga hubungan antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y berdasarkan data Tabel 19.2 akan didekati dengan kurva persamaan kuadratik.

Tabel 19.2

X	Y
-5	23
-4	15
-3	10
-2	4,9
-1	2
0	1
1	1,5
2	3,5
3	10,9
4	17,4
5	23,7



Gambar 19.3

Berikut akan dihitung nilai a, b, dan c untuk persamaan regresi nonlinear sederhana kuadratik.

Tabel 19.3

	X	Y	X^2	X^3	X^4	YX^2	XY
	-5	23	25	-125	625	575	-115
	-4	15	16	-64	256	240	-60
	-3	10	9	-27	81	90	-30
	-2	4,9	4	-8	16	19.6	-9,8
	-1	2	1	-1	1	2	-2
	0	1	0	0	0	0	0
	1	1,5	1	1	1	1.5	1,5
	2	3,5	4	8	16	14	7
	3	10,9	9	27	81	98,1	32,7
	4	17,4	16	64	256	278,4	69,6
	5	23,7	25	125	625	592,5	118,5
Total	0	112,9	110	0	1958	1911,1	12,5

$$\sum Y = an + b\sum X + c\sum X^2$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3$$

$$\sum X^2Y = a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4$$

$$112{,}9 = 11a + 110c$$

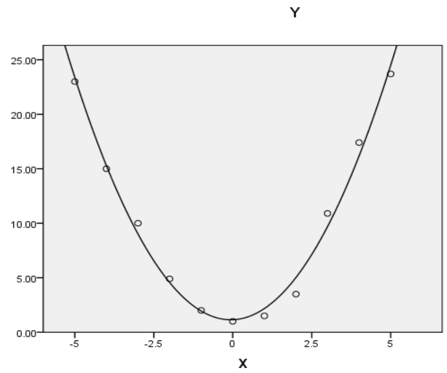
$$12{,}5 = 110b$$

$$1911{,}1 = 110a + 1958c$$

Dengan menyelesaian sistem persamaan tersebut, maka diperoleh nilai $a = 1{,}1483$, $b = 0{,}1136$, dan $c = 0{,}9115$. Persamaan regresi nonlinear sederhana kuadratik diperoleh

$$\hat{Y} = 1{,}1483X^2 + 0{,}1136X + 0{,}9115.$$

Gambar 19.4 merupakan grafik dari persamaan regresi nonlinear $\hat{Y} = 1{,}1483X^2 + 0{,}1136X + 0{,}9115$.



Gambar 19.4

Regresi Nonlinear Sederhana Power dan Contoh Perhitungan

Regresi nonlinear sederhana *power* merupakan suatu teknik statistika untuk membuat suatu persamaan yang menerangkan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, di mana persamaan yang dihasilkan berupa persamaan *power*. Pada persamaan regresi sederhana hanya menggunakan satu variabel bebas. Secara umum, persamaan regresi nonlinear sederhana *power* memiliki bentuk

$$\hat{Y} = aX^b.$$

Untuk menghitung nilai a dan b, terlebih dahulu mentransformasi bentuk *power* ke bentuk linear. Berikut transformasi dari bentuk *power* ke bentuk linear.

$$Y = aX^b$$

$$lnY = \ln(aX^b)$$

$$lnY = lna + lnX^b$$

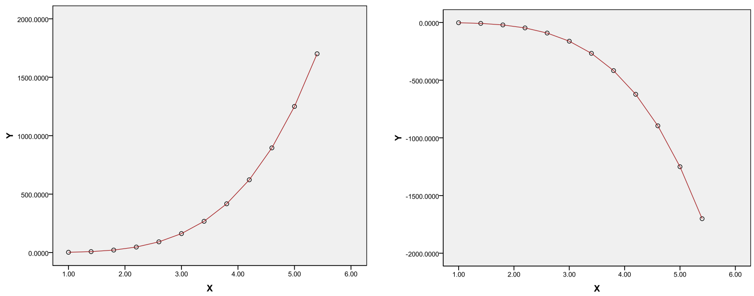
$$lnY = lna + b\ lnX.$$

Misalkan $y = \ln Y$ dan $x = \ln X$, maka

$$lnY = lna + b\ lnX$$

$$y = lna + b\ x.$$

Perhatikan bahwa $y = lna + bx$ merupakan bentuk linear. Berikut diberikan contoh gambar dari kurva persamaan *power*.



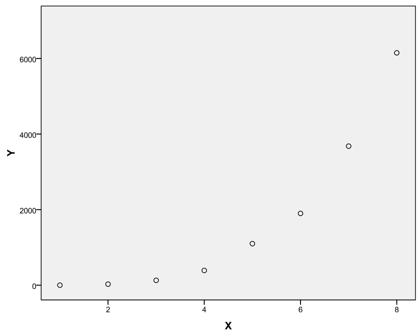
Gambar 19.5

Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 19.4.

Tabel 19.4

X	Y	X	Y
1	1	5	1100
2	28	6	1900
3	129	7	3680
4	390	8	6150

Berdasarkan data pada Tabel 19.4, misalkan Y adalah variabel tak bebas dan X adalah variabel bebas. Data pada Tabel 19.4 disajikan dalam grafik seperti pada Gambar 19.6.



Gambar 19.6

Pada Gambar 19.6, pola sebaran dari titik-titik menyerupai kurva persamaan *power*, sehingga hubungan antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y pada data Tabel 19.4 akan didekati dengan kurva persamaan *power*. Berikut akan dihitung nilai a dan b dari persamaan regresi nonlinear sederhana *power*.

$$b = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{(8)(74{,}83638) - (10{,}6046)(45{,}64571)}{(8)(17{,}52055) - (10{,}6046)^2}$$

$$b = 4{,}1375383$$

$$\ln a = \frac{(\sum y) - b(\sum x)}{n}$$

$$\ln a = \frac{45{,}64571 - (1{,}826935415)(10{,}6046)}{8}$$

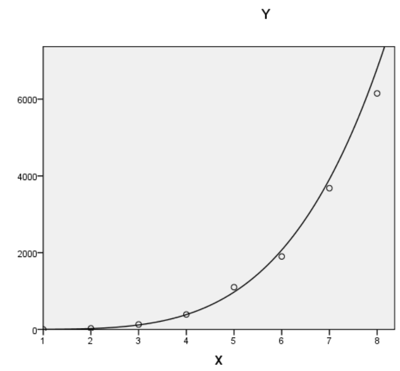
$$\ln a = 0{,}221170823$$

$$a = e^{0{,}221170823}$$

$$a = 1{,}2475.$$

Tabel 19.5

	X	Y	$x = lnX$	$y = lnY$	xy	x^2	y^2
	1	1	0	0	0	0	0
	2	28	0,693147	3,332205	2,309708	0,480453	11,10359
	3	129	1,098612	4,859812	5,33905	1,206949	23,61778
	4	390	1,386294	5,966147	8,270836	1,921812	35,59491
	5	1100	1,609438	7,003065	11,271	2,59029	49,04293
	6	1900	1,791759	7,549609	13,52708	3,210402	56,9966
	7	3680	1,94591	8,210668	15,97722	3,786566	67,41507
	8	6150	2,079442	8,724207	18,14148	4,324077	76,11179
Total	36	13378	10,6046	45,64571	74,83638	17,52055	319,8827



Gambar 19.7

Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai a dan b masing-masing $1{,}2475$ dan $4{,}1375$, sehingga persamaan regresi nonlinear sederhana *power* adalah

$$\hat{Y} = 1{,}2475X^{4{,}1375}.$$

Gambar 19.7 merupakan grafik dari persamaan regresi nonlinear $\hat{Y} = 1{,}2475X^{4{,}1375}$.

Regresi Nonlinear Sederhana Eksponensial dan Contoh Perhitungan

Regresi nonlinear sederhana eksponensial merupakan suatu teknik statistika untuk membuat persamaan yang menjelaskan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, di mana persamaan yang dihasilkan berupa persamaan eksponensial. Berikut merupakan bentuk umum persamaan regresi nonlinear sederhana eksponensial.

$$\hat{Y} = ae^{bX}.$$

Untuk menghitung nilai a dan b, terlebih dahulu mentransformasi bentuk eksponensial ke bentuk linear. Berikut transformasi dari bentuk eksponensial ke bentuk linear.

$$Y = ae^{bX}$$

$$lnY = \ln(ae^{bX})$$

$$lnY = \ln a + \ln(e^{bX})$$

$$lnY = lna + bXln(e) \quad ; \ (\ln(e) = 1)$$

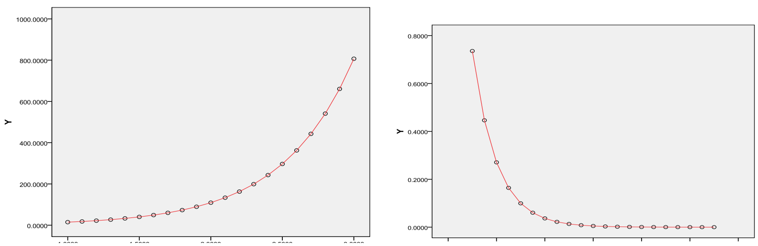
$$\ln Y = \ln a + bX$$

Misalkan $y = \ln Y$, maka

$$\ln Y = \ln a + bX$$

$$\mathrm{y} = \ln a + bX$$

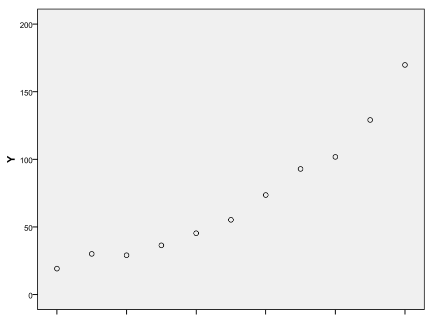
Perhatikan bahwa $\mathrm{y} = \ln a + bX$ merupakan bentuk linear. Berikut diberikan contoh gambar dari kurva persamaan eksponensial (Gambar 19.8).



Gambar 19.8

Tabel 19.6

X	Y
1	19,16717
1,1	30,07504
1,2	29,06953
1,3	36,39122
1,4	45,33395
1,5	55,25662
1,6	73,59761
1,7	92,89232
1,8	101,7947
1,9	129,1036
2	169,7945



Gambar 19.9

Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 19.6. Berdasarkan data pada Tabel 19.6, misalkan Y adalah variabel tak bebas dan X adalah variabel bebas. Gambar 19.9 merupakan penyajian data pada Tabel 19.6 dalam grafik.

Pada Gambar 19.9, pola sebaran dari titik-titik menyerupai kurva persamaan eksponensial, sehingga hubungan antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y pada data Tabel 19.6 akan didekati dengan kurva persamaan eksponensial. Berikut akan dihitung nilai a dan b untuk persamaan regresi nonlinear sederhana eksponensial.

Tabel 19.7

	X	Y	$y = lnY$	X^2	Xy
	1	19,16717	2,953199	1	2,953199
	1,1	30,07504	3,403696	1,21	3,744065
	1,2	29,06953	3,369691	1,44	4,043629
	1,3	36,39122	3,594328	1,69	4,672626
	1,4	45,33395	3,814056	1,96	5,339679
	1,5	55,25662	4,011988	2,25	6,017982
	1,6	73,59761	4,298613	2,56	6,87778
	1,7	92,89232	4,531441	2,89	7,70345
	1,8	101,7947	4,622958	3,24	8,321324
	1,9	129,1036	4,860615	3,61	9,235169
	2	169,7945	5,134589	4	10,26918
Total	16,5	782,4763	44,59517	25,85	69,17808

$$b = \frac{n(\sum Xy) - (\sum X)(\sum y)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2}$$

$$b = \frac{(11)(69.17808) - (16{,}5)(44.59517)}{(11)(25{,}85) - (16{,}5)^2}$$

$$b = 2.077564898$$

$$\ln a = \frac{(\sum y) - b(\sum X)}{n}$$

$$\ln a = \frac{44.59517 - (2.077564898)(16{,}5)}{11}$$

$$\ln a = 0.93775925$$

$$\ln a = 0{,}93775925$$

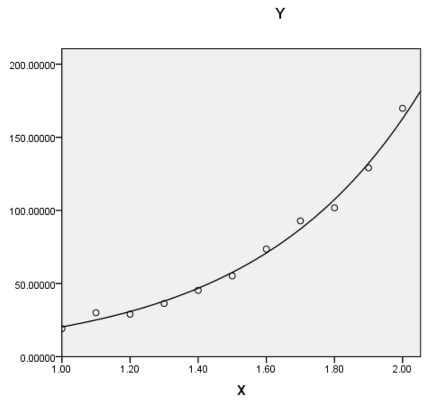
$$a = e^{0{,}93775925}$$

$$a = 2{,}55425.$$

Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai a dan b masing-masing $2{,}55425$ dan 2.077564898, sehingga persamaan regresi nonlinear sederhana eksponensial adalah

$$\hat{Y} = 2{,}55425e^{2.077564898\,X}.$$

Gambar 19.10 merupakan grafik dari persamaan regresi nonlinear $\hat{Y} = 2{,}55425e^{2.077564898\,X}$.



Gambar 19.10

Regresi Nonlinear Sederhana Inverse dan Contoh Perhitungan

Regresi nonlinear sederhana *inverse* merupakan suatu alat statistika untuk membuat suatu persamaan yang menerangkan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, di mana persamaan yang dihasilkan berupa persamaan *inverse*. Berikut merupakan bentuk umum persamaan regresi nonlinear sederhana *inverse*.

$$\hat{Y} = a + \frac{b}{X}.$$

Untuk menghitung nilai a dan b, terlebih dahulu mentransformasi bentuk *inverse* ke bentuk linear. Berikut transformasi dari bentuk *inverse* ke bentuk linear.

$$Y = a + \frac{b}{X}$$

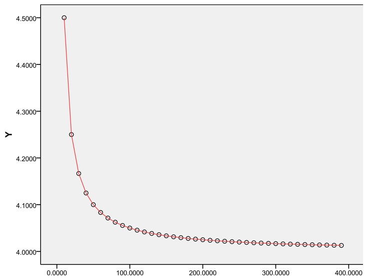
$$Y = a + bx \qquad ; x = \frac{1}{X}$$

Perhatikan bahwa bentuk $Y = a + bx$ merupakan bentuk linear. Gambar 19.11 merupakan contoh dari kurva persamaan *inverse*. Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 19.8. Berdasarkan data pada Tabel 19.8, misalkan Y adalah variabel tak bebas dan X adalah variabel bebas. Gambar 19.12 merupakan penyajian data pada Tabel 19.8 dalam grafik.

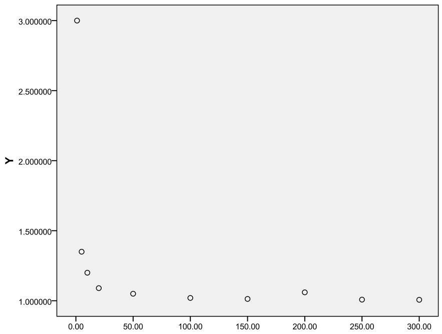
Pada Gambar 19.12, pola sebaran dari titik-titik menyerupai kurva persamaan *inverse*, sehingga hubungan antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y pada data Tabel 19.8 akan didekati dengan kurva persamaan *inverse*. Berikut akan dihitung nilai a dan b untuk persamaan regresi nonlinear sederhana *inverse*.

Tabel 19.8

X	Y
1	3
5	1,35
10	1,2
20	1,09
50	1,05
100	1,02
150	1,013
200	1,06
250	1,008
300	1,0067



Gambar 19.11



Gambar 19.12

Tabel 19.9

	X	Y	$x = \frac{1}{X}$	x^2	xY	Y^2
	1	3	1	1,000000	3	9
	5	1,35	0,2	0,040000	0,27	1,8225
	10	1,2	0,1	0,010000	0,12	1,44
	20	1,09	0,05	0,002500	0,0545	1,1881
	50	1,05	0,02	0,000400	0,021	1,1025
	100	1,02	0,01	0,000100	0,0102	1,0404
	150	1,013	0,006667	0,000044	0,006753	1,026169
	200	1,06	0,005	0,000025	0,0053	1,1236
	250	1,008	0,004	0,000016	0,004032	1,016064
	300	1,0067	0,003333	0,000011	0,003356	1,013445
Total	1086	12,7977	1,399	1,053096556	3,495141	19,77278

$$b = \frac{n(\sum xY) - (\sum x)(\sum Y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2}$$

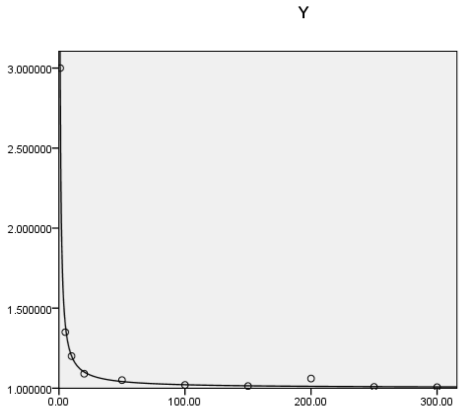
$$b = \frac{(10)(3{,}495141) - (1{,}399)(12{,}7977)}{(10)(1{,}053096556) - (1{,}399)^2}$$

$$b = 1{,}988324684$$

$$a = \frac{(\sum Y) - b(\sum x)}{n}$$

$$a = \frac{12{,}7977 - (1{,}988324684)(1{,}399)}{10}$$

$$a = 1{,}0016.$$



Gambar 19.13

Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai a dan b masing-masing 1,0016 dan 1.988324684, sehingga persamaan regresi nonlinear sederhana *inverse*

$$\hat{Y} = 1{,}0016 + \frac{1.988324684}{X}.$$

Gambar 19.13 merupakan grafik dari persamaan regresi nonlinear $\hat{Y} = 1{,}0016 + \frac{1.988324684}{X}$.

Regresi Nonlinear Sederhana Logaritma dan Contoh Perhitungan

Regresi nonlinear sederhana logaritma merupakan suatu alat statistika untuk membuat persamaan yang menerangkan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, di mana persamaan yang dihasilkan berupa persamaan logaritma. Berikut merupakan bentuk umum persamaan regresi nonlinear sederhana logaritma.

$$\hat{Y} = a + b\ lnX\ .$$

Untuk menghitung nilai a dan b, terlebih dahulu mentransformasi bentuk logaritma ke bentuk linear. Berikut transformasi dari bentuk logaritma ke bentuk linear.

$$Y = a + b \ln X$$

$$Y = a + bx \quad ; x = \ln X.$$

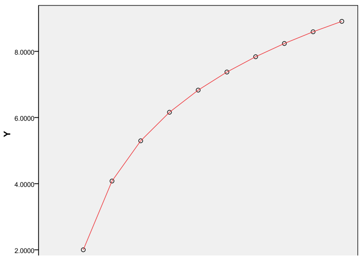
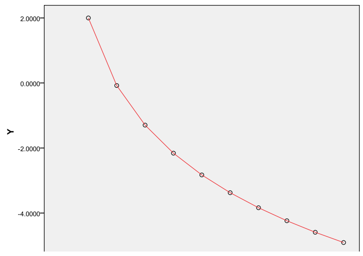
Perhatikan bahwa bentuk $Y = a + bx$ merupakan bentuk linear. Gambar 19.14 merupakan contoh gambar dari kurva persamaan logaritma. Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 19.10.

Berdasarkan data pada Tabel 19.10, misalkan Y adalah variabel tak bebas dan X adalah variabel bebas. Gambar 19.15 merupakan penyajian data pada Tabel 19.10 dalam grafik.

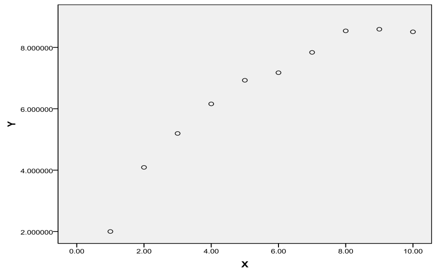
Pada Gambar 19.15, pola sebaran dari titik-titik menyerupai kurva persamaan logaritma, sehingga hubungan antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y pada data Tabel 19.10 akan didekati dengan kurva persamaan logaritma. Berikut akan dihitung nilai a dan b dari persamaan regresi nonlinear sederhana logaritma.

Tabel 19.10

X	Y
1	2
2	4,089
3	5,195
4	6,158
5	6,928
6	7,175
7	7,837
8	8,538
9	8,591
10	8,507

Gambar 19.14



Gambar 19.15

Tabel 19.11

	X	Y	$x = lnX$	x^2	xY	Y^2
	1	2	0	0	0	4
	2	4,089	0,693147	0,480453	2,834279	16,71992
	3	5,195	1,098612	1,206949	5,707291	26,98803
	4	6,158	1,386294	1,921812	8,536801	37,92096
	5	6,928	1,609438	2,59029	11,15019	47,99718
	6	7,175	1,791759	3,210402	12,85587	51,48063
	7	7,837	1,94591	3,786566	15,2501	61,41857
	8	8,538	2,079442	4,324077	17,75427	72,89744
	9	8,591	2,197225	4,827796	18,87636	73,80528
	10	8,507	2,302585	5,301898	19,58809	72,36905
Total	55	65,018	15,10441	27,65024	112,5532	465,5971

$$b = \frac{n(\sum xY) - (\sum x)(\sum Y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{(10)(112{,}5532) - (15{,}10441)(65{,}018)}{(10)(27{,}65024) - (15{,}10441)^2}$$

$$b = 2{,}966837823$$

$$a = \frac{(\sum Y) - b(\sum x)}{n}$$

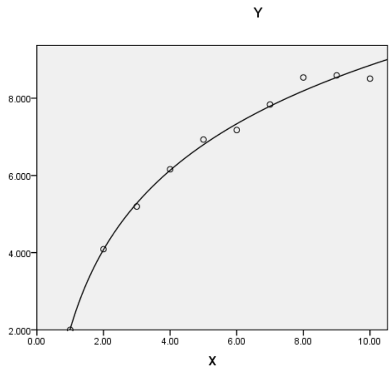
$$a = \frac{65{,}018 - (2{,}966837823)(15{,}10441)}{10}$$

$$a = 2{,}020565748$$

Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai a dan b masing-masing $2{,}020565748$ dan $2{,}966837823$, sehingga persamaan regresi nonlinear sederhana logaritma adalah

$$\hat{Y} = 2{,}0206 + 2{,}9668 \ln X.$$

Gambar 19.16 merupakan grafik dari persamaan regresi nonlinear $\hat{Y} = 2{,}0206 + 2{,}9668 \ln X$.



Gambar 19.16

Regresi Nonlinear Sederhana Compound dan Contoh Perhitungan

Regresi nonlinear sederhana *compound* merupakan suatu teknik statistika untuk membuat persamaan yang menjelaskan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, di mana persamaan yang dihasilkan berupa persamaan *compound*. Berikut merupakan bentuk umum persamaan regresi nonlinear sederhana *compound*.

$$\hat{Y} = ab^X.$$

Untuk menghitung nilai a dan b, terlebih dahulu mentransformasi bentuk *compound* ke bentuk linear. Berikut transformasi dari bentuk *compound* ke bentuk linear.

$$Y = ab^X$$

$$\ln Y = \ln(ab^X)$$

$$\ln Y = \ln a + \ln(b^X)$$

$$\ln Y = \ln a + \ lnb\ X.$$

Misalkan $y = \ln Y$, maka

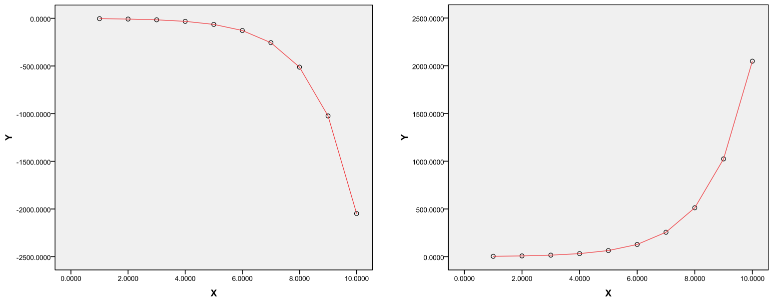
$$\ln Y = \ln a + \ lnb\ X$$

$$y = \ln a + \ lnb\ X.$$

Perhatikan bahwa bentuk $y = \ln a + \ln b \ X$ merupakan bentuk linear. Gambar 19.17 merupakan contoh gambar dari kurva persamaan *compound*.

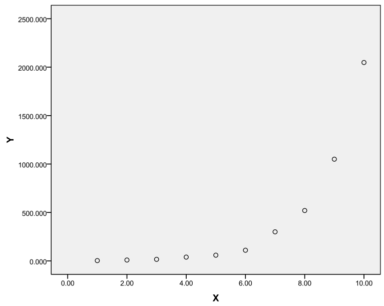
Tabel 19.12

X	Y
1	3
2	9
3	16
4	39
5	59
6	110
7	300
8	520
9	1050
10	2048



Gambar 19.17

Misalkan diberikan data sebagai berikut (Tabel 19.12). Berdasarkan data pada Tabel 19.12, misalkan Y adalah variabel tak bebas dan X adalah variabel bebas. Gambar 19.18 merupakan penyajian data pada Tabel 19.12 dalam grafik.



Gambar 19.18

Pada Gambar 19.18, pola sebaran dari titik-titik menyerupai kurva persamaan *compound*, sehingga hubungan antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y pada data Tabel 19.12 akan didekati dengan kurva persamaan *compound*. Berikut akan dihitung nilai a dan b untuk persamaan regresi nonlinear sederhana *compound*.

$$\ln b = \frac{n(\sum Xy) - (\sum X)(\sum y)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2}$$

$$\ln b = \frac{(10)(305{,}8679) - (55)(45{,}04878)}{(10)(385) - (55)^2}$$

$$\ln b = 0{,}704237044$$

$$\ln a = \frac{(\sum y) - \ln b \, (\sum X)}{n}$$

$$\ln a = \frac{45{,}04878 - (0{,}704237044)(55)}{10}$$

$$\ln a = 0{,}631574336$$

Sehingga diperoleh nilai a dan b

$$\ln b = 0{,}704237044$$

$$b = e^{0{,}704237044}$$

$$b = 2{,}0223$$

$$\ln a = 0{,}631574336$$

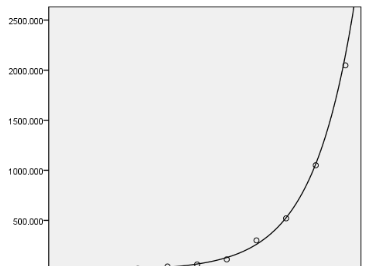
$$a = e^{0{,}631574336}$$

$$a = 1{,}88016.$$

Tabel 19.13

	X	Y	$y = lnY$	Xy	X^2
	1	3	1,098612	1,098612	1
	2	9	2,197225	4,394449	4
	3	16	2,772589	8,317766	9
	4	39	3,663562	14,65425	16
	5	59	4,077537	20,38769	25
	6	110	4,70048	28,20288	36
	7	300	5,703782	39,92648	49
	8	520	6,253829	50,03063	64
	9	1050	6,956545	62,60891	81
	10	2048	7,624619	76,24619	100
Total	55	4154	45,04878	305,8679	385

Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai a dan b masing-masing $1{,}88016$ dan $2{,}0223$, sehingga persamaan regresi nonlinear sederhana *compound* adalah $\hat{Y} = (1{,}88016)(2{,}0223)^X$. Gambar 19.19 merupakan grafik dari persamaan regresi nonlinear $(1{,}88016)(2{,}0223)^X$.



Gambar 19.19

Regresi Nonlinear Sederhana Kubik dan Contoh Perhitungan

Regresi nonlinear sederhana *kubik* merupakan suatu teknik statistika untuk membuat persamaan yang menerangkan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, di mana persamaan yang dihasilkan berupa persamaan *kubik*. Berikut merupakan bentuk umum persamaan regresi nonlinear sederhana *kubik*.

$$\hat{Y} = a + bX + cX^2 + dX^3.$$

Nilai $a, b, c,$ dan d, diperoleh dengan menyelesaiakan sistem persamaan berikut.

$$\sum Y = an + b\sum X + c\sum X^2 + d\sum X^3$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3 + d\sum X^4$$

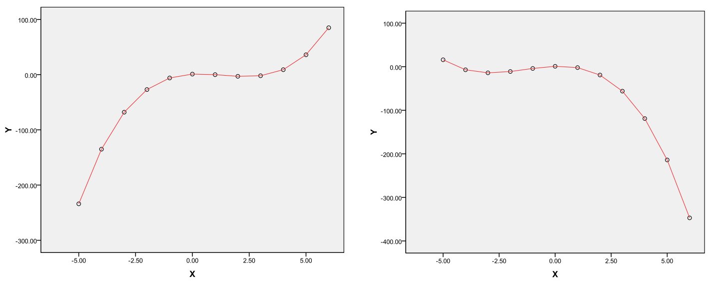
$$\sum X^2Y = a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4 + d\sum X^5$$

$$\sum X^3Y = a\sum X^3 + b\sum X^4 + c\sum X^5 + d\sum X^6$$

Berikut diberikan contoh gambar dari kurva persamaan *kubik*.

Tabel 19.14

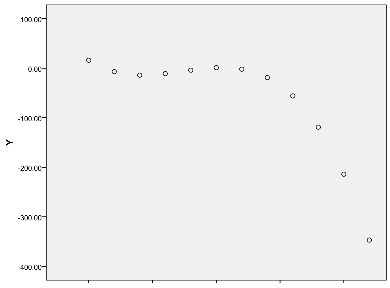
X	Y
-5	16
-4	-7
-3	-14
-2	-11
-1	-4
0	1
1	-2
2	-19
3	-56
4	-119
5	-214
6	-347



Gambar 19.20

Misalkan diberikan data sebagai berikut (Tabel 19.14). Berdasarkan data pada Tabel 19.14, misalkan Y adalah variabel tak bebas dan X adalah variabel bebas. Gambar 19.21 merupakan penyajian data pada Tabel 19.14 dalam grafik.

Pada Gambar 19.21, pola sebaran dari titik-titik menyerupai kurva persamaan *kubik*, sehingga hubungan antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y pada data Tabel 19.14 akan didekati dengan kurva persamaan *kubik*. Berikut akan dihitung nilai a, b, c, dan d dari persamaan regresi nonlinear sederhana kubik.



Gambar 19.21

Tabel 19.15

	X	Y	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	XY	X^2Y	X^3Y
	-5	16	25	-125	625	-3125	15625	-80	400	-2000
	-4	-7	16	-64	256	-1024	4096	28	-112	448
	-3	-14	9	-27	81	-243	729	42	-126	378
	-2	-11	4	-8	16	-32	64	22	-44	88
	-1	-4	1	-1	1	-1	1	4	-4	4
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-2	1	1	1	1	1	-2	-2	-2
	2	-19	4	8	16	32	64	-38	-76	-152
	3	-56	9	27	81	243	729	-168	-504	-1512
	4	-119	16	64	256	1024	4096	-476	-1904	-7616
	5	-214	25	125	625	3125	15625	-1070	-5350	-26750
	6	-347	36	216	1296	7776	46656	-2082	-12492	-74952
Jumlah	6	-776	146	216	3254	7776	87686	-3820	-20214	-112066

$$\sum Y = an + b\sum X + c\sum X^2 + d\sum X^3$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3 + d\sum X^4$$

$$\sum X^2Y = a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4 + d\sum X^5$$

$$\sum X^3Y = a\sum X^3 + b\sum X^4 + c\sum X^5 + d\sum X^6$$

$$-776 = 12a + 6b + 146c + 216d$$

$$-3820 = 6a + 146b + 216c + 3254d$$

$$-20214 = 146a + 216b + 3254c + 7776d$$

$$-112066 = 216a + 3254b + 7776c + 87686d$$

Dengan menyelesaikan sistem persamaan tersebut, maka akan diperoleh nilai $a = 1, b = 2, c = -4,$ dan $d = -1$, sehingga diperoleh persamaan regresi nonlinear sederhana kubik $\hat{Y} = 1 + bX \; - 4X^2 - X^3$.

PENYELESAIAN DALAM SPSS

Regresi Nonlinear Sederhana Kuadratik dalam SPSS

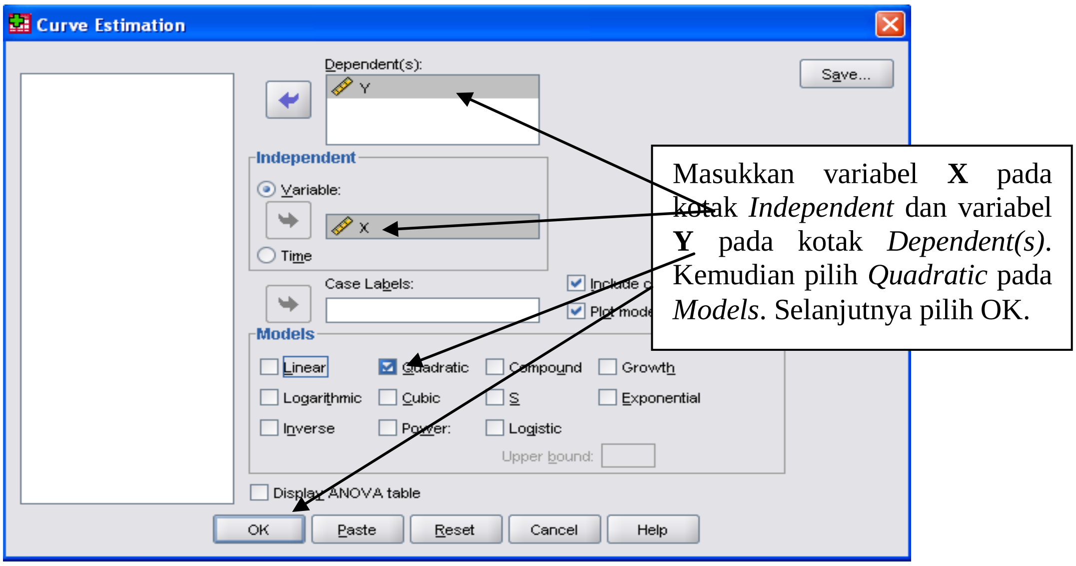
Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 19.1.

	Name	Type	Width	Decimals
1	X	Numeric	8	0
2	Y	Numeric	8	2
3				

	X	Y
1	-5	23.00
2	-4	15.00
3	-3	10.00
4	-2	4.90
5	-1	2.00
6	0	1.00
7	1	1.50
8	2	3.50
9	3	10.90
10	4	17.40
11	5	23.70

Gambar 19.1

Kemudian pilih *Analyze* => *Regression* => *Curve Estimation*, sehingga muncul kotak dialog *Curve Estimation* (Gambar 19.2).



Gambar 19.2

Pada Gambar 19.2, masukkan variabel **X** pada kotak *Independent* dan variabel **Y** pada kotak *Dependent(s)*. Pada *Models* pilih *Quadratic*. Kemudian pilih OK. Hasil berdasarkan SPSS disajikan pada Tabel 19.1.

Tabel 19.1

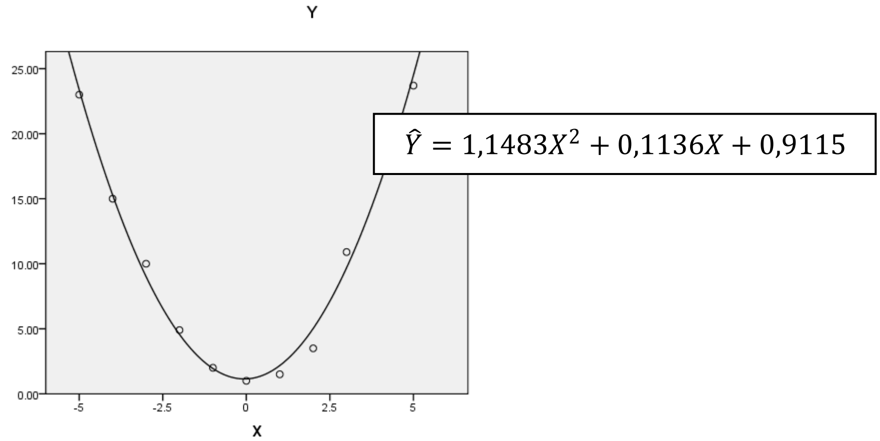
Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates		
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2
Quadratic	.989	372.497	2	8	.000	1.148	.114	.912

The independent variable is X.

Tabel 19.1 memberikan informasi bahwa nilai koefisien determinasi atau *R Square* adalah 0,989. Perhatikan juga bawa nilai a, b, dan c masing-masing adalah 1,148, 0,114, dan 0,912, sehingga diperoleh persamaan regresi nonlinear sederhana kuadratik $\hat{Y} = 1{,}148X^2 + 0{,}114X + 0{,}912$.



Gambar 19.3

Regresi Nonlinear Sederhana Power dalam SPSS

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 19.4. Kemudian pilih *Analyze => Regression => Curve Estimation*, sehingga muncul kotak dialog *Curve Estimation*. Masukkan variabel **X** pada kotak *Independent* dan variabel **Y** pada kotak *Dependent(s)*. Pada *Models* pilih *Power*. Selanjutnya pilih OK. Hasil berdasarkan SPSS disajikan pada Tabel 19.2.

	X	Y
1	1	1
2	2	28
3	3	129
4	4	390
5	5	1100
6	6	1900
7	7	3680
8	8	6150

Gambar 19.4

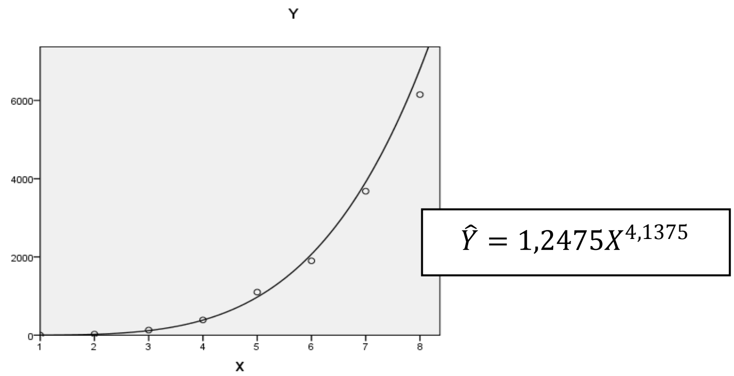
Tabel 19.2

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Power	.997	2324.432	1	6	.000	1.248	4.137

The independent variable is X.

Pada Tabel 19.2 memberikan informasi bahwa koefisien determinasi atau *R Square* bernilai 0,997. Perhatikan juga bawa nilai a dan b masing-masing adalah 1,248 dan 4,137, sehingga diperoleh persamaan regresi nonlinear sederhana *power* $\hat{Y} = 1{,}248X^{4{,}137}$.



Gambar 19.5

Regresi Nonlinear Sederhana Eksponensial dalam SPSS

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 19.6. Kemudian pilih *Analyze => Regression => Curve Estimation*, sehingga muncul kotak dialog *Curve Estimation*. Masukkan variabel **X** pada kotak *Independent* dan variabel **Y** pada kotak *Dependent(s)*. Pada *Models* pilih *Exponential*. Selanjutnya pilih OK. Hasil berdasarkan SPSS disajikan pada Tabel 19.3.

	X	Y
1	1.00	19.17
2	1.10	30.08
3	1.20	29.07
4	1.30	36.39
5	1.40	45.33
6	1.50	55.26
7	1.60	73.60
8	1.70	92.89
9	1.80	101.79
10	1.90	129.10
11	2.00	169.79

Gambar 19.6

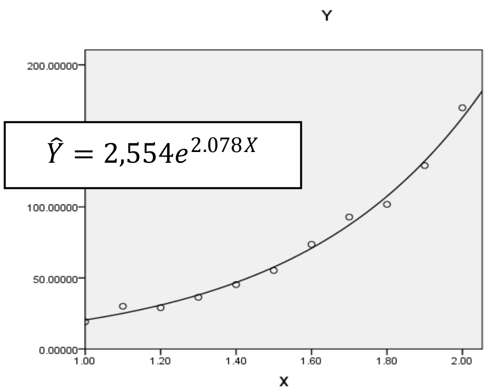
Tabel 19.3

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Exponential	.988	770.343	1	9	.000	2.554	2.078

The independent variable is X.

Tabel 19.3 memberikan informasi bahwa koefisien determinasi atau *R Square* bernilai 0,988. Perhatikan juga bawa nilai a dan b masing-masing adalah 2,554 dan 2,078, sehingga diperoleh persamaan regresi nonlinear sederhana eksponensial $\hat{Y} = 2{,}554e^{2.078X}$.



Gambar 19.7

Regresi Nonlinear Sederhana Inverse dalam SPSS

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 19.8. Kemudian pilih *Analyze => Regression => Curve Estimation*, sehingga muncul kotak dialog *Curve Estimation*. Masukkan variabel **X** pada kotak *Independent* dan variabel **Y** pada kotak *Dependent(s)*. Pada *Models* pilih *Inverse*. Selanjutnya pilih OK. Hasil berdasarkan SPSS disajikan pada Tabel 19.4.

	X	Y
1	1.00	3.0000
2	5.00	1.3500
3	10.00	1.2000
4	20.00	1.0900
5	50.00	1.0500
6	100.00	1.0200
7	150.00	1.0130
8	200.00	1.0600
9	250.00	1.0080
10	300.00	1.0067

Gambar 19.8

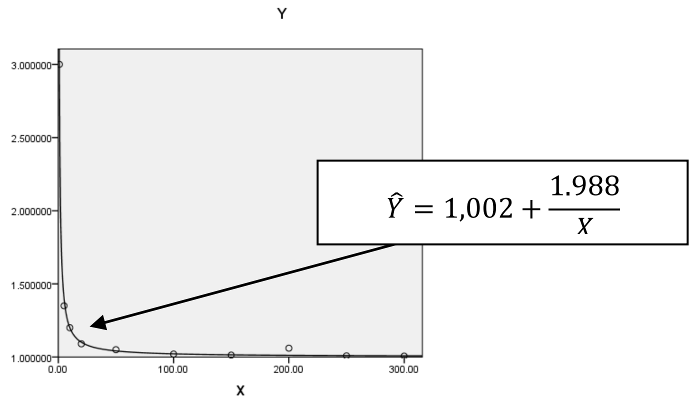
Tabel 19.4

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Inverse	.999	5334.531	1	8	.000	1.002	1.988

The independent variable is X.

Pada Tabel 19.4 memberikan informasi bahwa koefisien determinasi atau *R Square* bernilai 0,999. Perhatikan juga bawa nilai a dan b masing-masing adalah 1,002 dan 1,988, sehingga diperoleh persamaan regresi nonlinear sederhana *inverse* $\hat{Y} = 1{,}002 + \frac{1.988}{X}$.



Gambar 19.9

Regresi Nonlinear Sederhana Logaritma dalam SPSS

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 19.10. Kemudian pilih *Analyze => Regression => Curve Estimation*, sehingga muncul kotak dialog *Curve Estimation*. Masukkan variabel **X** pada kotak *Independent* dan variabel **Y** pada kotak *Dependent(s)*. Pada *Models* pilih *Logarithmic*. Selanjutnya pilih OK. Hasil berdasarkan SPSS disajikan pada Tabel 19.5.

Pada Tabel 19.5 memberi informasi bahwa koefisien determinasi atau *R Square* bernilai 0,993. Perhatikan juga bawa nilai a dan b masing-masing adalah 2,021 dan 2,967, sehingga diperoleh persamaan regresi nonlinear sederhana logaritma $\hat{Y} = 2{,}021 + 2{,}967 \ln X$.

	X	Y
1	1.00	2.0000
2	2.00	4.0890
3	3.00	5.1950
4	4.00	6.1580
5	5.00	6.9280
6	6.00	7.1750
7	7.00	7.8370
8	8.00	8.5380
9	9.00	8.5910
10	10.00	8.5070

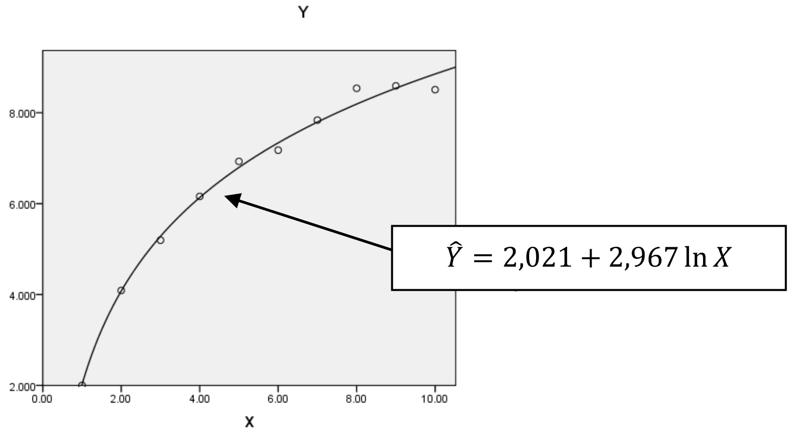
Tabel 19.5

Dependent Variable:Y

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Logarithmic	.993	1147.784	1	8	.000	2.021	2.967

The independent variable is X.

Gambar 19.10



Gambar 19.11

BAB 20

STATISTIKA NONPARAMETRIK

Uji Tanda dan Contoh Perhitungan

Uji tanda merupakan uji nonparametrik yang digunakan untuk menguji ada tidaknya perbedaan dari dua buah populasi yang saling berpasangan. Misalkan diberikan data mengenai berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu.

Tabel 20.1 (Data Fiktif)

Nama	A	B	C	D	E	F	G	H	I
P	45 kg	50 kg	35 kg	45 kg	54 kg	44 kg	41 kg	44 kg	35 kg
Q	44 kg	50 kg	37 kg	50 kg	57 kg	48 kg	45 kg	44 kg	35 kg
Tanda	-	0	+	+	+	+	+	0	0

Berdasarkan data pada Tabel 20.1, misalkan P menyatakan sampel mengenai data berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ, sedangkan Q menyatakan sampel mengenai data berat badan setelah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu. Berdasarkan data pada Tabel 20.1, jumlah responden yang diteliti sebanyak 9 responden. Perhatikan bahwa $(45{,}44)$, $(50{,}50)$, $(35{,}37)$, dan seterusnya merupakan pasangan-pasangan nilai berdasarkan sampel P dan sampel Q.

Seorang yang bernama A sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ memiliki berat badan 45 kg dan setelah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu memiliki berat badan 44 kg, yang dinyatakan dengan $(45{,}44)$. Seorang yang bernama B sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ memiliki berat badan 50 kg dan setelah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu memiliki berat badan 50 kg yang dinyatakan dengan $(50{,}50)$, dan seterusnya.

Pada uji tanda, jika selisih dari pasangan nilai data bernilai positif $(Q > P)$, maka diberi tanda positif $(+)$. Berdasarkan data pada Tabel 20.1, tanda positif $(+)$ diberikan kepada C, D, E, F, dan G. Jika selisih dari pasangan nilai data bernilai negatif $(Q < P)$, maka diberi tanda negatif $(-)$. Berdasarkan data pada Tabel 20.1, tanda negatif $(-)$ diberikan kepada A. Namun jika selisih dari pasangan nilai data bernilai 0 $(Q = P)$, maka diberi nilai 0. Berdasarkan data pada Tabel 20.1, nilai 0 diberikan kepada B, H, dan I.

Data dalam uji tanda bersifat ordinal, yakni data yang dianalisis pada uji tanda berupa tanda positif $(+)$ dan tanda negatif $(-)$, sedangkan nilai 0 tidak diikutsertakan dalam analisis. Nilai 0 berarti tidak terdapat perubahan sebelum dan sesudah perlakuan. Misalkan n menyatakan jumlah tanda positif $(+)$ dan tanda negatif $(-)$. Berdasarkan data pada Tabel 20.1, jumlah tanda positif $(+)$ sebanyak 5, sedangkan jumlah tanda negatif $(-)$ sebanyak 1, sehingga nilai n adalah $5 + 1 = 6$.

Misalkan X menyatakan jumlah tanda yang paling sedikit, yakni antara jumlah tanda positif $(+)$ atau jumlah tanda negatif $(-)$. Berdasarkan data pada Tabel 20.1, diketahui jumlah tanda positif $(+)$ sebanyak 5, sedangkan jumlah tanda negatif $(-)$ sebanyak 1, sehingga nilai X adalah 1. Hipotesis nol yang diuji pada uji tanda pada dasarnya menyatakan tidak dapat pengaruh sebelum dan sesudah perlakuan. Dengan kata lain, probabilitas untuk memperoleh tanda positif $(+)$ sama dengan probabilitas untuk memperoleh tanda negatif $(-)$, yakni

$$H_0 : P(+) = P(-).$$

Hipotesis alternatif menyatakan terdapat pengaruh sebelum dan sesudah perlakuan (dalam hal ini uji dua arah). Dengan kata lain, probabilitas untuk memperoleh tanda positif $(+)$ tidak sama dengan probabilitas untuk memperoleh tanda negatif $(-)$, yakni

$$H_1 : P(+) = P(-).$$

Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, perlu dihitung nilai probabilitas kumulatif (*p-value*) dari nilai X. Jika dilakukan pengujian hipotesis dua arah (terdapat dua daerah penolakan hipotesis nol), maka rumus untuk menghitung nilai pobabilitas kumulatif dari nilai X adalah

$$2\left[\sum_{i=0}^{X} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^{i} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-i}\right].$$

Jika dilakukan pengujian hipotesis satu arah (terdapat satu daerah penolakan hipotesis nol), maka rumus untuk menghitung nilai pobabilitas kumulatif dari nilai X adalah

$$\sum_{i=0}^{X} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^{i} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-i}.$$

Jika nilai probabilitas kumulatif dari nilai X lebih besar atau sama dengan tingkat signifikansi (α), maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Namun jika nilai probabilitas kumulatif dari nilai X lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi (α), maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima.

$$Jika\ nilai\ probabilitas\ kumulatif\ dari\ X\ (p - value) \geq \alpha, H_0\ diterima, H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas\ kumulatif\ dari\ X\ (p - value) < \alpha, H_0\ ditolak, H_1\ diterima.$$

Tabel 20.2 menyajikan nilai probabilitas kumulatif.

Tabel 20.2

Test Statistics[b]

	sesudah – sebelum
Exact Sig. (2-tailed)	.013[a]

a. Binomial distribution used.

b. Sign Test

"*2-Tailed*" berarti **pengujian hipotesis berlaku dua arah**. Nilai 0,013 merupakan nilai probabilitas kumulatif yang dihitung berdasarkan rumus binomial.

Sebagai contoh misalkan seorang ahli farmasi ingin mengetahui ada tidaknya pengaruh terhadap perubahan berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu.

Tabel 20.3 (Data Fiktif)

Nama	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
X	45	55	57	54	65	72	80	44	67	60	65	75	67	66	62
Y	50	60	60	65	63	80	90	50	65	60	75	80	85	70	65

Misalkan X menyatakan berat badan **sebelum** mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ, sedangkan Y menyatakan berat badan **sesudah** mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu. Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5%, berikut akan diuji apakah terdapat perbedaan berat badan yang signifikan secara statistika, sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0 : Tidak terdapat perbedaan berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek A dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek A selama satu minggu atau dapat dinyatakan $P(+) = P(-)$.

H_1 : Terdapat perbedaan berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek A dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek A selama satu minggu atau dapat dinyatakan $P(+) \neq P(-)$.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menentukan tingkat signifikansi yang nantinya akan dibandingkan dengan nilai probabilitas kumulatif dari nilai X. Tingkat signifikansi yang digunakan dalam kasus ini adalah $\alpha = 5\%$ atau $\alpha = 0{,}05$.

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai probabilitas kumulatif dari nilai X.

Tabel 20.4

Nama	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
X	45	55	57	54	65	72	80	44	67	60	65	75	67	66	62
Y	50	60	60	65	63	80	90	50	65	60	75	80	85	70	65
Tanda	+	+	+	+	-	+	+	+	-	0	+	+	+	+	+

⇨ Pertama akan ditentukan tanda untuk setiap pasangan nilai data. Berdasarkan data pada Tabel 1.4, pasangan nilai data $(45{,}50)$ diberi tanda positif $(+)$ karena $50 -$

$45 > 0$, pasangan nilai data $(67{,}65)$ diberi tanda negatif $(-)$ karena $65 - 67 < 0$, dan seterusnya.

- ⇨ Selanjutnya akan ditentukan nilai dari n. Perhatikan bahwa n menyatakan jumlah dari tanda positif $(+)$ dan tanda negatif $(-)$. Berdasarkan Tabel 20.4, tanda positif $(+)$ berjumlah 12 dan tanda negatif $(-)$ berjumlah 2, sehingga nilai n adalah $12 + 2 = 14$.

- ⇨ Kemudian akan dihitung nilai probabilitas kumulatif dari nilai X. Perhatikan bahwa nilai X menyatakan jumlah tanda yang paling sedikit, yakni antara tanda positif $(+)$ atau tanda negatif $(-)$. Diketahui jumlah tanda positif sebanyak 12 dan jumlah tanda negatif $(-)$ sebanyak 2, sehingga nilai X adalah 2. Berikut akan dihitung nilai probabilitas kumulatif (*p-value*) dari nilai $X = 2$.

$$2\left[\sum_{i=0}^{x}\binom{n}{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-i}\right] = 2\left[\binom{14}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\left(\frac{1}{2}\right)^{14} + \binom{14}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{13} + \binom{14}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{12}\right]$$

$$= 2[0{,}000061 + 0{,}000855 + 0{,}005554]$$

$$= 0{,}013.$$

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ nilai\ probabilitas\ kumulatif\ dari\ X \geq\ \alpha, maka\ H_0\ diterima, H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas\ kumulatif\ dari\ X < \alpha, maka\ H_1\ diterima, H_0\ ditolak.$$

Berdasarkan perhitungan, diperoleh nilai probabilitas kumulatif untuk $X = 2$ adalah 0,013, dan tingkat signifikansi yang akan dibandingkan adalah 0,05. Karena nilai probabilitas kumulatif untuk $X = 2$, yakni 0,013, lebih kecil dari nilai tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai "terdapat perbedaan berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Dengan kata lain, terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika mengenai berat badan, sebelum dan setelah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu.

Uji Wilcoxon dan Contoh Perhitungan

Uji peringkat bertanda Wilcoxon dikembangkan oleh Frank Wilcoxon. Uji peringkat bertanda Wilcoxon dan uji tanda sama-sama menguji dua buah populasi berpasangan. Pada uji tanda hanya memperhatikan arah (*direction*) dari selisih untuk setiap pasangan nilai data, sedangkan pada uji Wilcoxon, selain memperhatikan arah (tanda positif $(+)$ atau tanda negatif $(-)$) dari selisih untuk setiap pasangan nilai data, juga mengukur jarak atau besar (*magnitude*) dari selisih untuk setiap pasangan nilai data. Oleh karena itu, uji peringkat bertanda Wilcoxon lebih banyak memberikan informasi dibandingkan uji tanda. Misalkan diberikan data mengenai berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu.

Tabel 20.5

Nama	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Total
P	45 kg	50 kg	35 kg	45 kg	54 kg	44 kg	41 kg	44 kg	35 kg	
Q	44 kg	50 kg	37 kg	50 kg	57 kg	48 kg	45 kg	44 kg	35 kg	
$Q-P$	-1	0	+2	+5	+3	+4	+4	0	0	
$\lvert Q-P\rvert$	1		2	5	3	4	4			
Ranking	1		2	6	3	4,5	4,5			
Tanda +			2	6	3	4,5	4,5			20
Tanda −	1									1

Pada uji peringkat bertanda Wilcoxon, pertama dihitung selisih untuk setiap pasangan nilai data. Perhatikan bahwa pada Tabel 20.5 untuk baris $Q-P$, dihitung selisih untuk setiap pasangan nilai data. Pada uji tanda, selisih untuk pasangan nilai data hanya dinyatakan oleh tanda positif $(+)$, tanda negatif $(-)$, atau nilai 0, sedangkan pada uji peringkat bertanda Wilcoxon, selain memperhatikan tanda dari selisih untuk untuk pasangan nilai data, uji peringkat bertanda Wilcoxon juga mengukur jarak atau besar (*magnitude*) dari selisih untuk pasangan nilai data. Selanjutnya, nilai selisih untuk setiap pasangan nilai data diabsolutkan, seperti pada baris $|Q-P|$ pada Tabel 20.5. Pada uji peringkat bertanda Wilcoxon, nilai $Q-P=0$ tidak diikutsertakan dalam analisis lebih lanjut. Kemudian, nilai absolut dari selisih untuk setiap pasangan nilai data diberi ranking atau peringkat, seperti pada baris Ranking pada Tabel 20.5. Selanjutnya nilai ranking tersebut dikelompokkan berdasarkan tanda positif $(+)$ atau tanda negatif $(-)$, seperti pada baris Tanda $+$ dan Tanda – pada Tabel 20.5. Perhatikan bahwa, berdasarkan Tabel 20.5, jumlah ranking untuk tanda positif $(+)$ sebanyak 20, sedangkan jumlah ranking untuk tanda negatif $(-)$ sebanyak 1.

Uji statistik yang digunakan pada uji peringkat bertanda Wilcoxon adalah uji statistik Wilcoxon $\left(W_{hitung}\right)$. Nilai statistik dari uji Wilcoxon merupakan nilai dari jumlah ranking yang paling kecil, yakni antara jumlah ranking untuk tanda positif $(+)$ atau jumlah ranking untuk tanda negatif $(-)$. Berdasarkan Tabel 20.5, nilai statistik dari uji Wilcoxon adalah $W_{hitung} = \min(20; 1) = 1$. Setelah diperoleh nilai statistik dari uji Wilcoxon $\left(W_{hitung}\right)$, kemudian menentukan nilai kritis Wilcoxon (W_{kritis}) yang diperoleh berdasarkan tabel distribusi Wilcoxon. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ W_{hitung} \leq W_{kritis}, H_1\ diterima\ dan\ H_0\ ditolak.$$
$$Jika\ W_{hitung} > W_{kritis}, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$

Selain itu, penyelesaian pada uji peringkat bertanda Wilcoxon dapat diselesaikan dengan pendekatan normal atau uji statistik Z. jika ukuran sampel cukup besar (*moderately large*), yakni ukuran sampel lebih dari 20, maka pendekatan normal dapat digunakan. Montgomery dan Runger (2014:364) menyatakan sebagai berikut.

"*If the sample size is moderately large, say,* $n > 20$, *it can be shown that* W^+ *(or* W^-*) has approximately a normal distribution with mean*

$$\mu_{W^+} = \frac{n(n+1)}{4}, and\ variance\ \sigma^2_{W^+} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}."$$

Nilai statistik dari uji Wilcoxon terlebih dahulu ditransformasi ke dalam bentuk nilai normal Z terstandarisasi. Berikut rumus untuk mentransformasi nilai statistik dari uji Wilcoxon ke dalam bentuk nilai normal Z terstandarisasi.

$$Z = \frac{W_{hitung} - \left[\frac{(n)(n+1)}{4}\right]}{\sqrt{\frac{(n)(n+1)(2n+1)}{24}}}.$$

Setelah memperoleh nilai normal Z terstandarisasi, kemudian pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat ditentukan dengan cara membandingkan probabilitas kumulatif dari nilai normal Z terstandarisasi terhadap tingkat signifikansi (α) yang digunakan.

$$Jika\ nilai\ probabilitas\ kumulatif\ dari\ Z \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima, H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas\ kumulatif\ dari\ Z < \alpha, maka\ H_1\ diterima, H_0\ ditolak.$$

Tabel 20.6 menyajikan nilai probabilitas kumulatif dari nilai normal Z.

Tabel 20.6

Test Statistics[b]

	sesudah - sebelum
Z	-3.113[a]
Asymp. Sig. (2-tailed)	.002

a. Based on negative ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

Nilai $Z = -3{,}113$ merupakan hasil transformasi dari nilai statistik dari uji Wilcoxon. *Asymp. Sig. (2-tailed)* merupakan nilai probabilitas kumulatif Z.

Contoh yang sama pada uji tanda akan diselesaikan dengan uji peringkat bertanda Wilcoxon. Misalkan seorang ahli farmasi ingin mengetahui ada tidaknya pengaruh yang signifikan secara statistika mengenai berat badan, sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0 : Tidak terdapat perbedaan berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu atau dapat dinyatakan $\mu_X = \mu_Y$.

H_1 : Terdapat perbedaan berat badan sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu atau dapat dinyatakan $\mu_X \neq \mu_Y$.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menghitung nilai kritis Wilcoxon (W_{kritis}) berdasarkan tabel distribusi Wilcoxon. Diketahui banyaknya nilai $Q - P$ yang bertanda positif dan negatif, yakni n adalah 14 (lihat Tabel 20.7). Nilai kritis Wilcoxon dengan tingkat signifikansi 5% dan $n = 14$ adalah 21 (lihat tabel distribusi Wilcoxon untuk menentukan nilai kritis Wilcoxon).

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji Wilcoxon (W_{hitung}).

Tabel 20.7

		Berat Badan (kg)					Tanda	
Nomor	Nama	X	Y	$Y-X$	$\lvert Y-X\rvert$	Ranking	$+$	$-$
1	A	45	50	+5	5	7	7	
2	B	55	60	+5	5	7	7	
3	C	57	60	+3	3	3,5	3,5	
4	D	54	65	+11	11	13	13	
5	E	65	63	-2	2	1,5		1,5
6	F	72	80	+8	8	10	10	
7	G	80	90	+10	10	11,5	11,5	
8	H	44	50	+6	6	9	9	
9	I	67	65	-2	2	1,5		1,5
10	J	60	60	0				
11	K	65	75	+10	10	11,5	11,5	
12	L	75	80	5	5	7	7	
13	M	67	85	+18	18	14	14	
14	N	66	70	+4	4	5	5	
15	O	62	65	+3	3	3,5	3,5	
		JUMLAH				105	102	3

⇨ Nilai absolut dari selisih untuk setiap pasangan data diberi ranking atau peringkat. Berdasarkan data pada Tabel 2.3, data $|Y - X|$ secara berurutan adalah 5, 5, 3, 11, 2, 8, 10, 6, 2, 10, 5, 18, 4, dan 3. Data $|Y - X|$ yang bernilai 0 tidak diikutkan dalam analisis. Selanjutnya data tersebut diurutkan dari yang paling kecil sampai yang paling besar (lihat Tabel 20.8).

Tabel 20.8 Data $|Y - X|$ setelah Diurutkan

Urutan ke	$\lvert Y-X\rvert$	Urutan ke	$\lvert Y-X\rvert$
1	2	8	5
2	2	9	7
3	3	10	8
4	3	11	10
5	4	12	10
6	5	13	11
7	5	14	18

Data $|Y - X|$ dengan nilai 2 terdapat dua buah, yakni berada pada urutan ke-1 dan urutan ke-2. Data $|Y - X|$ dengan nilai 18 berada pada urutan terakhir, yakni urutan ke-14.

Nilai ranking untuk data $|Y - X|$ dengan nilai 2 adalah 1,5. Nilai ranking tersebut merupakan rata-rata dari nilai urutan data $|Y - X|$ dengan nilai 2.

$$\frac{1 + 2}{2} = 1{,}5.$$

Data $|Y - X|$ dengan nilai 5 terdapat tiga buah, yakni berada pada urutan 6,7, dan 8. Nilai ranking untuk data $|Y - X|$ dengan nilai 5 adalah 7. Nilai ranking tersebut merupakan rata-rata dari urutan data $|Y - X|$ dengan nilai 5.

$$\frac{6 + 7 + 8}{3} = 7.$$

- ⇨ Selanjutnya nilai ranking dikelompokkan berdasarkan tanda positif $(+)$ atau tanda negatif $(-)$. Jika $(Y - X)$ bernilai negatif, maka nilai ranking dikelompokkan ke dalam kelompok tanda negatif $(-)$. Jika $(Y - X)$ bernilai positif, maka nilai ranking dikelompokkan ke dalam kelompok tanda positif $(+)$. Sebagai contoh $(Y - X) = -2$ memiliki nilai ranking 1,5. Karena $(Y - X)$ bernilai negatif, yakni -2, maka nilai ranking 1,5 dikelompokkan ke dalam kelompok tanda negatif $(-)$. Perhatikan juga bahwa $(Y - X) = 11$ memiliki ranking 13. Karena $(Y - X)$ bernilai positif, yakni 11, maka nilai ranking 13 dikelompokkan ke dalam kelompok tanda positif $(+)$.

- ⇨ Kemudian menentukan nilai n. Perhatikan bahwa n merupakan banyaknya nilai $Y - X$ yang bertanda positif $(+)$ atau negatif $(-)$. Berdasarkan data pada Tabel 20.7, nilai selisih $Y - X > 0$ berjumlah 12, sedangkan nilai selisih $Y - X < 0$ berjumlah 2, sehingga nilai n adalah $2 + 12 = 14$.

- ⇨ Selanjutnya menjumlahkan ranking berdasarkan tanda positif $(+)$ dan tanda negatif $(-)$. Berdasarkan data pada Tabel 20.7, jumlah ranking untuk tanda positif $(+)$ adalah 102 dan jumlah ranking untuk tanda negatif $(-)$ adalah 3. Nilai statistik dari uji Wilcoxon merupakan nilai dengan jumlah ranking yang paling kecil, yakni antara jumlah ranking untuk tanda positif $(+)$ atau jumlah ranking untuk tanda negatif $(-)$. Berdasarkan Tabel 2.3, nilai statistik dari uji Wilcoxon adalah $W_{hitung} = \min(102; 3) = 3$.

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan dalam pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ W_{hitung} \leq W_{kritis}, H_1\ diterima\ \ dan\ H_0\ ditolak.$$
$$Jika\ W_{hitung} > W_{kritis}, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$

Diketahui nilai statistik dari uji Wilcoxon adalah 3 dan nilai kritis Wilcoxon adalah 21. Karena nilai statistik dari uji Wilcoxon, yakni 3 lebih kecil dari nilai kritis Wilcoxon, yakni 21, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai "terdapat perbedaan yang signifikan (secara statistika) mengenai berat badan, sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

Penyelesaian dengan Pendekatan Normal

Lakukan transformasi terhadap nilai statistik dari uji Wilcoxon menjadi nilai normal Z terstandarisasi. Berikut rumus untuk mentransformasi nilai statistik dari uji Wilcoxon menjadi nilai normal Z terstandarisasi.

$$Z = \frac{W_{hitung} - \left[\frac{(n)(n+1)}{4}\right]}{\sqrt{\frac{(n)(n+1)(2n+1)}{24}}}.$$

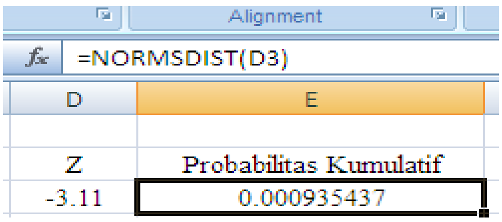
Berdasarkan perhitungan sebelumnya, nilai statistik dari uji Wilcoxon adalah 3, sehingga

$$Z = \frac{3 - \left[\frac{(14)(14+1)}{4}\right]}{\sqrt{\frac{(14)(14+1)(2 \times 14+1)}{24}}}$$

$$Z = \frac{-49{,}5}{15{,}92953232}$$

$$Z = -3{,}108 \; atau - 3{,}11.$$

Nilai normal Z terstandarisasi adalah $-3{,}11$. Nilai probabilitas kumulatif dari $Z = -3{,}11$ berdasarkan tabel **distribusi normal kumulatif** adalah 0,0009. Dengan *Microsoft Excel* dapat dihitung sebagai berikut (Gambar 20.1).



Gambar 20.1

Karena pengujian hipotesis dua arah, maka nilai probabilitas kumulatif yang akan dibandingkan dengan tingkat signifikansi adalah

$$2 \times 0{,}0009 = 0{,}0018 \; atau \; 0{,}002.$$

Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas kumulatif $0{,}002 < \alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai “terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai berat badan, sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu” dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

Uji Mann-Whitney dan Contoh Perhitungan

Uji Mann-Whitney merupakan uji nonparametrik yang digunakan untuk menguji ada tidaknya perbedaan dari dua populasi yang saling independen. Uji Mann-Whitney merupakan alternatif dari uji t untuk dua populasi independen ketika asumsi normalitas populasi tidak terpenuhi.

Sebagai contoh kasus, andaikan seorang dosen ingin meneliti mengenai ada tidaknya perbedaan yang signifikan secara statistika pada nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika. Untuk keperluan penelitian, dosen tersebut mengambil sampel sebanyak 8 nilai ujian matakuliah kalkulus yang terdiri dari

4 nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika dan 4 nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika. Data disajikan pada Tabel 20.9.

Tabel 20.9 (Data Fiktif)

Nama	X	$R(X)$	Nama	Y	$R(Y)$
Ugi	65	2	Andi	80	5,5
Mifdhal	68	3	Firdaus	90	7
Iqbal	70	4	Joko	95	8
Alan	80	5,5	Mamat	50	1
Total $R(X)$		14,5	Total $R(Y)$		21,5

Berdasarkan data pada Tabel 20.9, misalkan X merupakan sampel nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika, sedangkan Y merupakan sampel nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika. Pada uji Mann-Whitney perlu ditentukan nilai ranking untuk masing-masing nilai data dari kedua sampel. Untuk menentukan nilai ranking dari masing-masing nilai data dari kedua sampel, gabungkan seluruh nilai data dari kedua sampel. Selanjutnya, sajikan nilai-nilai tersebut dimulai dari nilai yang paling kecil hingga nilai yang paling besar. Perhatikan Tabel 20.10.

Tabel 20.10

Urutan	1	2	3	4	5	6	7	8
Nilai	50	65	68	70	80	80	90	95
Ranking	1	2	3	4	5,5	5,5	7	8

Berdasarkan data pada Tabel 20.10, nilai 50 berada pada urutan pertama karena nilai tersebut merupakan nilai paling kecil, sedangkan nilai 80 berada pada urutan kelima dan keenam. Selanjutnya, untuk setiap nilai data dari kedua sampel diberi ranking. Untuk nilai data 50 diberi ranking 1, karena terletak pada urutan pertama. Namun perhatikan bahwa untuk nilai data 80 diberi ranking 5,5. Perhatikan bahwa nilai data 80 terletak pada urutan kelima dan keenam, sehingga

$$nilai\ ranking\ 80 = \frac{5+6}{2} = 5{,}5.$$

Setelah masing-masing nilai data dari kedua sampel diberi ranking, maka jumlahkan ranking untuk masing-masing sampel. Berdasarkan Tabel 20.9, jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus untuk sampel mahasiswa jurusan matematika $\left(R(X)\right)$ adalah 14,5, sedangkan jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus untuk sampel mahasiswa jurusan statistika $\left(R(Y)\right)$ adalah 21,5. Setelah menghitung jumlah ranking untuk masing-masing nilai data dari kedua sampel, maka akan ditentukan nilai statistik dari uji Mann-Whitney $\left(U_{hitung}\right)$.

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{(n_1)(n_1+1)}{2} - R_1$$
$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{(n_2)(n_2+1)}{2} - R_2.$$

Perhatikan bahwa n_1 menyatakan jumlah elemen atau pengamatan pada sampel pertama, n_2 menyatakan jumlah elemen atau pengamatan pada sampel kedua, R_1 menyatakan jumlah ranking pada sampel pertama, dan R_2 menyatakan jumlah ranking pada sampel kedua. Nilai statistik dari uji Mann-Whitney merupakan $U_{hitung} = \text{minimum}(U_1, U_2)$. Setelah memperoleh nilai statistik dari uji Mann-Whitney, kemudian dibandingkan dengan nilai kritis Mann-Whitney (U_{kritis}) berdasarkan tabel distribusi Mann-Whitney. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$U_{hitung} \leq U_{kritis}\ , H_1\ diterima, H_0\ ditolak.$$
$$U_{hitung} > U_{kritis}\ , H_0\ diterima, H_1\ ditolak.$$

Selain itu, penyelesaian pada uji uji Mann-Whitney dapat diselesaikan dengan pendekatan normal atau uji statistik Z. Jika ukuran sampel cukup besar (*moderately large*), yakni n_1 dan n_2 lebih besar dari 8, maka pendekatan normal dapat digunakan. Montgomery dan Runger (2014:398) menyatakan sebagai berikut.

"*When both n_1 and n_2 are moderately large, say, more than eight, the distribution of w_1 can be well approximated by normal distribution with mean*

$$\mu_{w_1} = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}$$

and variance

$$\sigma^2_{w_1} = \frac{n_1 n_2(n_1 + n_2 + 1)}{12}$$

Therefore, for n_1 and $n_2 > 8$, we could use $Z_0 = \frac{W_1 - \mu_{w_1}}{\sigma_{w_1}}$."

Nilai statistik dari uji Mann-Whitney terlebih dahulu ditransformasi ke dalam bentuk nilai normal Z terstandarisasi. Berikut rumus untuk mentransformasi nilai statistik dari uji Mann-Whitney ke dalam bentuk nilai normal Z terstandarisasi.

$$Z = \frac{U - \left[\frac{n_1 n_2}{2}\right]}{\sqrt{\frac{(n_1)(n_2)(n_1 + n_2 + 1)}{12}}}.$$

Setelah memperoleh nilai normal Z terstandarisasi, kemudian pengambilan keputusan terhadap hipotesis dapat ditentukan dengan cara membandingkan probabilitas kumulatif dari nilai normal Z terstandarisasi terhadap tingkat signifikansi yang digunakan. Tabel 20.11 menyajikan nilai probabilitas kumulatif dari nilai normal Z terstandarisasi.

Tabel 20.11

Test Statistics[b]

	nilai
Mann-Whitney U	17.500
Wilcoxon W	72.500
Z	-2.497
Asymp. Sig. (2-tailed)	.013
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.011[a]

Mann-Whitney U merupakan nilai statistik dari uji Mann-Whitney. *Asymp. Sig. (2-tailed)* merupakan nilai probabilitas dari nilai normal $Z = -2{,}497$ terstandarisasi.

Sebagai contoh kasus, misalkan seorang dosen ingin meneliti mengenai ada tidaknya perbedaan yang signifikan secara statistika pada nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika. Untuk keperluan penelitian, dosen tersebut mengambil sampel sebanyak 20 nilai ujian matakuliah kalkulus yang terdiri dari 10 nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika dan 10 nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika. Data yang telah dikumpulkan disajikan pada Tabel 20.12.

Tabel 20.12 (Data Fiktif)

Nama Siswa Jurusan Matematika	X	Nama Siswa Jurusan Statistika	Y
Ugi	65	Andi	85
Mifdhal	68	Firdaus	75
Iqbal	70	Joko	75
Alan	80	Mamat	80
John	75	Dani	75
Andre	72	Darma	75
Ridho	65	Febri	75
Hanafi	60	Oman	80
Romi	88	Wily	90
Hasoloan	70	Wawan	85

Berdasarkan data pada Tabel 20.12, misalkan X merupakan sampel nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika, sedangkan Y merupakan sampel nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika. Dalam hal ini, Uji Mann-Whitney digunakan untuk menguji apakah terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dengan jurusan statistika.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0: Tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika.

H_1: Terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menentukan nilai kritis Mann-Whitney (U_{kritis}) berdasarkan tabel distribusi Mann-Whitney. Diketahui jumlah nilai data dalam sampel nilai ujian matakuliah kalkulus jurusan matematika (n_1) adalah 10, jurusan statistika (n_2) adalah 10, dan tingkat signifikansi 0,05, sehingga nilai kritis Mann-Whitney berdasarkan tabel distribusi Mann-Whitney adalah 23.

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji Mann-Whitney $\left(U_{hitung}\right)$.

Tabel 20.13

											Total
Nama	Ugi	Mifdhal	Iqbal	Alan	John	Andre	Ridho	Hanafi	Romi	Hasoloan	
X	65	68	70	80	75	72	65	60	88	70	
$R(X)$	2,5	4	5,5	15	10,5	7	2,5	1	19	5,5	72,5
Nama	Andi	Firdaus	Joko	Mamat	Dani	Darma	Febri	Oman	Wily	Wawan	
Y	85	75	75	80	75	75	75	80	90	85	
$R(Y)$	17,5	10,5	10,5	15	10,5	10,5	10,5	15	20	17,5	137,5

⇨ Gabungkan seluruh nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika (Tabel 20.14).

Tabel 20.14

Nama	Ugi	Mifdhal	Iqbal	Alan	John	Andre	Ridho	Hanafi	Romi	Hasoloan
Nilai	65	68	70	80	75	72	65	60	88	70
Nama	Andi	Firdaus	Joko	Mamat	Dani	Darma	Febri	Oman	Wily	Wawan
Nilai	85	75	75	80	75	75	75	80	90	85

⇨ Urutkan nilai ujian matakuliah kalkulus dari yang paling kecil sampai yang paling besar (Tabel 20.15).

Nilai Hanafi adalah 60. Nilai 60 merupakan nilai yang paling kecil, sehingga nilai 60 berada pada urutan pertama (Tabel 20.15). Nilai Ugi dan Ridho adalah sama, yakni 65. Nilai 65 berada pada urutan kedua dan ketiga. Nilai Wily adalah 90. Nilai 90 adalah nilai yang paling besar, sehingga nilai 90 terletak pada urutan terakhir, yakni urutan keduapuluh.

⇨ Selanjutnya beri ranking untuk setiap nilai ujian matakuliah kalkulus. Nilai ujian matakuliah kalkulus 65 terdapat dua buah nilai, yakni pada urutan kedua dan urutan ketiga, sehingga ranking untuk nilai ujian matakuliah kalkulus 65 adalah

$$\frac{2+3}{2} = 2{,}5.$$

Jadi, nilai ujian matakuliah kalkulus 60 diberi ranking 2,5. Untuk nilai ujian matakuliah kalkulus 75 terdapat enam buah nilai, yakni pada urutan kedelapan sampai dengan urutan ketigabelas, sehingga ranking untuk nilai ujian matakuliah kalkulus 75 adalah

$$\frac{8+9+10+11+12+13}{6} = \frac{63}{3} = 10{,}5,$$

dan seterusnya.

Tabel 20.15

Urutan ke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nama	Hanafi	Ugi	Ridho	Mifdhal	Iqbal	Hasoloan	Andre	John	Firdaus	Joko
Nilai	60	65	65	68	70	70	72	75	75	75
Urutan ke	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nama	Dani	Darma	Febri	Alan	Mamat	Oman	Andi	Wawan	Romi	Wily
Nilai	75	75	75	80	80	80	85	85	88	90

⇨ Jumlahkan ranking berdasarkan masing-masing jurusan. Berdasarkan Tabel 20.13, jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika $R(X)$ adalah 72,5 dan jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika $R(Y)$ adalah 137,5. Selanjutnya menghitung nilai U_1 dan U_2.

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{(n_1)(n_1+1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{(n_2)(n_2+1)}{2} - R_2$$

$$U_1 = (10)(10) + \frac{(10)(10+1)}{2} - 72{,}5 = 82{,}5$$

$$U_2 = (10)(10) + \frac{(10)(10+1)}{2} - 137{,}5 = 17{,}5.$$

Sehingga nilai statistik dari uji Mann-Whitney adalah U_{hitung} = min(82,5 : 17,5) = 17,5.

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$U_{hitung} \leq U_{kritis}\ , H_1\ diterima, H_0\ ditolak.$$
$$U_{hitung} > U_{kritis}\ , H_0\ diterima, H_1\ ditolak.$$

Diketahui nilai statistik dari uji Mann-Whitney adalah 17,5, sedangkan nilai kritis Mann-Whitney adalah 23. Karena nilai dari statistik dari uji Mann-Whitney, yakni 17,5 lebih kecil dari nilai kritis Mann-Whitney, yakni 23, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai "terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

Penyelesaian dengan Pendekatan Normal

Lakukan transformasi nilai statistik dari uji Mann-Whitney menjadi nilai normal Z terstandarisasi. Berikut rumus untuk mentransformasi nilai statistik dari uji Mann-Whitney menjadi nilai normal Z terstandarisasi.

$$Z = \frac{U_{hitung} - \left[\frac{n_1 n_2}{2}\right]}{\sqrt{\frac{(n_1)(n_2)(n_1+n_2+1)}{12}}}\ .$$

Berdasarkan perhitungan sebelumnya, nilai statistik dari uji Mann-Whitney adalah 17,5, sehingga

$$Z = \frac{17{,}5 - \left[\frac{(10)(10)}{2}\right]}{\sqrt{\frac{(10)(10)(\ 10+10+1\ )}{12}}}$$

$$Z = \frac{-32,5}{13,22876}$$

$$Z = -2,456 \; atau -2,46.$$

Berdasarkan perhitungan diperoleh nilai normal Z terstandarisasi adalah $-2,46$. Nilai probabilitas kumulatif dari $Z = -2,46$ berdasarkan **tabel distribusi normal kumulatif** adalah $0,0069$. Diketahui pengujian hipotesis dua arah, sehingga probabilitas kumulatif yang akan dibandingkan dengan tingkat signifikansi adalah

$$2 \times 0,0069 = 0,0138 \; atau \; 0,014.$$

Karena nilai probabilitas kumulatif, yakni $0,014 < \alpha = 0,05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan "terdapat perbedaan nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan statistika dan mahasiswa jurusan matematika" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

Uji McNemar dan Contoh Perhitungan

Uji McNemar merupakan uji nonparametrik yang digunakan untuk menguji dua buah populasi yang saling berpasangan. Pada uji McNemar, sekelompok subjek penelitian (misalkan sekelompok orang) memberikan suatu penilaian sebelum dan sesudah perlakuan. Masing-masing subjek penelitian hanya memiliki dua macam penilaian (*dichotomous outcomes*) untuk setiap perlakuan yang diberikan. Dua penilaian tersebut bersifat saling berlawanan atau dikotomi. Contoh dari dua penilaian yang bersifat saling berlawanan, yakni "benar atau salah", "sukses atau gagal", "ikut atau tidak ikut", "datang atau tidak datang", "sulit atau tidak sulit", dan sebagainya. Misalkan "1" menyatakan kejadian "sukses", sedangkan "0" menyatakan kejadian "gagal". Kemudian misalkan (X, Y) menyatakan pasangan pengamatan/kejadian, dengan X menyatakan kejadian sebelum perlakuan, sedangkan Y menyatakan kejadian setelah perlakuan, maka $(X = 1, Y = 0)$ berarti kejadian sebelum perlakuan adalah sukses, sedangkan setelah perlakuan gagal, $(X = 0, Y = 0)$ berarti kejadian sebelum perlakuan adalah gagal dan setelah perlakuan juga gagal, dan seterusnya.

Hipotesis nol pada uji McNemar menyatakan tidak terdapat perbedaan efek atau pengaruh sebelum dan sesudah perlakuan. Dengan kata lain, probabilitas dari kejadian $(X = 1, Y = 0)$ atau $P(X = 1, Y = 0)$ sama dengan probabilitas untuk kejadian $(X = 0, Y = 1)$ atau $P(X = 0,Y=1$.

Hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan efek atau pengaruh sebelum dan sesudah perlakuan. Dengan kata lain, probabilitas dari kejadian $(X = 1, Y = 0)$ atau $P(X = 1, Y = 0)$ berbeda dengan probabilitas untuk kejadian $(X = 0, Y = 1)$ atau $P(X = 0, Y = 1)$. Dalam uji McNemar, data disajikan dalam tabel kontingensi 2×2. Berikut disajikan tabel kontingensi 2×2.

Tabel 20.16

		Sesudah Perlakuan	
		0	1
Sebelum Perlakuan	0	a	b
	1	c	d

Berdasarkan tabel kontingensi (Tabel 20.16), a merupakan jumlah subjek penelitian yang memberikan respon “0” sebelum perlakuan dan sesudah perlakuan, yang dinyatakan $(0,0)$, b merupakan jumlah subjek penelitian yang memberikan respon “0” sebelum perlakuan dan respon “1” setelah perlakuan, yang dinyatakan $(0,1)$, dan seterusnya. Conover (1999), Kvam dan Vidakovic (2007) mengemukakan ketika $b + c > 20$, maka nilai statistik dari uji McNemar (T_1) dihitung dengan rumus

$$T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c},$$

Lebih lanjut, Conover (1999) menyatakan T_1 semakin mendekati distribusi chi-kuadrat ketika $(b + c)$ semakin besar, dengan derajat bebas 1. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, nilai statistik dari uji McNemar (T_1) kemudian dibandingkan dengan nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}).

$$Jika\ T_1 \leq \ \chi^2_{kritis}, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ T_1 > \ \chi^2_{kritis}, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat digunakan dengan pendekatan nilai probabilitas dari T_1. Nilai probabilitas dari T_1 dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas\ T_1 \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas\ T_1 < \alpha, maka\ H_1\ diterima\ dan\ H_0\ ditolak.$$

Rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji McNemar (T_2), ketika $b + c \leq 20$ adalah sebagai berikut.

$$T_2 = 2\left[\sum_{i=0}^{X} \binom{n}{i} p^i\, q^{n-i}\right].$$

Perhatikan bahwa $n = b + c$, sedangkan $X = \min(b, c)$. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ T_2 \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ T_2 < \alpha, maka\ H_1\ diterima. dan\ H_0\ ditolak.$$

Sebagai contoh kasus, misalkan seorang peneliti sedang meneliti apakah dengan adanya tayangan iklan yang mempromosikan bumbu masakan merek A, terjadi pengaruh yang cukup signifikan terhadap penggunaan bumbu masakan merek A. Data yang telah dikumpulkan oleh peneliti disajikan pada Tabel 20.17.

Berdasarkan data pada Tabel 20.17, seorang yang bernama Hanafi tidak menggunakan bumbu masakan merek A sebelum ada iklan di televisi mengenai promosi bumbu masakan merek A. Namun setelah ada iklan di televisi mengenai bumbu masakan merek A, ia menggunakan bumbu masakan merek A. Perhatikan bahwa kejadian tersebut dapat dilambangkan dengan $(0,1)$. Seorang yang bernama Ugi menggunakan bumbu masakan merek A sebelum ada iklan di televisi mengenai promosi bumbu masakan merek A. Namun, setelah ada iklan di televisi mengenai promosi bumbu masakan merek A, ia tidak lagi menggunakan bumbu masakan merek A. Perhatikan bahwa kejadian tersebut dapat dilambangkan dengan $(1{,}0)$.

Tabel 20.17 (Data Fiktif)

		Pemberian Motivasi			
No.	Nama	Sebelum Ada Iklan		Sesudah Ada Iklan	
1	Hanafi	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan
2	Ridho	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan
3	Niar	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan
4	Fitri	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan
5	Ugi	1	Menggunakan	0	Tidak Menggunakan
6	Romi	1	Menggunakan	1	Menggunakan
7	Mifdal	1	Menggunakan	1	Menggunakan
8	Iqbal	1	Menggunakan	1	Menggunakan
9	Suci	1	Menggunakan	1	Menggunakan
10	Melda	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan
11	Evelin	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan
12	Hasoloan	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan
13	John	0	Tidak Menggunakan	0	Tidak Menggunakan
14	sri	0	Tidak Menggunakan	0	Tidak Menggunakan
15	alan	0	Tidak Menggunakan	1	Menggunakan

Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5%, berikut akan digunakan uji McNemar untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika terhadap penggunaan bumbu masakan merek A, setelah adanya iklan promosi.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0 : $P(0{,}1) = P(1{,}0)$ atau tidak terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika pada penggunaan bumbu masakan mereka A, setelah adanya iklan promosi.

H_1 : $P(0{,}1) \neq P(1{,}0)$ atau terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika pada penggunaan bumbu masakan mereka A, setelah adanya iklan promosi.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menghitung nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}) berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Untuk menghitung nilai kritis chi-kuadrat, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = k - 1.$$

Perhatikan bahwa k merupakan jumlah sampel. Dalam hal ini, nilai $k = 2$, sehingga derajat bebas $2 - 1 = 1$. Nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas 1 dan tingkat signifikansi 5% berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat adalah $3{,}841$.

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji McNemar. Berikut disajikan data dalam tabel kontingensi 2×2.

Tabel 20.18

		Sesudah Ada Iklan	
		0	1
Sebelum Ada Iklan	0	2	8
	1	1	4

Berdasarkan Tabel 20.18, "0" menyatakan tidak menggunakan bumbu masakan merek A, sedangkan "1" menyatakan menggunakan bumbu masakan merek A. Diketahui terdapat 4 orang menggunakan bumbu masakan merek A sebelum dan setelah adanya iklan promosi. Terdapat 8 orang yang tidak menggunakan bumbu masakan merek A sebelum ada iklan promosi. Namun, setelah ada iklan promosi, maka 8 orang tersebut beralih untuk menggunakan bumbu masakan merek A.

Perhatikan bahwa $b + c \leq 20$, yakni $1 + 8 \leq 20$, maka nilai statistik dari uji McNemar (T_2) dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$T_2 = 2\left[\sum_{i=0}^{X} \binom{n}{i} p^i \, q^{n-i}\right].$$

Diketahui $n = 1 + 8 = 9$ dan $X = \min(1,8) = 1$, sehingga

$$T_2 = 2\left[\sum_{i=0}^{X} \binom{n}{i} p^i \, q^{n-i}\right] = 2[P(X = 0) + P(X = 1)]$$

$$= 2\left[\binom{9}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^9 + \binom{9}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^8\right]$$

$$= 2[0{,}001953 + 0{,}017578] = 0{,}039.$$

Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ T_2 \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ T_2 < \alpha, maka\ H_1\ diterima. dan\ H_0\ ditolak.$$

Karena nilai T_2 lebih kecil dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika pada penggunaan bumbu masakan mereka A, setelah adanya iklan promosi pada tingkat signifikansi 5%.

Korelasi Berperingkat Spearman dan Contoh Perhitungan

Korelasi berperingkat Spearman merupakan suatu nilai yang mengukur keeratan suatu hubungan antara dua buah variabel, di mana nilai tersebut dihitung berdasarkan data ranking yang diperoleh berdasarkan data asli dari masing-masing variabel. Pada korelasi Pearson, nilai korelasi dihitung dengan menggunakan data asli, sedangkan nilai korelasi berperingkat Spearman dihitung dengan menggunakan data ranking yang diperoleh berdasarkan data aslinya. Berikut rumus untuk menghitung korelasi berperingkat Spearman (r_s).

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} {D_i}^2}{(n)(n^2-1)}.$$

Perhatikan bahwa r_s menyatakan nilai korelasi berperingkat Spearman, D_i menyatakan nilai selisih dari pasangan nilai data ranking ke-i, dan n menyatakan jumlah elemen dalam sampel. Setelah diperoleh nilai korelasi berperingkat Spearman (sampel), maka perlu diuji signifikansi dari korelasi berperingkat Spearman populasi (ρ_s). Untuk menguji signifikansi dari korelasi berperingkat Spearman populasi, digunakan uji t. Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji t.

$$t = \frac{r_s\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}}.$$

Nilai statistik dari uji t kemudian dibandingkan dengan dengan nilai kritis t berdasarkan tabel distribusi t untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Hipotesis nol menyatakan tidak terdapat hubungan yang signifikan secara statistika antara variabel pertama dan variabel kedua. Secara matematis dinyatakan

$$H_0 : \rho_s = 0.$$

Hipotesis alternatif menyatakan terdapat hubungan yang signifikan secara statistika antara variabel pertama dan variabel kedua. Secara matematis dinyatakan

$$H_1 : \rho_s \neq 0.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan pendekatan nilai probabilitas dari uji t. Nilai probabilitas dari uji t dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan pendekatan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \alpha, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Sebagai contoh, misalkan seorang peneliti ingin mengukur keeratan hubungan antara jumlah jam belajar di luar waktu kuliah dalam sehari dan nilai indeks prestasi mahasiswa. Peneliti tersebut mengambil sampel sebanyak 12 orang mahasiswa dan kemudian melakukan interview untuk mengetahui informasi mengenai jumlah jam belajar di luar waktu kuliah dalam sehari dan nilai indeks prestasi mahasiswa. Data yang telah diperoleh disajikan pada Tabel 20.19.

Berdasarkan Tabel 20.19, X menyatakan jumlah jam belajar dalam sehari di luar waktu kuliah, sedangkan Y menyatakan nilai indeks prestasi mahasiswa. Berikut akan diuji apakah terdapat hubungan yang signifikan antara jumlah jam belajar dalam sehari di luar waktu kuliah terhadap nilai indeks prestasi mahasiswa pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 20.19 (Data Fiktif)

Mahasiswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	2	4	0	5	7	7	9	8	6	5	2	9
Y	1,5	2,8	1,2	2,9	3,3	3,25	3,7	3,8	3,1	3,3	2	3,9

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0 : $\rho_s = 0$ atau tidak terdapat hubungan yang signifikan secara statistika antara jumlah jam belajar di luar waktu kuliah dalam sehari terhadap nilai indeks prestasi mahasiswa.

H_1 : $\rho_s \neq 0$ atau terdapat hubungan yang signifikan secara statistika antara jumlah jam belajar di luar waktu kuliah dalam sehari terhadap nilai indeks prestasi mahasiswa.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menghitung nilai kritis t berdasarkan tabel distribusi t. Sebelum menghitung nilai kritis t, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = n - 2.$$

Perhatikan bahwa n merupakan jumlah elemen dalam sampel, sehingga derajat bebas adalah $12 - 2 = 10$. Nilai kritis t dengan derajat bebas 10 dan tingkat signifikansi 5% adalah $\pm 2{,}228$.

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji t.

Tabel 20.20

Mahasiswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	2	4	0	5	7	7	9	8	6	5	2	9
Y	1,5	2,8	1,2	2,9	3,3	3,25	3,7	3,8	3,1	3,3	2	3,9
$R(X)$	2,5	4	1	5,5	8,5	8,5	11,5	10	7	5,5	2,5	11,5
$R(Y)$	2	4	1	5	8,5	7	10	11	6	8,5	3	12
$D = R(X) - R(Y)$	0,5	0	0	0,5	0	1,5	1,5	-1	1	-3	-0,5	-0,5
D^2	0,25	0	0	0,25	0	2,25	2,25	1	1	9	0,25	0,25

Berdasarkan Tabel 20.20, $R(X)$ merupakan ranking dari nilai X, sedangkan $R(Y)$ merupakan ranking dari nilai Y.

$$\sum_{i=1}^{n} {D_i}^2 = 0{,}25 + 0 + 0 + \cdots + 9 + 0{,}25 + 0{,}25 = 16{,}5.$$

⇨ Urutkan nilai-nilai X dan Y dari yang terkecil hingga terbesar (Tabel 20.21).

Tabel 20.21

Urutan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	0	2	2	4	5	5	6	7	7	8	9	9

Berdasarkan Tabel 20.21, nilai $X = 0$ atau mahasiswa yang tidak pernah belajar berada pada urutan pertama. Mahasiswa yang belajar selama 6 jam atau $X = 6$ berada pada urutan ketujuh. Terdapat dua orang mahasiswa yang belajar selama 5 jam atau $X = 5$, yakni pada urutan kelima dan urutan keenam. Terdapat dua orang mahasiswa yang belajar selama 9 jam atau $X = 9$, yakni pada urutan kesebelas dan urutan keduabelas, dan seterusnya.

Tabel 20.22

Urutan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	1,2	1,5	2	2,8	2,9	3,1	3,25	3,3	3,3	3,7	3,8	3,9

Berdasarkan Tabel 20.22, mahasiswa dengan indeks prestasi 1,2 berada pada urutan pertama karena nilai tersebut paling kecil. Mahasiswa dengan indeks prestasi 3,9 terletak pada urutan keduabelas dengan urutan paling besar.

⇨ Selanjutnya memberi ranking untuk setiap nilai X dan nilai Y. Nilai $X = 2$ terdapat dua nilai, yakni pada urutan kedua dan urutan ketiga, sehingga ranking untuk nilai $X = 2$ adalah

$$\frac{2+3}{2} = 2{,}5.$$

Nilai $X = 7$ terdapat dua nilai, yakni pada urutan kedelapan dan urutan kesembilan, sehingga ranking untuk nilai $X = 7$ adalah

$$\frac{8+9}{2} = 8{,}5.$$

Nilai $Y = 3{,}3$ terdapat dua nilai, yakni urutan kedelapan dan urutan kesembilan, sehingga ranking untuk nilai $Y = 3{,}3$ adalah

$$\frac{8+9}{2} = 8{,}5.$$

⇨ Kemudian menentukan nilai selisih untuk setiap pasangan nilai berdasarkan data ranking X dan ranking Y. Nilai selisih tersebut misalkan dilambangkan dengan D. Sebagai contoh nilai D untuk mahasiswa nomor 2 adalah $4 - 4 = 0$. Nilai D untuk mahasiswa nomor 8 adalah $10 - 11 = -1$, dan seterusnya.

⇨ Menentukan nilai D^2. Sebagai contoh nilai D^2 dari mahasiswa nomor 8 adalah $(-1)^2 = 1$, nilai D^2 dari mahasiswa nomor 7 adalah $(1{,}5)^2 = 2{,}25$, dan seterusnya.

⇨ Menghitung koefisien korelasi berperingkat Spearman (r_s).

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} {D_i}^2}{(n)(n^2-1)}$$
$$= 1 - \frac{(6)(15,5)}{(12)(12^2-1)}$$
$$= 0,9458.$$

Nilai korelasi berperingkat Spearman (r_s) berdasarkan perhitungan adalah 0,9458. Nilai tersebut dapat diinterpretasikan terdapat hubungan positif antara jumlah jam belajar dalam sehari di luar waktu kuliah dengan nilai indeks prestasi mahasiswa. Perhatikan bahwa nilai korelasi berperingat Spearman (r_s) berkisar dari -1 sampai 1.

⇨ Menghitung nilai statistik dari uji t.

$$t = \frac{r_s\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}}$$

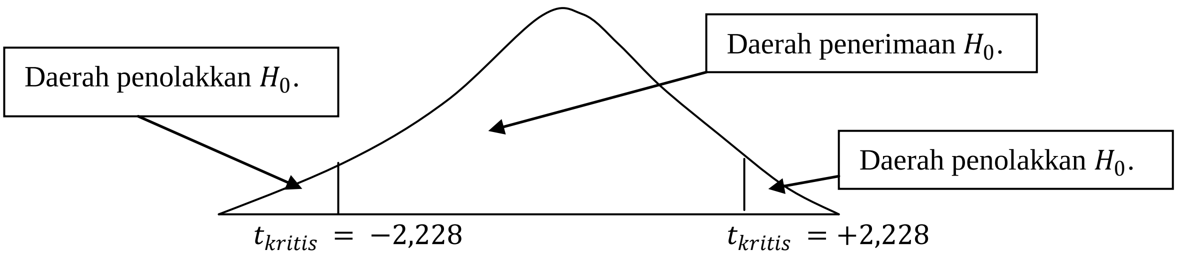
$$t = \frac{0,9458\sqrt{12-2}}{\sqrt{1-0,9458^2}}$$

$$t = 9,2098$$

Nilai statistik dari uji t berdasarkan perhitungan adalah 9,2098.

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut daerah keputusan dengan nilai kritis $t = \pm 2,228$.



$$Jika\ |t_{hitung}| \le |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ |t_{hitung}| > |t_{kritis}|, maka\ H_0\ diolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Berdasarkan perhitungan, nilai statistik dari uji t adalah 9,2098. Karena nilai statistik dari uji t berada di luar daerah penerimaan hipotesis nol, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif. Hal ini berarti terdapat hubungan yang signifikan secara statistika antara jumlah jam belajar di luar waktu kuliah dalam sehari dengan nilai indeks prestasi mahasiswa pada tingkat signifikansi 5%.

Uji Kruskal-Wallis dan Contoh Perhitungan

Pada uji Mann-Whitney hanya menguji dua populasi independen, sedangkan pada uji Kruskal-Wallis menguji tiga atau lebih populasi independen. Tiga atau lebih sampel independen diuji apakah berasal dari populasi-populasi yang memiliki kesamaan rata-rata atau tidak. Uji Kruskal-Wallis merupakan alternatif dari analisis varians satu arah jika asumsi normalitas dari populasi-populasi yang diteliti tidak dipenuhi.

Hipotesis nol pada uji Kruskal-Wallis menyatakan tiga atau lebih sampel independen berasal dari populasi-populasi yang memiliki kesamaan rata-rata. Hipotesis alternatif menyatakan terdapat paling sedikit sepasang rata-rata populasi yang berbeda. Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis (H).

$$H = \frac{12}{N(N+1)}\left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \cdots + \frac{R_k^2}{n_k}\right] - 3(N+1).$$

Perhatikan bahwa n_i menyatakan jumlah elemen sampel ke-i, N menyatakan jumlah elemen dari seluruh sampel, yakni $N = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$, dan R_i menyatakan jumlah ranking dari sampel ke-i. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis terhadap nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ H \leq \chi^2_{kritis}\ \ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ H > \chi^2_{kritis}\ \ , H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Sebagai contoh kasus, misalkan seorang peneliti ingin meneliti kualitas (dalam penelitian ini, kualitas diukur berdasarkan jumlah siswa yang lulus PTN) dari tiga bimbingan belajar, yakni bimbingan belajar A, B, dan, C. Untuk keperluan penelitian, peneliti tersebut melakukan observasi untuk memperoleh data mengenai jumlah siswa yang lulus untuk masuk perguruan tinggi negeri selama 6 tahun terakhir. Berikut data mengenai jumlah siswa yang lulus untuk masuk perguruan tinggi negeri dari ketiga bimbingan belajar A,B, dan C selama 6 tahun terakhir.

Tabel 20.23 (Data Fiktif)

Tahun	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Bimbel A	50	70	65	60	70	45
Bimbel B	80	69	50	65	65	45
Bimbel C	80	85	90	120	150	200

Berdasarkan data pada Tabel 20.23, misalkan diasumsikan jumlah siswa yang belajar dari masing-masing bimbingan belajar adalah sama (misalkan 300 siswa) untuk setiap tahun. Jadi, pada tahun 2000, siswa yang lulus untuk masuk perguruan tinggi negeri dari bimbingan belajar A sebanyak 50 siswa dari 300 siswa, bimbingan belajar B sebanyak 80 siswa dari 300 siswa, dan bimbingan belajar C sebanyak 80 siswa dari 300 siswa.

Pada tahun 2005, siswa yang lulus untuk masuk perguruan tinggi negeri dari bimbingan belajar A sebanyak 45 siswa dari 300 siswa, bimbingan belajar B sebanyak 45 siswa dari 300 siswa, dan bimbingan belajar C sebanyak 200 siswa dari 300 siswa. Berikut akan diuji apakah terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai kualitas di antara bimbingan belajar A, B, dan C pada tingkat signifikansi 5%.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0 : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ atau rata-rata jumlah siswa yang lulus dari ketiga bimbingan belajar adalah sama atau ketiga bimbingan belajar mempunyai kualitas yang sama.

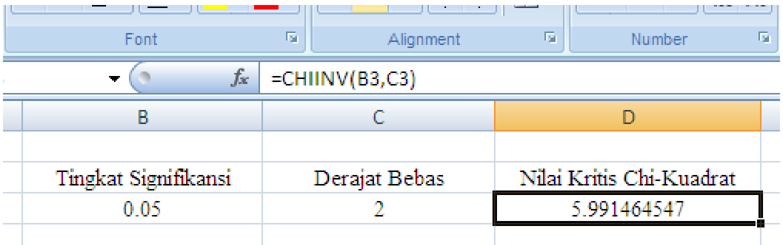
H_1 : Terdapat perbedaan rata-rata mengenai jumlah siswa yang lulus di antara ketiga bimbingan belajar atau terdapat perbedaan kualitas di antara ketiga bimbingan belajar.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menghitung nilai kritis chi-kuadrat berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Sebelum menghitung nilai kritis chi-kuadrat, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = k - 1.$$

Perhatikan bahwa k merupakan jumlah sampel, sehingga nilai derajat bebas adalah $3 - 1 = 2$. Nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas 2 dan tingkat signifikansi 5% adalah 5,991. Nilai kritis chi-kuadrat dapat dihitung dengan *Microsoft Excel* sebagai berikut.



Gambar 20.2

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis (H).

Tabel 20.24

Tahun	2000	2001	2002	2003	2004	2005	Total Ranking	Rata-Rata Ranking
Ranking Bimbel A	3,5	10,5	7	5	10,5	1,5	38	6,33
Ranking Bimbel B	12,5	9	3,5	7	7	1,5	40,5	6,75
Ranking Bimbel C	12,5	14	15	16	17	18	92,5	15,42

⇨ Gabungkan nilai data dari seluruh sampel (Tabel 20.25).

Tabel 20.25

50	70	65	60	70	45
80	69	50	65	65	45
80	85	90	120	150	200

⇨ Urutkan nilai data dari yang paling kecil sampai yang paling besar (Tabel 20.26).

Tabel 20.26

Urutan	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Jumlah Mahasiswa	45	45	50	50	60	65	65	65	69
Urutan	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Jumlah Mahasiswa	70	70	80	80	85	90	120	150	200

Perhatikan bahwa nilai 45 merupakan nilai yang paling kecil. Karena nilai 45 terdapat 2 nilai, maka nilai 45 berada pada urutan pertama dan urutan kedua.

⇨ Beri ranking untuk setiap nilai. Sebagai contoh, nilai 45 terdapat dua nilai, yakni pada urutan pertama dan urutan kedua, sehingga ranking untuk nilai 45 adalah

$$\frac{1+2}{2} = 1{,}5.$$

Nilai 65 terdapat tiga nilai, yakni pada urutan keenam, ketujuh, dan kedelapan, sehingga ranking untuk nilai 65 adalah

$$\frac{6+7+8}{3} = 7.$$

⇨ Selanjutnya menghitung nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis (H).

$$H = \frac{12}{N(N+1)}\left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \cdots + \frac{R_k^2}{n_k}\right] - 3(N+1)$$

$$H = \frac{12}{18(18+1)}\left[\frac{38^2}{6} + \frac{40{,}5^2}{6} + \frac{92{,}5^2}{6}\right] - 3(18+1)$$

$$H = 11{,}073.$$

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan dalam pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ H \leq \chi^2_{kritis}\ , H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ H > \chi^2_{kritis}\ , H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis adalah 11,073 dan nilai kritis chi-kuadrat adalah 5,991. Karena nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis lebih besar dari nilai kritis chi-kuadrat, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat perbedaan kualitas di antara ketiga bimbingan belajar tersebut pada tingkat signifikansi 5%.

Uji Cochran dan Contoh Perhitungan

Uji Cochran merupakan perluasan dari uji McNemar. Pada uji McNemar hanya menguji dua populasi berpasangan, sedangkan pada uji Cochran dapat menguji tiga atau lebih populasi berhubungan. Pada uji Cochran, sekelompok subjek penelitian (misalkan sekelompok orang) dikenai tiga atau lebih perlakuan yang berbeda. Masing-masing subjek penelitian hanya memiliki dua macam penilaian (*dichotomous outcomes*) untuk setiap perlakuan yang diberikan. Dua penilaian tersebut bersifat saling berlawanan atau dikotomi. Contoh dari dua penilaian yang bersifat saling berlawanan, yakni "benar atau salah", "sukses atau gagal", "ikut atau tidak ikut", "datang atau tidak datang", "sulit atau tidak sulit", dan sebagainya (Conover, 1999:250-251).

Hipotesis nol pada uji Cochran menyatakan seluruh perlakuan memberikan efek atau pengaruh yang sama (tidak terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika). Hipotesis alternatif menyatakan terdapat perbedaan efek atau pengaruh di antara perlakuan-perlakuan yang diberikan (terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika). Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji Cochran (Q).

$$Q = \frac{k(k-1)\sum_{j=1}^{k} C_j^2 - (k-1)\left(\sum_{j=1}^{k} C_j\right)^2}{k\left(\sum_{j=1}^{k} C_j\right) - \sum_{i=1}^{n} R_i^2}.$$

Perhatikan bahwa k menyatakan jumlah perlakuan, C_j menyatakan banyak nilai 1 pada perlakuan ke-j, dan R_i menyatakan banyaknya nilai 1 pada subjek penelitian ke-i (lihat Tabel 20.28). Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji Cochran terhadap nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}). Berikut aturan dalam pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ Q \le \chi^2_{kritis}, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ Q > \chi^2_{kritis}, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan pendekatan nilai probabilitas dari uji Cochran. Nilai probabilitas dari uji Cochran dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan (α). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \ge \alpha, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \alpha, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Sebagai contoh kasus, misalkan seorang produsen kerupuk ingin memasarkan kerupuk dengan empat rasa, yakni rasa ayam, daging, ikan, dan udang ke kota B. Sebelum memasarkan kerupuk-kerupuk tersebut ke kota B, produsen tersebut ingin mengetahui respon atau penilaian dari masyarakat yang tinggal di sekitar rumahnya terhadap keempat rasa kerupuk tersebut. Misalkan respon yang digunakan berupa "suka" atau "tidak suka". Untuk keperluan penelitian, produsen tersebut mempersilahkan 11 orang untuk mencicipi keempat rasa kerupuk tersebut dan memberikan penilaian atau respon terhadap keempat rasa kerupuk tersebut. Berikut data yang telah dikumpulkan oleh produsen kerupuk tersebut (Tabel 20.27).

Tabel 20.27

No	Nama	Kerupuk rasa			
		Ayam	Daging	Ikan	Udang
1	ugi	1	0	0	0
2	ulan	1	1	1	1
3	evelin	0	0	0	0
4	hasoloan	0	1	1	1
5	fitri	1	1	1	1
6	suci	1	0	0	1
7	mifdhal	1	0	1	1
8	hanafi	1	0	0	1
9	iqbal	1	0	0	0
10	ridho	1	0	0	0
11	romi	1	1	1	1

Berdasarkan Tabel 20.27, respon 0 menyatakan tidak suka, sedangkan respon 1 menyatakan suka.Diketahui seorang subjek yang bernama Ugi hanya menyukai kerupuk rasa ayam. Subjek yang bernama Ulan menyukai keempat rasa kerupuk. Subjek yang bernama Suci hanya menyukai kerupuk rasa ayam dan udang. Berikut akan diuji apakah keempat rasa kerupuk tersebut memberikan kepuasan yang sama bagi responden.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0 : Keempat jenis kerupuk memberikan kepuasan rasa yang sama.

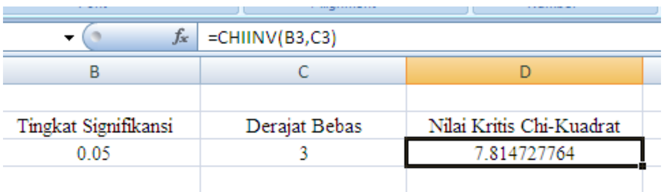
H_1 : Paling tidak terdapat satu rasa kerupuk yang memberikan kepuasan rasa berbeda di antara rasa kerupuk lainnya.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menghitung nilai kritis chi-kuadrat berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Sebelum menghitung nilai kritis chi-kuadrat, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = k - 1.$$

Perhatikan bahwa k merupakan jumlah perlakuan, sehingga derajat bebas adalah $4 - 1 = 3$. Nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas 3 dan tingkat signifikansi 5% adalah 7,815. Perhitungan nilai kritis chi-kuadrat juga dapat dihitung dengan *Microsoft Excel* sebagai berikut.


=CHIINV(B3,C3)

B	C	D
Tingkat Signifikansi	Derajat Bebas	Nilai Kritis Chi-Kuadrat
0.05	3	7.814727764

Gambar 20.3

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji Cochran (Q).

- Subjek yang memberikan penilaian yang sama terhadap keempat rasa kerupuk tidak diikutkan dalam analisis (lihat Tabel 20.28). Sebagai contoh pada baris ketiga, subjek yang bernama Evelin (lihat Tabel 20.28) memberikan penilaian yang sama terhadap empat jenis rasa kerupuk, yakni 0,0,0,0, sehingga subjek tersebut tidak diikutkan dalam analisis. Begitu juga dengan subjek yang bernama Fitri memberikan penilaian yang sama terhadap empat jenis rasa kerupuk, yakni 1,1,1,1, sehingga subjek tersebut tidak diikutkan dalam analisis. **Subjek nomor 2,3, dan 5 tidak diikutsertakan dalam analisis**, karena memberikan penilaian yang sama terhadap empat jenis rasa kerupuk, yakni (1,1,1,1) atau (0,0,0,0).

Tabel 20.28

No	Nama	Kerupuk rasa					
		Ayam	Daging	Ikan	Udang	R	R^2
1	Ugi	1	0	0	0	1	1
4	Hasoloan	0	1	1	1	3	9
6	Suci	1	0	0	1	2	4
7	Mifdhal	1	0	1	1	3	9
8	Hanafi	1	0	0	1	2	4
9	Iqbal	1	0	0	0	1	1
10	Ridho	1	0	0	0	1	1
total		$C_1=6$	$C_2=1$	$C_3=2$	$C_4=4$	13	29

- Menghitung nilai statistik dari uji Cochran (Q).

$$Q=\frac{k(k-1)\sum_{j=1}^{k}C_j^2\ -(k-1)\left(\sum_{j=1}^{k}C_j\ \right)^2}{k\left(\sum_{j=1}^{k}C_j\ \right)\ -\sum_{i=1}^{n}R_i^2}$$

$$Q=\frac{4(4-1)(6^2+1^2+2^2+4^2)-(4-1)(13)^2}{(4)(13)-(29)}=7{,}695\ atau\ 7{,}70$$

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan dalam pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ Q\le\chi^2_{kritis}\,,H_0\ \ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ Q>\chi^2_{kritis}\ \,,H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Cochran, yakni 7,70, lebih kecil dari nilai kritis chi-kuadrat, yakni, 7,815, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti keempat jenis kerupuk memberikan kepuasan rasa yang sama pada tingkat signifikansi 5%.

Uji Friedman dan Contoh Perhitungan

Pada pembahasan sebelumnya telah dibahas mengenai uji Wilcoxon. Uji Wilcoxon hanya dapat menguji dua populasi berpasangan, sedangkan pada uji Friedman dapat menguji tiga atau lebih populasi berpasangan (Conover, 1999:368). Dalam uji Friedman, sekelompok subjek penelitian dikenai tiga atau lebih perlakuan yang berbeda. Masing-masing subjek penelitian memberikan penilaian terhadap masing-masing perlakuan yang diberikan. Selanjutnya penilaian dari masing-masing subjek diberi ranking. Pemberian ranking dimulai dari 1 sampai k, di mana k merupakan banyaknya perlakuan. Perhatikan bahwa karena data yang dianalisis berupa data ranking, maka data tersebut termasuk data ordinal. Hipotesis nol pada uji Friedman menyatakan tidak terdapat perbedaan atau pengaruh (yang signifikan secara statistika) di antara perlakuan-perlakuan (*treatment*) yang diberikan. Hipotesis alternatif menyatakan terdapat paling tidak satu perlakuan yang memberikan pengaruh berbeda (signifikan secara statistika) dari perlakuan lainnya. Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji Friedman S.

$$S = \left[\frac{12}{bk(k+1)}\sum_{i=1}^{k}(R_i^2)\right] - 3b(k+1).$$

Perhatikan bahwa b menyatakan jumlah subjek atau jumlah baris, dan k menyatakan jumlah perlakuan atau jumlah kolom. Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dibandingkan nilai statistik dari dari uji Friedman terhadap nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ S \leq \chi^2_{kriti\,s}, H_0\ \ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ S > \chi^2_{kritis}\ , H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Sebagai contoh kasus, misalkan seorang produsen kerupuk ingin memasarkan kerupuk dengan empat rasa, yakni rasa ayam, daging, ikan, dan udang ke kota B. Sebelum memasarkan kerupuk-kerupuk tersebut, produsen tersebut ingin mengetahui respon dari masyarakat yang tinggal di sekitar rumahnya, terhadap keempat rasa kerupuk tersebut. Respon tersebut berupa nilai yang diberikan oleh masyarakat.

Tabel 20.29 (Data Fiktif)

No.	Nama	Kerupuk rasa			
		Ayam	Daging	Ikan	Udang
1	ugi	90	85	83	70
2	ulan	90	70	77	65
3	evelin	75	70	60	85
4	hasoloan	80	70	75	90
5	fitri	90	85	60	89
6	suci	60	65	70	85
7	mifdhal	65	85	70	90
8	hanafi	65	100	60	85
9	iqbal	80	70	75	90
10	ridho	90	70	80	75
11	Romi	75	65	70	64
12	alan	80	70	75	90

Nilai tersebut berkisar dari 10 sampai 100. Produsen tersebut mempersilahkan 12 orang responden untuk mencicipi keempat rasa kerupuk tersebut dan memberikan penilaian atau respon dari keempat rasa kerupuk tersebut. Data diberikan pada Tabel 20.29. Berdasarkan data pada Tabel 20.29, subjek bernama Ugi memberi nilai 90 terhadap kerupuk rasa ayam, nilai 85 terhadap kerupuk rasa daging, nilai 83 terhadap kerupuk rasa ikan, dan nilai 70 terhadap kerupuk rasa udang. Pada tingkat signifikansi 5%, berikut akan diuji apakah keempat rasa kerupuk tersebut memberikan kepuasan yang sama.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0 : Keempat jenis kerupuk memberikan kepuasan rasa yang sama (perbedaan yang terjadi tidak signifikan secara statistika).

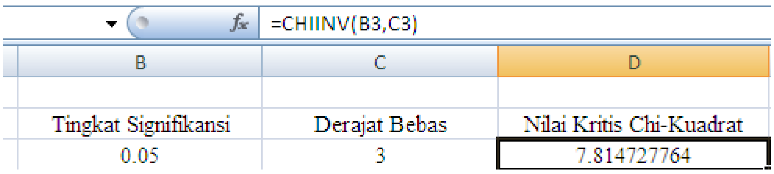
H_1 : Paling tidak terdapat satu rasa kerupuk yang memberikan kepuasan rasa berbeda di antara rasa kerupuk lainnya (terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika)

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menghitung nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}) berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Sebelum menghitung nilai kritis chi-kuadrat, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = k - 1.$$

Perhatikan bahwa k merupakan jumlah perlakuan, sehingga derajat bebas adalah $4 - 1 = 3$. Nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas 3 dan tingkat signifikansi 5% adalah 7,815. Perhitungan nilai kritis juga dapat dihitung dengan *Microsoft Excel* sebagai berikut.



=CHIINV(B3,C3)

B	C	D
Tingkat Signifikansi	Derajat Bebas	Nilai Kritis Chi-Kuadrat
0.05	3	7.814727764

Gambar 20.4

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji Friedman (S).

Tabel 20.30

No.	Nama	Kerupuk rasa			
		Ayam	Daging	Ikan	Udang
1	ugi	4	3	2	1
2	ulan	4	2	3	1
3	evelin	3	2	1	4
4	hasoloan	3	1	2	4
5	fitri	4	2	1	3
6	suci	1	2	3	4
7	mifdhal	1	3	2	4
8	hanafi	2	4	1	3
9	iqbal	3	1	2	4
10	ridho	4	1	3	2
11	Romi	4	2	3	1
12	alan	3	1	2	4
jumlah ranking		36	24	25	35
rata-rata ranking		3	2	2,083333	2,916667

- ⇨ Berdasarkan data pada Tabel 20.30, setiap subjek atau orang dikenai empat perlakuan, yakni setiap subjek harus mencicipi empat rasa kerupuk. Kemudian subjek tersebut memberi nilai terhadap empat rasa kerupuk tersebut. Sebagai contoh nilai-nilai yang diberikan Ugi terhadap empat rasa kerupuk tersebut adalah 90, 85, 83, 70. Kemudian nilai-nilai tersebut diberi ranking. Karena jumlah perlakuan sebanyak 4, maka nilai ranking dimulai dari 1 sampai 4. Nilai yang paling kecil diberi ranking 1 dan nilai yang paling besar diberi ranking 4. Nilai-nilai yang diberikan oleh Ugi adalah 90,85, 83, dan 70. Nilai yang paling kecil adalah 70, sehingga nilai 70 diberi nilai ranking 1, 83 diberi nilai ranking 2, nilai 85 diberi nilai ranking 3, dan nilai 90 diberi nilai ranking 4.

- ⇨ Jika terdapat nilai-nilai yang sama, misalkan Ugi memberi nilai 70,80,70, dan 90, maka nilai 70 diberi ranking 1,5, nilai 80 diberi ranking 3, dan nilai 90 diberi ranking 4. Nilai 70 merupakan nilai paling kecil, disusul dengan nilai 80, dan nilai 90.

Tabel 20.31

Urutan ke-1	Urutan ke-2	Urutan ke-3	Urutan ke-4
70	70	80	90

Nilai 70 terdapat dua nilai, yakni pada urutan pertama dan urutan kedua, sehingga ranking untuk nilai 70 adalah

$$\frac{1+2}{2} = 1{,}5.$$

Contoh lain misalkan Ugi memberi nilai 80,70,80, dan 90. Maka nilai 70 diberi ranking 1, nilai 80 diberi ranking 2,5, dan nilai 90 diberi ranking 4. Nilai 70 merupakan nilai paling kecil, disusul dengan nilai 80, dan nilai 90.

Tabel 20.32

Urutan ke-1	Urutan ke-2	Urutan ke-3	Urutan ke-4
70	80	80	90

Nilai 80 terdapat dua nilai, yakni pada urutan kedua dan urutan ketiga, sehingga ranking untuk nilai 80 adalah

$$\frac{2+3}{2} = 2{,}5.$$

- ⇨ Menjumlahkan nilai ranking dari masing-masing perlakuan. Berdasarkan data pada Tabel 19.27, jumlah ranking untuk perlakuan kerupuk rasa ayam adalah 36, jumlah ranking untuk perlakuan kerupuk rasa daging adalah 24, jumlah ranking untuk perlakuan kerupuk rasa ikan adalah 25, dan jumlah ranking untuk perlakuan kerupuk rasa udang 35.

- ⇨ Menghitung nilai statistik dari uji Friedman (S).

$$S = \left[\frac{12}{bk(k+1)}\sum_{i=1}^{k}(R_i^2)\right] - 3b(k+1)$$
$$= \left[\frac{12}{(12 \times 4)(4+1)}(36^2 + 24^2 + 25^2 + 35^2)\right] - (3 \times 12)(4+1)$$
$$= 6{,}1.$$

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan dalam pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ S \leq \chi^2_{kritis}, H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ S > \chi^2_{kritis}, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Perhatikan bahwa jarena nilai statistik dari uji Friedman, yakni 6,1, lebih kecil dari nilai kritis chi-kuadrat, yakni 7,815, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti keempat jenis kerupuk memberikan kepuasan rasa yang sama.

Uji Chi-Kuadrat dan Contoh Perhitungan

Uji chi-kuadrat (*goodness of fit*) merupakan suatu uji yang digunakan untuk menguji kesesuaian atau kecocokkan antara distribusi data berdasarkan pengamatan dengan distribusi data berdasarkan teoritis. Dengan kata lain, uji chi-kuadrat menguji kesesuaian antara frekuensi pengamatan dengan frekuensi harapan. Hipotesis nol pada uji chi-kuadrat menyatakan terjadi kesesuaian antara frekuensi pengamatan dengan frekuensi harapan. Sedangkan hipotesis alternatif menyatakan frekuensi pengamatan berbeda dengan frekuensi harapan. Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji chi-kuadrat $\left(\chi^2_{hitung}\right)$.

$$\chi^2_{hitung} = \frac{\sum\left(f_p - f_h\right)^2}{f_h}.$$

Perhatikan bahwa f_p merupakan frekuensi pengamatan (*observed frequency*), sedangkan f_h merupakan frekuensi harapan (*expected frequency*). Untuk pengambilan keputusan terhadap hipotesis, dapat dilakukan dengan membandingkan nilai statistik dari uji chi-kuadrat terhadap nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ \chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{kritis},\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \chi^2_{hitung} > \chi^2_{kritis}, H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan pendekatan nilai probabilitas dari uji chi-kuadrat. Nilai probabilitas tersebut dibandingkan dengan tingkat signifikansi yang digunakan (χ^2_{kritis}). Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis berdasarkan nilai probabilitas.

$$Jika\ nilai\ probabilitas \geq \chi^2_{kritis}, maka\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ nilai\ probabilitas < \chi^2_{kritis}, maka\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Contoh Kasus 1

Sekeping koin terdiri dari dua sisi, yakni angka dan gambar. Misalkan koin tersebut dilempar sebanyak 100 kali. Secara teoritis, probabilitas untuk muncul sisi angka adalah $\frac{1}{2}$ dan probabilitas untuk muncul sisi gambar adalah $\frac{1}{2}$, sehingga dalam 100 kali lemparan, diharapkan muncul sisi angka sebanyak 50 kali dan muncul sisi gambar sebanyak 50 kali. Ternyata hasil pelemparan menunjukkan sisi gambar muncul sebanyak 15 kali dan sisi angka muncul sebanyak 85 kali. Pada tingkat signifikansi 5%, berikut akan diuji apakah terjadi keselarasan, yakni dalam 100 kali lemparan menghasilkan angka dan gambar dalam proporsi yang sama (dengan kata lain, koin tidak berat sebelah).

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusah hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0: Proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar untuk pengamatan sama dengan proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar secara teoritis.

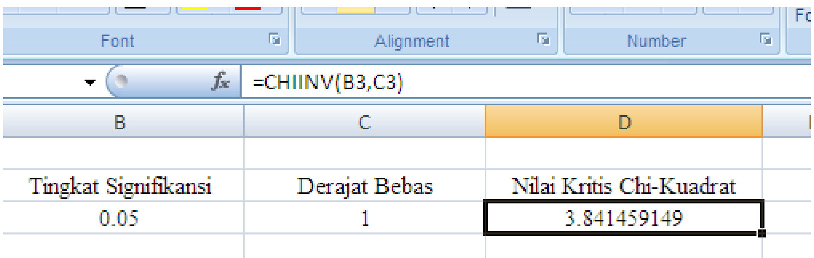
H_1: Proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar untuk pengamatan berbeda dengan proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar secara teoritis.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menghitung nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}) berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Sebelum menghitung nilai kritis chi-kuadrat, terlebih dahulu menghitung nilai derajat bebas. Berikut rumus untuk menghitung nilai derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = k - 1.$$

Perhatikan bahwa k merupakan jumlah kategori, yakni angka dan gambar, sehingga derajat bebas bernilai $2 - 1 = 1$. Nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas 1 dan tingkat signifikansi 5% adalah 3,841. Nilai kritis chi-kuadrat juga dapat ditentukan dengan bantuan *Microsoft Excel* sebagai berikut.



Gambar 20.5

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji chi-kuadrat (χ^2_{hitung}).

⇨ Sajikan informasi frekuensi harapan dan frekuensi pengamatan dalam tabel seperti berikut.

Tabel 20.33

Sisi Koin	Angka	Gambar
Frekuensi Harapan (teoritis)	50	50
Frekuensi Pengamatan	85	15

Secara teoritis, probabilitas untuk muncul sisi angka dan sisi gambar pada koin adalah $\frac{1}{2}$, sehingga frekuensi harapan dalam pelemparan sekeping koin sebanyak 100 kali untuk masing-masing sisi adalah

$$frekuensi\ harapan\ angka = \frac{1}{2} \times (100\ kali\ lemparan) = 50\ kali\ muncul\ angka,$$
$$frekuensi\ harapan\ gambar = \frac{1}{2} \times (100\ kali\ lemparan) = 50\ kali\ muncul\ gambar.$$

Jadi, diharapkan dalam 100 kali lemparan sebuah koin, akan muncul sisi angka sebanyak 50 kali dan muncul sisi gambar sebanyak 50 kali.

⇨ Menghitung nilai statistik dari uji chi-kuadrat.

Tabel 20.34

Kejadian	E_1	E_2	...	E_k
Frekuensi Harapan	f_{H_1}	f_{H_2}	...	f_{H_k}
Frekuensi Pengamatan	f_{P_1}	f_{P_2}	...	f_{P_k}

Berdasarkan Tabel 20.34, $E_1, E_2, \ldots, E_k$ merupakan kejadian-kejadian yang mungkin terjadi dari suatu percobaan, $f_{H_1}, f_{H_2}, \ldots, f_{H_k}$ berturut-turut merupakan frekuensi harapan (*expected*) dari $E_1, E_2, \ldots, E_k$, dan $f_{p_1}, f_{P_2}, \ldots, f_{P_k}$ berturut-turut merupakan frekuensi pengamatan (*observed*) dari $E_1, E_2, \ldots, E_k$.

Dalam percobaan pelemparan sekeping koin sebanyak satu kali, kejadian-kejadian yang mungkin terjadi adalah muncul sisi angka atau muncul sisi gambar, sehingga

$$E_1 = kejadian\ muncul\ angka$$
$$E_2 = kejadian\ muncul\ gambar.$$

Berikut rumus untuk menghitung nilai statistik dari uji chi-kuadrat $\left(\chi^2_{hitung}\right)$.

$$\chi^2_{hitung} = \frac{\left(f_{P_1} - f_{H_1}\right)^2}{f_{H_1}} + \frac{\left(f_{P_2} - f_{H_2}\right)^2}{f_{H_2}} + \cdots + \frac{\left(f_{P_k} - f_{H_k}\right)^2}{f_{H_k}}$$

$$= \frac{(85-50)^2}{50} + \frac{(15-50)^2}{50}$$

$$= 24{,}5 + 24{,}5$$

$$= 49.$$

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan dalam pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

$$Jika\ \chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{kritis},\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \chi^2_{hitung} > \chi^2_{kritis},\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat adalah 49, dan nilai kritis chi-kuadrat adalah 3,841. Karena nilai statistik dari uji chi-kuadrat lebih besar dibandingkan nilai kritis chi-kuadrat, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar untuk pengamatan berbeda dengan proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar secara teoritis pada tingkat signifikansi 5%.

Contoh Soal 2

Misalkan sebuah mesin pencampur adonan kue menghasilkan perbandingan tepung, susu, telur, dan gula secara berturut-turut adalah 5:2:2:1. Seorang pembuat kue mengambil adonan yang dihasilkan oleh mesin tersebut 500 kg, ternyata dalam adonan kue tersebut mengandung 275 kg tepung, 95 kg susu, 70 kg telur, dan 60 kg gula. Pada tingkat signifikansi 1%, ujilah hipotesis apakah proporsi adonan kue yang telah dihasilkan sesuai dengan proporsi adonan yang telah ditetapkan pada mesin pencampur kue.

Tahap Pertama

Tahap pertama adalah perumusan hipotesis. Berikut perumusan hipotesis.

H_0: Proporsi adonan kue yang telah dihasilkan sama dengan proporsi adonan kue yang telah ditetapkan pada mesin pencampur adonan kue.

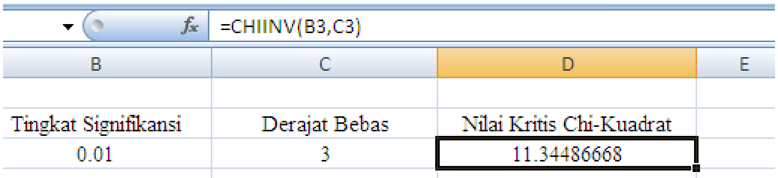
H_1: Proporsi adonan kue yang telah dihasilkan tidak sama dengan proporsi adonan kue yang telah ditetapkan pada mesin pencampur adonan kue.

Tahap Kedua

Tahap kedua adalah menentukan nilai kritis chi-kuadrat berdasarkan tabel distribusi chi-kuadrat. Diketahui nilai tingkat signifikansi adalah 1%. Untuk menentukan nilai kritis chi-kuadrat, terlebih dahulu menentukan nilai derajat bebas. Berikut rumus dari derajat bebas.

$$Derajat\ bebas = k - 1.$$

Perhatikan bahwa k merupakan jumlah kategori. Diketahui jumlah kategori sebanyak 4, yakni tepung, susu, telur, dan gula, sehingga derajat bebas adalah $4 - 1 = 3$. Nilai kritis chi-kuadrat dengan derajat bebas 3 dan tingkat signifikansi 1% adalah 11,345. Nilai kritis chi-kuadrat juga dapat ditentukan dengan *Microsoft Excel* sebagai berikut.



	B	C	D	E
	Tingkat Signifikansi	Derajat Bebas	Nilai Kritis Chi-Kuadrat	
	0.01	3	11.34486668	

Formula bar: =CHIINV(B3,C3)

Gambar 20.6

Tahap Ketiga

Tahap ketiga adalah menghitung nilai statistik dari uji chi-kuadrat $\left(\chi^2_{hitung}\right)$.

- ⇨ Sajikan informasi antara proporsi adonan harapan dan proporsi adonan yang dihasilkan mesin dalam tabel berikut.

Tabel 20.35

Adonan	Tepung	Susu	Telur	Gula
Adonan Harapan	250 kg	100 kg	100 kg	50 kg
Adonan yang Dihasilkan	275 kg	95 kg	70 kg	60 kg

Diharapkan dalam 500 kg adonan, kue tersebut mengandung:

$$\frac{5}{10} \times 500\ kg = 250\ kg\ tepung$$
$$\frac{2}{10} \times 500\ kg = 100\ kg\ susu$$
$$\frac{2}{10} \times 500\ kg = 100\ kg\ telur$$
$$\frac{1}{10} \times 500\ kg = 50\ kg\ gula.$$

- ⇨ Menghitung nilai statistik dari uji chi-kuadrat.

$$\chi^2_{hitung} = \frac{\left(f_{P_1} - f_{H_1}\right)^2}{f_{H_1}} + \frac{\left(f_{P_2} - f_{H_2}\right)^2}{f_{H_2}} + \cdots + \frac{\left(f_{P_k} - f_{H_k}\right)^2}{f_{H_k}}$$

$$= \frac{(275-250)^2}{250} + \frac{(95-100)^2}{100} + \frac{(70-100)^2}{100} + \frac{(60-50)^2}{50}$$

$$= 2{,}5 + 0{,}25 + 9 + 2$$

$$= 13{,}75.$$

Tahap Keempat

Tahap keempat adalah pengambilan keputusan terhadap hipotesis. Berikut aturan pengambilan keputusan terhadap hipotesis.

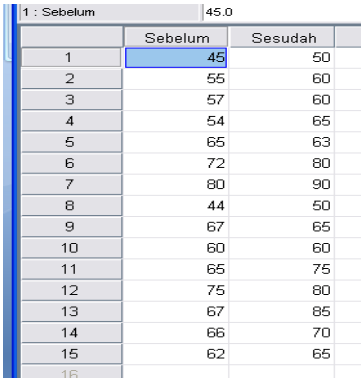
$$Jika\ \chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{kritis},\ H_0\ diterima\ dan\ H_1\ ditolak.$$
$$Jika\ \chi^2_{hitung} > \chi^2_{kritis},\ H_0\ ditolak\ dan\ H_1\ diterima.$$

Diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat adalah 13,75, dan nilai kritis chi-kuadrat adalah 11,345. Karena nilai statistik dari uji chi-kuadrat lebih besar dibandingkan nilai kritis chi-kuadrat, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti proporsi adonan kue yang telah dihasilkan tidak sama dengan proporsi adonan kue yang telah ditetapkan pada mesin pencampur adonan kue pada tingkat signifikansi 1%.

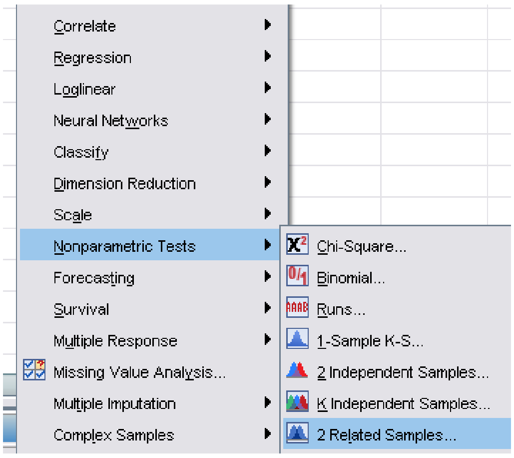
PENYELESAIAN DALAM SPSS (UJI TANDA)

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.1. Pada *Variable View*, bentuk variabel **Sebelum** dan **Sesudah**. Kemudian atur tipe data (*Type*) dengan *Numeric*. Pada *Data View*, isi data berat badan **sebelum** mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ, dan data berat badan **sesudah** mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu.

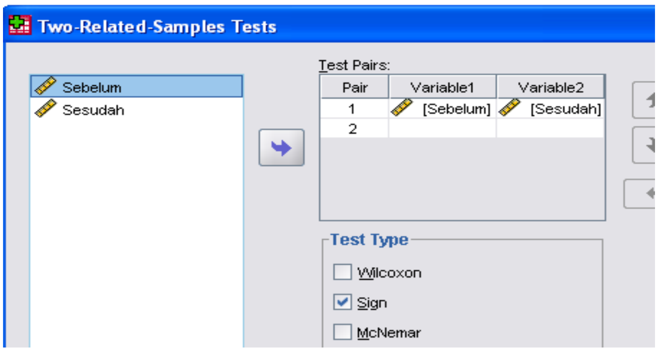
Kemudian pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *2 Related Samples* (Gambar 20.2). Pindahkan variabel **Sebelum** pada bagian *Variable1*, sedangkan variabel **Sesudah** dipindahkan pada bagian *Variable2* (Gambar 20.3). Pada bagian *Test Type* pilih *Sign* (Gambar 20.3). Kemudian pilih OK.


1 : Sebelum 45.0

	Sebelum	Sesudah
1	45	50
2	55	60
3	57	60
4	54	65
5	65	63
6	72	80
7	80	90
8	44	50
9	67	65
10	60	60
11	65	75
12	75	80
13	67	85
14	66	70
15	62	65



Gambar 20.1 **Gambar 20.2**



Gambar 20.3

Tabel 20.1, yakni Tabel *Frequencies* merupakan hasil berdasarkan SPSS. Berdasarkan Tabel 20.1, diketahui selisih dari pasangan nilai data yang bernilai negatif (*Negative Differences*) sebanyak 2, selisih dari pasangan nilai data yang bernilai positif (*Positive Differences*) sebanyak 12, dan selisih dari pasangan nilai data yang bernilai nol (*Ties*) sebanyak 1. Jumlah responden dalam sampel (*Total*) sebanyak 15.

Tabel 20.1

Frequencies

		N
Sesudah – Sebelum	Negative Differences[a]	2
	Positive Differences[b]	12
	Ties[c]	1
	Total	15

a. Sesudah < Sebelum

b. Sesudah > Sebelum

c. Sesudah = Sebelum

Tabel 20.2

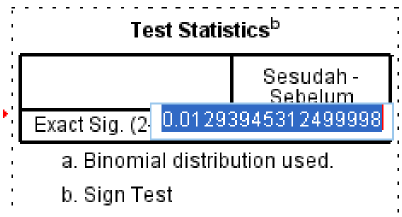
Test Statistics[b]

	Sesudah - Sebelum
Exact Sig. (2-tailed)	.013[a]

a. Binomial distribution used.

b. Sign Test

Tabel 20.2, yakni Tabel *Test Statistics* merupakan hasil berdasarkan SPSS. Berdasarkan Tabel 20.2, diketahui nilai *Exact Sig. (2-tailed)* adalah 0,013, yang mana merupakan nilai probabilitas kumulatif dari $X = 2$. Perhatikan bahwa karena nilai *Exact Sig. (2-tailed)* atau probabilitas kumulatif untuk $X = 2$, yakni 0,013, lebih kecil dari nilai tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan "terdapat perbedaan yang signifikan (secara statistika) mengenai berat badan sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.



Test Statistics[b]

	Sesudah - Sebelum
Exact Sig. (2-	0.01293945312499998

a. Binomial distribution used.

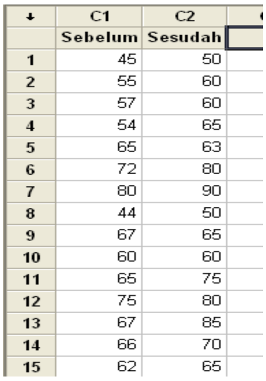
b. Sign Test

Gambar 20.4

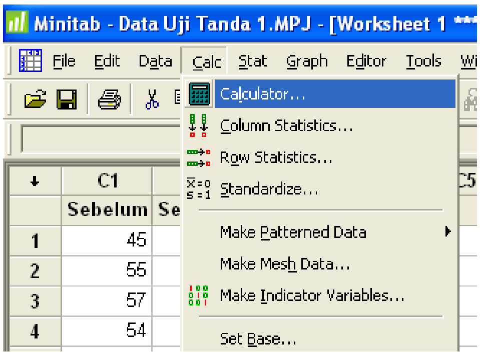
Pada Gambar 20.4 menyajikan nilai nilai probabilitas kumulatif dari $X = 2$ yang lebih detail (17 angka di belakang koma).

PENYELESAIAN DALAM Minitab (UJI TANDA)

Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 20.5. Pilih *Cal* => *Calculator* (Gambar 20.6).

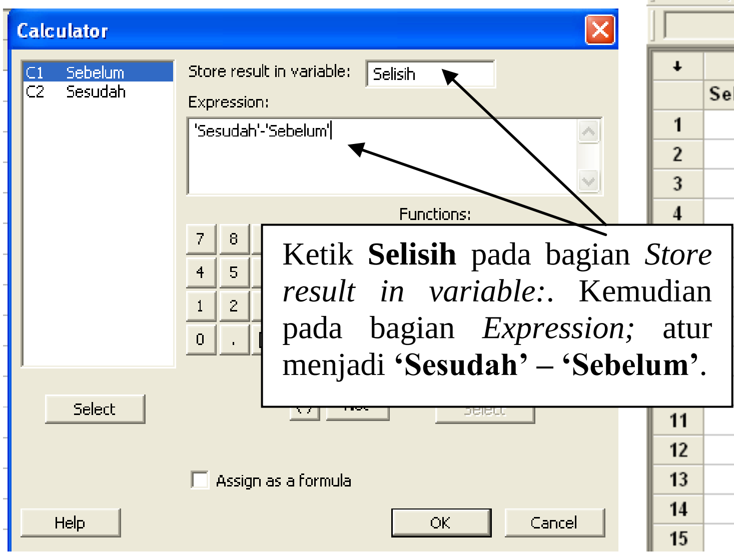


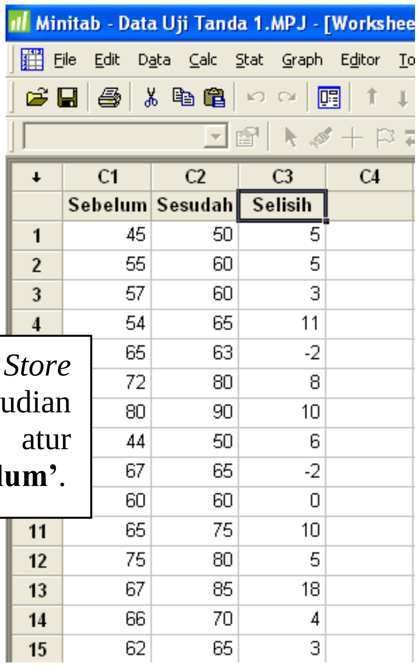
	C1 Sebelum	C2 Sesudah
1	45	50
2	55	60
3	57	60
4	54	65
5	65	63
6	72	80
7	80	90
8	44	50
9	67	65
10	60	60
11	65	75
12	75	80
13	67	85
14	66	70
15	62	65



Gambar 20.5 **Gambar 20.6**

Pada Gambar 20.7, ketik **Selisih** pada bagian *Store result in variable:*. Kemudian pada bagian *Expression;* atur menjadi **'Sesudah' – 'Sebelum'**. Selanjutnya pilih OK, hasilnya seperti pada Gambar 20.8, di mana telah terbentuk varaibel **Selisih**.

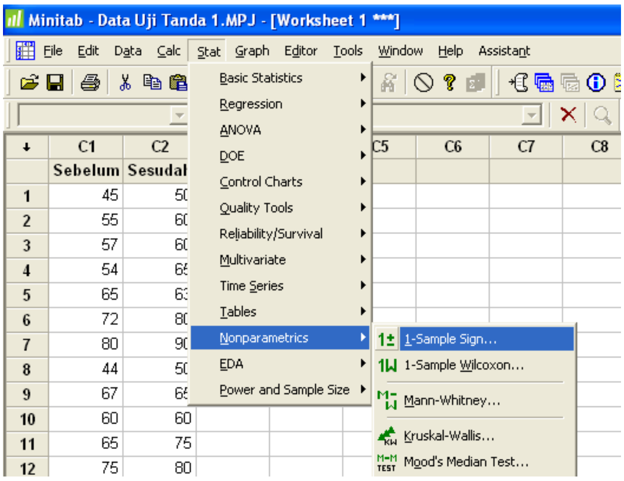




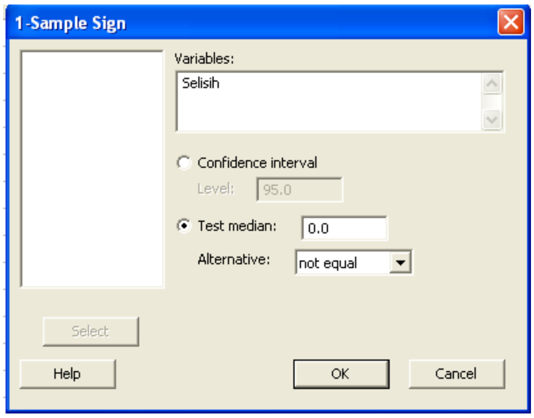
	C1 Sebelum	C2 Sesudah	C3 Selisih	C4
1	45	50	5	
2	55	60	5	
3	57	60	3	
4	54	65	11	
	65	63	-2	
	72	80	8	
	80	90	10	
	44	50	6	
	67	65	-2	
	60	60	0	
11	65	75	10	
12	75	80	5	
13	67	85	18	
14	66	70	4	
15	62	65	3	

Gambar 20.7 **Gambar 20.8**

Selanjutnya pilih *Stat* => *Nonparametrics* => *1-sample Sign* (Gambar 20.9). Pada Gambar 20.10, masukkan variabel **Selisih** pada bagian *Variables:*. Kemudian aktifkan/bulatkan bagian *Test median* dan pada *Alternative:* pilih *not equal* dengan maksud untuk pengujian dua arah. Kemudian pilih OK.



Gambar 20.9



Gambar 20.10

```
Sign Test for Median: Selisih

Sign test of median =  0.00000 versus not = 0.00000

          N  Below  Equal  Above       P  Median
Selisih  15      2      1     12  0.0129   5.000
```

Gambar 20.11

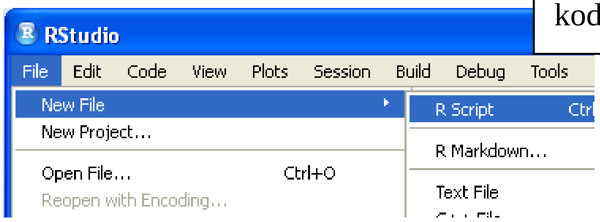
Berdasarkan Gambar 20.11, diketahui nilai P adalah 0,0129, di mana nilai tersebut merupakan nilai probabilitas kumulatif dari $X = 2$. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas kumulatif untuk $X = 2$, yakni 0,0129, lebih kecil dari nilai tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan "terdapat perbedaan yang signifikan (secara statistika) mengenai berat badan sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

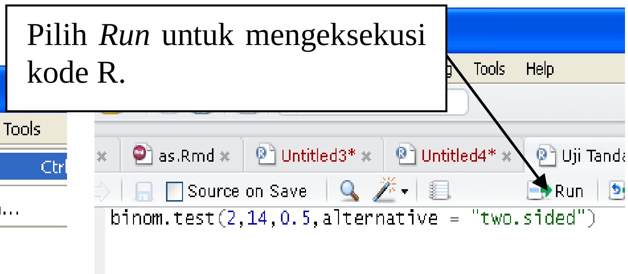
PENYELESAIAN DALAM R (UJI TANDA)

Aktifkan RStudio terlebih dahulu. Kemudian pilih *New File* => *R Script* (Gambar 20.12). Pada Gambar 20.13, ketik perintah **binom.test(2, 14, 0.5, alternative=”two.sided”)**.

binom.test(2, 14, 0.5, alternative=”two.sided”).

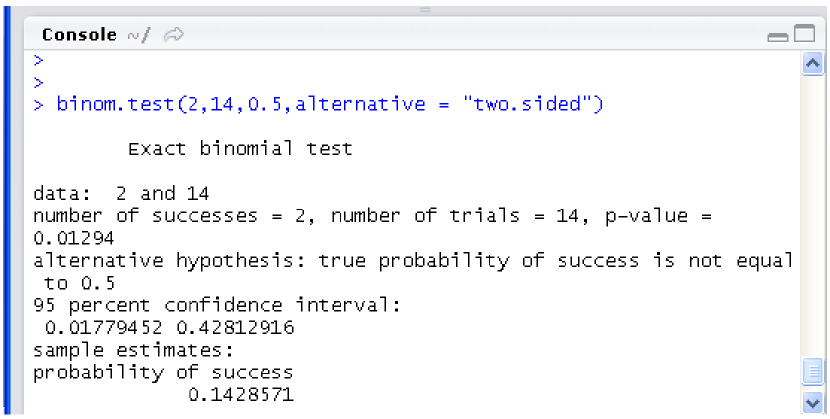
- ➪ Nilai 2 berarti jumlah tanda paling sedikit, yakni jumlah tanda negatif.
- ➪ Nilai 14 berarti jumlah seluruh tanda, yakni tanda positif dan tanda negatif.
- ➪ *Two.sided* berarti pengujian dua arah.
- ➪ Perhitungan nilai probabilitas kumulatif $X = 2$ dihitung dengan rumus binomial.





Gambar 20.12 **Gambar 20.13**

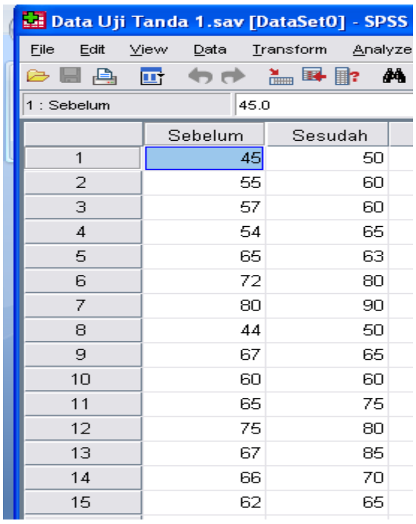
Gambar 20.14 merupakan hasil berdasarkan R. Diketahui nilai probabilitas kumulatif dari $X = 2$ atau *p-value* = 0,01294. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas kumulatif untuk $X = 2$, yakni 0,01294, lebih kecil dari nilai tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan “terdapat perbedaan yang signifikan (secara statistik) mengenai berat badan sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ” dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

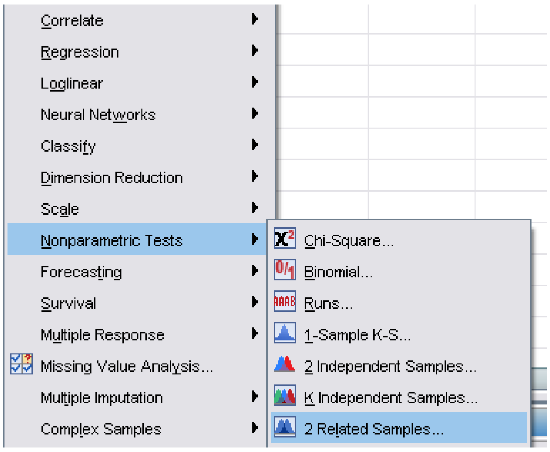


Gambar 20.14

PENYELESAIAN DALAM SPSS (UJI WILCOXON)

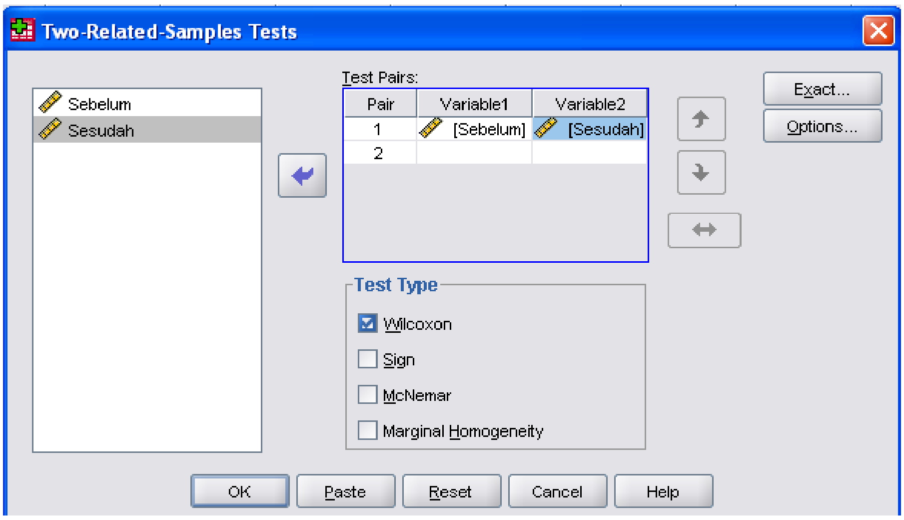
Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.15. Pada *Variable View*, bentuk variabel **Sebelum** dan **Sesudah**. Kemudian atur tipe data (*Type*) dengan *Numeric*. Pada *Data View*, isi data berat badan **sebelum** mengkonsumsi obat penambah berat badan merek *XYZ*, dan data berat badan **sesudah** mengkonsumsi obat penambah berat badan merek *XYZ* selama satu minggu.





Gambar 20.15 **Gambar 20.16**

Kemudian pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *2 Related Samples* (Gambar 20.16). Pindahkan variabel **Sebelum** pada bagian *Variable1*, sedangkan variabel **Sesudah** dipindahkan pada bagian *Variable2* (Gambar 20.17). Pada bagian *Test Type* pilih *Wilcoxon* (Gambar 20.17). Kemudian pilih OK.



Gambar 20.17

Tabel 20.3, yakni Tabel *Ranks* merupakan hasil berdasarkan SPSS. Berdasarkan Tabel 20.3, diketahui selisih dari pasangan nilai data yang bernilai negatif atau pengamatan ranking yang negatif (*Negative Ranks*) sebanyak 2, selisih dari pasangan nilai data yang bernilai positif atau pengamatan ranking yang positif (*Positive Ranks*) sebanyak 12, dan selisih dari pasangan nilai data yang bernilai nol (*Ties*) sebanyak 1. Jumlah responden dalam sampel (*Total*) sebanyak 15. Diketahui jumlah ranking untuk kelompok tanda positif $(+)$ adalah 102, sedangkan jumlah ranking untuk kelompok tanda negatif $(-)$ adalah 3. Hasil pada Tabel *Ranks* tersebut sesuai dengan hasil dengan perhitungan secara manual.

Tabel 20.3

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Sesudah - Sebelum	Negative Ranks	2[a]	1.50	3.00
	Positive Ranks	12[b]	8.50	102.00
	Ties	1[c]		
	Total	15		

a. Sesudah < Sebelum

b. Sesudah > Sebelum

c. Sesudah = Sebelum

Tabel 20.4

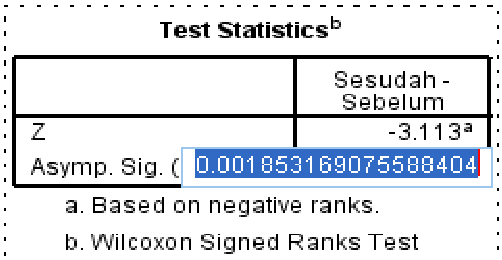
Test Statistics[b]

	Sesudah – Sebelum
Z	-3.113[a]
Asymp. Sig. (2-tailed)	.002

a. Based on negative ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

Tabel 20.4, yakni Tabel *Test Statistics* merupakan hasil berdasarkan SPSS. Berdasarkan Tabel 20.4, diketahui nilai normal Z terstandarisasi adalah $-3{,}113$, sedangkan nilai probabilitas kumulatif dari Z (*Asymp. Sig. (2-tailed)*) adalah 0,002. Karena nilai probabilitas $0{,}002 < \alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan "terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai berat badan, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan bahwa "*(2-tailed)*" berarti pengujian dilakukan secara dua arah.



Test Statistics[b]

	Sesudah - Sebelum
Z	-3.113[a]
Asymp. Sig. (	0.001853169075588404

a. Based on negative ranks.

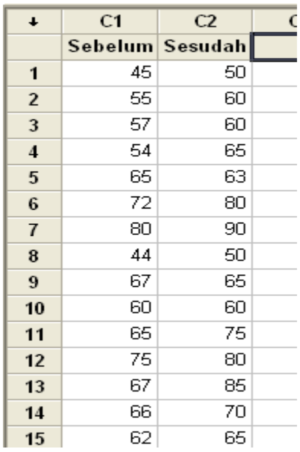
b. Wilcoxon Signed Ranks Test

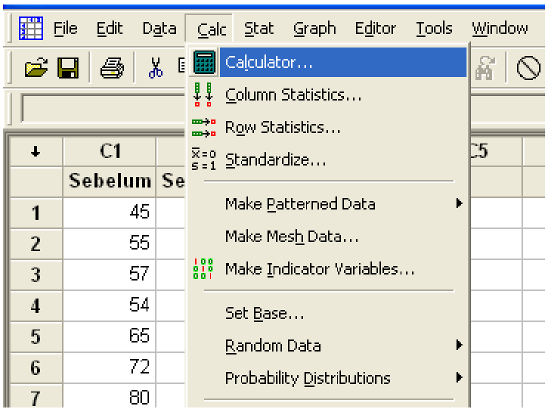
Gambar 20.18

Pada Gambar 20.18 menyajikan nilai nilai probabilitas kumulatif dari Z yang lebih detail (18 angka di belakang koma).

PENYELESAIAN DALAM Minitab (UJI WILCOXON)

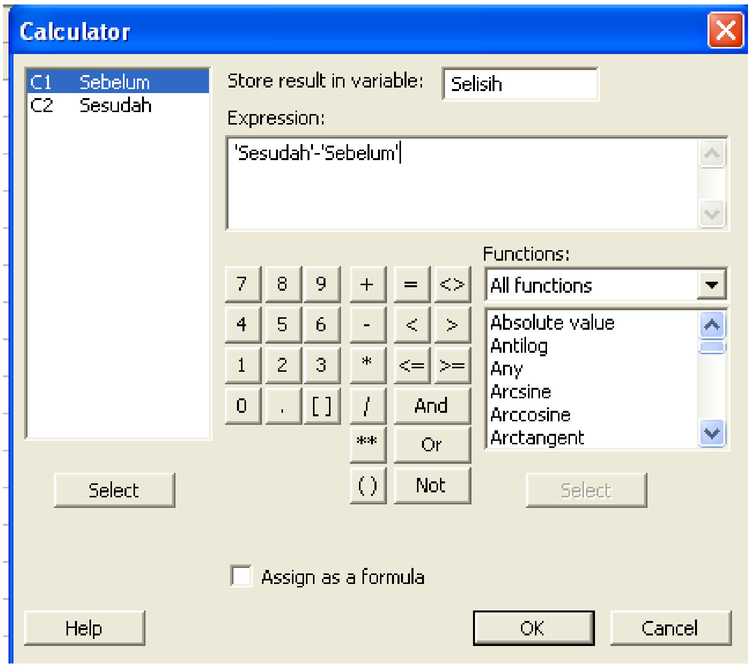
Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 2.19. Pilih *Cal* => *Calculator* (Gambar 20.20).

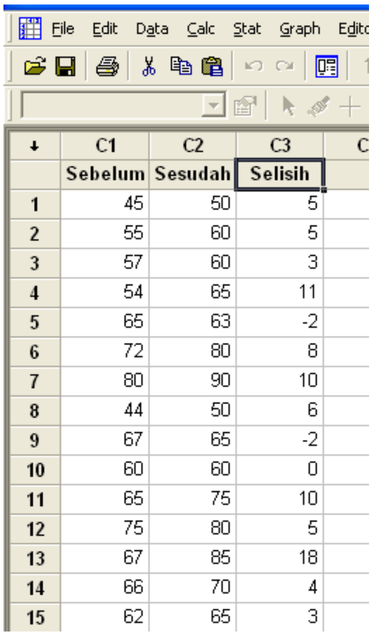




Gambar 20.19 **Gambar 20.20**

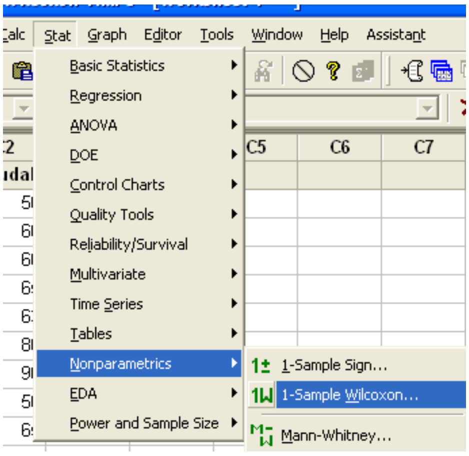
Pada Gambar 20.21, ketik **Selisih** pada bagian *Store result in variable:*. Kemudian pada bagian *Expression;* atur menjadi **'Sesudah'** – **'Sebelum'**. Selanjutnya pilih OK, hasilnya seperti pada Gambar 20.22, di mana telah terbentuk varaibel **Selisih**.

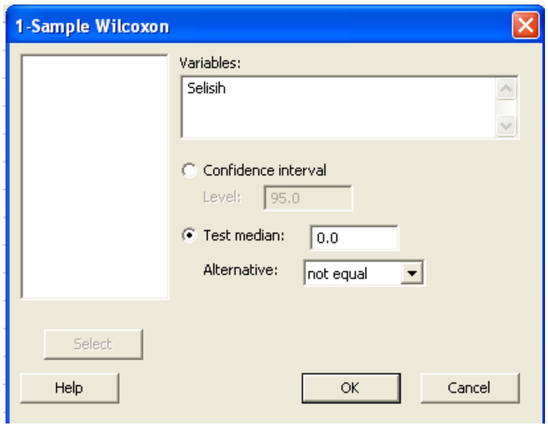




Gambar 20.21 **Gambar 20.22**

Selanjutnya pilih *Stat* => *Nonparametrics* => *1-sample Wilcoxon* (Gambar 20.23).





Gambar 20.23 **Gambar 20.24**

Pada Gambar 2.24, masukkan variabel **Selisih** pada bagian *Variables:*. Kemudian aktifkan/bulatkan bagian *Test median* dan pada *Alternative:* pilih *not equal* dengan maksud untuk pengujian dua arah. Kemudian pilih OK.

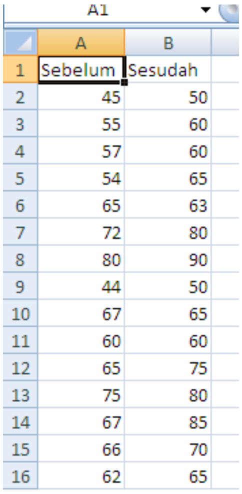
```
Wilcoxon Signed Rank Test: Selisih

Test of median = 0.000000 versus median not = 0.000000

              N for   Wilcoxon          Estimated
          N   Test   Statistic      P      Median
Selisih  15     14       102.0  0.002       5.000
```

Gambar 20.25

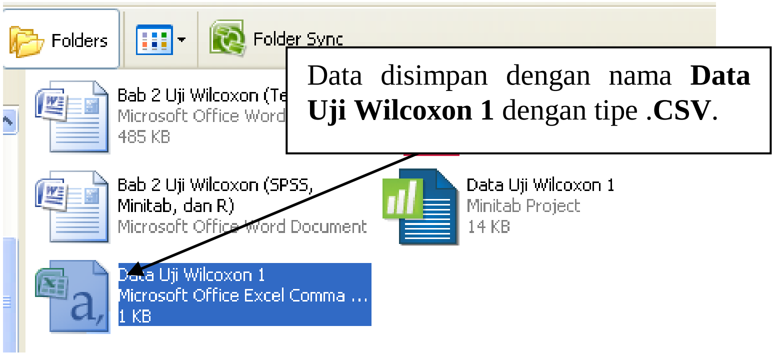
Berdasarkan Gambar 20.25, diketahui nilai P adalah 0,002, di mana nilai tersebut merupakan nilai probabilitas kumulatif nilai normal Z terstandarisasi, yakni $Z = -3{,}11$. Karena nilai probabilitas $0{,}002 < \alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan "terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai berat badan, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan bahwa "*(2-tailed)*" berarti pengujian dilakukan secara dua arah.

PENYELESAIAN DALAM R (UJI WILCOXON)

Data terlebih dahulu disimpan dalam *Microsoft Excel* dengan tipe **.CSV** (*Comma Separeted Values*) (Gambar 20.26 dan Gambar 20.27).

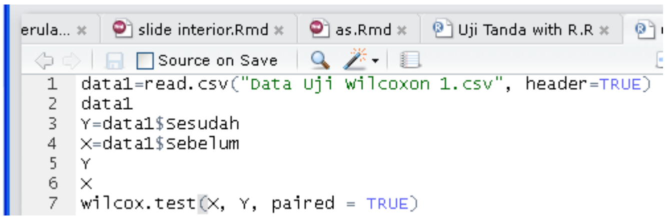


	A	B
1	Sebelum	Sesudah
2	45	50
3	55	60
4	57	60
5	54	65
6	65	63
7	72	80
8	80	90
9	44	50
10	67	65
11	60	60
12	65	75
13	75	80
14	67	85
15	66	70
16	62	65



Gambar 20.26 **Gambar 20.27**

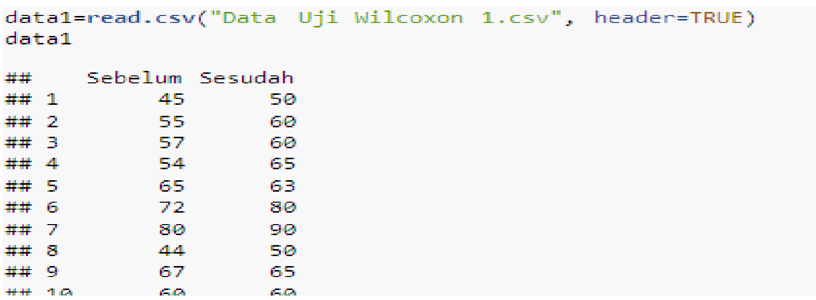
Aktifkan RStudio, kemudian pilih *File* => *R Script*. Ketik perintah R seperti pada Gambar 20.28.



```
data1=read.csv("Data Uji Wilcoxon 1.csv", header=TRUE)
data1
Y=data1$Sesudah
X=data1$Sebelum
Y
X
wilcox.test(X, Y, paired = TRUE)
```

Gambar 20.28

Selanjutnya pilih *Compile*, pilih *MS Word* pada *Notebook output format*, dan *Compile*. Berikut hasil berdasarkan berdasarkan R.



```
data1=read.csv("Data  Uji  Wilcoxon  1.csv",  header=TRUE)
data1

##      Sebelum  Sesudah
## 1         45       50
## 2         55       60
## 3         57       60
## 4         54       65
## 5         65       63
## 6         72       80
## 7         80       90
## 8         44       50
## 9         67       65
```

Gambar 20.29

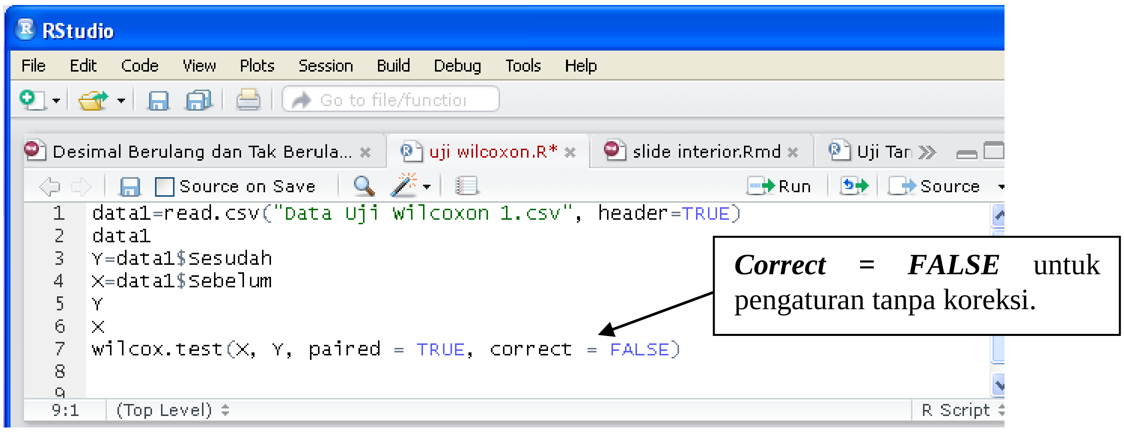
```
Y=data1$Sesudah
X=data1$Sebelum
Y

##  [1] 50 60 60 65 63 80 90 50 65 60 75 80 85 70 65

X

##  [1] 45 55 57 54 65 72 80 44 67 60 65 75 67 66 62

wilcox.test(X, Y, paired = TRUE)

## Warning in wilcox.test.default(X, Y, paired = TRUE): cannot compute exact
## p-value with ties

## Warning in wilcox.test.default(X, Y, paired = TRUE): cannot compute exact
## p-value with zeroes

##
##  Wilcoxon signed rank test with continuity correction
##
## data:  X and Y
## V = 3, p-value = 0.002061
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

With continuity correction membuat sedikit perbedaan nilai *p-value* pada hasil SPSS.

Gambar 20.30

Perhatikan bahwa berdasarkan Gambar 20.30, nilai V = 3, di mana nilai tersebut merupakan nilai statistik dari uji Wilcoxon. Karena nilai statistik dari uji Wilcoxon, yakni 3 lebih kecil dari nilai kritis Wilcoxon, yakni 21, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai "terdapat perbedaan yang signifikan (secara statistika) mengenai berat badan, sebelum mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ selama satu minggu" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

Berdasarkan Gambar 20.30 juga diketahui nilai *p-value* (setelah koreksi) adalah 0,002061. Karena nilai probabilitas $0{,}002061 < \alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan "terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai berat badan, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan bahwa "*(2-tailed)*" berarti pengujian dilakukan secara dua arah. Pada Gambar 20.31 menyajikan kode R untuk uji Wilcoxon **tanpa koreksi**.



Gambar 20.31

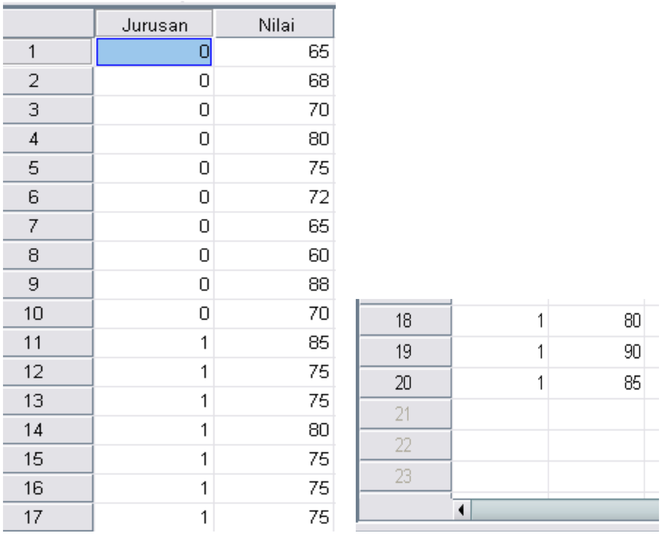
Dengan melakukan *compile* kode R pada Gambar 20.31, diperoleh hasil seperti pada Gambar 20.32. Berdasarkan Gambar 20.32, diketahui nilai *p-value* (sebelum koreksi) adalah 0,001853, di mana nilai tersebut merupakan nilai probabilitas kumulatif nilai normal Z terstandarisasi, yakni $Z = -3{,}11$. Karena nilai probabilitas $0{,}001853 < \alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan "terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai berat badan, sebelum dan sesudah mengkonsumsi obat penambah berat badan merek XYZ" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan bahwa "*(2-tailed)*" berarti pengujian dilakukan secara dua arah.

```
wilcox.test(X, Y, paired = TRUE, correct = FALSE)

## Warning in wilcox.test.default(X, Y, paired = TRUE, correct = FALSE):
## cannot compute exact p-value with ties

## Warning in wilcox.test.default(X, Y, paired = TRUE, correct = FALSE):
## cannot compute exact p-value with zeroes

##
##  Wilcoxon signed rank test
##
## data:  X and Y
## V = 3, p-value = 0.001853
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

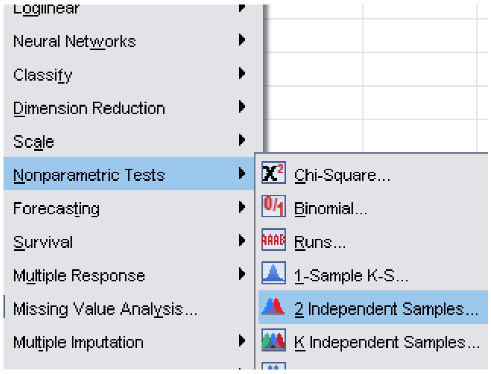
Gambar 20.32

PENYELESAIAN DALAM SPSS (UJI MANN-WHITNEY)

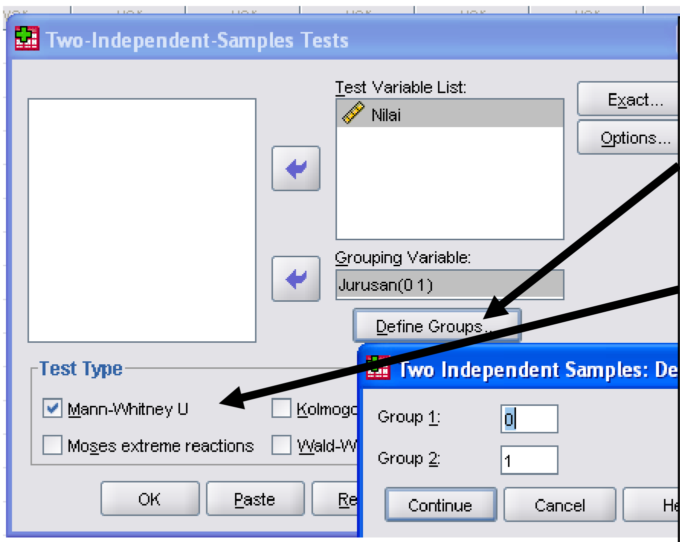
Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.33. Pada *Variable View*, bentuk variabel **Jurusan** dan **Nilai**. Kemudian atur tipe data (*Type*) dengan *Numeric*. Untuk variabel **Jurusan**, beri *Value* 0 untuk *Label* “Matematika”, dan *Value* 1 untuk *Label* “Statistika” (lihat Gambar 3.1). Kemudian aktifkan *Data View*. Ketik data seperti pada Gambar 20.33. Berdasarkan Gambar 20.33, diketahui masing-masing jurusan diamati 10 mahasiswa. Pada kolom **Jurusan**, nilai 0 menyatakan jurusan matematika, sedangkan nilai 1 menyatakan jurusan statistika.



	Jurusan	Nilai
1	0	65
2	0	68
3	0	70
4	0	80
5	0	75
6	0	72
7	0	65
8	0	60
9	0	88
10	0	70
11	1	85
12	1	75
13	1	75
14	1	80
15	1	75
16	1	75
17	1	75
18	1	80
19	1	90
20	1	85
21		
22		
23		



Gambar 20.33 **Gambar 20.34**



Selanjutnya pilih *Define Groups*, sehingga muncul kotak dialog *Two Independent Samples: Define Groups*. Pada kotak *Two Independent Samples: Define Groups*, ketik 0 pada *Group 1*, dan ketik 1 pada *Group 2*. Angka 0 berarti untuk kode jurusan matematika dan angka 1 untuk kode jurusan statistika

Gambar 20.35

Pilih *Analyze => Nonparametric Tests => 2 Independent Samples* (Gambar 20.34), sehingga muncul kotak dialog *Two Independent Samples Test* (Gambar 20.35). Pada Gambar 20.35, variabel **Nilai** dimasukkan pada kotak *Test Variable List* dan variabel **Jurusan** dimasukkan pada kotak *Grouping Variable*. Pada *Test Type*, pilih *Mann-Whitney U*. Selanjutnya pilih *Define Groups*, sehingga muncul kotak dialog *Two Independent Samples: Define Groups*.

Pada kotak *Two Independent Samples: Define Groups*, ketik 0 pada *Group 1*, dan ketik 1 pada *Group 2*. Angka 0 berarti untuk kode jurusan matematika dan angka 1 untuk kode jurusan statistika. Kemudian pilih *Continue* dan *OK*.

Tabel 20.5, yakni Tabel *Rank* merupakan hasil berdasarkan SPSS. Pada kolom *Sum of Ranks*, diketahui jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika adalah 72,5 dan jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika adalah 137,5. Pada kolom *Mean Rank* merupakan nilai rata-rata dari ranking nilai ujian matakuliah kalkulus berdasarkan masing-masing jurusan.

Tabel 20.5

Ranks

	Jurusan	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Nilai	Matematika	10	7.25	72.50
	Statistika	10	13.75	137.50
	Total	20		

Pada Tabel 20.6 (Tabel *Test Statistics*) diketahui nilai statistik uji Mann-Whitney adalah 17,5. Nilai kritis Mann-Whitney adalah 23. Karena nilai dari statistik dari uji Mann-Whitney, yakni 17,5 lebih kecil dari nilai kritis Mann-Whitney, yakni 23, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai “terdapat perbedaan yang signifikan secara statistika mengenai nilai ujian matakuliah kalkulus antara mahasiswa jurusan matematika dan mahasiswa jurusan statistika” dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan juga bahwa diketahui nilai *Asymp. Sig. (2-tailed)* adalah 0,013. Nilai tersebut merupakan:

$$2 \times (\text{nilai probabilitas kumulatif dari nilai normal } Z = -2{,}497) = 2\times 0{,}0062 = 0{,}013.$$

Karena nilai probabilitas kumulatif $0{,}013 < \alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai “nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika berbeda signifikan secara statistika dengan nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika” dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%. Perhatikan bahwa “*(2-tailed)*” berarti pengujian dilakukan secara dua arah.

Tabel 20.6

Test Statistics[b]

	Nilai
Mann-Whitney U	17.500
Wilcoxon W	72.500
Z	-2.497
Asymp. Sig. (2-tailed)	.013
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.011[a]

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Jurusan

Tabel 20.7

Test Statistics[b]

	Nilai
Mann-Whitney U	17.500
Wilcoxon W	72.500
Z	-2.497
Asymp. Sig.	0.012542433678247812
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.011[a]

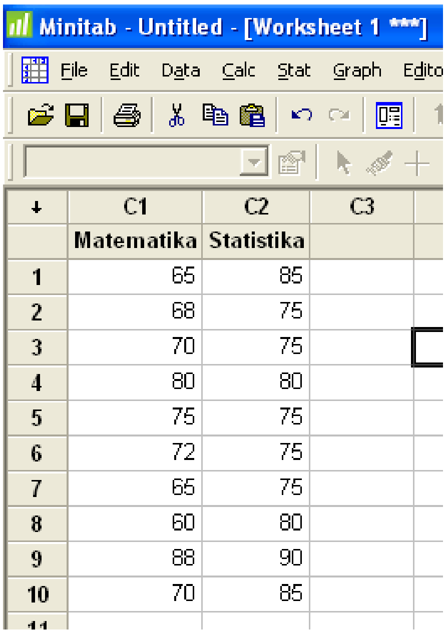
a. Not c

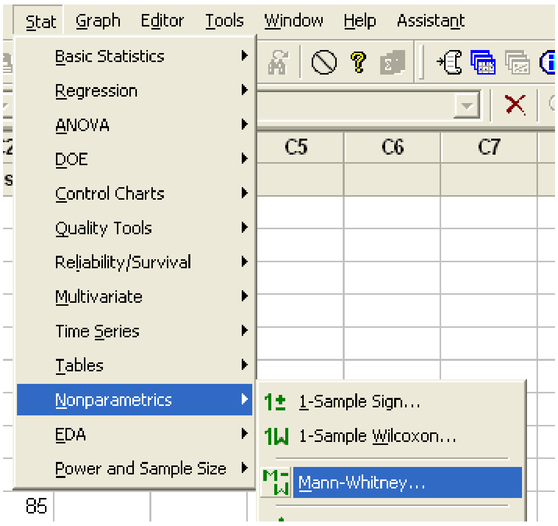
b. Group

Tabel 20.7 menyajikan nilai probabilitas (*Asymp. Sig.*) dengan 18 angka di belakang koma.

PENYELESAIAN DALAM Minitab (UJI MANN-WHITNEY)

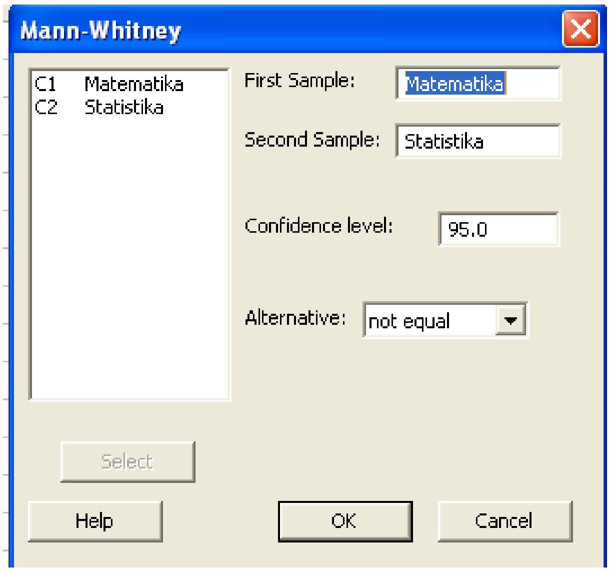
Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 20.36. Pilih *Stat* => *Nonparametrics* => *Mann-Whitney* (Gambar 20.37).





Gambar 20.36 **Gambar 20.37**

Pada Gambar 20.38, pindahkan variabel Matematika pada *First Sample*, dan pindahkan variabel Statistika pada *Second Sample*. Kemudian pilih OK.



Gambar 20.38

```
Mann-Whitney Test and CI: Matematika, Statistika

             N  Median
Matematika  10   70.00
Statistika  10   77.50


Point estimate for ETA1-ETA2 is -10.00
95.5 Percent CI for ETA1-ETA2 is (-15.00,-3.00)
W = 72.5
Test of ETA1 = ETA2 vs ETA1 not = ETA2 is significant at 0.0156
The test is significant at 0.0140 (adjusted for ties)
```

Gambar 20.39

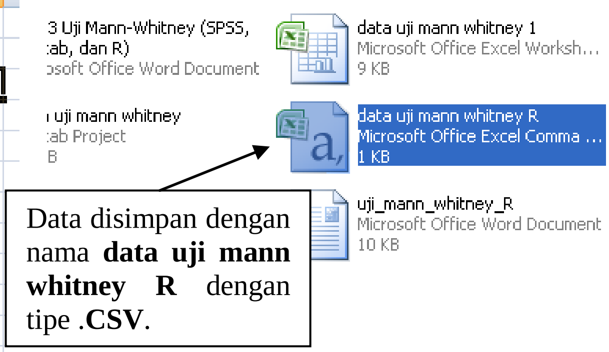
Berdasarkan Gambar 20.39, diketahui nilai $W = 72{,}5$, di mana nilai tersebut merupakan jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika. Diketahui berdasarkan perhitungan sebelumnya, jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika $R(X)$ adalah $72{,}5$ dan jumlah ranking nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika $R(Y)$ adalah $137{,}5$, maka $W = minimum(72{,}5; 137{,}5) = 72{,}5$.

Perhatikan juga bahwa diketahui nilai probabilitas (*adjusted for ties*) adalah 0,014$< \alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Ini berarti pernyataan mengenai "nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan statistika berbeda signifikan secara statistika dengan nilai ujian matakuliah kalkulus mahasiswa jurusan matematika" dapat diterima pada tingkat signifikansi 5%.

PENYELESAIAN DALAM R (UJI MANN-WHITNEY)

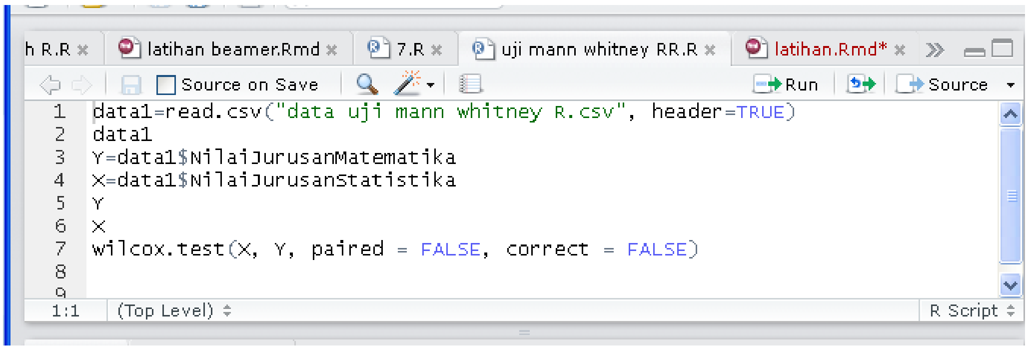
Data terlebih dahulu disimpan dalam *Microsoft Excel* dengan tipe **.CSV** (*Comma Separeted Values*) (Gambar 20.40 dan Gambar 20.41).

NilaiJurusanMatematika	NilaiJurusanStatistika
65	85
68	75
70	75
80	80
75	75
72	75
65	75
60	80
88	90
70	85



Gambar 20.40 **Gambar 20.41**

Aktifkan RStudio, kemudian pilih *File* => *R Script*. Ketik perintah R seperti pada Gambar 20.42.



Gambar 20.42

Selanjutnya pilih *Compile*, pilih *MS Word* pada *Notebook output format*, dan *Compile*. Berikut hasil berdasarkan berdasarkan R.

```
data1=read.csv("data  uji  mann  whitney  R.csv",  header=TRUE)
data1

##    NilaiJurusanMatematika  NilaiJurusanStatistika
## 1                      65                      85
## 2                      68                      75
## 3                      70                      75
## 4                      80                      80
## 5                      75                      75
## 6                      72                      75
## 7                      65                      75
## 8                      60                      80
## 9                      88                      90
## 10                     70                      85
```

Gambar 20.43

```
Y

##  [1] 65 68 70 80 75 72 65 60 88 70

X

##  [1] 85 75 75 80 75 75 75 80 90 85

wilcox.test(X, Y, paired = FALSE, correct = FALSE)

## Warning in wilcox.test.default(X, Y, paired = FALSE, correct = FALSE):
## cannot compute exact p-value with ties

##
##  Wilcoxon rank sum test
##
## data:  X and Y
## W = 82.5, p-value = 0.01254
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

"***Correct = FALSE***" berarti Perhitungan tanpa menggunakan rumus koreksi, menghasilkan nilai probabilitas (*p-value*) 0,01254. Hasil dalam SPSS diperoleh 0,01254.

Gambar 20.44

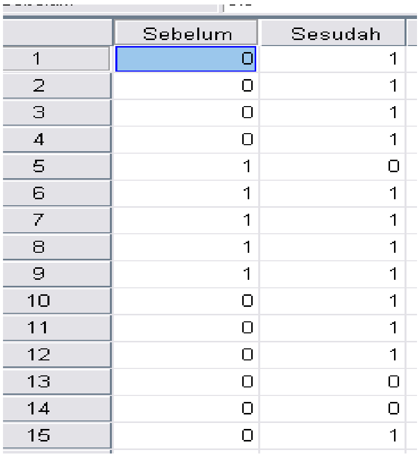
```
wilcox.test(X, Y, paired = FALSE, correct = TRUE)

## Warning in wilcox.test.default(X, Y, paired = FALSE, correct = TRUE):
## cannot compute exact p-value with ties

##
##  Wilcoxon rank sum test with continuity correction
##
## data:  X and Y
## W = 82.5, p-value = 0.01397
## alternative hypothesis: true location shift
```

"***Correct = TRUE***" berarti Perhitungan menggunakan rumus koreksi, menghasilkan nilai probabilitas (*p-value*) 0,01397. Hasil dalam Minitab diperoleh 0,014.

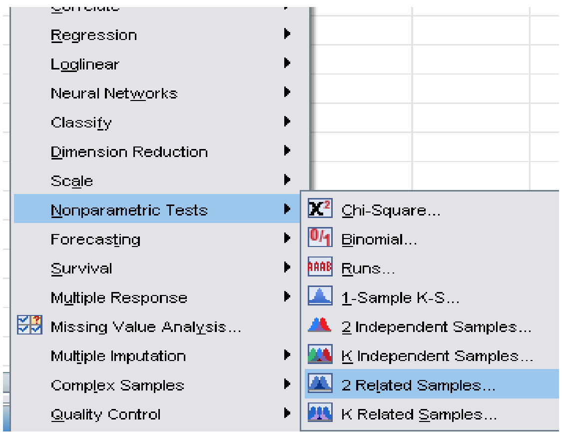
Gambar 20.45

PENYELESAIAN DALAM SPSS (UJI McNEMAR)

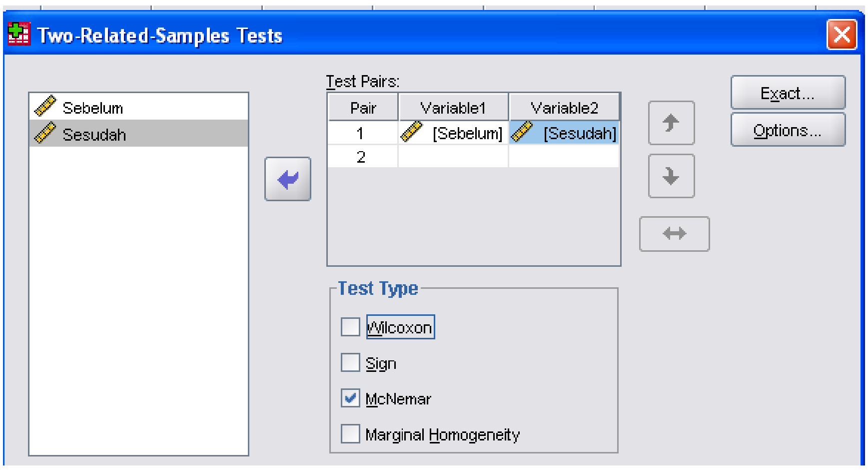
Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.46. Pada *Variable View*, bentuk variabel **Sebelum** dan **Sesudah**. Kemudian atur tipe data (*Type*) dengan *Numeric*. Untuk variabel **Sebelum**, beri *Value* 0 untuk *Label* “tidak menggunakan bumbu masakan A”, dan *Value* 1 untuk *Label* “menggunakan bumbu masakan A”. Begitu juga pada variabel **Sesudah**, beri *Value* 0 untuk *Label* “tidak menggunakan bumbu masakan A”, dan *Value* 1 untuk *Label* “menggunakan bumbu masakan A”. Kemudian aktifkan *Data View*. Input data pada *Data View* seperti pada Gambar 20.46. Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *2 Related Samples* (Gambar 20.47), sehingga muncul kotak dialog *Two Related Samples Test* (Gambar 20.48). Variabel **Sebelum** dimasukkan pada *Variable1* dan variabel **Sesudah** dimasukkan pada *Variable2*. Pada *Test Type* pilih *McNemar* dan kemudian pilih OK.



	Sebelum	Sesudah
1	0	1
2	0	1
3	0	1
4	0	1
5	1	0
6	1	1
7	1	1
8	1	1
9	1	1
10	0	1
11	0	1
12	0	1
13	0	0
14	0	0
15	0	1



Gambar 20.46 **Gambar 20.47**



Gambar 20.48

Berdasarkan Tabel 20.8 (Tabel Sebelum & Sesudah), Diketahui terdapat 4 orang menggunakan bumbu masakan merek A sebelum dan setelah adanya iklan promosi. Terdapat 8 orang yang tidak menggunakan bumbu masakan merek A sebelum ada iklan promosi. Namun, setelah ada iklan promosi, maka 8 orang tersebut beralih untuk menggunakan bumbu masakan merek A. Tabel tersebut merupakan tabel kontingensi berukuran 2 × 2 (dua baris dan dua kolom).

Tabel 20.8

Sebelum & Sesudah

Sebelum	Sesudah: tidak menggunakan bumbu masakan A	Sesudah: menggunakan bumbu masakan A
tidak menggunakan bumbu masakan A	2	8
menggunakan bumbu masakan A	1	4

Berdasarkan Tabel 20.9 (Tabel *Test Statistics*) diketahui nilai *Exact Sig. (2-tailed)* 0,039. Nilai tersebut merupakan nilai statistik dari uji McNemar (T_2) yang dihitung dengan rumus

$$T_2 = 2\left[\sum_{i=0}^{X} \binom{n}{i} p^i\, q^{n-i}\right].$$

Karena nilai *Exact Sig. (2-tailed)*, yakni 0,039, lebih kecil dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat pengaruh yang signifikan secara statistika pada penggunaan bumbu masakan mereka A, setelah adanya iklan promosi pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 20.9

Test Statistics[b]

	Sebelum & Sesudah
N	15
Exact Sig. (2-tailed)	.039[a]

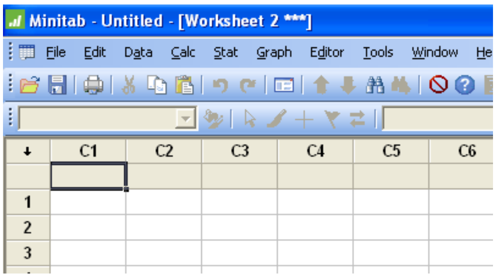
a. Binomial distribution used.

b. McNemar Test

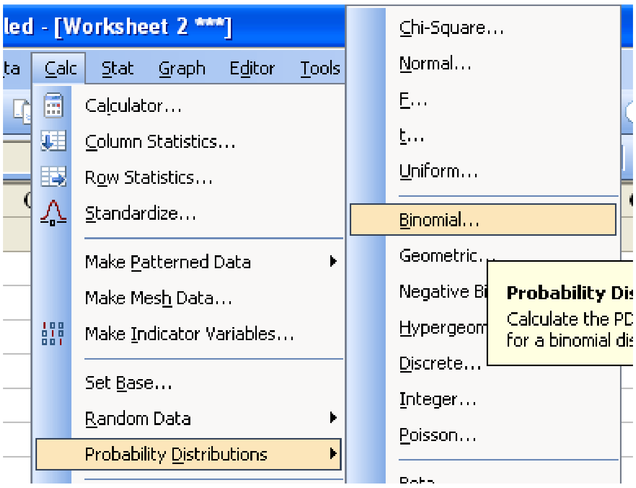
Perhitungan dengan menggunakan rumus binomial.

PENYELESAIAN DALAM Minitab (UJI McNEMAR)

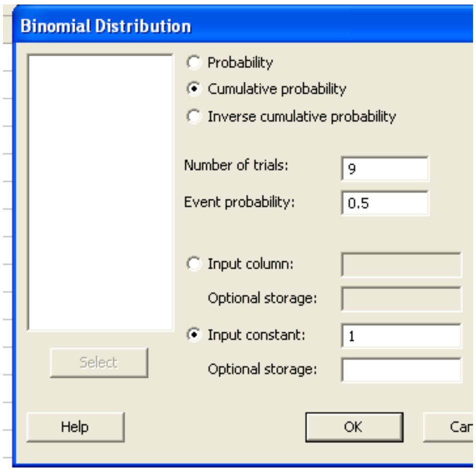
Aktifkan terlebih dahulu *software* Minitab (Gambar 20.49). Kemudian pilih *Calc* => *Probability Distributions* => *Binomial* (Gambar 20.50).



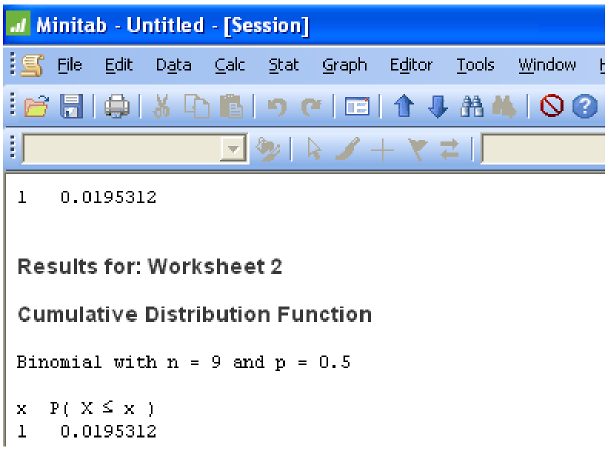
Gambar 20.49



Gambar 20.50



Gambar 20.51



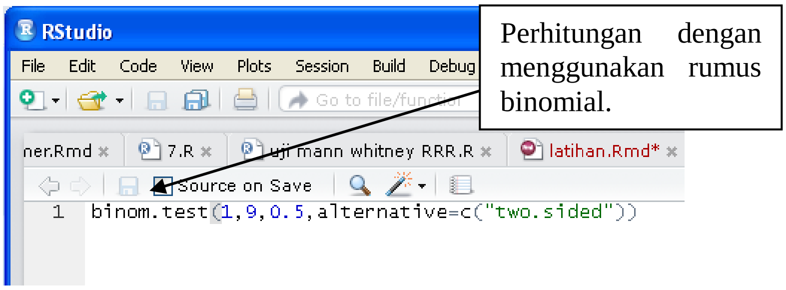
Gambar 20.52

$$2 \times 0{,}0195312 = 0{,}0390624.$$

Berdasarkan perhitungan di atas diperoleh nilai probabilitas (*p-value*) 0,03906, yakni lebih kecil dari tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak, dan hipotesis alternatif diterima. Nilai *p-value*, yakni 0,03906 diperoleh dari perhitungan berikut (ingat rumus T_2).

PENYELESAIAN DALAM R (UJI McNEMAR)

Aktifkan RStudio, kemudian pilih *File* => *R Script*. Ketik perintah R seperti pada Gambar 20.53.



Gambar 20.53

Selanjutnya pilih *Compile*, pilih *MS Word* pada *Notebook output format*, dan *Compile*. Berikut hasil berdasarkan berdasarkan R.

```
binom.test(1,9,0.5,alternative=c("two.sided"))

##
##  Exact binomial test
##
## data:  1 and 9
## number of successes = 1, number of trials = 9, p-value = 0.03906
```

Gambar 20.54

Berdasarkan Gambar 20.54, diperoleh nilai probabilitas (*p-value*) 0,03906, yakni lebih kecil dari tingkat signifikansi yang digunakan $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak, dan hipotesis alternatif diterima. Nilai *p-value*, yakni 0,03906 diperoleh dari perhitungan berikut (ingat rumus T_2).

$$2\left[\sum_{i=0}^{X} \binom{n}{i} p^i\, q^{n-i}\right] = 2[P(X=0) + P(X=1)]$$

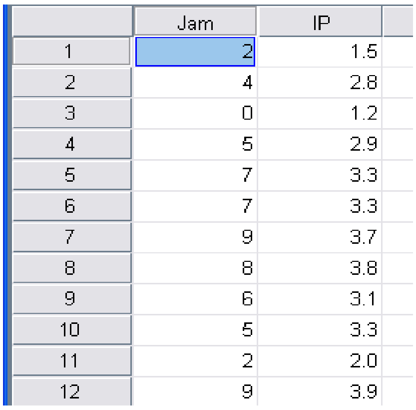
$$= 2\left[\binom{9}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^9 + \binom{9}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^8\right]$$

$$= 2[0{,}001953 + 0{,}017578]$$

$$= 0{,}039.$$

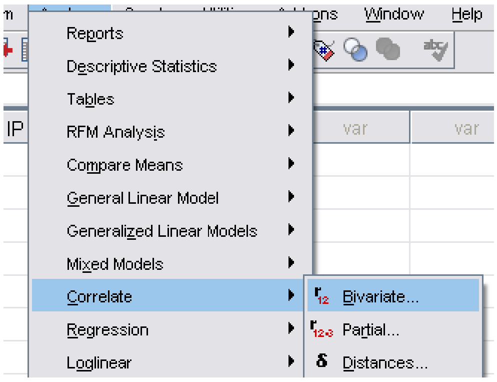
PENYELESAIAN DALAM SPSS (KORELASI SPEARMAN)

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 5.1. Pada *Variable View*, bentuk variabel **Jam** dan **IP**. Kemudian atur tipe data (*Type*) dengan *Numeric*. Untuk variabel **IP**, atur *Decimals* dengan 1, karena terdapat 1 angka di belakang koma. Kolom *Label* berfungsi untuk memberi keterangan.



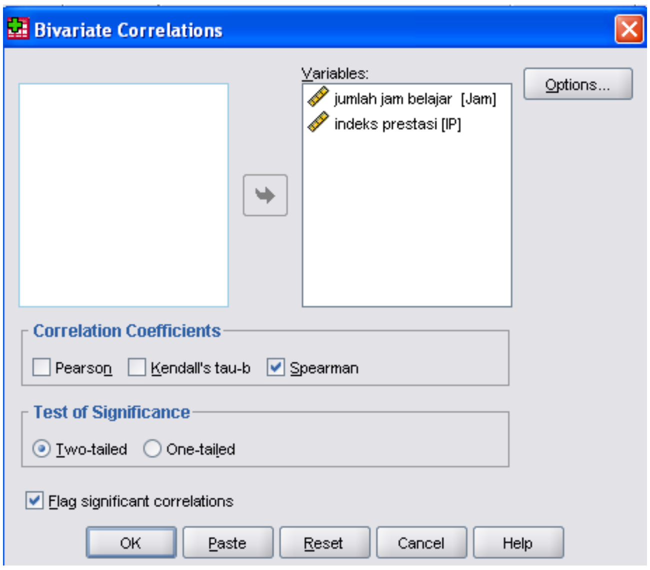
	Jam	IP
1	2	1.5
2	4	2.8
3	0	1.2
4	5	2.9
5	7	3.3
6	7	3.3
7	9	3.7
8	8	3.8
9	6	3.1
10	5	3.3
11	2	2.0
12	9	3.9

Gambar 20.55



Gambar 20.56

Pilih *Analyze* => *Correlate* => *Bivariate* (Gambar 20.56), sehingga muncul kotak dialog *Bivariate Correlations* (Gambar 20.57). Variabel **Jam** dan **IP** dimasukkan pada kotak *Variables*. Pada *Correlation Coefficients*, pilih *Spearman*. Pada *Test of Significance*, pilih *Two-Tailed*, karena pengujian hipotesis dilakukan dua arah. Kemudian pilih *Flag Significant Correlations* dan pilih OK.



Gambar 20.57

Berdasarkan Tabel 20.10 (Tabel *Correlation*), diketahui nilai korelasi berperingkat Spearman adalah 0,942. Diketahui juga bahwa nilai probabilitas dari uji *t* atau *Sig.(2-tailed)* adalah 0,000. Karena nilai probabilitas lebih kecil dari nilai tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat hubungan yang signifikan secara statistika antara jumlah jam belajar di luar waktu kuliah dalam sehari dengan nilai indeks prestasi mahasiswa pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 20.10

Correlations

			jumlah jam belajar dalam sehari	indeks prestasi
Spearman's rho	jumlah jam belajar dalam sehari	Correlation Coefficient	1.000	.942**
		Sig. (2-tailed)	.	.000
		N	12	12
	indeks prestasi	Correlation Coefficient	.942**	1.000
		Sig. (2-tailed)	.000	.
		N	12	12

****. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).**

Tabel 20.11

Correlations

			jumlah jam belajar	indeks prestasi
Spearman's rho	jumlah jam belajar	Correlation Coefficient		0.9418121247825694
		Sig. (2-tailed)	.	.000
		N	12	12
	indeks prestasi	Correlation Coefficient	.942**	1.000
		Sig. (2-tailed)	.000	.
		N	12	12

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Correlations

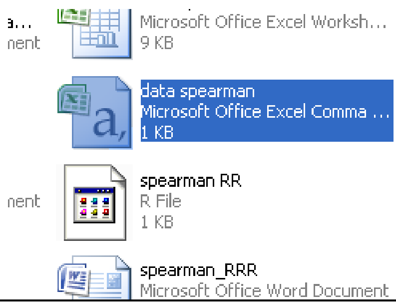
			jumlah jam belajar	indeks prestasi
Spearman's rho	jumlah jam belajar	Correlation Coefficient	1.000	.942**
		Sig. (2-tailed)	.	.000
		N	12	12
	indeks prestasi	Correlation Coefficient	.942**	1.000
		Sig. (2-tailed)	4.7623620221949734E-6	
		N	12	12

Bandingkan *output* R.

PENYELESAIAN DALAM R (KORELASI SPEARMAN)

Data terlebih dahulu disimpan dalam *Microsoft Excel* dengan tipe **.CSV** (*Comma Separeted Values*) (Gambar 20.58 dan Gambar 20.59).

	A	B
1	Jam	IP
2	2	1.5
3	4	2.8
4	0	1.2
5	5	2.9
6	7	3.3
7	7	3.25
8	9	3.7
9	8	3.8
10	6	3.1
11	5	3.3
12	2	2
13	9	3.9



Data disimpan dengan nama **data spearman** dengan tipe **.CSV**.

Gambar 20.58 **Gambar 20.59**

Aktifkan RStudio, kemudian pilih *File* => *R Script*. Ketik perintah R seperti pada Gambar 20.60.

```
data1=read.csv("data spearman.csv", header=TRUE)
data1
X=data1$Jam
Y=data1$IP
Y
X
cor.test(X,Y,method = "spearman", alternative = c("two.sided"))
```

Gambar 20.60

Selanjutnya pilih *Compile*, dan pilih *MS Word* pada *Notebook output format*. Gambar 20.61 dan Gambar 20.62 merupakan hasil berdasarkan R. Berdasarkan Tabel 20.11 diketahui nilai korelasi berperingkat Spearman (*rho*) adalah 0,9418121. Diketahui juga bahwa nilai probabilitas dari uji t (*p-value*) adalah $\frac{4.762}{10^6} = 0{,}000004762$. Karena nilai probabilitas lebih kecil dari nilai tingkat signifikansi, yakni 0,05, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima.

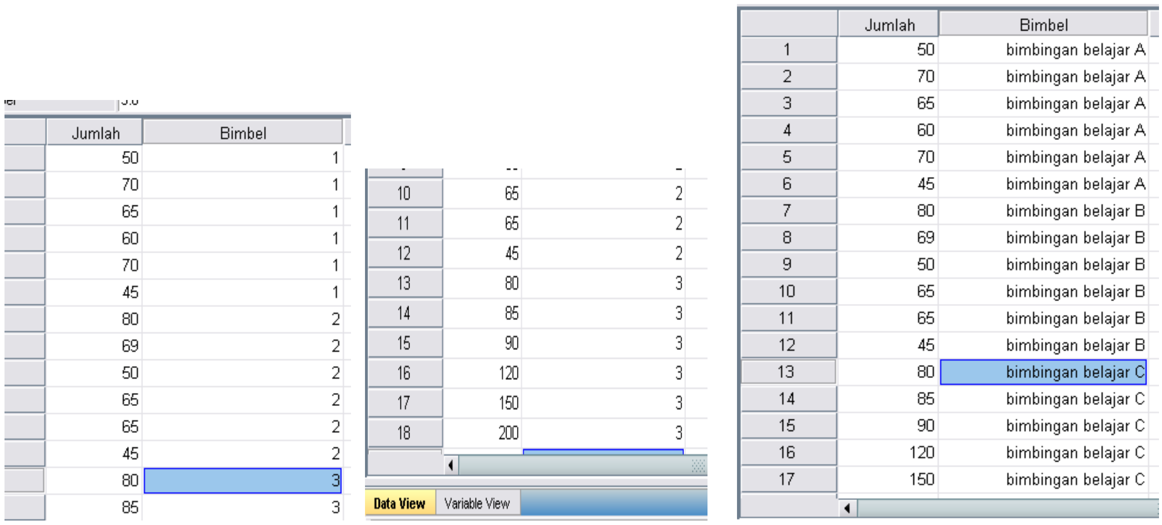
```
data1=read.csv("data spearma
data1

##     Jam   IP
## 1     2 1.50
## 2     4 2.80
## 3     0 1.20
## 4     5 2.90
## 5     7 3.30
## 6     7 3.25
## 7     9 3.70
## 8     8 3.80
## 9     6 3.10
## 10    5 3.30
## 11    2 2.00
## 12    9 3.90
```

```
cor.test(X,Y,method = "spearman", alternative = c("two.sided"))

## Warning in cor.test.default(X, Y, method = "spearman", altern
## c("two.sided")): Cannot compute exact p-value with ties

##
##  Spearman's rank correlation rho
##
## data:  X and Y
## S = 16.6417, p-value = 4.762e-06
## alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
## sample estimates:
##       rho
## 0.9418121
```

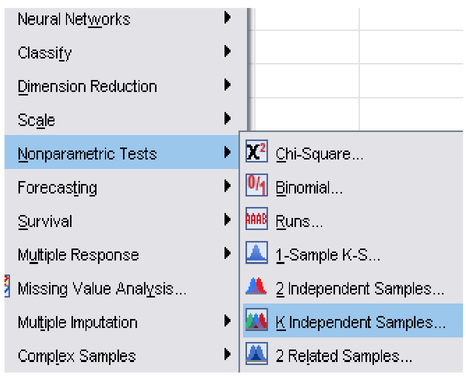
Gambar 20.61 **Gambar 20.62**

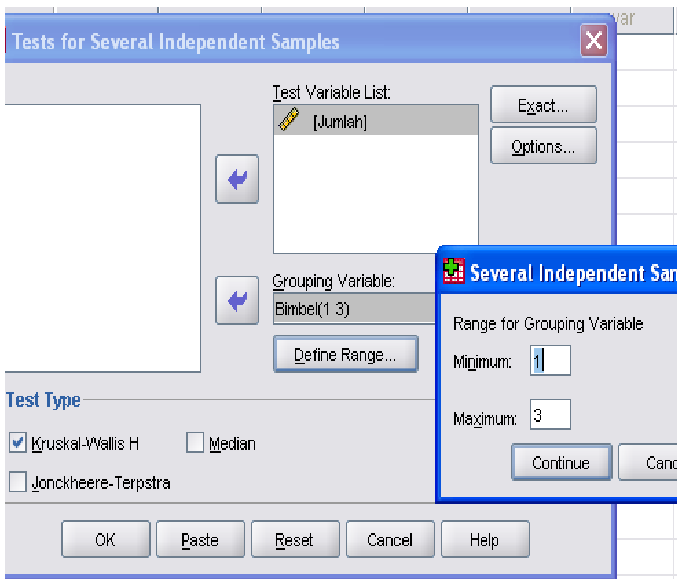
PENYELESAIAN DALAM SPSS (UJI KRUSKAL-WALLIS)

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.63. Pada *Variable View*, bentuk variabel **Jumlah** dan **Bimbel** (bimbingan belajar). Untuk variabel **Bimbel**, beri *Value* 1 untuk *Label* “bimbingan belajar A”, beri *Value* 2 untuk *Label* “bimbingan belajar B”, dan beri *Value* 3 untuk *Label* “bimbingan belajar C”. Kemudian aktifkan *Data View*. Input data pada *Data View* seperti pada Gambar 20.63. Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *K Independent Samples* (Gambar 20.64), sehingga muncul kotak dialog *Test for Several Independent Samples* (Gambar 20.65).



Gambar 20.63





Gambar 20.64 **Gambar 20.65**

Pada Gambar 20.65, pilih *Kruskal-Wallis H* pada *Test Type*. Kemudian variabel **jumlah** dimasukkan pada *Test Variable List* dan variabel **Bimbel** dimasukkan pada *Grouping Variable*. Selanjutnya pilih *Define Group*. Isi *Minimum* dengan nilai 1 dan *Maximum* dengan nilai 3. Perhatikan bahwa nilai 1 (nilai *Value* yang paling minimum) berarti *Label* untuk

bimbingan belajar A, sedangkan nilai 3 (nilai *Value* yang paling maksimum) berarti *Label* untuk **bimbingan belajar C**. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK.

Hasil berdasarkan SPSS disajikan pada Tabel 20.11 (Tabel *Ranks*). Berdasarkan Tabel 20.11 untuk kolom *Mean Rank*, diketahui rata-rata ranking dari bimbingan belajar A adalah 6,33. Nilai tersebut merupakan hasil bagi antara jumlah ranking pada bimbingan belajar A, yakni 38 dengan banyaknya elemen sampel bimbingan belajar A yakni, 6.

Pada Tabel 20.12 (Tabel *Test Statistics*), diketahui nilai statistik dari Kruskal-Wallis (H) atau *Chi Square* adalah 11,165 dan nilai probabilitas dari uji Kruskal-Wallis (*Asymp. Sig.*) adalah 0,004. Oleh karena nilai probabilitas, yakni 0,004, lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat perbedaan kualitas yang signifikan secara statistika di antara ketiga bimbingan belajar tersebut pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 20.11

Ranks

Bimbel	N	Mean Rank
bimbingan belajar A	6	6.33
bimbingan belajar B	6	6.75
bimbingan belajar C	6	15.42
Total	18	

Tabel 20.12

Test Statistics[a,b]

Chi-Square	11.165
Df	2
Asymp. Sig.	.004

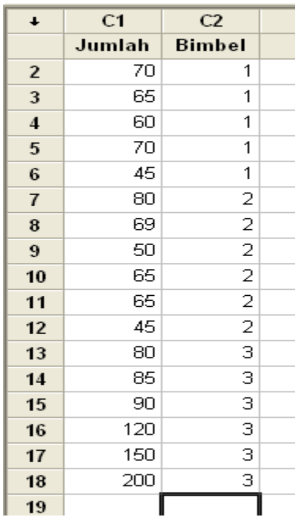
a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Bimbel

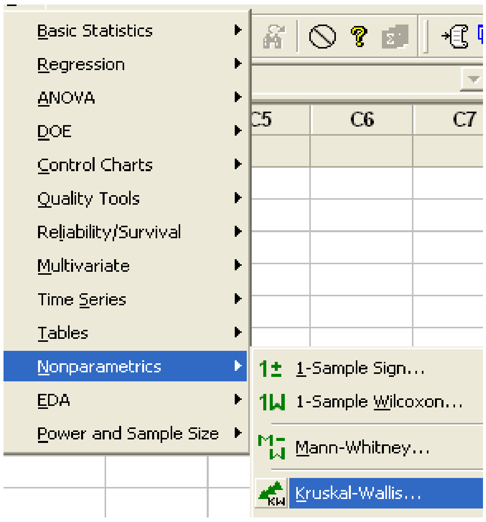
Lihat pada *output* Minitab. Nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis sebelum koreksi adalah 11,07, dan setelah dikoreksi (*adjusted for ties*) menjadi 11,17.

PENYELESAIAN DALAM Minitab (UJI KRUSKAL-WALLIS)

Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 20.66. Pilih *Stat* => *Nonparametrics* => *Kruskal-Wallis* (Gambar 20.67).

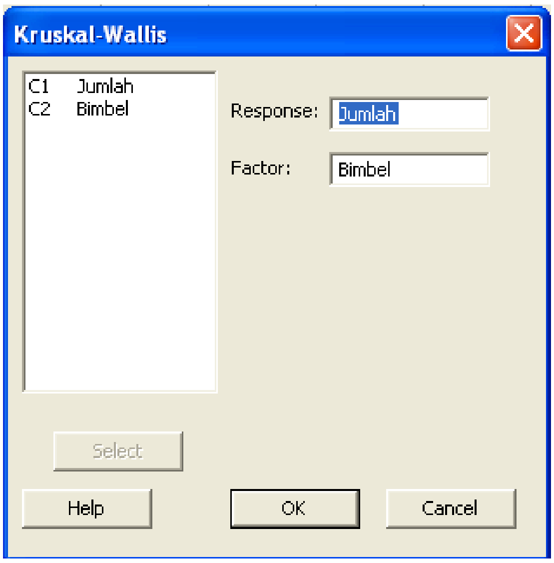


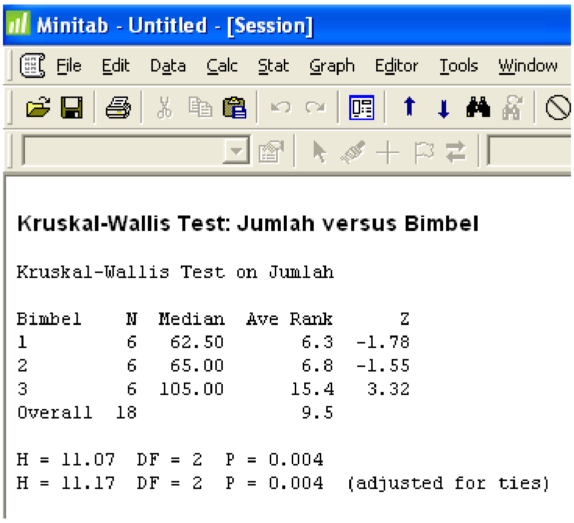
↓	C1 Jumlah	C2 Bimbel
2	70	1
3	65	1
4	60	1
5	70	1
6	45	1
7	80	2
8	69	2
9	50	2
10	65	2
11	65	2
12	45	2
13	80	3
14	85	3
15	90	3
16	120	3
17	150	3
18	200	3
19		



Gambar 20.66 **Gambar 20.67**

Pada Gambar 20.68, pindahkan variabel **Jumlah** pada *Response*, dan pindahkan variabel **Factor** pada *Factor*. Kemudian pilih OK. Gambar 20.69 merupakan hasil berdasarkan Minitab. Diketahui nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis (H) adalah 11,17, derajat bebas (DF) adalah 2, dan probabilitas (P) adalah 0,004. Oleh karena nilai probabilitas, yakni 0,004, lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti terdapat perbedaan kualitas yang signifikan secara statistika di antara ketiga bimbingan belajar tersebut pada tingkat signifikansi 5%.





Gambar 20.68 **Gambar 20.69**

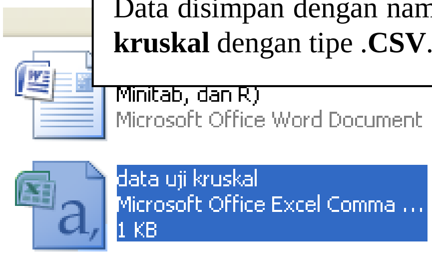
PENYELESAIAN DALAM R (UJI KRUSKAL-WALLIS)

Data terlebih dahulu disimpan dalam *Microsoft Excel* dengan tipe **.CSV** (*Comma Separeted Values*) (Gambar 20.70 dan Gambar 20.71).

A2

	A	B	C
1	bimbelA	bimbelB	bimbelC
2	50	80	80
3	70	69	85
4	65	50	90
5	60	65	120
6	70	65	150
7	45	45	200
8			

Data disimpan dengan nama **data uji kruskal** dengan tipe .**CSV**.



Gambar 20.70 **Gambar 20.71**

Aktifkan RStudio, kemudian pilih *File* => *R Script* Ketik perintah R seperti pada Gambar 20.72.

```
data1=read.csv("data uji kruskal.csv", header=TRUE)
data1
X=data1$bimbelA
Y=data1$bimbelB
Z=data1$bimbelC
X
Y
Z
kruskal.test(data1)
```

9:19 (Top Level)

Gambar 20.72

Selanjutnya pilih *Compile*, pilih *MS Word* pada *Notebook output format*, dan *Compile*. Berikut hasil berdasarkan berdasarkan R.

```
data1=read.csv("data uji kruskal.
data1

##   bimbelA bimbelB bimbelC
## 1      50      80      80
## 2      70      69      85
## 3      65      50      90
## 4      60      65     120
## 5      70      65     150
## 6      45      45     200
```

```
Z

## [1]  80  85  90 120 150 200

kruskal.test(data1)

##
##  Kruskal-Wallis rank sum tes
##
## data:  data1
## Kruskal-Wallis chi-squared = 11.1653, df = 2, p-value = 0.003763
```

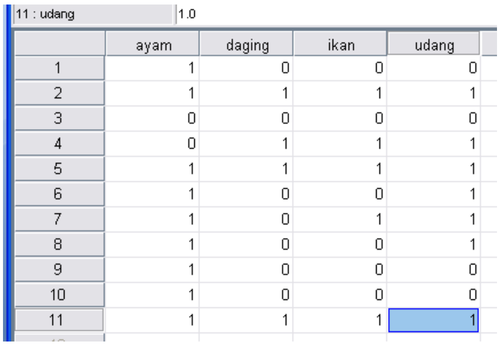
Lihat pada *output* Minitab. Nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis sebelum koreksi adalah 11,07, dan setelah dikoreksi (*adjusted for ties*) menjadi 11,17.

Gambar 20.73 **Gambar 20.74**

Berdasarkan Gambar 6.16, Diketahui nilai statistik dari uji Kruskal-Wallis adalah 11,1653, derajat bebas (df) adalah 2, dan probabilitas (*p-value*) adalah 0,003763. Oleh karena nilai probabilitas, yakni 0,003763, lebih kecil dibandingkan tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima.

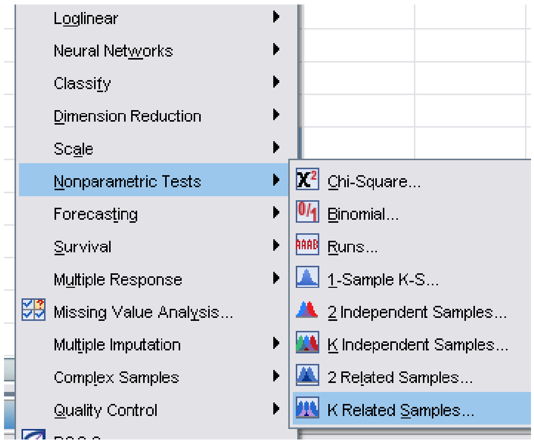
PENYELESAIAN DALAM SPSS (UJI COCHRAN)

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.75. Pada *Variable View*, bentuk variabel **ayam**, **daging**, **ikan**, dan **udang**. Kemudian aktifkan *Data View*. Input data pada *Data View* seperti pada Gambar 20.75.



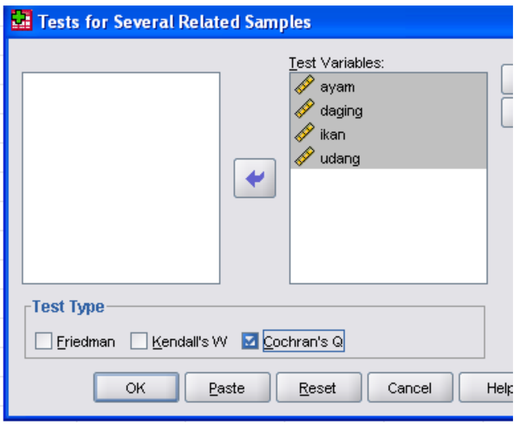
11 : udang 1.0

	ayam	daging	ikan	udang
1	1	0	0	0
2	1	1	1	1
3	0	0	0	0
4	0	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	0	0	1
7	1	0	1	1
8	1	0	0	1
9	1	0	0	0
10	1	0	0	0
11	1	1	1	1



Gambar 20.75 **Gambar 20.76**

Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *K Related Samples* (Gambar 20.76), sehingga muncul kotak dialog *Test for Several Related Samples* (Gambar 20.77). Masukkan variabel **ayam**, **daging**, **ikan** dan **udang** pada kotak *Test Variables*. Pada *Test Type* pilih *Cochran's Q* dan kemudian pilih OK.



Gambar 20.77

Berdasarkan Tabel 20.13 (Tabel *Frequencies*) diketahui responden yang suka terhadap kerupuk rasa ayam sebanyak 9 responden, dan responden yang tidak suka rasa ayam sebanyak 2 orang. Responden yang tidak suka terhadap kerupuk rasa daging sebanyak 7 orang dan responden yang suka rasa daging sebanyak 4 orang.

Berdasarkan Tabel 20.14 (Tabel *Test Statistics*) diketahui nilai statistik dari uji Cochran atau *Cochran's Q* adalah 7,696 atau dibulatkan menjadi 7,70. Diketahui kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}) adalah 7,815. Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Cochran, yakni 7,70, lebih kecil dari nilai kritis chi-kuadrat, yakni 7,815, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti keempat jenis kerupuk memberikan kepuasan rasa yang sama pada tingkat signifikansi 5%.

Tabel 20.13

Frequencies

	Value	
	0	1
ayam	2	9
daging	7	4
ikan	6	5
udang	4	7

Nilai atau *Value* 0 menyatakan tidak suka, sedangkan nilai atau *Value* 1 menyatakan suka.

Tabel 20.14

Test Statistics

N	11
Cochran's Q	7.696[a]
Df	3
Asymp. Sig.	.053

a. 1 is treated as a success.

Selain itu, pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Asymp. Sig.* terhadap tingkat signifikansi. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas (*Asymp. Sig*.), yakni 0,053, lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak.

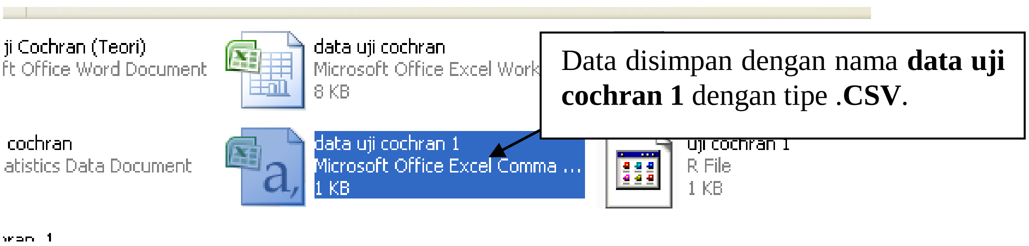
PENYELESAIAN DALAM R (UJI COCHRAN)

Data terlebih dahulu disimpan dalam *Microsoft Excel* dengan tipe **.CSV** (*Comma Separeted Values*) (Gambar 20.78 dan Gambar 20.79).

	A	B	C
1	Skor	JenisKerupuk	Responden
2	1	1	1
3	1	1	2
4	0	1	3
5	0	1	4
6	1	1	5
7	1	1	6
8	1	1	7
9	1	1	8
10	1	1	9
11	1	1	10
12	1	1	11
13	0	2	1
14	1	2	2
15	0	2	3
16	1	2	4
17	1	2	5
18	0	2	6
19	0	2	7
20	0	2	8
21	0	2	9
22	0	2	10
23	1	2	11
24	0	3	1
25	1	3	2
26	0	3	3
27	1	3	4
28	1	3	5
29	0	3	6
30	1	3	7
31	0	3	8
32	0	3	9
33	0	3	10
34	1	3	11
35	0	4	1
36	1	4	2
37	0	4	3
38	1	4	4
39	1	4	5
40	1	4	6
41	1	4	7
42	1	4	8
43	0	4	9
44	0	4	10
45	1	4	11
46			

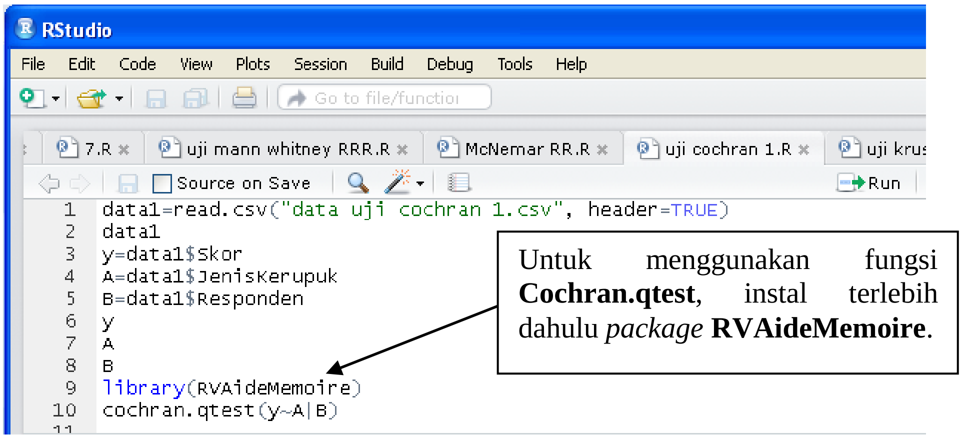
data uji cochran 1 | Sheet2 | Sheet3

Gambar 20.78



Gambar 20.79

Aktifkan RStudio, kemudian pilih *File* => *R Script*. Ketik perintah R seperti pada Gambar 20.80.



Gambar 20.80

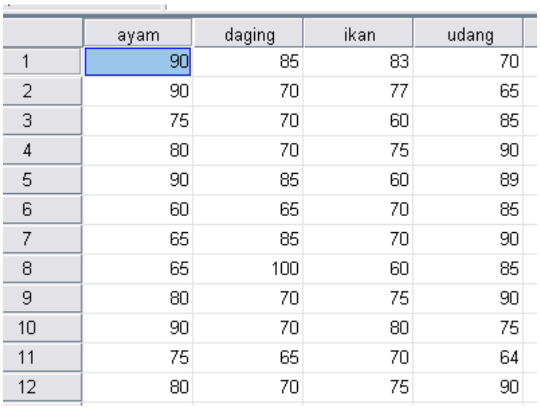
Selanjutnya pilih *Compile*, dan pilih *MS Word* pada *Notebook output format*, dan *Compile*. Gambar 20.81 merupakan hasil berdasarkan R. Diketahui nilai statistik dari uji Cochran (Q) adalah 7,6957, derajat bebas (df) adalah 3, dan nilai probabilitas (*p-value*) adalah 0,05274. Perhatikan bahwa karena nilai probabilitas, yakni 0,05274, lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak.

```
library(RVAideMemoire)

## *** Package RVAideMemoire v 0.9-50 ***

cochran.qtest(y~A|B)

##
##  Cochran's Q test
##
## data:  y by A, block = B
## Q = 7.6957, df = 3, p-value = 0.05274
```

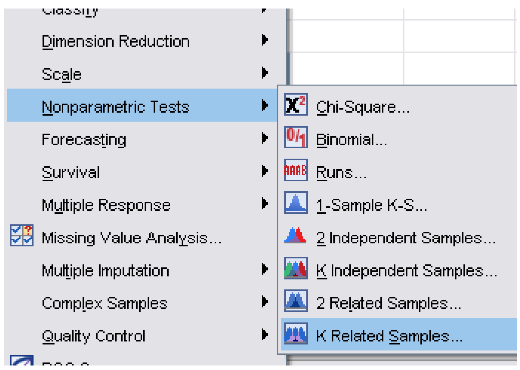
Gambar 20.81

PENYELESAIAN DALAM SPSS (UJI FRIEDMAN)

Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.82. Pada *Variable View*, bentuk variabel **ayam**, **daging**, **ikan**, dan **udang**. Kemudian aktifkan *Data View*. Input data pada *Data View* seperti pada Gambar 20.82.

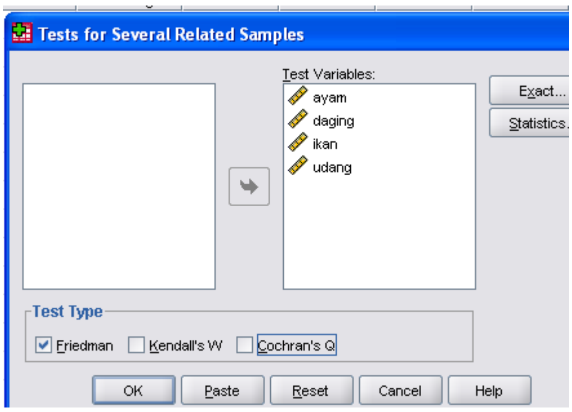


	ayam	daging	ikan	udang
1	90	85	83	70
2	90	70	77	65
3	75	70	60	85
4	80	70	75	90
5	90	85	60	89
6	60	65	70	85
7	65	85	70	90
8	65	100	60	85
9	80	70	75	90
10	90	70	80	75
11	75	65	70	64
12	80	70	75	90



Gambar 20.82 **Gambar 20.83**

Pilih *Analyze* => *Nonparametric Tests* => *K Related Samples* (Gambar 20.83), sehingga muncul kotak dialog *Test for Several Related Samples* (Gambar 20.84). Variabel **ayam**, **daging**, **ikan**, dan **udang** dimasukkan pada *Test Variables*. Pada *Test Type* pilih *Friedman* dan kemudian pilih OK.



Gambar 20.84

Berdasarkan Tabel 20.15 (Tabel *Ranks*), pada rata-rata ranking untuk rasa ayam adalah 3, rata-rata ranking untuk rasa daging 2, rata-rata ranking untuk rasa ikan 2,08, dan rata-rata ranking untuk rasa udang 2,92. Hasil perhitungan berdasarkan SPSS sama dengan hasil dengan perhitungan manual sebelumnya.

Berdasarkan Tabel 20.16 (Tabel *Test Statistics*), diketahui nilai statistik dari uji Friedman atau *Chi-Square* adalah 6,1. Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Friedman, yakni 6,1, lebih kecil dari nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}), yakni 7,815, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti perbedaan kepuasan di antara keempat jenis kerupuk tidak signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 5%.

Selain itu, pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Asymp. Sig.* (nilai probabilitas) terhadap tingkat signifikansi. Perhatikan bahwa karena nilai *Asymp. Sig.*, yakni 0,107, lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak.

Tabel 20.15

Ranks

	Mean Rank
Ayam	3.00
Daging	2.00
Ikan	2.08
Udang	2.92

Tabel 20.16

Test Statistics[a]

N	12
Chi-Square	6.100
Df	3
Asymp. Sig.	.107

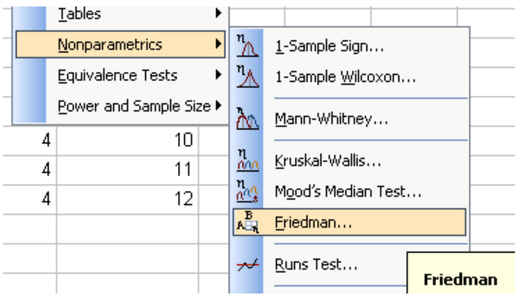
a. Friedman Test

PENYELESAIAN DALAM Minitab (UJI FRIEDMAN)

Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 20.85. Bentuk variabel **Nilai**, **Jenis Kerupuk**, dan **Responden Ke-**. Pilih *Stat* => *Nonparametrics* => *Friedman* (Gambar 20.86).

↓	C1 Nilai	C2 Jenis Kerupuk	C3 Responden Ke-
1	90	1	1
2	90	1	2
3	75	1	3
4	80	1	4
5	90	1	5
6	60	1	6
7	65	1	7
8	65	1	8
9	80	1	9
10	90	1	10
11	75	1	11
12	80	1	12
13	85	2	1
14	70	2	2
15	70	2	3
16	70	2	4
17	85	2	5
18	65	2	6
19	85	2	7
20	100	2	8
21	70	2	9
22	70	2	10
23	65	2	11
24	70	2	12
25	83	3	1
26	77	3	2
27	60	3	3
28	75	3	4
29	60	3	5
30	70	3	6
31	70	3	7
32	60	3	8
33	75	3	9
34	80	3	10
35	70	3	11
36	75	3	12
37	70	4	1
38	65	4	2
39	85	4	3
40	90	4	4
41	89	4	5
42	85	4	6
43	90	4	7
44	85	4	8
45	90	4	9
46	75	4	10
47	64	4	11
48	90	4	12

Gambar 20.85



Gambar 20.86 **Gambar 20.87**

Pada Gambar 20.87, pindahkan variabel **Nilai** pada kotak *Response*, variabel **Jenis Kerupuk** pada kotak *Treatment*, dan variabel **Responden Ke-** pada kotak *Blocks*. Kemudian pilih OK. Gambar 20.88 menyajikan hasil perhitungan berdasarkan Minitab. Diketahui nilai statistik dari uji Friedman (S) adalah 6,10, derajat bebas (DF) adalah 3, dan nilai probabilitas (P) adalah 0,107.

```
Friedman Test: Nilai versus Jenis Kerupuk blocked by Responden Ke-

S = 6.10  DF = 3  P = 0.107

Jenis                          Sum of
Kerupuk     N  Est Median       Ranks
1          12      79.219        36.0
2          12      74.219        24.0
3          12      74.844        25.0
4          12      86.094        35.0

Grand median = 78.594
```

Gambar 20.88

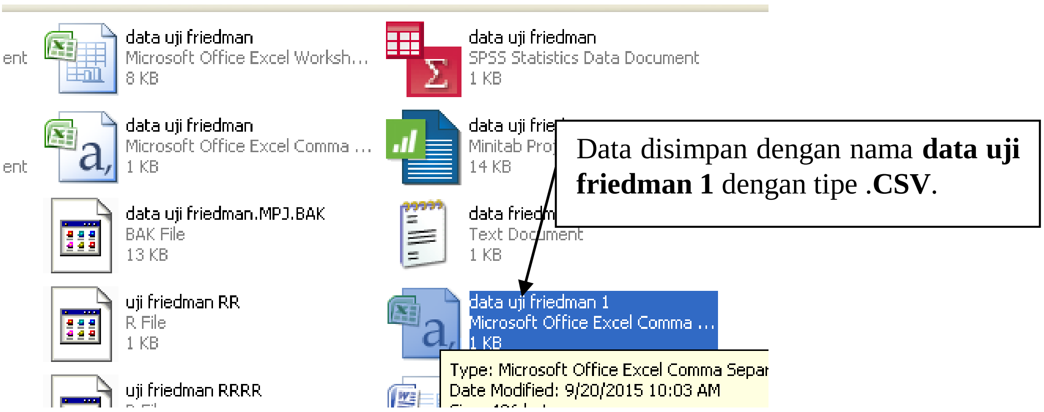
PENYELESAIAN DALAM R (UJI FRIEDMAN)

Data terlebih dahulu disimpan dalam *Microsoft Excel* dengan tipe **.CSV** (*Comma Separeted Values*) (Gambar 20.89 dan Gambar 20.90).

	A	B	C
1	Skor	JenisKerupuk	Responden
2	90	1	1
3	90	1	2
4	75	1	3
5	80	1	4
6	90	1	5
7	60	1	6
8	65	1	7
9	65	1	8
10	80	1	9
11	90	1	10
12	75	1	11
13	80	1	12
14	85	2	1
15	70	2	2
16	70	2	3
17	70	2	4
18	85	2	5
19	65	2	6
20	85	2	7
21	100	2	8
22	70	2	9
23	70	2	10
24	65	2	11
25	70	2	12
26	83	3	1
27	77	3	2
28	60	3	3
29	75	3	4
30	60	3	5
31	70	3	6
32	70	3	7
33	60	3	8
34	75	3	9
35	80	3	10
36	70	3	11
37	75	3	12
38	70	4	1
39	65	4	2
40	85	4	3
41	90	4	4
42	89	4	5
43	85	4	6
44	90	4	7
45	85	4	8
46	90	4	9
47	75	4	10
48	64	4	11
49	90	4	12

data uji friedman 1

Gambar 20.89



Gambar 20.90

Aktifkan RStudio, kemudian pilih *File* => *R Script*. Ketik perintah R seperti pada Gambar 20.91.

```
data1=read.csv("data uji friedman 1.csv", header=TRUE)
data1
y=data1$Skor
A=data1$JenisKerupuk
B=data1$Responden
y
A
B
friedman.test(y~A|B)
```

Gambar 20.91

Selanjutnya pilih *Compile*, dan pilih *MS Word* pada *Notebook output format*, dan *Compile*. Berikut hasil berdasarkan R.

```
data1=read.csv("data uji friedman 1.csv", header=TRUE)
data1

##    Skor JenisKerupuk Responden
## 1    90            1         1
## 2    90            1         2
## 3    75            1         3
## 4    80            1         4
## 5    90            1         5
## 6    60            1         6
## 7    65            1         7
## 8    65            1         8
## 9    80            1         9
## 10   90            1        10
## 11   75            1        11
## 12   80            1        12
## 13   85            2         1
## 14   70            2         2
## 15   70            2         3
## 16   70            2         4
## 17   85            2         5
## 18   65            2         6
## 19   85            2         7
```

```
## 26   77            3         2
## 27   60            3         3
## 28   75            3         4
## 29   60            3         5
## 30   70            3         6
## 31   70            3         7
## 32   60            3         8
## 33   75            3         9
## 34   80            3        10
## 35   70            3        11
## 36   75            3        12
## 37   70            4         1
## 38   65            4         2
## 39   85            4         3
## 40   90            4         4
## 41   89            4         5
## 42   85            4         6
## 43   90            4         7
## 44   85            4         8
## 45   90            4         9
## 46   75            4        10
## 47   64            4        11
## 48   90            4        12
```

Gambar 20.92

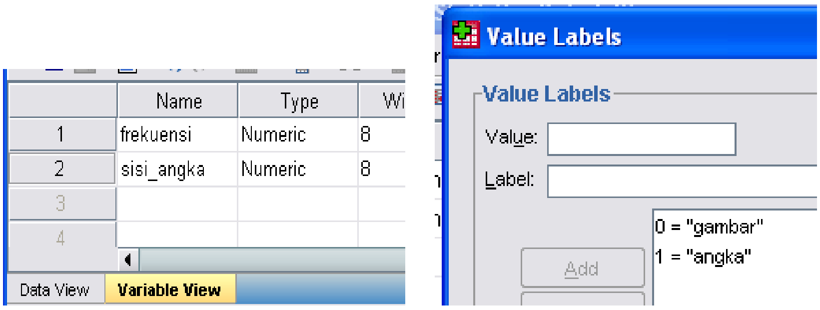
Berdasarkan Gambar 20.93, diketahui nilai statistik dari uji Friedman adalah 6,1, derajat bebas (df) adalah 3, dan nilai probabilitas (*p-value*) adalah 0,1068. Perhatikan bahwa karena nilai statistik dari uji Friedman, yakni 6,1, lebih kecil dari nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}), yakni 7,815, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak. Hal ini berarti perbedaan kepuasan di antara keempat jenis kerupuk tidak signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 5%. Selain itu, pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas (*p-value*) terhadap tingkat signifikansi. Perhatikan bahwa karena nilai *Asymp. Sig.*, yakni 0,1068, lebih besar dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol diterima dan hipotesis alternatif ditolak.

```
friedman.test(y~A|B)

##
##  Friedman rank sum test
##
## data:  y and A and B
## Friedman chi-squared = 6.1, df = 3, p-value = 0.1068
```

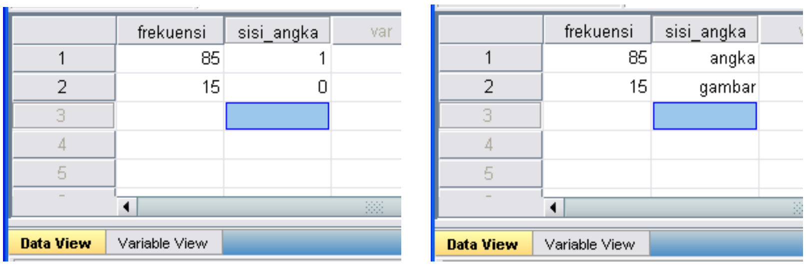
Gambar 20.93

PENYELESAIAN DALAM SPSS (CHI-KUADRAT 1)

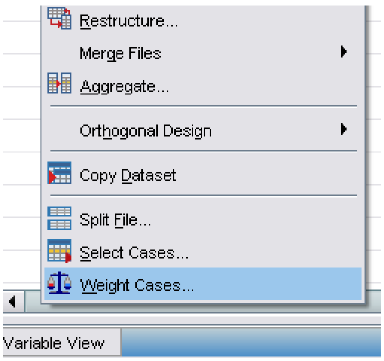
Bangun data dalam SPSS seperti pada Gambar 20.94. Pada *Variable View*, bentuk variabel **frekuensi** dan **sisi_angka**. Beri *Value* 1 untuk *Label* “angka”, dan beri *Value* 0 untuk *Label* “gambar” (Gambar 20.94). Kemudian aktifkan *Data View* (Gambar 20.95). Input data pada *Data View* seperti pada Gambar 20.95. Pilih *Data* => *Weight Cases* (Gambar 20.96). Pada Gambar 20.97, aktifkan/bulatkan *Weight cases by*, kemudian pindahkan variabel **frekuensi** pada bagian *Frequency Variable:* dan pilih OK.

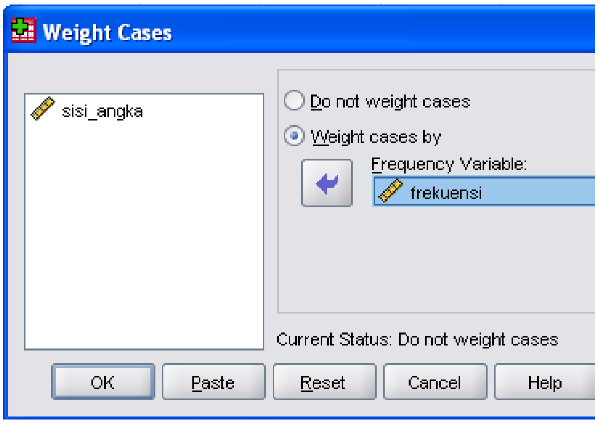


Gambar 20.94



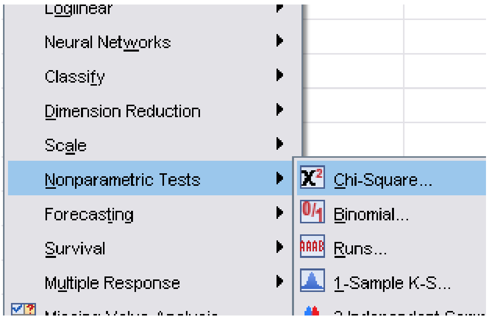
Gambar 20.95

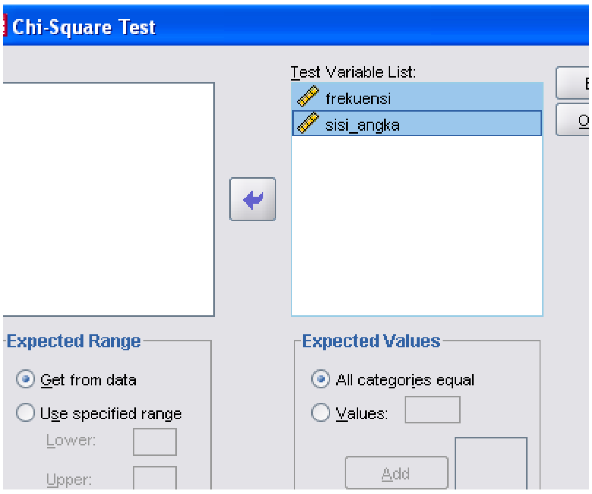




Gambar 20.96 **Gambar 20.97**

Pilih *Analyze* => *Nonparametric Test* => *Chi Square* (Gambar 20.98), sehingga muncul kotak dialog *Chi Square Test* (Gambar 20.99). Masukkan variabel **frekuensi** dan **sisi_angka** pada kotak *Test Variable List* (Gambar 20.99). Kemudian pilih OK.





Gambar 20.98 **Gambar 20.99**

Berdasarkan Tabel 20.17 (Tabel *frekuensi*), pada kolom *Observed N* menyajikan frekuensi pengamatan, yakni untuk sisi angka muncul sebanyak 85 kali dan untuk sisi gambar sebanyak 15 kali. Pada kolom *Expected N* merupakan frekuensi harapan, yakni untuk sisi angka dan gambar masing-masing sebanyak 50 kali muncul. Pada kolom *Residual* merupakan nilai selisih antara frekuensi pengamatan dan frekuensi harapan.

Tabel 20.17

Frekuensi

	Observed N	Expected N	Residual
15	15	50.0	-35.0
85	85	50.0	35.0
Total	100		

Tabel 20.18

Test Statistics

	Frekuensi	sisi angka
Chi-Square	49.000[a]	49.000[a]
Df	1	1
Asymp. Sig.	.000	.000

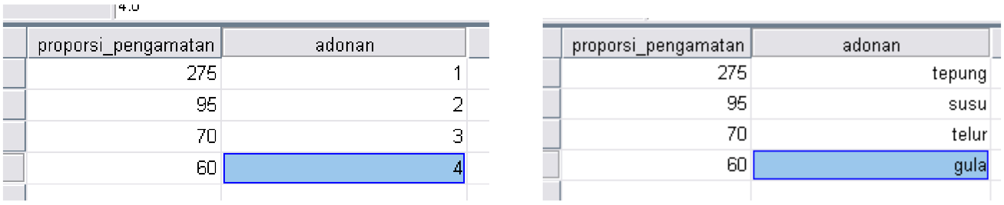
a. 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 50.0

Berdasarkan Tabel 20.18 (Tabel *Test Statistics*), diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat atau *Chi-Square* adalah 49. Diketahui nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}) dengan derajat bebas (Df = *degree of freedom*) 1 dan tingkat signifikansi 5% adalah 3,841 (silahkan lihat tabel distribusi chi-kuadrat atau cari menggunakan *Microsoft Excel*). Karena nilai statistik dari uji chi-kuadrat, yakni 49, lebih besar dibandingkan nilai kritis chi-kuadrat, yakni 3,841, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar untuk pengamatan berbeda signifikan secara statistik dengan proporsi/frekuensi kemunculan sisi angka dan gambar secara teoritis pada tingkat signifikansi 5%. Selain itu, pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat digunakan nilai *Asymp. Sig.* atau probabilitas. Diketahui nilai probabilitas adalah 0,000. Karena nilai probabilitas lebih kecil dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima.

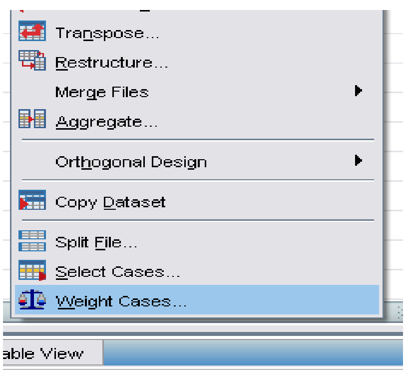
PENYELESAIAN DALAM SPSS (CHI-KUADRAT 2)

Bangun data dalam SPSS seperti Gambar 20.100. Pada variabel **adonan**, Beri *Value* 1 untuk *Label* “tepung”, *Value* 2 untuk *Label* “susu”, *Value* 3 untuk *Label* “telur”, dan *Value* 4 untuk *Label* “gula”. Kemudian aktifkan *Data View*. Input data pada *Data View* seperti pada Gambar 20.100. Pilih *Data* => *Weight Cases* (Gambar 20.101). Kemudian bulatkan *Weight cases by*. Masukkan variabel **proporsi_pengamatan** pada kotak *Frequency Variable* (Gambar 20.102) dan pilih OK.

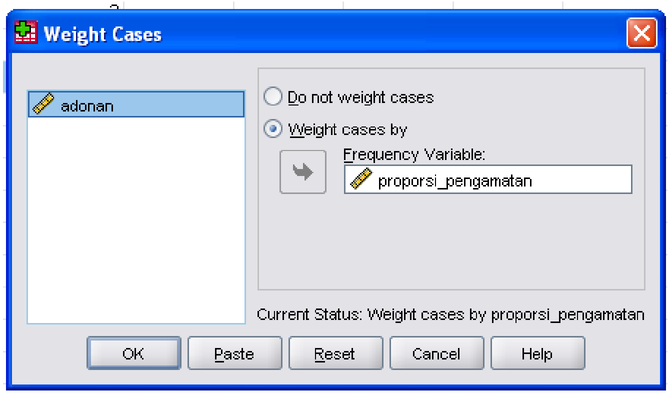
Selanjutnya pilih *Analyze* => *Nonparametric Test* => *Chi Square*, sehingga muncul kotak dialog *Chi Square Test* (Gambar 20.103). Masukkan variabel **adonan** dan **proporsi_pengamatan** pada kotak *Test Variable List*. Kemudian aktifkan/bulatkan *Values* pada *Expected Values*. Diketahui, harapan untuk adonan yang dihasilkan mengandung 250 gram tepung, 100 ml susu, 100 gram telur, dan 50 gram gula, sehingga pada *Values* isi 250, kemudian pilih *Add*. Isi lagi *Values* 100, kemudian pilih *Add*, sampai dengan 50. Setelah itu pilih OK.



Gambar 20.100



Gambar 20.101

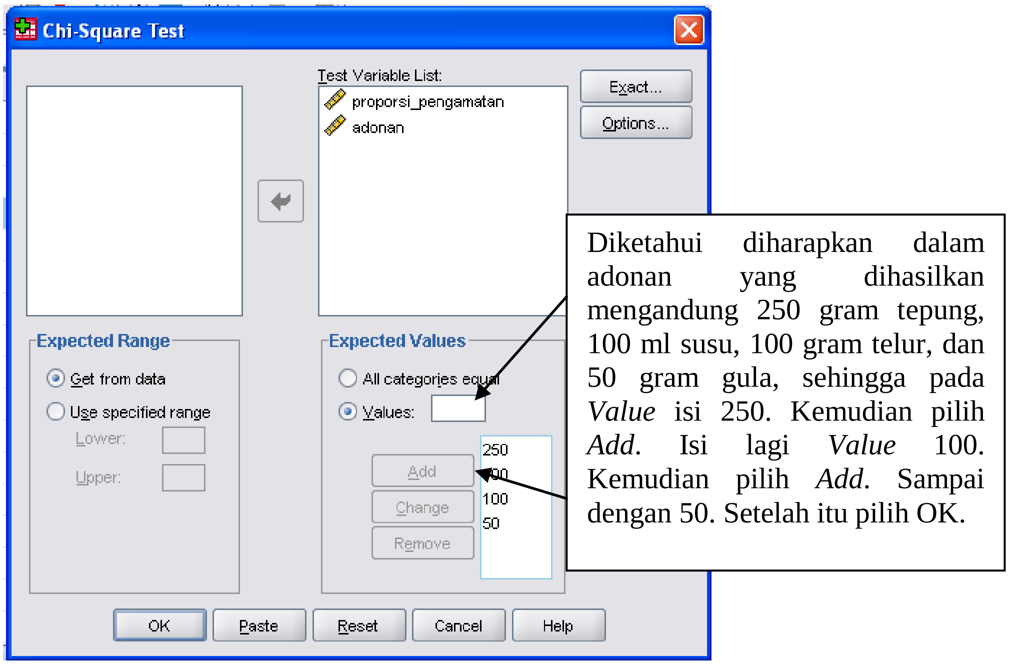


Gambar 20.102

Berdasarkan Tabel 20.19 (Tabel *adonan*), pada kolom *Observed N* merupakan proporsi adonan pengamatan untuk tepung, susu, telur, dan gula yang masing-masing 275, 95, 70, dan 60. Kolom *Expected N* merupakan proporsi adonan harapan untuk tepung, susu, telur, dan gula yang masing-masing 250, 100, 100, dan 50.

Pada Tabel 20.20 (Tabel *Test Statistics*), diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat atau *Chi-Square* adalah 13,750. Diketahui nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}) dengan derajat bebas (Df = *degree of freedom*) 3 dan tingkat signifikansi 1% adalah 11,345. Oleh karena nilai statistik dari uji chi-kuadrat lebih besar dari nilai kritis chi-kuadrat, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti proporsi adonan kue yang telah dihasilkan berbeda signifikan secara statistik dengan proporsi adonan kue yang telah ditetapkan pada mesin pencampur adonan kue pada tingkat signifikansi 1%.

Selain itu, pengambilan keputusan terhadap hipotesis juga dapat digunakan nilai *Asymp. Sig.* atau probabilitas. Diketahui nilai probabilitas adalah 0,003. Karena nilai probabilitas lebih kecil dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}01$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima.



Gambar 20.103

Tabel 20.19

Adonan

	Observed N	Expected N	Residual
Tepung	275	250.0	25.0
Susu	95	100.0	-5.0
Telur	70	100.0	-30.0
Gula	60	50.0	10.0
Total	500		

Tabel 20.20

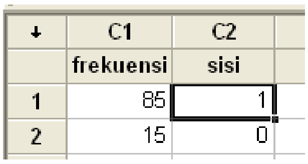
Test Statistics

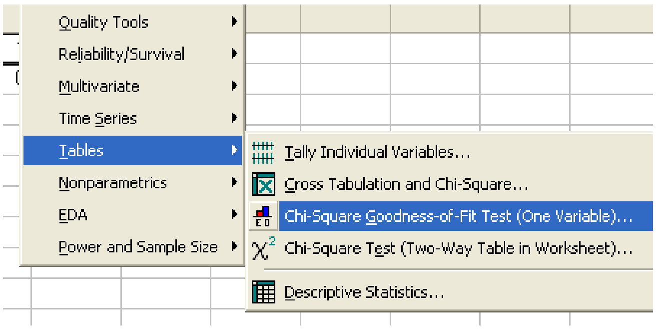
	proporsi_pengamatan	adonan
Chi-Square	1166.150[a]	13.750[a]
Df	3	3
Asymp. Sig.	.000	.003

a. 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 50.0.

PENYELESAIAN DALAM Minitab (CHI-KUADRAT 1)

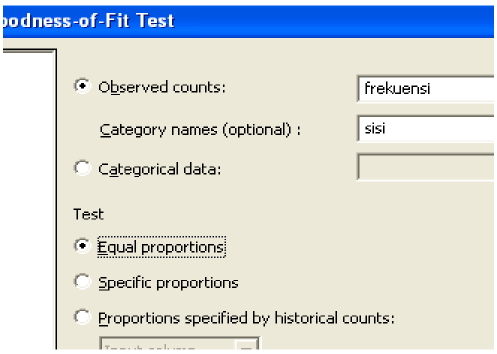
Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 20.104. Bentuk variabel **frekuensi** dan **sisi** (Gambar 20.104). Pilih *Stat* => *Tables* => *Chi-Square Goodness-of-Fit Test (One Variable)* (Gambar 20.105).

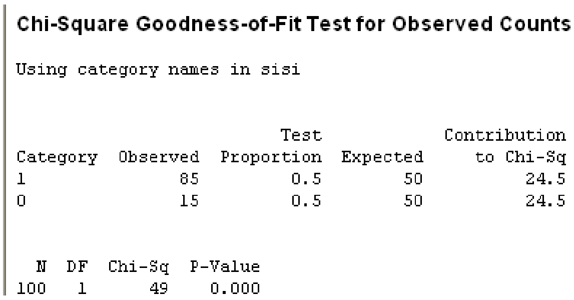




Gambar 20.104 **Gambar 20.105**

Pada Gambar 20.106, pindahkan variabel **frekuensi** pada *Observed counts*, dan pindahkan variabel **sisi** (kategori) pada *Category names (optional)*. Kemudian pilih OK.



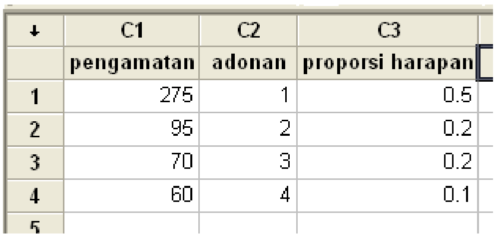


Gambar 20.106 **Gambar 20.107**

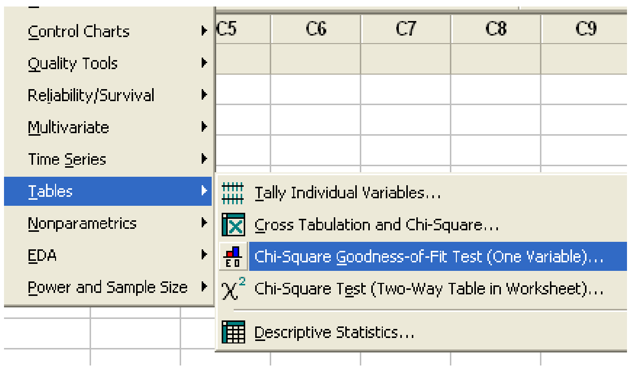
Gambar 20.107 menyajikan hasil berdasarkan Minitab. Diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat (*Chi-sq*) adalah 49, dan nilai probabilitas (*P-value*) adalah 0,000. Diketahui nilai kritis chi-kuadrat (χ^2_{kritis}) dengan derajat bebas (Df = *degree of freedom*) 3 dan tingkat signifikansi 1% adalah 11,345. Oleh karena nilai statistik dari uji chi-kuadrat lebih besar dari nilai kritis chi-kuadrat, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima. Hal ini berarti proporsi adonan kue yang telah dihasilkan berbeda signifikan secara statistik dengan proporsi adonan kue yang telah ditetapkan pada mesin pencampur adonan kue pada tingkat signifikansi 1%. Diketahui nilai probabilitas adalah 0,000. Karena nilai probabilitas lebih kecil dari tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}01$, maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima.

PENYELESAIAN DALAM Minitab (CHI-KUADRAT 2)

Bangun data dalam Minitab seperti pada Gambar 20.108. Bentuk variabel **pengamatan**, **adonan**, dan **proporsi harapan** (Gambar 20.108). Pilih *Stat* => *Tables* => *Chi-Square Goodness-of-Fit Test (One Variable)* (Gambar 20.109).

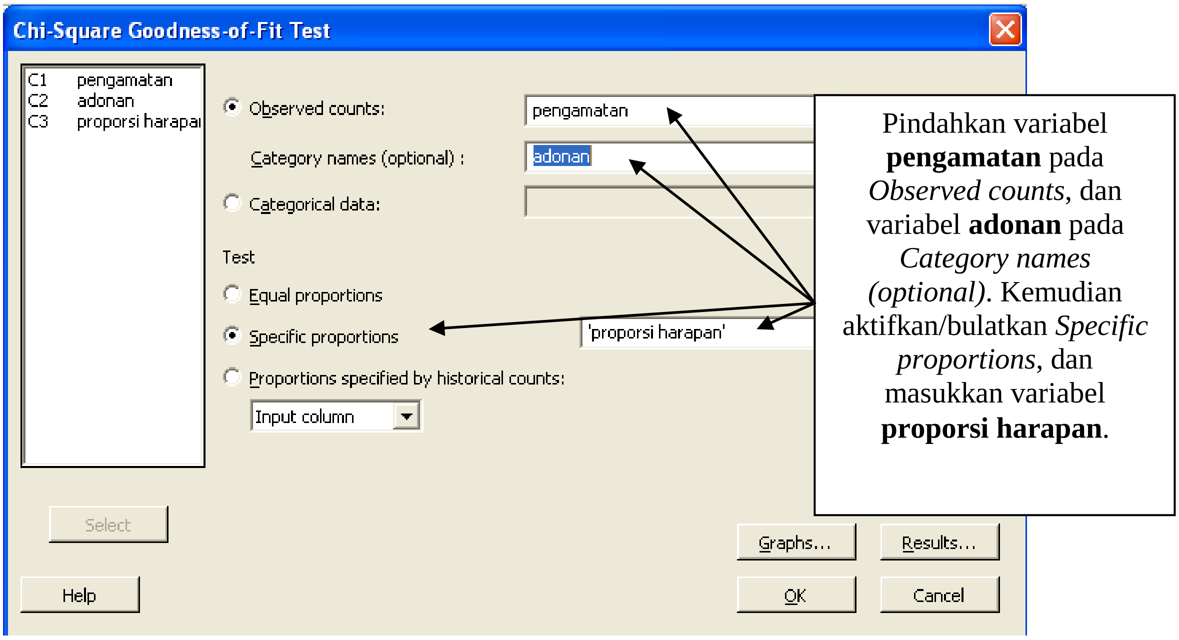


Gambar 20.108



Gambar 20.109

Pada Gambar 20.110, pindahkan variabel **pengamatan** pada *Observed counts*, dan variabel **adonan** pada *Category names (optional)*. Kemudian aktifkan/bulatkan *Specific proportions*, dan masukkan variabel **proporsi harapan** (Gambar 20.110). Pilih OK.



Gambar 20.110

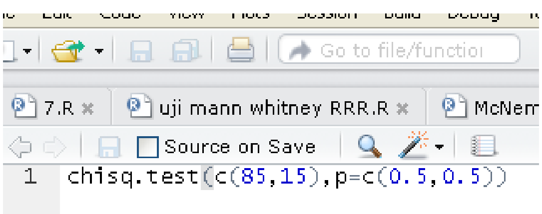
Gambar 20.111 merupakan hasil berdasarkan Minitab. Diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat (*Chi-Sq*) adalah 13,75, dan nilai probabilitas (*P-Value*) adalah 0,003.

```
Chi-Square Goodness-of-Fit Test for Observed Counts in Variable: pengamatan

Using category names in adonan

                               Test               Contribution
Category  Observed  Proportion  Expected    to Chi-Sq
1              275         0.5       250         2.50
2               95         0.2       100         0.25
3               70         0.2       100         9.00
4               60         0.1        50         2.00


  N  DF  Chi-Sq  P-Value
500   3   13.75    0.003
```

Gambar 20.111

PENYELESAIAN DALAM R (CHI-KUADRAT 1)

Ketik kode R seperti pada Gambar 20.112. Selanjutnya pilih *Compile*, dan pilih *MS Word* pada *Notebook output format*. Gambar 20.113. menyajikan hasil berdasarkan R.



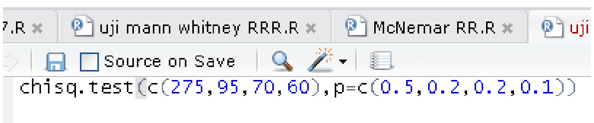

```
chisq.test(c(85,15),p=c(0.5,0.5))

##
##  Chi-squared test for given probabilities
##
## data:  c(85, 15)
## X-squared = 49, df = 1, p-value = 2.56e-12
```

Gambar 20.112 **Gambar 20.113**

Diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat (*X-squared*) adalah 49, dan nilai probabilitas (*p-value*) adalah $\frac{2.56}{10^{12}} = 0{,}00000000000256$.

PENYELESAIAN DALAM R (CHI-KUADRAT 2)

Ketik kode R seperti pada Gambar 20.114. Selanjutnya pilih *Compile*, dan pilih *MS Word* pada *Notebook output format*. Gambar 20.115 menyajikan hasil berdasarkan R. Diketahui nilai statistik dari uji chi-kuadrat (*X-squared*) adalah 13,75, dan nilai probabilitas (*p-value*) adalah 0,003266.




```
Chi-squared test for given probabilities

data:  c(275, 95, 70, 60)
X-squared = 13.75, df = 3, p-value = 0.003266
```

Gambar 20.114 **Gambar 20.115**

BAB 21

ANALISIS FAKTOR

Sekilas Analisis Faktor

Berikut pemaparan singkat mengenai analisis faktor menurut Hair dkk. (2010:92-94).

"*The starting point in factor analysis, as with other statistical technique, is the research problem. The general purpose of factor analytic techniques is to find a way to* ***condense (summarize)*** *the information contained in a number of a original variables into a smaller set of new, composite dimensions or variates (factor) with a minimum loss of information—that is,* ***to search for and define the fundamental constructs or dimensions assumed to underlie the original variables*** (*Gorsuch, 1983, Gorsuch, 1990*)*…We should note at this point that factor analytic techniques can achieve their purpose from either an exploratory or confirmatory perspective.*"

Field (2009:628-629) menyatakan sebagai berikut.

"*If we measure several variables, or ask someone several questions about themselves, the correlation between each pair of variables (or questions) can be arranged in what's known as an R-matrix. An R-matrix is just a correlation matrix: a table of correlation coefficients between variables (in fact, we saw small versions of these matrices in Chapter 6). The diagonal elements of an R-matrix are all ones because each variable will correlate perfectly with itself. The off diagonal elements are the correlation coefficients between pairs of variables, or questions. The existence of clusters of* ***large correlation*** *coefficients between subsets of variables suggests that* ***those variables could be measuring aspects of the same underlying dimension****.* ***These underlying dimensions are known as factors*** *(or latent variables). By reducing a data set from a group of interrelated variables to a smaller set of factors, factor analysis achieves parsimony by explaining the maximum amount of common variance in a correlation matrix using the smallest number of explanatory constructs.*"

Berdasarkan uraian di atas, analisis faktor merupakan suatu metode yang dapat **mereduksi** sekumpulan variabel-variabel asli (*original variables*) menjadi **beberapa variabel baru**, yang disebut dengan **faktor** atau **dimensi**. Analisis faktor berusaha menghasilkan faktor dengan jumlah seminimal mungkin, yang mana faktor-faktor tersebut mampu menjelaskan jumlah maksimal dari *variance* (*explaining the maximum amount of common variance in a correlation matrix*) dalam matriks korelasi atau matriks R (keseluruhan variabel).

Misalkan diberikan data seperti pada Tabel 21.1. Berdasarkan data pada Tabel 21.1, terdapat tujuh variabel, yakni X1, X2, X3, X4, X5, X6, dan X7. Tabel 21.2 menyajikan matriks korelasi (matriks R), yakni menyajikan nilai korelasi (korelasi Pearson) antar dua variabel. Berdasarkan Tabel 21.2, nilai korelasi (korelasi Pearson) antara X1 dan X2 adalah -0,271, korelasi antara X1 dan X5 adalah -0,301, dan seterusnya. Perhatikan bahwa berdasarkan Tabel 21.2:

- ⇨ Terdapat korelasi yang tinggi antara X1 dan X6 (nilai korelasi 0,8992).
- ⇨ Terdapat korelasi yang tinggi antara X2 dan X5.
- ⇨ Terdapat korelasi yang tinggi di antara X3, X4, dan X7.

Sehingga diduga akan terbentuk tiga faktor, yakni faktor pertama meliputi X1 dan X6, faktor kedua meliputi X2 dan X5, dan faktor ketiga meliputi X3, X4, dan X7.

Tabel 21.1

No	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
1	1	5	1	1	5	4	1
2	2	6	4	4	10	2	4
3	3	7	2	2	7	3	2
4	4	8	3	3	8	1	3
5	5	9	3	3	9	5	3
6	6	4	2	2	6	6	2
7	7	1	3	3	1	7	3
8	8	2	3	3	2	8	3
9	9	3	1	1	3	9	1
10	8	4	2	2	4	10	2
11	1	5	1	1	5	1	1
12	2	1	1	1	1	2	1
13	3	2	2	4	2	3	3
14	4	3	3	2	3	4	3
15	5	4	4	3	4	5	1

Tabel 21.2

Korelasi	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
X1	1	-0.271	0.1653	0.087	-0.301	0.8992	0.0916
X2		1	0.215	0.1309	0.9214	-0.347	0.1794
X3			1	0.8043	0.3278	-0.008	0.673
X4				1	0.2559	-0.08	0.8076
X5					1	-0.368	0.3218
X6						1	-0.074
X7							1

Dalam proses analisis faktor, tiap-tiap variabel atau indikator akan diuji kelayakannya, apakah suatu variabel tersebut layak untuk diikutsertakan dalam proses pembentukan faktor atau tidak, dalam analisis faktor. Nilai atau ukuran *Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy* dari suatu variabel di bawah 0,5 menandakan variabel tersebut dapat dipertimbangkan untuk dibuang (*Should consider excluding them from the analysis*) (Field, 2009:659).

Ukuran Kaiser-Meyer-Olkin of Measure of Sampling Adequacy (KMO MSA)

Nilai atau ukuran *Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy* atau disingkat KMO MSA, digunakan untuk mengetahui apakah proses analisis faktor dapat dilakukan atau tidak (*appropriateness of factor analysis*). Nilai KMO MSA di atas 0,5 menunjukkan proses analisis faktor dapat dilakukan (*factor analysis is appropriate*), sementara nilai KMO MSA di bawah 0,5 menunjukkan proses analisis faktor tidak dapat dilakukan (*factor analysis may not be appropriated*) (Malhotra dan Birks, 2006:574). Tabel 21.3 menyajikan nilai KMO MSA.

Tabel 21.3

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.600
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	68.801
	df	21
	Sig.	.000

Berdasarkan Tabel 21.3, diketahui nilai KMO MSA adalah 0,666. Karena nilai KMO MSA > 0,5, hal ini berarti proses analisis faktor dapat dilakukan.

Bartlett's Test of Sphericity

Nilai atau ukuran *Bartlett's Test of Sphericity* digunakan untuk menguji apakah korelasi antar variabel cukup besar atau tidak untuk analisis faktor (*principal component analysis*) (Field, 2009:671). Sejalan dengan Field, Malhotra dan Birks (2006:574) menyatakan *Bartlett's test of sphericity* merupakan suatu uji untuk menguji suatu hipotesis (hipotesis nol) yang menyatakan bahwa variabel-variabel dalam populasi penelitian tidak berkorelasi. Dengan kata lain, matriks korelasi populasi merupakan matriks identitas, yang mana tiap-tiap variabel berkorelasi sempurna hanya pada dirinya atau variabel itu sendiri (nilai korelasi 1), namun tidak berkorelasi dengan variabel lainnya (nilai korelasi 0).

Untuk mengetahui apakah korelasi antar variabel cukup besar atau tidak, dapat dibandingkan nilai *Sig.* (probabilitas) dari *Bartlett's of Sphericity* terhadap tingkat signifikansi yang digunakan (α). Jika nilai *Sig.* (probabilitas) dari *Bartlett's of Sphericity* < tingkat signifikansi (α), hal ini menunjukkan korelasi yang terjadi antar variabel cukup besar. Berdasarkan Tabel 21.3, diketahui nilai *Sig.* dari *Bartlett's of Sphericity* adalah 0,000 < 0,05, maka hipotesis mengenai variabel-variabel dalam populasi penelitian tidak berkorelasi tidak diterima. Dengan kata lain, korelasi antar variabel cukup besar untuk analisis faktor.

Ukuran Kaiser-Meyer-Olkin of Measure of Sampling Adequacy (KMO MSA) untuk Tiap-Tiap Variabel (KMO Values for Individual Variables)

Selanjutnya memeriksa nilai KMO MSA untuk tiap-tiap variabel (*the KMO values for individual variables*). Nilai KMO MSA untuk tiap-tiap variabel terletak pada nilai-nilai diagonal dari matriks korelasi *anti-image* (Field, 2009:659). Nilai KMO MSA dari suatu variabel di bawah 0,5 seharusnya dipertimbangkan untuk dibuang, kemudian lakukan kembali proses analisis faktor tanpa melibatkan variabel yang telah dibuang, dan periksa kembali nilai

KMO MSA untuk tiap-tiap variabel, apakah telah memenuhi syarat (di atas 0,5) atau tidak. (Field, 2009:659). Tabel 21.4 menyajikan nilai KMO MSA untuk tiap-tiap variabel.

Berdasarkan Tabel 21.4, diketahui nilai KMO MSA untuk variabel X1 adalah 0,501, nilai KMO MSA untuk variabel X2 adalah 0,534, dan seterusnya. Perhatikan bahwa karena nilai KMO MSA dari setiap variabel di atas 0,5, maka seluruh variabel layak untuk dipertahankan, untuk masuk dalam proses analisis faktor (proses pembentukkan faktor).

Tabel 21.4

Anti-image Matrices

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
Anti-image Covariance	X1	.148	-.033	-.044	.002	.033	-.136	-.037
	X2	-.033	.127	.014	.003	-.110	.031	.040
	X3	-.044	.014	.311	-.157	-.032	.023	.008
	X4	.002	.003	-.157	.215	.008	.009	-.155
	X5	.033	-.110	-.032	.008	.113	-.022	-.050
	X6	-.136	.031	.023	.009	-.022	.152	.029
	X7	-.037	.040	.008	-.155	-.050	.029	.314
Anti-image Correlation	X1	.501[a]	-.240	-.205	.012	.257	-.904	-.173
	X2	-.240	.534[a]	.072	.019	-.918	.219	.199
	X3	-.205	.072	.738[a]	-.606	-.173	.107	.026
	X4	.012	.019	-.606	.657[a]	.052	.051	-.596
	X5	.257	-.918	-.173	.052	.565[a]	-.168	-.264
	X6	-.904	.219	.107	.051	-.168	.538[a]	.133
	X7	-.173	.199	.026	-.596	-.264	.133	.710[a]

a. Measures of Sampling Adequacy(MSA)

Ekstraksi Faktor (Factor Extraction): Eigenvalues

Setelah terpenuhi persyaratan untuk nilai KMO MSA (nilai KMO MSA baik secara keseluruhan atau masing-masing variabel/indikator di atas 0,5) dan uji signifikansi dari *Bartlett's Test of Sphericity* menunjukkan hasil yang signifikan secara statistika (nilai *Sig.* < tingkat signifikansi α), selanjutnya adalah **ekstraksi faktor**, yakni **mereduksi** variabel-variabel atau indikator-indikator (dalam contoh kasus ini terdapat 7 variabel) menjadi beberapa **faktor** (yang jumlahnya lebih sedikit).

Eigenvalues (nilai-nilai eigen) merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menentukan **jumlah faktor yang akan dipertahankan dalam analisis**. (selain pendekatan *eigenvalues*, terdapat pendekatan *scree plot*). Pada Tabel 21.5 terdapat 7 faktor atau *component* yang terbentuk (diketahui jumlah variabel juga 7), **namun tidak semua faktor akan dipertahankan dalam analsis selanjutnya**. Pada Tabel 21.5, dari 7 faktor yang terbentuk, hanya 3 faktor yang dipertahankan dalam analisis selanjutnya, yakni faktor atau *component* 1, 2, dan 3. Sebagaimana Field (2009:639) menyatakan sebagai berikut.

*"**Not all factors are retained in an analysis**, and there is debate over the criterion used to decide whether a factor is statistically important. I mentioned above that eigenvalues associated with a variate indicate the substantive importance of that factor. Therefore, it seems logical that we should retain only factors with large eigenvalues… Typically there will*

be a few factors with quite high eigenvalues, and many factors with relatively low eigenvalues, …"

Lebih lanjut, Field (2009:640) menyatakan sebagai berikut.

"Although scree plots are very useful, factor selection should not be based on this criterion alone. ***Kaiser (1960) recommended retaining all factors with eigenvalues greater than 1****. This criterion is based on the idea that the eigenvalues represent the amount of variation explained by a factor and that an eigenvalue of 1 represents a substantial amount of variation."*

Berdasarkan uraian di atas, Kaiser (1960) memberi rekomendasi bahwa *eigenvalue* dari suatu faktor yang lebih besar dari 1, agar dipertahankan dalam proses analisis. Perhatikan bahwa berdasarkan Tabel 21.5, *eigenvalues* untuk faktor atau *component* 1, 2, dan 3 adalah 2,988, 2,277, dan 1,126, di mana lebih besar dari 1, sehingga faktor 1, 2, dan 3 dipertahankan untuk analisis selanjutnya (terbentuk tiga faktor).

Berdasarkan Tabel 21.5, diketahui faktor atau *component* pertama mampu menjelaskan 42,679% dari *total variance*, faktor atau *component* kedua mampu menjelaskan 32,531% dari *total variance* dan faktor atau *component* ketiga mampu menjelaskan 16,082% dari *total variance*. Jadi, ketiga faktor tersebut mampu menjelaskan 91,293% dari *total variance*. Perhatikan bahwa faktor atau *component* keempat sampai ketujuh tidak disajikan kemampuannya dalam menjelaskan *total variance*. Hal ini dikarenakan karena nilai *initial Eigenvalues* pada kolom *Total* untuk faktor atau *component* 4 sampai 7 tidak lebih dari 1.

Tabel 21.5

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	2.988	42.679	42.679	2.988	42.679	42.679	2.557	36.532	36.532
2	2.277	32.531	75.210	2.277	32.531	75.210	1.921	27.447	63.980
3	1.126	16.082	91.293	1.126	16.082	91.293	1.912	27.313	91.293
4	.322	4.606	95.899						
5	.139	1.990	97.888						
6	.094	1.337	99.226						
7	.054	.774	100.000						

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Communalities

Perhatikan Tabel 21.6 (*Communalities*). Nilai *communalities* untuk variabel X1 (lihat kolom *Extraction*, baris X1) adalah 0,976. Nilai tersebut dapat diartikan faktor-faktor yang telah terbentuk (berdasarkan metode *principal component analysis*, disingkat PCA) dapat menjelaskan *variance* dari variabel X1 sebesar 95,9%, faktor-faktor yang telah terbentuk dapat menjelaskan *variance* dari variabel X2 sebesar 96,8%, dan seterusnya.

Tabel 21.6

Communalities

	Initial	Extraction
X1	1.000	.959
X2	1.000	.968
X3	1.000	.814
X4	1.000	.914
X5	1.000	.964
X6	1.000	.957
X7	1.000	.815

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Berikut pemaparan singkat mengenai *communalities* menurut Hair dkk. (2010:134).

"*Communalities, show the amount of variance in a variable that is accounted for by the two factors taken together. **The size of the communality is a useful index for assessing how much variance in a particular variable is accounted for by the factor solution**. Higher communality values indicate that a large amount of the variance in a variable has been extracted by the factor solution. Small communalities show that a substantial portion of the variable's variance is not accounted for by the factors. Although no statistical guidelines indicate exactly what is "large" or "small", **practical considerations dictate a lower level of 0,5 for communalities in this analysis**.*"

Field (2009:642) menyatakan sebagai berikut.

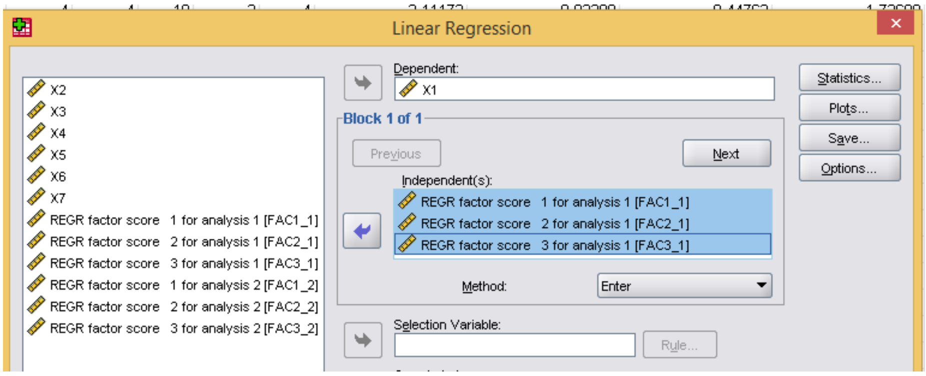
"*The closer communalities are to 1, the better our factors are at explaining the original data. It is logical that the more factor retained, the greater communalities will be (because less information is discarded); therefore, the communalities are good indices of whether to few factors have been retained. In fact, with **generalized least-squares factor analysis** and **maximum-likelihood factor analysis** you can get a **statistical measure of the goodness of fit the factor solution**. This basically measures the proportion of variance that the factor solution explains.*"

Nilai *communalities* pada Tabel 21.6 dari tiap-tiap variabel dapat dihitung dengan menggunakan regresi linear. Perhatikan Gambar 21.1. Pada Gambar 21.1, variabel FAC1_1, FAC2_1, dan FAC3_1, merupakan faktor-faktor yang dihasilkan dengan metode PCA t**anpa rotasi**, sementara variabel FAC1_2, FAC2_2, dan FAC3_2, merupakan faktor-faktor yang dihasilkan dengan metode PCA **dengan rotasi, metode *varimax***. Gambar 21.2 merupakan langkah melakukan regresi linear, di mana X1 sebagai variabel tak bebas, sementara FAC1_1, FAC2_1, dan FAC3_1 sebagai variabel bebas. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 21.7.

Perhatikan bahwa nilai *R-Square* berdasarkan Tabel 21.7 adalah 0,959, di mana, sama dengan nilai *communalites* untuk variabel X1, seperti pada Tabel 21.6. Gambar 21.3 merupakan langkah melakukan regresi linear, di mana X1 sebagai variabel tak bebas, sementara FAC1_2, FAC2_2, dan FAC3_2 sebagai variabel bebas. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 21.8.

X3	X4	X5	X6	X7	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1	FAC1_2	FAC2_2	FAC3_2
1	1	5	4	1	-0.66285	-1.46464	0.21571	-1.41600	0.29366	-0.73470
4	4	10	2	4	2.11172	0.02289	-0.44762	1.73698	0.91180	-0.90100
2	2	7	3	2	0.40351	-0.92035	0.60364	-0.42578	1.00607	-0.42517
3	3	8	1	3	1.37561	-0.49730	0.32943	0.63525	1.22779	-0.58061
3	3	9	5	3	1.31071	-0.03718	1.42846	0.50242	1.81855	0.44756
2	2	6	6	2	-0.23415	0.11506	0.70602	-0.33425	0.33123	0.58744
3	3	1	7	3	-0.33917	1.50550	-0.89547	0.90725	-1.39021	0.65395
3	3	2	8	3	-0.24490	1.62675	-0.23333	0.83642	-0.89951	1.11893
1	1	3	9	1	-1.58795	0.46662	1.42771	-1.37411	-0.07094	1.69837
2	2	4	10	2	-0.70199	0.95194	1.28702	-0.38407	0.17416	1.69634
1	1	5	1	1	-0.50368	-1.80351	-0.22118	-1.35398	0.19360	-1.29789
1	1	1	2	1	-1.32862	-1.03217	-1.38315	-1.15157	-1.41078	-1.19469
2	4	2	3	3	0.20780	0.37185	-1.88416	0.97429	-1.37439	-0.94515
3	2	3	4	3	0.05797	0.27280	-0.81494	0.46257	-0.65362	-0.31737
4	3	4	5	1	0.13599	0.42174	-0.11814	0.38459	-0.15740	0.19399

Gambar 21.1 Skor Faktor tanpa Rotasi dan dengan Rotasi (Metode *Varimax*)



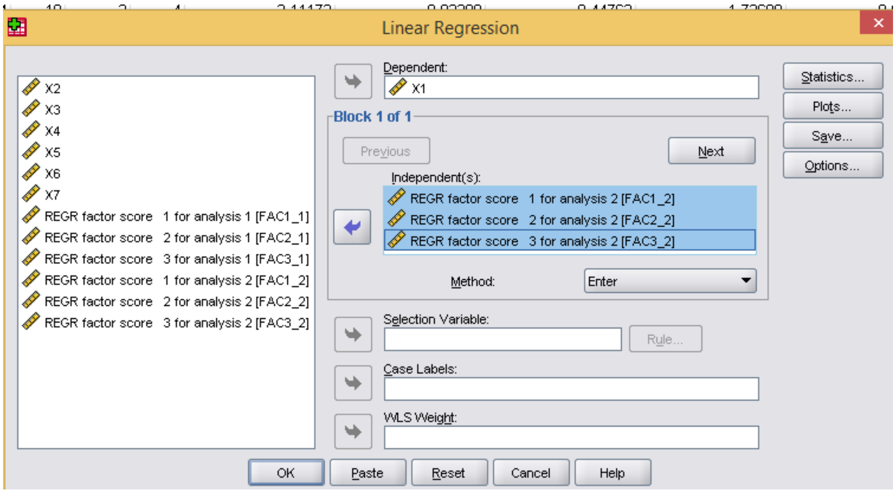
Gambar 21.2

Tabel 21.7

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.979[a]	.959	.948	.597

a. Predictors: (Constant), REGR factor score 3 for analysis 1, REGR factor score 2 for analysis 1, REGR factor score 1 for analysis 1



Gambar 21.3

Tabel 21.8

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.979[a]	.959	.948	.597

a. Predictors: (Constant), REGR factor score 3 for analysis 2, REGR factor score 2 for analysis 2, REGR factor score 1 for analysis 2

Perhatikan bahwa nilai *R-Square* berdasarkan Tabel 21.8 adalah 0,959, di mana sama dengan nilai *communalites* untuk variabel X1, seperti pada Tabel 21.6.

> Faktor-faktor yang terbentuk, baik sebelum dan setelah rotasi (rotasi dengan metode *varimax*) (lihat Gambar 21.1), memiliki kemampuan yang sama dalam menjelaskan *variance* dari variabel X1 (lihat Tabel 21.7 dan Tabel 21.8).

Component Matrix (Before Rotation)

Perhatikan Tabel 21.9 (*Component Matrix*). Pada Tabel 21.9, telah terbentuk tiga faktor atau *component* dengan metode PCA, **tanpa rotasi**. Jika dilihat pada Gambar 21.1, ketiga faktor tersebut adalah FAC1_1, FAC2_1, dan FAC3_1. Nilai-nilai yang tersaji pada Tabel 21.9 merupakan nilai korelasi antara variabel dan faktor (faktor yang terbentuk dengan metode PCA, tanpa rotasi). Sebagai contoh nilai korelasi (korelasi Pearson) antara variabel X1 dan FAC1_1 (faktor atau *component* pertama) adalah -0,285, nilai korelasi antara variabel X1 dan FAC2_1 (faktor atau *component* kedua) adalah 0,824, dan nilai korelasi antara variabel X1 dan FAC3_1 (faktor atau *component* ketiga) adalah 0,447. Nilai korelasi antara variabel dan faktor disebut dengan ***factor loading***. Gambar 21.4 merupakan tampilan untuk menghitung korelasi antara variabel X1 dengan masing-masing faktor (FAC1_1, FAC2_1, dan FAC3_1). Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 21.10. Informasi pada Tabel 21.9 memberikan informasi korelasi tiap-tiap variabel terhadap tiap-tiap faktor, di mana dapat digunakan untuk menentukan suatu variabel akan masuk ke dalam faktor pertama, kedua atau ketiga. Diketahui sebelumnya bahwa korelasi antara suatu variabel dan faktor disebut ***factor loading***.

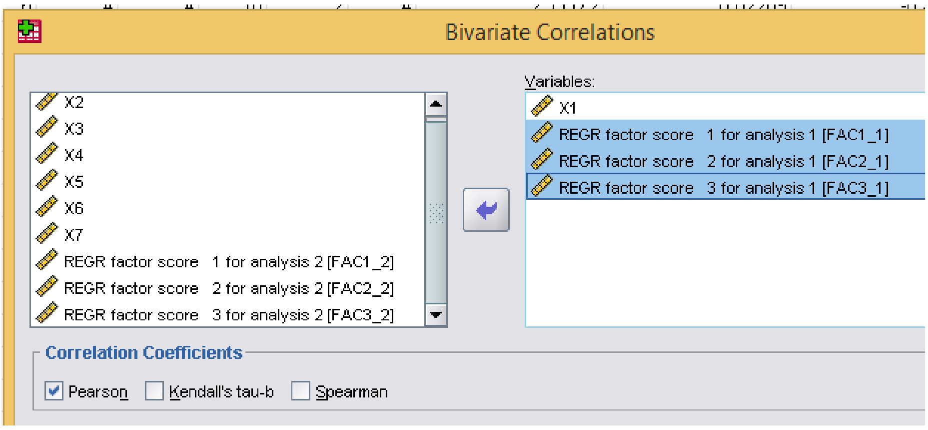
Tabel 21.9

Component Matrix[a]

	Component		
	1	2	3
X1	-.285	.824	.447
X2	.673	-.420	.582
X3	.733	.518	-.093
X4	.748	.522	-.286
X5	.776	-.351	.488
X6	-.451	.732	.466
X7	.742	.472	-.203

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 3 components extracted.



Gambar 21.4

Tabel 21.10

Correlations

		X1	REGR factor score 1 for analysis 1	REGR factor score 2 for analysis 1	REGR factor score 3 for analysis 1
X1	Pearson Correlation	1	-.285	.824**	.447
	Sig. (2-tailed)		.303	.000	.095
	N	15	15	15	15

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Hair dkk. (2010:134) menyatakan sebagai berikut.

"*As anticipated, the first factor accounts for the largest amount of variance in Table 7. The second factor is somewhat of a general factor, with half of the variables* ***having a high loading (high loading is defined as greater than 0,4)****. The third factor has two high loadings, whereas the fourth factor only has one high loading. Based on this factor-loading pattern with a relatively* ***large number of high loadings on factor 2 and only one high loading on factor 4, interpretation would be difficult and theoretically less meaningful****. Therefore, the researcher* ***should process to rotate the factor matrix to redistribute the variance*** *from the earlier factors to the later factors. However, before proceeding with rotation process, we must examine the communalities to see* ***whether any variables have communalities so low that they should be eliminated***."

Berdasarkan uraian di atas, nilai *factor loading* dikatakan tinggi apabila di atas 0,4. Diketahui nilai korelasi antara variabel X1 dan faktor kedua adalah 0,824, sementara korelasi antara variabel X1 dan faktor ketiga adalah 0,447. Karena kedua nilai *factor loading* termasuk tinggi, maka akan sulit untuk ditentukan, apakah variabel X1 akan masuk ke dalam faktor kedua atau ketiga. Begitu juga diketahui nilai korelasi antara variabel X2 dan faktor pertama adalah 0,673, korelasi antara variabel X2 dan faktor kedua adalah -0,420, sementara korelasi antara variabel X2 dan faktor ketiga adalah 0,582. Karena ketiga nilai *factor loading* termasuk tinggi, maka akan sulit untuk ditentukan, apakah variabel X2 akan masuk ke dalam faktor pertama, kedua atau ketiga. Oleh karena itu Hair dkk. (2010:134) menyarankan agar dilakukan proses rotasi.

Rotated Component Matrix (After Rotation)

Perhatikan Tabel 21.11 (*Rotated Component Matrix*). Pada Tabel 21.11 juga menyajikan nilai *factor loading*, namun **telah melalui proses rotasi**. Pada Tabel 21.11, proses untuk menentukan apakah suatu variabel masuk ke dalam faktor pertama, kedua, atau ketiga **terlihat lebih mudah**. Hal ini dikarenakan suatu variabel hanya memiliki nilai korelasi yang tinggi, pada salah satu faktor saja. Sebagai contoh, untuk variabel X1 hanya memiliki nilai korelasi yang tinggi pada faktor yang ketiga (0,961 > 0,4), sementara nilai korelasi antara variabel X1 dan faktor pertama adalah 0,122 (0,122 < 0,4), dan nilai korelasi antara variabel X1 dan faktor kedua adalah -0,142 (|-0,142| < 0,4), sehingga dapat ditentukan variabel X1 masuk ke dalam faktor ketiga.

Perhatikan bahwa metode rotasi yang digunakan adalah **metode rotasi *varimax***. Jika dilihat pada Gambar 21.1, ketiga faktor tersebut adalah FAC1_2, FAC2_2, dan FAC3_2. Nilai-nilai yang tersaji pada Tabel 21.11 merupakan nilai korelasi antara variabel dan faktor (faktor yang terbentuk dengan metode PCA, dengan metode rotasi *varimax*). Sebagai contoh nilai korelasi (korelasi Pearson) antara variabel X1 dan FAC1_2 (faktor atau *component* pertama) adalah 0,122, nilai korelasi antara variabel X1 dan FAC2_2 (faktor atau *component* kedua) adalah -0,142, dan nilai korelasi antara variabel X1 dan FAC3_2 (faktor atau *component* ketiga) adalah 0,961. Nilai korelasi antara variabel dan faktor disebut dengan ***factor loading***. Gambar 21.5 merupakan tampilan untuk menghitung korelasi antara variabel X1 dengan masing-masing faktor (FAC1_2, FAC2_2, dan FAC3_2). Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 21.12.
Gambar 21.6 merupakan modifikasi dari Tabel 21.11, di mana hanya menyajikan nilai *factor loading* yang lebih besar dari 0,4. Berdasarkan Gambar 21.6 dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- ⇨ Variabel X1 dan X6 masuk ke dalam faktor ketiga.
- ⇨ Variabel X2 dan X5 masuk ke dalam faktor kedua.
- ⇨ Variabel X3, X4, dan X7 masuk ke dalam faktor pertama.

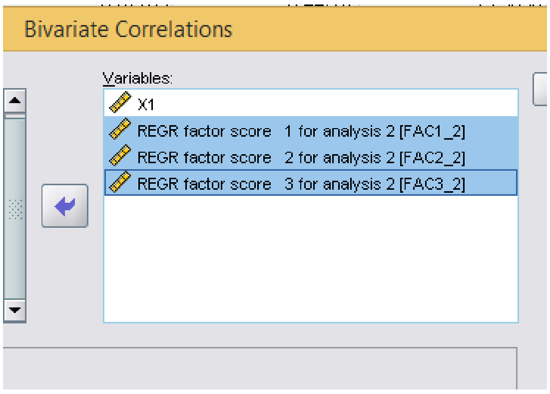
Tabel 21.11

Rotated Component Matrix[a]

	Component		
	1	2	3
X1	.122	-.142	.961
X2	.073	.969	-.156
X3	.879	.178	.098
X4	.954	.046	-.022
X5	.220	.937	-.194
X6	-.062	-.192	.957
X7	.895	.120	-.006

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 5 iterations.



Gambar 21.5

Rotated Component Matrix[a]

	Component		
	1	2	3
X1			.961
X2		.969	
X3	.879		
X4	.954		
X5		.937	
X6			.957
X7	.895		

Gambar 21.6

Tabel 21.12

Correlations

		X1	REGR factor score 1 for analysis 2	REGR factor score 2 for analysis 2	REGR factor score 3 for analysis 2
X1	Pearson Correlation	1	.122	-.142	.961**
	Sig. (2-tailed)		.665	.614	.000
	N	15	15	15	15

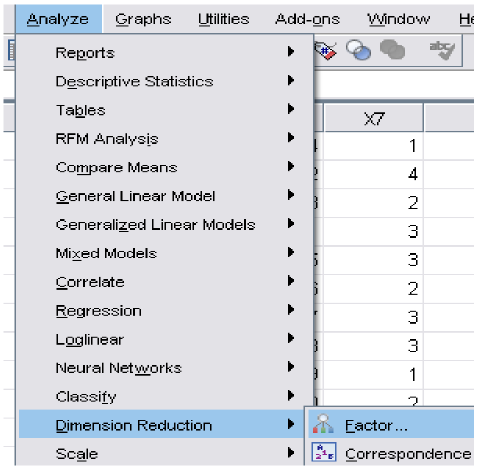
**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

PENYELESAIAN DALAM SPSS

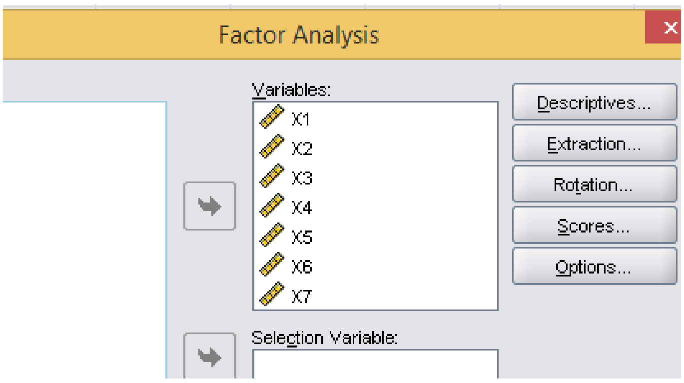
Bangun data dalam SPSS, seperti pada Gambar 21.1. Selanjutnya pilih *Analyze* => *Dimension Reduction* => *Factor* (Gambar 21.2), sehingga muncul tampilan *Factor Analysis* (Gambar 21.3). Pada Gambar 21.3, pindahkan ketujuh variabel ke dalam kotak *Variables*. Kemudian pilih *Descriptive*, sehingga muncul tampilan *Factor Analysis: Descriptives* (Gambar 21.4). Pada Gambar 21.4, pilih *Initial Solution*, *Anti-image*, dan *KMO and Bartlett's test of sphericity*. Selanjutnya pilih *Continue*. Kemudian pilih *Extraction* (Gambar 21.3), sehingga muncul tampilan *Factor Analysis: Extraction* (Gambar 21.5). Pada Gambar 21.5, pilih *Principal Components* pada bagian *Method*, bulatkan *Based on Eigenvalue*, dan isi 1 pada *Eigenvalues greater than:*. Selanjutnya pilih *Continue*. Kemudian pilih *Rotation* (Gambar 21.3), sehingga muncul tampilan *Factor Analysis: Rotation* (Gambar 21.6). Pilih *Varimax*, kemudian pilih *Continue*. Selanjutnya pilih *Scores* (Gambar 21.3), sehingga muncul tampilan *Factor Analysis: Factor Scores* (Gambar 21.7). Pada Gambar 21.7, pilih *Save as variables*, dan bulatkan *Regression*. Kemudian pilih *Continue* dan OK.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
1	1	5	1	1	5	4	1
2	2	6	4	4	10	2	4
3	3	7	2	2	7	3	2
4	4	8	3	3	8	1	3
5	5	9	3	3	9	5	3
6	6	4	2	2	6	6	2
7	7	1	3	3	1	7	3
8	8	2	3	3	2	8	3
9	9	3	1	1	3	9	1
10	8	4	2	2	4	10	2
11	1	5	1	1	5	1	1
12	2	1	1	1	1	2	1
13	3	2	2	4	2	3	3
14	4	3	3	2	3	4	3
15	5	4	4	3	4	5	1

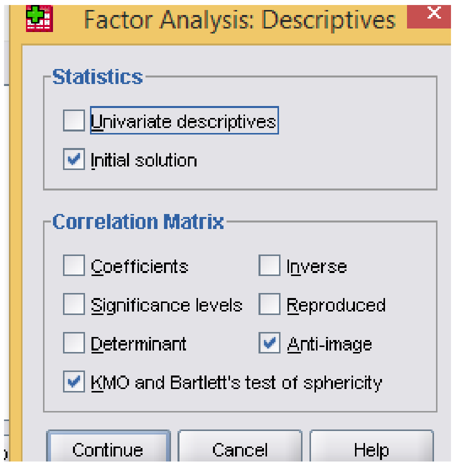
Gambar 21.1



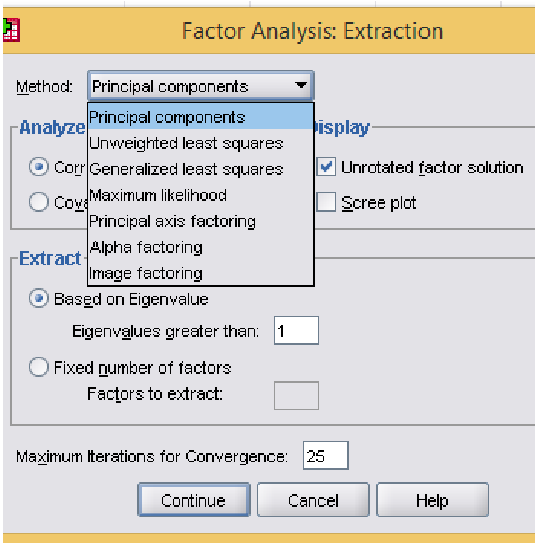
Gambar 21.2

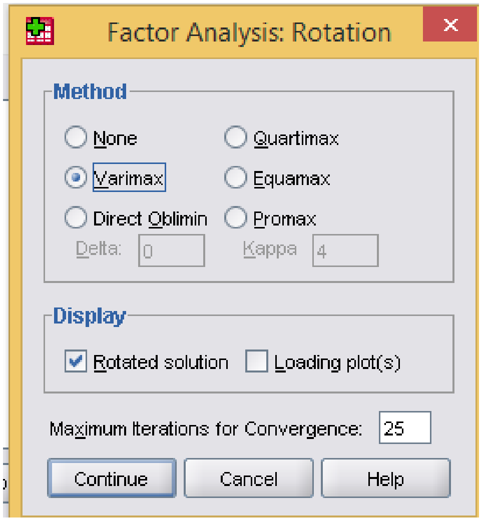


Gambar 21.3

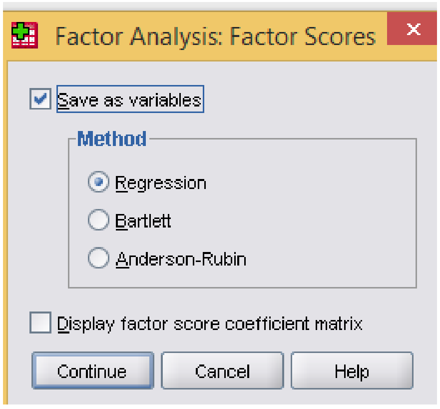


Gambar 21.4





Gambar 21.5 **Gambar 21.6**



Gambar 21.7

Untuk interpretasi dari *output* SPSS ini, telah dibahas pada pembahasan teori analisis faktor sebelumnya.

[1] Perhatikan Tabel 21.1 (*Communalities*). Nilai *communalities* untuk variabel X1 (lihat kolom *Extraction*, baris X1) adalah 0,976. Nilai tersebut dapat diartikan faktor-faktor yang telah terbentuk (berdasarkan metode *principal component analysis*, disingkat PCA, metode rotasi *Varimax*) dapat menjelaskan *variance* dari variabel X1 sebesar 97,6%, faktor-faktor yang telah terbentuk dapat menjelaskan *variance* dari variabel X2 sebesar 96%, dan seterusnya.

Tabel 21.1

Communalities

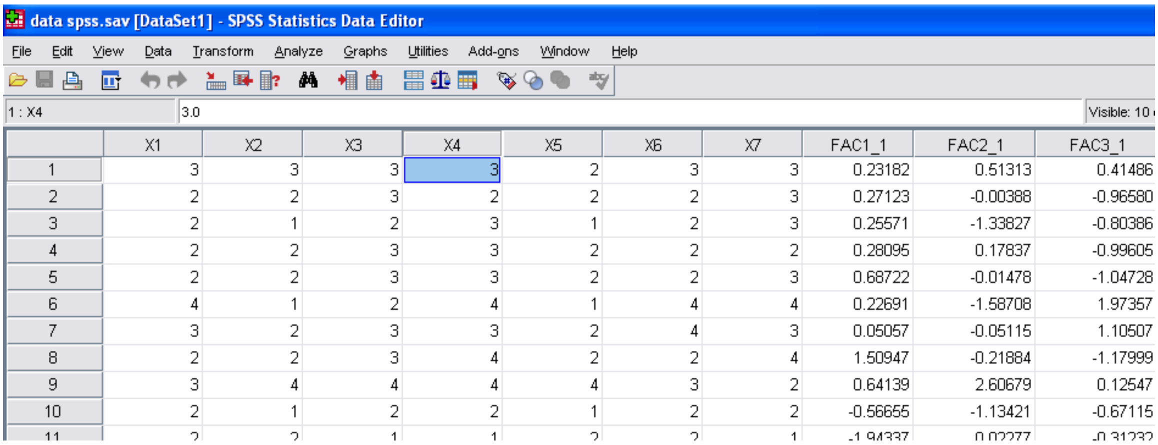
	Initial	Extraction
X1	1.000	.976
X2	1.000	.960
X3	1.000	.908
X4	1.000	.906
X5	1.000	.967
X6	1.000	.971
X7	1.000	.919

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Field (2009:637) menyatakan sebagai berikut.

"*The second approach is to estimate the amount of common variance by estimating communality values for each variable. There are various methods of estimating communalities but the most widely used (including alpha factoring) is to use the squared multiple correlation (SMC) of each variable with all others. So, for the popularity data, imagine you ran a multiple regression using one measure (Selfish) as the outcome and the other five measures as predictors: the resulting multiple R^2 (see section 7.5.2) would be used as an estimate of the communality for the variable Selfish. This second approach is used in factor analysis. These estimates allow the factor analysis to be done. Once the underlying factors have been extracted, new communalities can be calculated that represent the multiple correlation between each variable and the factors extracted. Therefore, the communality is a measure of the proportion of variance explained by the extracted factors.*"

Gambar 21.1 menyajikan tiga faktor yang telah terbentuk, yakni **FAC1_1**, **FAC2_1**, dan **FAC3_1** (faktor-faktor tersebut dibentuk dengan metode PCA, kemudian dirotasi dengan metode *Varimax*).

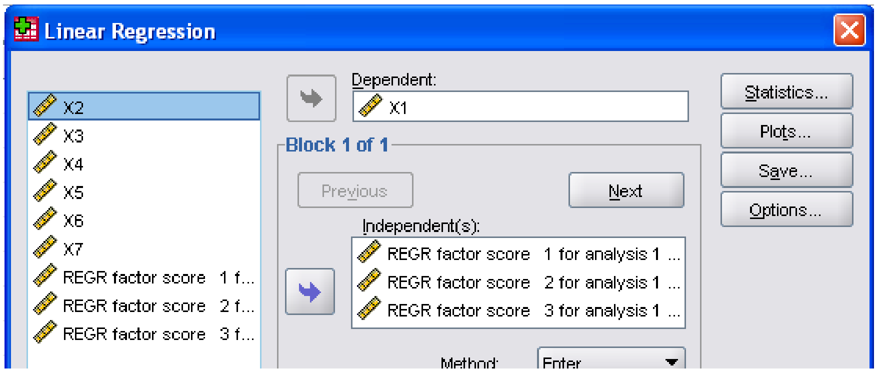


data spss.sav [DataSet1] - SPSS Statistics Data Editor

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1
1	3	3	3	3	2	3	3	0.23182	0.51313	0.41486
2	2	2	3	2	2	2	3	0.27123	-0.00388	-0.96580
3	2	1	2	3	1	2	3	0.25571	-1.33827	-0.80386
4	2	2	3	3	2	2	2	0.28095	0.17837	-0.99605
5	2	2	3	3	2	2	3	0.68722	-0.01478	-1.04728
6	4	1	2	4	1	4	4	0.22691	-1.58708	1.97357
7	3	2	3	3	2	4	3	0.05057	-0.05115	1.10507
8	2	2	3	4	2	2	4	1.50947	-0.21884	-1.17999
9	3	4	4	4	4	3	2	0.64139	2.60679	0.12547
10	2	1	2	2	1	2	2	-0.56655	-1.13421	-0.67115

Gambar 21.1

Selanjutnya melakukan regresi linear (*linear regression*), dengan X1 sebagai variabel tak bebas, sedangkan FAC1_1, FAC2_1, dan FAC3_1 sebagai variabel bebas (perhatikan Gambar 21.2). Hasilnya seperti pada Tabel 21.2.



Gambar 21.2

Tabel 21.2

Variables Entered/Removed

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	REGR factor score 3 for analysis 1, REGR factor score 2 for analysis 1, REGR factor score 1 for analysis 1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.988[a]	.976	.970	.128

a. Predictors: (Constant), REGR factor score 3 for analysis 1, REGR factor score 2 for analysis 1, REGR factor score 1 for analysis 1

Berdasarkan Tabel 21.2, diketahui nilai *R-Square* adalah 0,976. Nilai tersebut dapat diartikan variabel FAC1_1, FAC2_1, dan FAC3_1 mampu menjelaskan *variance* dari variabel X1 sebesar 97,6%. Nilai *R-square* tersebut sama dengan nilai *communalities* variabel X1 pada

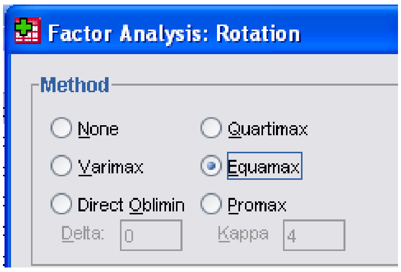
Tabel 21.1. Gambar 21.3 menyajikan skor dari masing-masing faktor dengan metode PCA, metode rotasi *Varimax* dan *Equamax*. Gambar 21.4 menyajikan berbagai metode rotasi.

FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1	FAC1_2	FAC2_2	FAC3_2
0.23182	0.51313	0.41486	0.22602	0.51294	0.41828
0.27123	-0.00388	-0.96580	0.28479	-0.00354	-0.96189
0.25571	-1.33827	-0.80386	0.26683	-1.33799	-0.80070
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0.64139	2.60679	0.12547	0.63986	2.60667	0.13548
-0.56655	-1.13421	-0.67115	-0.55718	-1.13389	-0.67948
-1.94337	0.02277	-0.31232	-1.93878	0.02313	-0.33961
-1.94337	0.02277	-0.31232	-1.93878	0.02313	-0.33961
-1.11513	1.11983	0.76662	-1.12567	1.11967	0.75129
0.26169	-0.03716	0.40779	0.25593	-0.03734	0.41142
1.15146	-0.07831	1.49539	1.13031	-0.07902	1.51141

FAC1_1, FAC2_1, dan FAC3_1 dibentuk dengan metode PCA dengan rotasi *Varimax*.

FAC1_2, FAC2_2, dan FAC3_2 dibentuk dengan metode PCA dengan rotasi *Equamax*.

Gambar 21.3

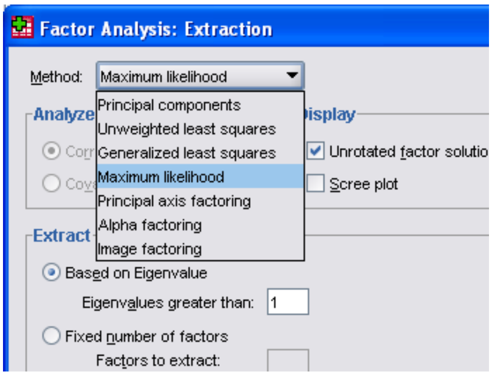


Gambar 21.4

Pada Gambar 21.5, faktor FAC_1, FAC2_1, dan FAC3_1 dibentuk dengan metode PCA, metode rotasi *Varimax*, sedangkan faktor FAC1_3, FAC2_3, dan FAC3_3 dibentuk dengan metode *Maximum Likelihood*, metode rotasi *Varimax*. Gambar 21.6 menyajikan metode-metode ekstraksi, yakni berbagai metode untuk membentuk suatu faktor.

FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1	FAC1_2	FAC2_2	FAC3_2	FAC1_3	FAC2_3	FAC3_3
0.23182	0.51313	0.41486	0.22602	0.51294	0.41828	0.21752	0.19960	0.48652
0.27123	-0.00388	-0.96580	0.28479	-0.00354	-0.96189	0.19259	0.01348	-0.90746
0.25571	-1.33827	-0.80386	0.26683	-1.33799	-0.80070	0.26237	-1.29866	-0.81846
0.28095	0.17837	-0.99605	0.29495	0.17872	-0.99193	0.17806	0.06470	-0.90770
0.68722	-0.01478	-1.04728	0.70188	-0.01446	-1.03752	0.63918	0.01269	-1.03613
0.22691	-1.58708	1.97357	0.19895	-1.58786	1.97596	0.30054	-1.45983	2.01589
0.05057	-0.05115	1.10507	0.03501	-0.05158	1.10565	0.20537	-0.04362	0.52191
1.50947	-0.21884	-1.17999	1.52589	-0.21857	-1.15873	1.54689	-0.04010	-1.29322
0.64139	2.60679	0.12547	0.63986	2.60667	0.13548	0.60292	2.59841	0.17619
-0.56655	-1.13421	-0.67115	-0.55718	-1.13389	-0.67948	-0.64534	-1.24586	-0.56137
-1.94337	0.02277	-0.31232	-1.93878	0.02313	-0.33961	-1.85740	0.05026	-0.31760
-1.94337	0.02277	-0.31232	-1.93878	0.02313	-0.33961	-1.85740	0.05026	-0.31760
-1.11513	1.11983	0.76662	-1.12567	1.11967	0.75129	-1.00765	1.25463	0.75337
0.26169	-0.03716	0.40779	0.25593	-0.03734	0.41142	0.20441	-0.04149	0.50960
1.15146	-0.07831	1.49539	1.13031	-0.07902	1.51141	1.01793	-0.11446	1.69606

Gambar 21.5



Gambar 21.6

[2] *Eigenvalues* merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah faktor yang akan dipertahankan dalam analisis. (selain pendekatan *eigenvalues*, terdapat pendekatan *scree plot*). Pada Tabel 21.3 terdapat 7 faktor atau *component* yang terbentuk (diketahui jumlah variabel juga 7), namun tidak semua faktor akan dipertahankan dalam analsis selanjutnya. Pada Tabel 21.3, dari 7 faktor yang terbentuk, hanya 3 faktor yang dipertahankan dalam analisis, yakni faktor atau *component* 1, 2, dan 3. Sebagaimana Field (2009:639) menyatakan sebagai berikut.

"Not all factors are retained in an analysis, and there is debate over the criterion used to decide whether a factor is statistically important. I mentioned above that eigenvalues associated with a variate indicate the substantive importance of that factor. Therefore, it seems logical that we should retain only factors with large eigenvalues… Typically there will be a few factors with quite high eigenvalues, and many factors with relatively low eigenvalues, …"

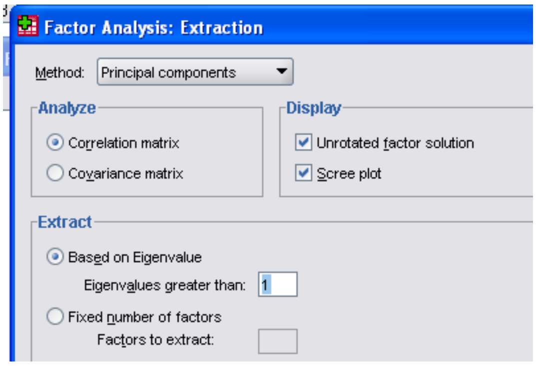
Pperhatikan Gambar 21.7 (*Factor Analysis: Extraction*). Pada Gambar 21.7, bagian *Based on Eigenvalues, Eigenvalues greater than:* diisi dengan 1. Hal ini berarti suatu faktor akan terbentuk (akan dipertahankan dalam analisis selanjutnya), jika faktor tersebut memiliki *eigenvalue* (nilai eigen) lebih besar dari 1. Berdasarkan Tabel 21.3, diketahui *eigenvalue* untuk faktor atau *component* pertama adalah 3,44, *eigenvalue* untuk faktor atau *component* kedua adalah 2,150, dan *eigenvalue* untuk faktor atau *component* ketiga adalah 1,1018. Pada Tabel 21.4 (*Component Matrix*), hanya tiga faktor atau *component* yang dianalsis.

Tabel 21.3

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	3.440	49.136	49.136	3.440	49.136	49.136
2	2.150	30.709	79.845	2.150	30.709	79.845
3	1.018	14.540	94.385	1.018	14.540	94.385
4	.166	2.364	96.749			
5	.133	1.896	98.644			
6	.054	.766	99.410			
7	.041	.590	100.000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.



Gambar 21.7

Tabel 21.4

Component Matrix[a]

	Component		
	1	2	3
X1	.823	-.112	-.535
X2	.325	.924	-.008
X3	.801	.218	.468
X4	.868	-.184	.343
X5	.291	.940	.006
X6	.806	-.120	-.554
X7	.726	-.552	.296

Extraction Method: Principal Component Analysis.
a. 3 components extracted.

Tabel 21.5

Communalities

	Initial	Extraction
X1	1.000	.976
X2	1.000	.960
X3	1.000	.908
X4	1.000	.906
X5	1.000	.967
X6	1.000	.971
X7	1.000	.919

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Field (2009:640) menyatakan sebagai berikut.

"Although scree plots are very useful, factor selection should not be based on this criterion alone. Kaiser (1960) recommended retaining all factors with eigenvalues greater than 1. This criterion is based on the idea that the eigenvalues represent the amount of variation explained by a factor and that an eigenvalue of 1 represents a substantial amount of variation."

Berdasarkan uraian di atas, Kaiser (1960) memberi rekomendasi bahwa *eigenvalue* dari suatu faktor yang lebih besar dari 1, agar dipertahankan dalam proses analisis.

Variabel	Component			Nilai Factor Loading Dikuadratkan			JumlahNilai Factor Loading Dikuadratkan
	1	2	3	1	2	3	
X1	0.8229	-0.112	-0.5355	0.677088	0.0124815	0.28674004	0.976309801
X2	0.3252	0.9242	-0.0076	0.105764	0.8540558	5.7785E-05	0.959877656
X3	0.8008	0.2182	0.4675	0.641335	0.0476015	0.21859255	0.907528006
X4	0.8683	-0.184	0.3435	0.754031	0.0337568	0.1179846	0.905772[illegible]
X5	0.2907	0.9396	0.006	0.084521	0.8828222	3.606E-05	0.967379[illegible]
X6	0.8063	-0.12	-0.5537	0.650114	0.0143077	0.3065497	0.970971211
X7	0.7257	-0.552	0.2964	0.526659	0.3045854	0.08783653	0.919081281
Jumlah (eigenvalues)				3.439512	2.1496108	1.01779727	6.606920531
Persentase				49.13589	30.708725	14.5399609	94.38457901

Lihat Tabel 21.5

Lihat Tabel 21.3 dan Tabel 21.4

Gambar 21.8

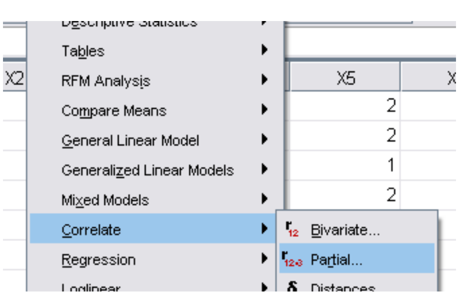
[3] Perhatikan Tabel 21.6 (*Anti-image Matrices*), pada bagian *Anti-image Correlation*. Nilai-nilai pada posisi diagonal, yakni 0,617[a], 0,582[a], dan seterusnya merupakan nilai-nilai *measures of sampling adequacy* (atau disebut juga *Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy*, disingkat KMO MSA). Diketahui nilai KMO MSA untuk variabel X1 adalah 0,617, nilai KMO MSA untuk variabel X2 adalah 0,582, dan seterusnya. Sementara nilai-nilai selain pada posisi diagonal merupakan nilai korelasi parsial negatif (*negative partial correlations*) antar variabel (*partial correlation among variables*). Gambar 21.9 dan Gambar 21.10 merupakan langkah-langkah dalam SPSS untuk menentukan nilai korelasi antara X1 dan X3, dengan mengontrol pengaruh dari X2, X4, X5, X6, dan X7.

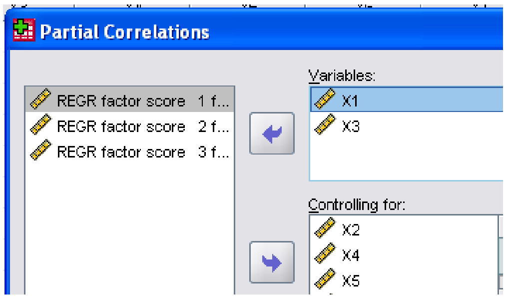
Tabel 21.6

Anti-image Matrices

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
Anti-image Covariance	X1	.084	-.016	.036	-.030	.006	-.082	-.011
	X2	-.016	.097	-.027	.021	-.082	.013	-.002
	X3	.036	-.027	.245	-.096	-.022	-.027	-.077
	X4	-.030	.021	-.096	.199	-.025	.021	-.103
	X5	.006	-.082	-.022	-.025	.090	-.007	.046
	X6	-.082	.013	-.027	.021	-.007	.093	-.002
	X7	-.011	-.002	-.077	-.103	.046	-.002	.195
Anti-image Correlation	X1	.617[a]	-.181	.253	-.234	.072	-.928	-.088
	X2	-.181	.582[a]	-.176	.154	-.870	.132	-.013
	X3	.253	-.176	.770[a]	-.436	-.148	-.176	-.353
	X4	-.234	.154	-.436	.751[a]	-.183	.154	-.522
	X5	.072	-.870	-.148	-.183	.558[a]	-.079	.344
	X6	-.928	.132	-.176	.154	-.079	.627[a]	-.013
	X7	-.088	-.013	-.353	-.522	.344	-.013	.749[a]

a. Measures of Sampling Adequacy(MSA)





Gambar 21.9 **Gambar 21.10**

Tabel 21.7 menyajikan nilai korelasi antara X1 dan X3, dengan mengontrol pengaruh dari X2, X4, X5, X6, dan X7, yakni bernilai -0,253. Maka korelasi parsial negatifnya adalah -1 × -0,253 = 0,253. Bandingkan hasilnya pada Tabel 21.6.

Tabel 21.7

Correlations

Control Variables			X1	X3
X2 & X4 & X5 & X6 & X7	X1	Correlation	1.000	-.253
		Significance (2-tailed)	.	.481
		df	0	8
	X3	Correlation	-.253	1.000
		Significance (2-tailed)	.481	.
		df	8	0

[4] Perhatikan Tabel 21.8 (*Rotated Component Matrix*). Pada Tabel 21.8, telah terbentuk tiga faktor atau *component* dengan metode PCA, metode rotasi *varimax*. Nilai-nilai yang tersaji pada Tabel 21.8 merupakan nilai korelasi antara variabel dan faktor (faktor yang terbentuk dengan metode PCA, metode rotasi *varimax*). Sebagai contoh nilai korelasi (korelasi Pearson) antara X1 dan faktor 1 adalah 0,274, nilai korelasi antara X1 dan faktor 2 adalah 0,080, dan nilai korelasi antara X1 dan faktor 3 adalah 0,946. Nilai korelasi antara variabel dan faktor disebut dengan ***factor loading***. Gambar 21.11 merupakan tampilan untuk menghitung korelasi antara variabel X1 dengan masing-masing faktor. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 21.9.

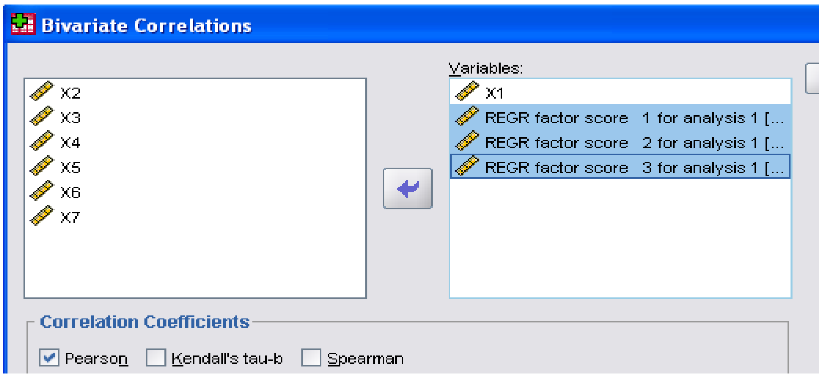
Tabel 21.8

Rotated Component Matrix[a]

	Component		
	1	2	3
X1	.274	.080	.946
X2	.043	.975	.084
X3	.845	.422	.126
X4	.895	.046	.319
X5	.024	.982	.049
X6	.252	.067	.950
X7	.836	-.347	.316

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 4 iterations.



Gambar 21.11

Tabel 21.9

Correlations

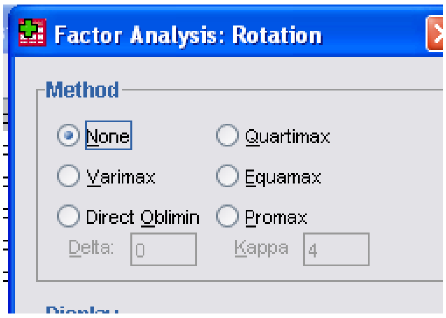
		X1	REGR factor score 1 for analysis 1	REGR factor score 2 for analysis 1	REGR factor score 3 for analysis 1
X1	Pearson Correlation	1	.274	.080	.946**
	Sig. (2-tailed)		.323	.778	.000
	N	15	15	15	15

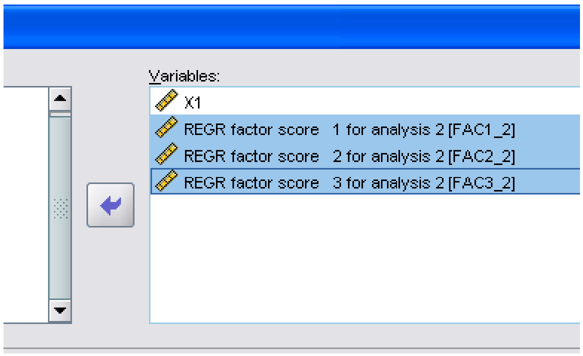
**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Pada Gambar 21.12, telah terbentuk tiga faktor atau *component*, yakni **FAC1_2, FAC2_2, dan FAC3_2**, dengan metode PCA, tanpa menggunakan metode rotasi (lihat Gambar 21.13). Nilai-nilai yang tersaji pada Tabel 21.10 (*Component Matrix*) merupakan nilai korelasi antara variabel dan faktor. Sebagai contoh nilai korelasi (korelasi Pearson) antara X1 dan faktor 1 (FAC1_2) adalah 0,823, nilai korelasi antara X1 dan faktor 2 (FAC2_2) adalah -0,112, dan nilai korelasi antara X1 dan faktor 3 (FAC3_2) adalah -0,535. Nilai korelasi antara variabel dan faktor disebut dengan ***factor loading***. Gambar 21.14 merupakan tampilan untuk menghitung korelasi antara variabel X1 dengan masing-masing faktor. Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 21.11.

	X7	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1	FAC1_2	FAC2_2	FAC3_2
3	3	0.23182	0.51313	0.41486	0.56023	0.39144	-0.14856
2	3	0.27123	-0.00388	-0.96580	-0.41888	0.07621	0.90834
2	3	0.25571	-1.33827	-0.80386	-0.65592	-1.23599	0.73800
2	2	0.28095	0.17837	-0.99605	-0.38615	0.25501	0.94272
2	3	0.68722	-0.01478	-1.04728	-0.16995	-0.00807	1.24110
4	4	0.22691	-1.58708	1.97357	1.03283	-1.86073	-1.39149
4	3	0.05057	-0.05115	1.10507	0.72897	-0.21491	-0.80546
2	4	1.50947	-0.21884	-1.17999	0.29519	-0.35543	1.87225
3	2	0.64139	2.60679	0.12547	1.19074	2.37639	0.39673
2	2	-0.56655	-1.13421	-0.67115	-1.12105	-0.88864	0.10685
2	1	-1.94337	0.02277	-0.31232	-1.61179	0.46364	-1.03049

Gambar 21.12





Gambar 21.13 **Gambar 21.14**

Tabel 21.10

Component Matrix[a]

	Component		
	1	2	3
X1	.823	-.112	-.535
X2	.325	.924	-.008
X3	.801	.218	.468
X4	.868	-.184	.343
X5	.291	.940	.006
X6	.806	-.120	-.554
X7	.726	-.552	.296

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 3 components extracted.

Tabel 21.11

Correlations

		X1	REGR factor score 1 for analysis 2	REGR factor score 2 for analysis 2	REGR factor score 3 for analysis 2
X1	Pearson Correlation	1	.823**	-.112	-.535*
	Sig. (2-tailed)		.000	.692	.040
	N	15	15	15	15

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Kuadrat dari *factor loading* merupakan persentase *variance* dari suatu variabel yang dijelaskan oleh suatu faktor.

Field (2009:644-645) menyatakan sebagai berikut.

"*Once a factor structure has been found, it is important to decide which variables make up* (membentuk) *which factors. Earlier I said that the factor loadings were a gauge of the substantive importance of a given variable to a given factor. Therefore, it makes sense that we use these values to place variables with factors…* ***This value can be found by squaring the factor loading to give an estimate of the amount of variance in a factor accounted for by a variable (like R^2)****. In this respect Stevens (2002) recommends interpreting only factor loadings with an absolute value greater than 0.4 (which explain around 16% of the variance in the variable).*"

Berdasarkan uraian di atas, kuadrat dari *loading factor* merupakan jumlah (persentase) *variance* dari suatu variabel yang dijelaskan oleh suatu faktor. Diketahui berdasarkan Tabel 2.10, faktor 1 menjelaskan *variance* dari variabel X1 sebesar $(0{,}823)^2 = 0{,}677$ atau 67,7%, faktor 2 menjelaskan *variance* dari variabel X1 sebesar $(-0{,}112)^2 = 0{,}0125$ atau 1,25%, dan faktor 3 menjelaskan *variance* dari variabel X1 sebesar $(-0{,}535)^2 = 0{,}286$ atau 28,6%.

Tabel 21.12

Korelasi X1 dan Tiap-Tiap Faktor	Kuadrat dari Korelasi X1 dan Tiap-Tiap Faktor
0.822853756	0.677088304
-0.111720439	0.012481456
-0.53548113	0.286740041
Jumlah	**0.976309801 (Perhatikan Nilai *Communalities* X1, Tabel 21.13)**

Tabel 21.13

Communalities

	Initial	Extraction
X1	1.000	**.976**
X2	1.000	.960
X3	1.000	.908
X4	1.000	.906
X5	1.000	.967
X6	1.000	.971
X7	1.000	.919

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Referensi

1. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

2. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

3. Malhotra, N.K. dan D.F. Birks. 2006. *Marketing Research, An Applied Approach, 2nd European Edition*. London: Prentice Hall.

4. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

BAB 22

ANALISIS KLASTER

Sekilas Analisis Klaster

Berikut pemaparan singkat mengenai analisis klaster menurut Hair dkk. (2010:477).

"*Cluster analysis groups individuals or objects into clusters so that objects in the same cluster are more similar to one another than they are to objects in other clusters. The attempt is to maximize the homogeneity of objects within the clusters while also maximizing the heterogeneity between clusters.*"

Malhotra dan Birks (2006:597) menyatakan sebagai berikut.

"*Cluster analysis is a class of techniques used to classify objects or cases into relatively homogeneous groups called clusters. Objects in each cluster tend to be similar to each other and dissimilar to objects in the other clusters. Cluster analysis is also called classification analysis or numerical taxonomy[3]. Both cluster analysis and discriminant analysis are concerned with classification. Discriminant analysis, however, requires prior knowledge of the cluster or group membership for each object or case included, to develop the classification rule. In contrast, in cluster analysis there is no a priori information about the group or cluster membership for any of the objects. Groups or clusters are suggested by the data, not defined a priori[5].*

Janssens dkk. (2008:317) menyatakan sebagai berikut.

"*The objective of cluster analysis is to take a sample of n individuals or objects, each of which is measured for p variables, and group it into g classes, where g is less than n. In other words, the goal is to sort cases (individuals, products, brands, stimuli) into groups so that a high degree of similarity exists between cases in the same group, and a low degree of similarity between cases belonging to different groups. This similarity is evaluated on the basis of the value of each case (individual, product, etc.) for the variables (characteristics, attributes) upon which the cluster analysis is performed.*"

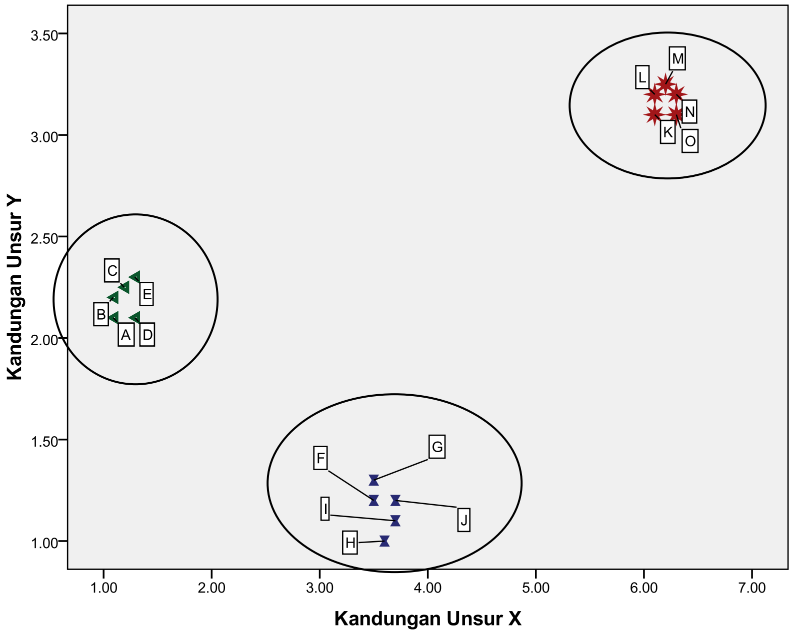
Berdasarkan uraian di atas, analisis klaster (*cluster analysis*) merupakan suatu teknik statistika yang digunakan untuk mengelompokkan (*group*) sekumpulan objek (manusia, produk, tanaman, dan sebagainya) ke dalam beberapa klaster. Perhatikan bahwa suatu objek hanya bisa masuk atau tergabung dalam satu klaster. Beberapa objek yang berada dalam satu klaster cenderung saling mirip, namun cenderung berbeda terhadap objek-objek yang berada dalam klaster lainnya. Sebagai contoh perhatikan data pada Tabel 22.1. Berdasarkan data pada Tabel 22.1, objek yang diteliti adalah batu, sebanyak 15 batu. Masing-masing batu memiliki kadar X dan kadar Y. Gambar 22.1 memberikan gambaran yang cukup jelas untuk pengelompokkan (*cluster*). Berdasarkan Gambar 22.2, jika dibentuk klaster sebanyak 3, maka:

- ⇨ Batu A, B, C, D, dan E berada dalam satu klaster, misalkan klaster pertama.
- ⇨ Batu F, G, H, I, dan J berada dalam satu klaster, misalkan klaster kedua.
- ⇨ Batu K, L, M, N, dan O berada dalam satu klaster, misalkan klaster ketiga.

Perhatikan bahwa batu A, B, C, D, dan E cenderung mirip, karena berada di dalam satu klaster, yakni klaster pertama, namun cenderung berbeda terhadap batu-batu yang berada dalam klaster yang berbeda. Tiga klaster yang tersaji dalam Gambar 22.1 melibatkan dua variabel klaster, yakni variabel **kadar X** (sumbu horizontal) dan **kadar Y** (sumbu vertikal).

Tabel 22.1

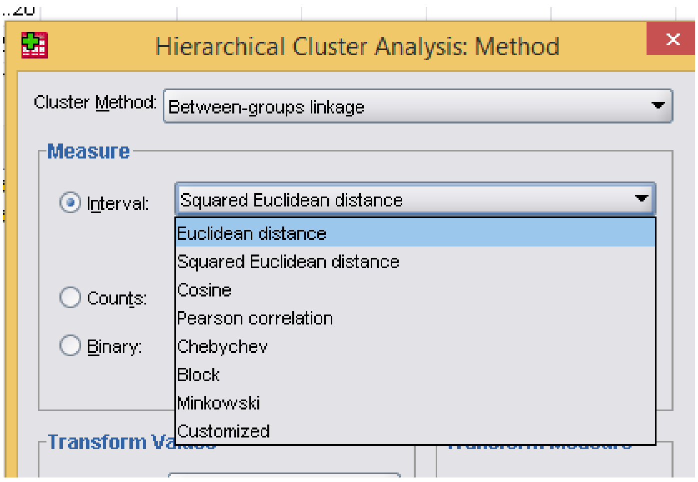
Batu	kadar X	kadar Y
A	1.1	2.1
B	1.1	2.2
C	1.2	2.25
D	1.3	2.1
E	1.3	2.3
F	3.5	1.2
G	3.5	1.3
H	3.6	1
I	3.7	1.1
J	3.7	1.2
K	6.1	3.1
L	6.1	3.2
M	6.2	3.25
N	6.3	3.2
O	6.3	3.1



Gambar 22.2

Ukuran Kemiripan (Measure of Similarity)

Gambar 22.3 merupakan tampilan SPSS yang menyediakan beberapa ukuran kemiripan, yakni di antaranya adalah *Euclidean distance* dan *Squared Euclidean distance*. Gambar 22.4 menyajikan *Euclidean distance* (jarak *Euclidean*) untuk tiap-tiap pasang objek (batu). Berdasarkan Gambar 22.2, suatu objek akan semakin mirip dengan objek yang lain, jika posisinya semakin berdekatan. Dengan kata lain, jarak di antara objek tersebut semakin kecil (nilai *Euclidean distance* semakin kecil).



Gambar 22.3 Berbagai Ukuran Kemiripan dalam SPSS

Proximity Matrix

Case	Euclidean Distance														
	1:A	2:B	3:C	4:D	5:E	6:F	7:G	8:H	9:I	10:J	11:K	12:L	13:M	14:N	15:O
1:A	.000	.100	.180	.200	.283	2.563	2.530	2.731	2.786	2.751	5.099	5.120	5.228	5.315	5.29
2:B	.100	.000	.112	.224	.224	2.600	2.563	2.773	2.823	2.786	5.080	5.099	5.207	5.295	5.27
3:C	.180	.112	.000	.180	.112	2.528	2.488	2.706	2.752	2.712	4.973	4.991	5.099	5.188	5.17
4:D	.200	.224	.180	.000	.200	2.377	2.341	2.550	2.600	2.563	4.903	4.924	5.033	5.120	5.09
5:E	.283	.224	.112	.200	.000	2.460	2.417	2.642	2.683	2.640	4.866	4.884	4.991	5.080	5.06
6:F	2.563	2.600	2.528	2.377	2.460	.000	.100	.224	.224	.200	3.220	3.280	3.390	3.441	3.38
7:G	2.530	2.563	2.488	2.341	2.417	.100	.000	.316	.283	.224	3.162	3.220	3.331	3.384	3.32
8:H	2.731	2.773	2.706	2.550	2.642	.224	.316	.000	.141	.224	3.265	3.330	3.438	3.483	3.42
9:I	2.786	2.823	2.752	2.600	2.683	.224	.283	.141	.000	.100	3.124	3.189	3.297	3.342	3.28
10:J	2.751	2.786	2.712	2.563	2.640	.200	.224	.224	.100	.000	3.061	3.124	3.233	3.280	3.22
11:K	5.099	5.080	4.973	4.903	4.866	3.220	3.162	3.265	3.124	3.061	.000	.100	.180	.224	.20
12:L	5.120	5.099	4.991	4.924	4.884	3.280	3.220	3.330	3.189	3.124	.100	.000	.112	.200	.22
13:M	5.228	5.207	5.099	5.033	4.991	3.390	3.331	3.438	3.297	3.233	.180	.112	.000	.112	.18
14:N	5.315	5.295	5.188	5.120	5.080	3.441	3.384	3.483	3.342	3.280	.224	.200	.112	.000	.10
15:O	5.295	5.277	5.170	5.099	5.064	3.384	3.329	3.421	3.280	3.220	.200	.224	.180	.100	.00

This is a dissimilarity matrix

Gambar 22.4 *Euclidean Distance* untuk Tiap-Tiap Pasang Objek (Batu)

Berdasarkan Gambar 22.4, diketahui *Euclidean distance* untuk objek A dan objek C adalah 0,180. Nilai ini dihitung sebagai berikut.

$$\sqrt{(1{,}2-1{,}1)^2+(2{,}25-2{,}1)^2} = 0{,}180277 \; atau \; dibulatkan \; 0{,}180.$$

Diketahui *Euclidean distance* untuk objek A dan objek O adalah 5,295. Nilai ini dihitung sebagai berikut.

$$\sqrt{(6{,}3-1{,}1)^2+(3{,}1-2{,}1)^2} = 5{,}295280\ atau\ dibulatkan\ 5{,}295.$$

Proximity Matrix

Case	Squared Euclidean Distance														
	1:A	2:B	3:C	4:D	5:E	6:F	7:G	8:H	9:I	10:J	11:K	12:L	13:M	14:N	15:O
1:A	.000	.010	.032	.040	.080	6.570	6.400	7.460	7.760	7.570	26.000	26.210	27.332	28.250	28.04
2:B	.010	.000	.012	.050	.050	6.760	6.570	7.690	7.970	7.760	25.810	26.000	27.112	28.040	27.85
3:C	.032	.012	.000	.032	.013	6.392	6.192	7.323	7.573	7.353	24.732	24.912	26.000	26.912	26.73
4:D	.040	.050	.032	.000	.040	5.650	5.480	6.500	6.760	6.570	24.040	24.250	25.333	26.210	26.00
5:E	.080	.050	.013	.040	.000	6.050	5.840	6.980	7.200	6.970	23.680	23.850	24.913	25.810	25.64
6:F	6.570	6.760	6.392	5.650	6.050	.000	.010	.050	.050	.040	10.370	10.760	11.493	11.840	11.45
7:G	6.400	6.570	6.192	5.480	5.840	.010	.000	.100	.080	.050	10.000	10.370	11.093	11.450	11.08
8:H	7.460	7.690	7.323	6.500	6.980	.050	.100	.000	.020	.050	10.660	11.090	11.823	12.130	11.70
9:I	7.760	7.970	7.573	6.760	7.200	.050	.080	.020	.000	.010	9.760	10.170	10.872	11.170	10.76
10:J	7.570	7.760	7.353	6.570	6.970	.040	.050	.050	.010	.000	9.370	9.760	10.453	10.760	10.37
11:K	26.000	25.810	24.732	24.040	23.680	10.370	10.000	10.660	9.760	9.370	.000	.010	.033	.050	.04
12:L	26.210	26.000	24.912	24.250	23.850	10.760	10.370	11.090	10.170	9.760	.010	.000	.013	.040	.05
13:M	27.332	27.112	26.000	25.333	24.913	11.493	11.093	11.823	10.872	10.453	.033	.013	.000	.012	.03
14:N	28.250	28.040	26.912	26.210	25.810	11.840	11.450	12.130	11.170	10.760	.050	.040	.012	.000	.01
15:O	28.040	27.850	26.732	26.000	25.640	11.450	11.080	11.700	10.760	10.370	.040	.050	.032	.010	.00

This is a dissimilarity matrix

Gambar 22.5 *Squared Euclidean Distance* untuk Tiap-Tiap Pasang Objek (Batu)

Gambar 22.5 menyajikan *Squared Euclidean distance* (jarak *Euclidean* yang dikuadratkan) untuk tiap-tiap pasang objek (batu). Berdasarkan Gambar 22.5, diketahui *Squared Euclidean distance* untuk objek A dan objek C adalah 0,032. Nilai ini dihitung sebagai berikut.

$$(1{,}2-1{,}1)^2+(2{,}25-2{,}1)^2 = 0{,}0325.$$

Diketahui *Squared Euclidean distance* untuk objek A dan objek O adalah 28,040. Nilai ini dihitung sebagai berikut.

$$(6{,}3-1{,}1)^2+(3{,}1-2{,}1)^2 = 28{,}04.$$

Malhotra dan Birks (2006:600) menyatakan sebagai berikut

"*Because the objective of clustering is to group similar objects together, some measure is needed to assess how similar or different the objects are. The most common approach is to measure similarity in terms of distance between pairs of objects. Objects with smaller distances between them are more similar to each other than are those at larger distances. There are several ways to compute the distance between two objects*[9]. ***The most commonly used measure of similarity is the euclidean distance or its square***[10]*. The euclidean distance is the square root of the sum of the squared differences in values for each variable. Other distance measures are also available.* ***The city-block or Manhattan distance between two objects is the sum of the absolute differences in values for each variable***. ***The Chebychev distance between two objects is the maximum absolute difference in values for any variable***. *For our example, we use the squared euclidean distance.*"

Berdasarkan uraian di atas, secara umum, ukuran kemiripan yang umum digunakan adalah *Euclidean distance* atau *Squared Euclidean distance*. Lebih lanjut Malhotra dan Birks (2006:600) dan Hair dkk. (2010:496-497) menganjurkan untuk melakukan standarisasi data (data ditransormasi ke dalam bentuk normal, dengan rata-rata 0, dan standar deviasi 1) untuk tiap-tiap variabel klaster, apabila data pada variabel-variabel kluster memiliki satuan yang berbeda-beda. Di sisi lain, data yang termasuk *outlier* juga dianjurkan untuk dihapus (Malhotra dan Birks, 2006:601).

Selanjutnya Malhotra dan Birks (2006:601) menyatakan penggunaan ukuran kemiripan (*measure of similarity*) yang berbeda-beda, dapat mempengaruhi hasil klaster, sehingga disarankan untuk menggunakan berbagai ukuran kemiripan dan hasil klaster tersebut diperbandingkan.

Sejalan dengan Malhotra dan Birks, Hair dkk. (2010:496) menyatakan sebagai berikut.

"***Which Distance Measures is Best?*** *In attempting to select a particular distance measure, the researcher should remember the following caveats: Difference distance measures or a change in the scales of the variables may lead to different cluster solutions. Thus, it is advisable to use several measures and compare the results with theoretical or know patterns. When the variables are correlated (either positively or negatively) the Mahalanobis distance measure is likely to be the most appropriate because it adjusts for correlations and weights all variable equally. Alternatively, the researcher may wish to avoid using highly redundant variables as input to cluster analysis.*"

Selain ukuran kemiripan *Euclidean distance* dan *Squared Euclidean distance*, terdapat ukuran lain, yakni *city-block distance* (atau sering disebut dengan jarak Manhattan), dan *Chebychev distance*. Gambar 22.6 menyajikan *city-block distance* untuk tiap-tiap pasang objek.

Proximity Matrix

	City Block Distance														
Case	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	.000	.100	.250	.200	.400	3.300	3.200	3.600	3.600	3.500	6.000	6.100	6.250	6.300	6.200
2	.100	.000	.150	.300	.300	3.400	3.300	3.700	3.700	3.600	5.900	6.000	6.150	6.200	6.100
3	.250	.150	.000	.250	.150	3.350	3.250	3.650	3.650	3.550	5.750	5.850	6.000	6.050	5.950
4	.200	.300	.250	.000	.200	3.100	3.000	3.400	3.400	3.300	5.800	5.900	6.050	6.100	6.000
5	.400	.300	.150	.200	.000	3.300	3.200	3.600	3.600	3.500	5.600	5.700	5.850	5.900	5.800
6	3.300	3.400	3.350	3.100	3.300	.000	.100	.300	.300	.200	4.500	4.600	4.750	4.800	4.700
7	3.200	3.300	3.250	3.000	3.200	.100	.000	.400	.400	.300	4.400	4.500	4.650	4.700	4.600
8	3.600	3.700	3.650	3.400	3.600	.300	.400	.000	.200	.300	4.600	4.700	4.850	4.900	4.800
9	3.600	3.700	3.650	3.400	3.600	.300	.400	.200	.000	.100	4.400	4.500	4.650	4.700	4.600
10	3.500	3.600	3.550	3.300	3.500	.200	.300	.300	.100	.000	4.300	4.400	4.550	4.600	4.500
11	6.000	5.900	5.750	5.800	5.600	4.500	4.400	4.600	4.400	4.300	.000	.100	.250	.300	.200
12	6.100	6.000	5.850	5.900	5.700	4.600	4.500	4.700	4.500	4.400	.100	.000	.150	.200	.300
13	6.250	6.150	6.000	6.050	5.850	4.750	4.650	4.850	4.650	4.550	.250	.150	.000	.150	.250
14	6.300	6.200	6.050	6.100	5.900	4.800	4.700	4.900	4.700	4.600	.300	.200	.150	.000	.100
15	6.200	6.100	5.950	6.000	5.800	4.700	4.600	4.800	4.600	4.500	.200	.300	.250	.100	.000

This is a dissimilarity matrix

Gambar 22.6 ***City-Block Distance*** **untuk Tiap-Tiap Pasang Objek (Batu)**

Berdasarkan Gambar 22.6, diketahui *city-block distance* antara objek A dan C adalah 0,250. Nilai tersebut dihitung sebagai berikut.

$$|2{,}25 - 2{,}1| + |1{,}2 - 1{,}1| = 0{,}15 + 0{,}1 = 0{,}25.$$

Diketahui juga bahwa *city-block distance* antara objek B dan G adalah 3,3. Nilai tersebut dihitung sebagai berikut.

$$|1{,}3 - 2{,}2| + |3{,}5 - 1{,}1| = 0{,}9 + 2{,}4 = 3{,}3.$$

Pada Gambar 22.7 menyajikan *Chebychev distance* untuk tiap-tiap pasang objek. Berdasarkan Gambar 22.7, diketahui *Chebychev distance* antara objek A dan C adalah 0,150. Nilai tersebut dihitung sebagai berikut.

$$\max(|2{,}25 - 2{,}1| + |1{,}2 - 1{,}1|) = \max(0{,}15 + 0{,}1) = 0{,}150.$$

Proximity Matrix

	Chebychev Distance														
Case	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	.000	.100	.150	.200	.200	2.400	2.400	2.500	2.600	2.600	5.000	5.000	5.100	5.200	5.200
2	.100	.000	.100	.200	.200	2.400	2.400	2.500	2.600	2.600	5.000	5.000	5.100	5.200	5.200
3	.150	.100	.000	.150	.100	2.300	2.300	2.400	2.500	2.500	4.900	4.900	5.000	5.100	5.100
4	.200	.200	.150	.000	.200	2.200	2.200	2.300	2.400	2.400	4.800	4.800	4.900	5.000	5.000
5	.200	.200	.100	.200	.000	2.200	2.200	2.300	2.400	2.400	4.800	4.800	4.900	5.000	5.000
6	2.400	2.400	2.300	2.200	2.200	.000	.100	.200	.200	.200	2.600	2.600	2.700	2.800	2.800
7	2.400	2.400	2.300	2.200	2.200	.100	.000	.300	.200	.200	2.600	2.600	2.700	2.800	2.800
8	2.500	2.500	2.400	2.300	2.300	.200	.300	.000	.100	.200	2.500	2.500	2.600	2.700	2.700
9	2.600	2.600	2.500	2.400	2.400	.200	.200	.100	.000	.100	2.400	2.400	2.500	2.600	2.600
10	2.600	2.600	2.500	2.400	2.400	.200	.200	.200	.100	.000	2.400	2.400	2.500	2.600	2.600
11	5.000	5.000	4.900	4.800	4.800	2.600	2.600	2.500	2.400	2.400	.000	.100	.150	.200	.200
12	5.000	5.000	4.900	4.800	4.800	2.600	2.600	2.500	2.400	2.400	.100	.000	.100	.200	.200
13	5.100	5.100	5.000	4.900	4.900	2.700	2.700	2.600	2.500	2.500	.150	.100	.000	.100	.150
14	5.200	5.200	5.100	5.000	5.000	2.800	2.800	2.700	2.600	2.600	.200	.200	.100	.000	.100
15	5.200	5.200	5.100	5.000	5.000	2.800	2.800	2.700	2.600	2.600	.200	.200	.150	.100	.000

This is a dissimilarity matrix

Gambar 22.7 *Chebychev Distance* untuk Tiap-Tiap Pasang Objek (Batu)

Diketahui juga bahwa *Chebychev distance* antara objek B dan G adalah 2,4. Nilai tersebut dihitung sebagai berikut.

$$\max(|1{,}3 - 2{,}2| + |3{,}5 - 1{,}1|) = \max(0{,}9 + 2{,}4) = 2{,}4.$$

Mendeteksi Outlier (Multivariate Outlier)

Outlier merupakan suatu pengamatan yang berbeda atau tidak mirip dari pengamatan lainnya. Dalam analisis klaster, pemeriksaan *outlier* yang dimaksudkan bukan merupakan pemeriksaan *univariate outlier*, melainkan *multivariate outlier*. Hal ini karena dalam proses analisis klaster menyertakan (*include*) **seluruh variabel klaster yang terpilih** dalam mengidentifikasi klaster-klaster yang menunjukkan kemiripan di dalam kelompok. Hair dkk. (2010:514) menyatakan sebagai berikut.

"*The first issue is to identify any outliers in the sample before partitioning begins.* ***Univariate procedures do not identify any potential indicates for designation as outliers. Multivariate procedures are used because cluster analysis includes all of the selected clustering variables in identifying clusters that exhibit similarity within groups****. Outliers are observations that are different or dissimilar. In our example, we will refer to the* ***term*** *dissimilarity, because larger distance mean less similar observations. Moreover, because we* *are looking for outliers, the focus is* ***squarely on finding observations that are potentially quite different than the outliers***."

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk melakukan deteksi *multivariate outlier* adalah dengan pendekatan menghitung *average dissimilarity* untuk setiap objek, meskipun terdapat cara lain, yakni dengan memeriksa *Euclidean distance* dari suatu objek ke objek yang lain. Nilai *Euclidean distance* yang relatif besar dapat menjadi kandidat *outlier*. Namun pemeriksaan *outlier* dengan pendekatan *Euclidean distance* memiliki kelemahan, jika jumlah objek semakin banyak, andaikan 100 objek. Maka akan terdapat 100 baris dan 100 kolom untuk matriks ketidaksamaan (*dissimilarity matrix*). Pada Gambar 22.5 hanya menggunakan 15 objek, maka terdapat 15 baris dan 15 kolom, pemeriksaan *Euclidean distance* tidak terlalu sulit (Hair dkk., 2010:514).

Berikut perhitungan untuk menentukan *average dissimilarity* untuk tiap-tiap objek (batu) pada data Tabel 22.1.

Tabel 22.2 Statistik Deskriptif untuk Masing-Masing Variabel Klaster

Variabel Kluster	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Kadar X	15	1.1	6.3	3.666667	2.115475856
Kadar Y	15	1	3.25	2.173333	0.85374525

Tabel 22.3 Perhitungan *Average Dissimilarity* untuk Deteksi *Multivariate Outlier* (2 Variabel Klaster)

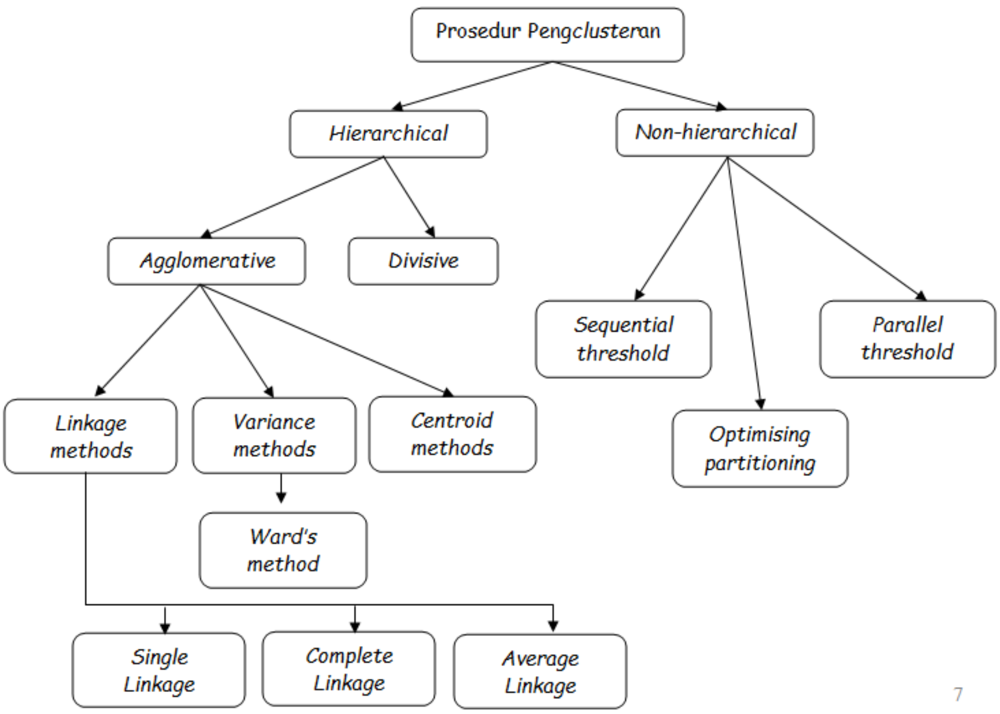
Batu	Kadar X	Kadar Y	$a = (X - \bar{X})^2$	$b = (Y - \bar{Y})^2$	$a + b$	***Average Dissimilarity*** $\sqrt{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}}$
1	1.1	2.1	6.587778	0.005378	6.593155556	2.567714072
2	1.1	2.2	6.587778	0.000711	6.588488889	2.566805191
3	1.2	2.25	6.084444	0.005878	6.090322222	2.467857821
4	1.3	2.1	5.601111	0.005378	5.606488889	2.367802544
5	1.3	2.3	5.601111	0.016044	5.617155556	2.370053914
6	3.5	1.2	0.027778	0.947378	0.975155556	0.987499648
7	3.5	1.3	0.027778	0.762711	0.790488889	0.889094421
8	3.6	1	0.004444	1.376711	1.381155556	1.175225747
9	3.7	1.1	0.001111	1.152044	1.153155556	1.073850807
10	3.7	1.2	0.001111	0.947378	0.948488889	0.973903942
11	6.1	3.1	5.921111	0.858711	6.779822222	2.603809175
12	6.1	3.2	5.921111	1.054044	6.975155556	2.641051979
13	6.2	3.25	6.417778	1.159211	7.576988889	2.752633083
14	6.3	3.2	6.934444	1.054044	7.988488889	**2.826391496**
15	6.3	3.1	6.934444	0.858711	7.793155556	2.791622388

Prosedur Pengklasteran

Gambar 22.8 menyajikan prosedur pengklasteran dalam analisis klaster (Malhotra dan Birks, 2006:601). Berdasarkan Gambar 22.8, prosedur pengklasteran dapat menggunakan metode *hierarchical* atau metode *non-hierarchical*. Pada metode *hierarchical*, jumlah klaster belum atau tidak diketahui sebelumnya, sementara pada metode *non-hierarchical* jumlah klaster ditetapkan terlebih dahulu, sebelum melakukan pengklasteran objek. Dengan kata lain, pada metode *non-hierarchical*, tahap awal ialah menentukan jumlah klaster yang diinginkan, kemudian tiap-tiap objek pengamatan digabungkan ke dalam salah satu klaster yang telah ditetapkan.

Selanjutnya, Dalam metode *hierarchical* terdiri dari dua metode, yakni metode *agglomerative* dan metode *divisive*. Metode *agglomerative* dimulai dengan menganggap tiap-tiap objek sebagai klaster-klaster yang berbeda atau terpisah. Kemudian dua klaster/objek paling dekat digabung menjadi satu klaster. Proses ini terus berlanjut, sampai seluruh objek bergabung menjadi satu klaster. Sementara pada metode *divisive* merupakan kebalikan dari metode *agglomerative*, yakni dimulai dengan menganggap tiap-tiap objek berasal dalam satu klaster, kemudian dipecah atau dipisahkan sampai setiap objek berada dalam klaster-klaster yang terpisah (Malhotra dan Birks, 2006:601).

Metode *agglomerative* terdiri dari 3 metode, yakni metode *linkage*, *variance*, dan *centroid*. Metode *linkage* terdiri dari metode *single linkage*, *complete linkage*, dan *average linkage*, sementara pada metode *variance* terdiri dari metode *ward*. Pada metode *non-hierarchical* terdiri dari metode *sequential threshold*, *optimising partitioning*, dan *parallel threshold*. Metode *non-hierarchical* sering disebut dengan istilah *k-means clustering*.



Gambar 22.8 Prosedur Pengklasteran (Malhotra dan Birks, 2006:601)

Contoh Perhitungan Average Linkage

Berikut diberikan contoh penggunaan analisis klaster metode *average linkage*. Diberikan data seperti pada Gambar 22.9. Data pada Gambar 22.9 disajikan dalam grafik seperti pada Gambar 22.10. Berikut akan digunakan analisis klaster metode *average linkage* untuk pengklasteran. Gambar 22.11 menyajikan *Squared Euclidean distance* (matriks jarak / *distance matrix*).

	Batu	A	B
1	A	1.10	1.10
2	B	1.20	.85
3	C	1.30	.97
4	D	1.40	.90
5	E	1.35	1.00
6	F	1.20	1.00

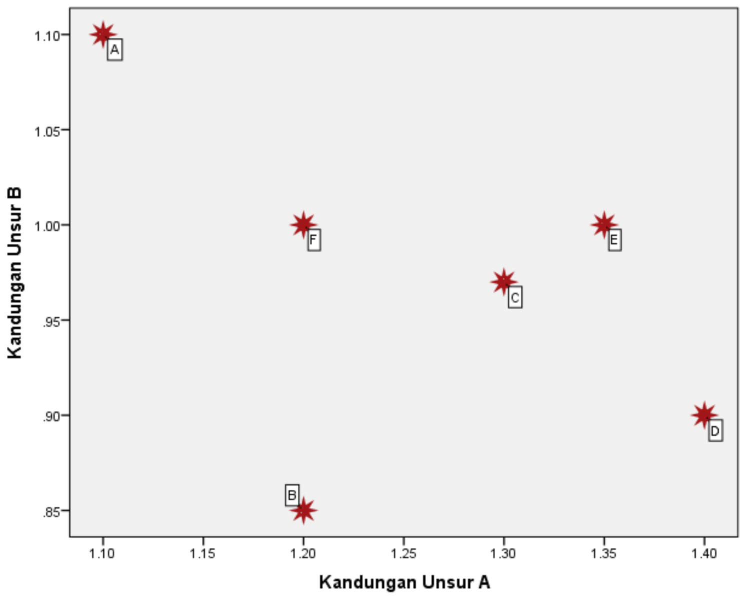
Gambar 22.9

Berdasarkan Gambar 22.11, diketahui *Squared Euclidean distance* untuk objek A dan objek C adalah 0,057. Nilai tersebut dihitung sebagai berikut.

$$(1{,}1-0{,}97)^2+(1{,}1-1{,}3)^2=0{,}0569\ atau\ dibulatkan\ 0{,}057.$$

Diketahui *Squared Euclidean distance* untuk objek B dan objek F adalah 0,023. Nilai tersebut dihitung sebagai berikut.

$$(0{,}85-1)^2+(1{,}2-1{,}2)^2=0{,}0225\ atau\ dibulatkan\ 0{,}023.$$



Gambar 22.10

Proximity Matrix

Case	Squared Euclidean Distance					
	1:A	2:B	3:C	4:D	5:E	6:F
1:A	.000	.073	.057	.130	.073	.020
2:B	.073	.000	.024	.042	.045	.023
3:C	.057	.024	.000	.015	.003	.011
4:D	.130	.042	.015	.000	.012	.050
5:E	.073	.045	.003	.012	.000	.023
6:F	.020	.023	.011	.050	.023	.000

This is a dissimilarity matrix

Gambar 22.11 *Squared Euclidean Distance* (Matriks Jarak)

Gambar 22.11 menyajikan *Squared Euclidean distance* (matriks jarak / *distance matrix*). Berdasarkan Gambar 22.11, diketahui nilai *Squared Euclidean distance* **paling kecil** berada pada pasangan objek C dan objek E (pasangan objek yang berbeda), yakni bernilai 0,003 (Perhatikan Gambar 22.11). **Maka objek C dan objek E bergabung menjadi *cluster* (C,E)**. Pada Gambar 22.12, terlihat bahwa pada *Stage 1*, objek C (3) dan objek E (5) bergabung menjadi *cluster* (C,E). Perhatikan juga bahwa **nilai *coefficient* 0,003**, yang merupakan jarak antara objek C dan objek E.

Average Linkage (Between Groups)

Agglomeration Schedule

Stage	Cluster Combined		Coefficients	Stage Cluster First Appears		Next Stage
	Cluster 1	Cluster 2		Cluster 1	Cluster 2	
1	3	5	.003	0	0	2
2	3	4	.014	1	0	4
3	1	6	.020	0	0	5
4	2	3	.037	0	2	5
5	1	2	.055	3	4	0

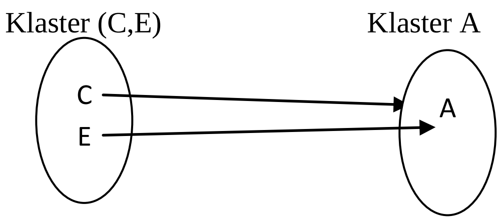
Gambar 22.12 *Output* SPSS untuk Analisis Klaster Metode *Average Linkage*

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek lainnya.

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek A.

$$d_{(C,E)A} = \frac{d_{(C,A)} + d_{(E,A)}}{N_{(C,E)} \times N_{(A)}} = \frac{0{,}0569 + 0{,}0725}{2 \times 1} = 0{,}0647.$$

Perhatikan bahwa $N_{(C,E)}$ dan N_A masing-masing menyatakan jumlah objek dalam klaster (C,E) dan A.



Menentukan jarak antara klaster (C,E) dan klaster A adalah hitung jarak dar C ke A, dan jarak dari E ke A. Kemudian jumlahkan dan bagi 2. 2 dalam hal ini $2 \times 1 = 2$. 2 menyatakan jumlah anggota klaster (C,E) dan 1 menyatakan jumlah anggota klaster A.

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek B.

$$d_{(C,E)B} = \frac{d_{(C,B)} + d_{(E,B)}}{N_{(C,)} \times N_{(B)}} = \frac{0{,}0244 + 0{,}045}{2 \times 1} = 0{,}0347.$$

Gambar 22.13 menyajikan jarak antara *cluster* (C,E) terhadap masing-masing objek.

	A	B	C	D	E	F
A	0.000000	0.072500	0.056900	0.130000	0.072500	0.020000
B	0.072500	0.000000	0.024400	0.042500	0.045000	0.022500
C	0.056900	0.024400	0.000000	0.014900	0.003400	0.010900
D	0.130000	0.042500	0.014900	0.000000	0.012500	0.050000
E	0.072500	0.045000	0.003400	0.012500	0.000000	0.022500
F	0.020000	0.022500	0.010900	0.050000	0.022500	0.000000
Jarak	0.0647	0.0347		0.0137		0.0167

Gambar 22.13

Sehingga diperoleh matriks jarak yang baru seperti pada Gambar 22.14.

	C,E	A	B	D	F
C,E	0	0.0647	0.0347	0.0137	0.0167
A	0.0647	0	0.072500	0.130000	0.020000
B	0.0347	0.072500	0	0.042500	0.022500
D	0.0137	0.130000	0.042500	0	0.050000
F	0.0167	0.020000	0.022500	0.050000	0

Gambar 22.14 Matriks Jarak

Berdasarkan Gambar 22.14, diketahui nilai **jarak paling kecil** berada pada pasangan (C,E) dan D (pasangan objek yang berbeda), yakni bernilai 0,0137, **maka (C,E) dan D bergabung menjadi *cluster* (C,E,D)**. Pada Gambar 22.12, terlihat bahwa pada *Stage 2*, objek C (3) dan objek D (4) bergabung. Perhatikan juga bahwa **nilai *coefficient* 0,014 (pembulatan dari 0,0137)**.

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (C,E,D) terhadap objek lainnya.

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,D) terhadap objek A.

$$d_{(C,E,D)A} = \frac{d_{(C,A)} + d_{(E,A)} + d_{(D,A)}}{N_{(C,E,D)} \times N_{(A)}} = \frac{\mathbf{0,0647} + \mathbf{0,0647} + 0{,}13}{3 \times 1} = 0{,}086467.$$

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,D) terhadap objek B.

$$d_{(C,E,D)B} = \frac{d_{(C,B)} + d_{(E,B)} + d_{(D,B)}}{N_{(C,E,D)} \times N_{(B)}} = \frac{\mathbf{0,0347} + \mathbf{0,0347} + 0{,}0425}{3 \times 1} = 0{,}0373.$$

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,D) terhadap objek F.

$$d_{(C,E,D)F} = \frac{d_{(C,F)} + d_{(E,F)} + d_{(D,F)}}{N_{(C,E,D)} \times N_{(B)}} = \frac{\mathbf{0,0167} + \mathbf{0,0167} + 0{,}05}{3 \times 1} = 0{,}0278.$$

Gambar 22.15 menyajikan jarak antara *cluster* (C,E,D) terhadap masing-masing objek.

	C,E	A	B	D	F
C,E	0	0.0647	0.0347	0.0137	0.0167
A	0.0647	0	0.0725	0.13	0.02
B	0.0347	0.0725	0	0.0425	0.0225
D	0.0137	0.13	0.0425	0	0.05
F	0.0167	0.02	0.0225	0.05	0
Jarak		0.086467	0.0373		0.0278

Gambar 22.15

Sehingga diperoleh matriks jarak yang baru seperti pada Gambar 22.16.

	C,E,D	A	B	F
C,E,D	0	0.086467	0.0373	0.0278
A	0.086467	0	0.0725	0.02
B	0.0373	0.0725	0	0.0225
F	0.0278	0.02	0.0225	0

Gambar 22.16

Berdasarkan Gambar 22.16, diketahui nilai **jarak paling kecil** berada pada pasangan objek A dan objek F, yakni bernilai 0,02, **maka objek A dan objek F bergabung menjadi *cluster* (A,F)**. Pada Gambar 22.12, terlihat bahwa pada *Stage 3*, objek 1 (A) dan objek 6 (F). Perhatikan juga bahwa **nilai *coefficient* 0,02**.

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (A,F) terhadap objek lainnya.

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (A,F) terhadap objek B.

$$d_{(A,F)B} = \frac{d_{(A,B)} + d_{(F,B)}}{N_{(A,F)} \times N_{(B)}} = \frac{0{,}0725 + 0{,}0225}{2 \times 1} = 0{,}0475.$$

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (A,F) terhadap *cluster* (C,E,D).

$$d_{(A,F)(C,E,D)} = \frac{d_{(A,C)} + d_{(A,E)} + d_{(A,D)} + d_{(F,C)} + d_{(F,E)} + d_{(F,D)}}{6}$$

$$d_{(A,F)(C,E,D)} = \frac{\mathbf{(3 \times 0,086467) + (3 \times 0,0278)}}{6} = 0{,}057133.$$

Gambar 22.17 menyajikan jarak antara *cluster* (A,F) terhadap masing-masing objek.

	C,E,D	A	B	F
C,E,D	0	0.086467	0.0373	0.0278
A	0.086467	0	0.0725	0.02
B	0.0373	0.0725	0	0.0225
F	0.0278	0.02	0.0225	0
Jarak	0.057133		0.0475	

Gambar 22.17

Sehingga diperoleh matriks jarak yang baru seperti pada Gambar 22.18.

	A,F	C,E,D	B
A,F	0	0.057133	0.0475
C,E,D	0.057133	0	0.0373
B	0.0475	0.0373	0

Gambar 22.18

Berdasarkan Gambar 22.18, diketahui nilai **jarak paling kecil** berada pada pasangan (C,E,D) dan B, yakni bernilai 0,0373, **maka (C,E,D) dan B bergabung menjadi *cluster* (C,E,D,B)**. Pada Gambar 22.12, terlihat bahwa pada *Stage 4*, objek 2 dan objek 3. Perhatikan juga bahwa **nilai *coefficient* 0,037**.

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (C,E,D,B) terhadap objek lainnya.

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,D,B) terhadap *cluster* (A,F).

$$d_{(C,E,D,B)(A,F)} = \frac{d_{(A,C)} + d_{(A,E)} + d_{(A,D)} + d_{(A,B)} + d_{(F,C)} + d_{(F,E)} + d_{(F,D)} + d_{(F,B)}}{N_{(C,E,D,B)} \times N_{(A,F)}}$$

$$d_{(C,E,D,B)(A,F)} = \frac{(6 \times 0{,}057133) + (2 \times 0{,}0475)}{8} = 0{,}054725.$$

Gambar 22.19 menyajikan jarak antara *cluster* (A,F) terhadap *cluster* (A,F).

	A,F	C,E,D	B
A,F	0	0.057133	0.0475
C,E,D	0.057133	0	0.0373
B	0.0475	0.0373	0
Jarak	0.054725		

Gambar 22.19

Sehingga diperoleh matriks jarak yang baru seperti pada Gambar 22.20.

	A,F	C,E,D,B
A,F	0	0.054725
C,E,D,B	0.054725	0

Gambar 22.20

Gambar 22.20 menyajikan jarak antara *cluster* (C,E,F,D,B) terhadap *cluster* (A,F). Diketahui jarak antara *cluster* (C,E,F,D,B) dan *cluster* (A,F)adalah 0,054725. **Pada Gambar 22.12**, yakni *Stage 5* (**objek 1 dan objek 2 bergabung**). Diketahui **nilai *coefficient*** adalah 0,054725. Berdasarkan hasil perhitungan diketahui:

⇨ Berdasarkan Gambar 22.20, jika dibentuk dua klaster, maka klaster-klaster tersebut adalah {A,F} dan {C,E,D,B}.

⇨ Berdasarkan Gambar 22.18, jika dibentuk tiga klaster, maka klaster-klaster tersebut adalah {A,F}, {C,E,D}, dan {B}.

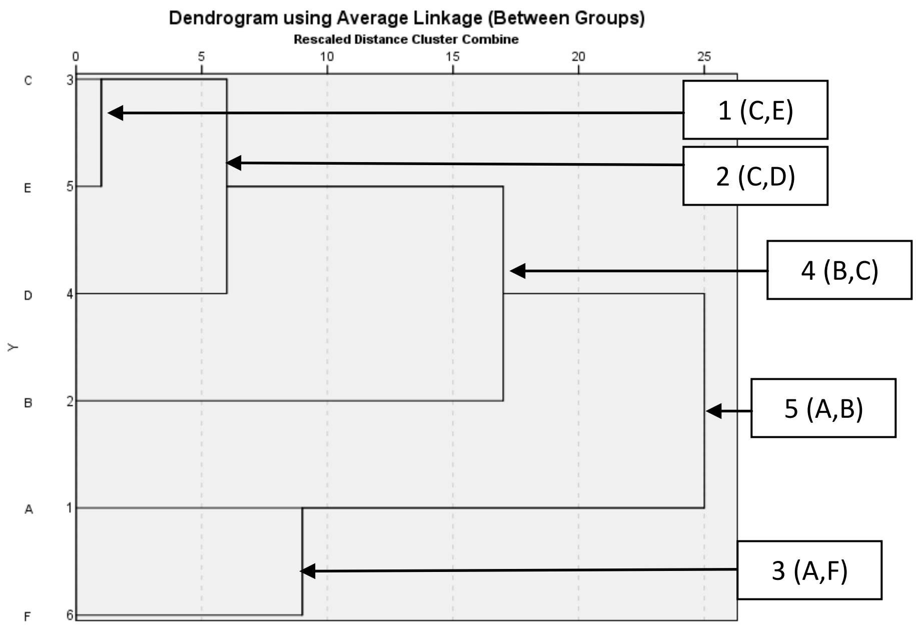
Hasil tersebut sesuai dengan hasil SPSS seperti pada Gambar 22.21. Gambar 22.21 merupakan hasil berdasarkan SPSS untuk analisis klaster metode *average linkage*.

Cluster Membership

Case	3 Clusters	2 Clusters
1:A	1	1
2:B	2	2
3:C	3	2
4:D	3	2
5:E	3	2
6:F	1	1

Gambar 22.21

Jadi, pada metode *average linkage* memperlakukan jarak di antara dua klaster sebagai jarak rata-rata antara seluruh objek dalam klaster pertama terhadap seluruh objek dalam klaster kedua. Gambar 22.22 menyajikan dendogram. Dendogram menyajikan proses pengklasteran mulai dari *Stage 1* hingga *Stage 6*.



Gambar 22.22

Contoh Perhitungan Single Linkage

Berdasarkan Gambar 22.11, diketahui nilai *Squared Euclidean distance* **paling kecil** berada pada pasangan objek C dan objek E (pasangan objek yang berbeda), yakni bernilai 0,003 (Perhatikan Gambar 22.23). **Maka objek C dan objek E bergabung menjadi *cluster* (C,E)**. Pada Gambar 22.24, terlihat bahwa pada *Stage 1*, objek C dan objek E bergabung menjadi *cluster* (C,E). Perhatikan juga bahwa **nilai *coefficient* 0,003**, yang merupakan jarak antara objek C dan objek E.

	A	B	C	D	E	F
A	0	0.073	0.057	0.13	0.073	0.02
B	0.073	0	0.024	0.042	0.045	0.023
C	0.057	0.024	0	0.015	0.003	0.011
D	0.13	0.042	0.015	0	0.012	0.05
E	0.073	0.045	0.003	0.012	0	0.023
F	0.02	0.023	0.011	0.05	0.023	0

Gambar 22.23 ***Squared Euclidean Distance*** **(Matriks Jarak)**

Single Linkage

3 dalam hal ini adalah objek C, dan 5 dalam hal ini adalah objek E.

Agglomeration Schedule

Stage	Cluster Combined		Coefficients	Stage Cluster First Appears		Next Stage
	Cluster 1	Cluster 2		Cluster 1	Cluster 2	
1	3	5	.003	0	0	2
2	3	6	.011	1	0	3
3	3	4	.012	2	0	4
4	1	3	.020	0	3	5
5	1	2	.023	4	0	0

Gambar 22.24

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek lainnya.

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek A.

$$d_{(C,E)A} = \min\{d_{(C,A)}; d_{(E,A)}\} = \min\{0{,}057; 0{,}073\} = 0{,}057.$$

Dapat diartikan bahwa jarak antara objek C ke objek A lebih dekat, dibandingkan jarak antara objek E ke objek A.

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek B.

$$d_{(C,E)B} = \min\{d_{(C,B)}; d_{(E,B)}\} = \min\{0{,}024; 0{,}045\} = 0{,}024.$$

Dapat diartikan bahwa jarak antara objek C ke objek B lebih dekat, dibandingkan jarak antara objek E ke objek B.

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek D.

$$d_{(C,E)D} = \min\{d_{(C,D)}; d_{(E,D)}\} = \min\{0{,}015; 0{,}012\} = 0{,}012.$$

- ⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E) terhadap objek F.

$$d_{(C,E)F} = \min\{d_{(C,F)}; d_{(E,F)}\} = \min\{0{,}011; 0{,}023\} = 0{,}011.$$

Gambar 22.25 menyajikan jarak antara *cluster* (C,E) terhadap masing-masing objek.

	A	B	C	D	E	F
A	0	0.073	0.057	0.13	0.073	0.02
B	0.073	0	0.024	0.042	0.045	0.023
C	0.057	0.024	0	0.015	0.003	0.011
D	0.13	0.042	0.015	0	0.012	0.05
E	0.073	0.045	0.003	0.012	0	0.023
F	0.02	0.023	0.011	0.05	0.023	0
Minimum	0.057	0.024		0.012		0.011

Gambar 22.25

Sehingga diperoleh matriks jarak yang baru seperti pada Gambar 22.26.

	C,E	A	B	D	F
C,E	0	0.057	0.024	0.012	0.011
A	0.057	0	0.073	0.13	0.02
B	0.024	0.073	0	0.042	0.023
D	0.012	0.13	0.042	0	0.05
F	0.011	0.02	0.023	0.05	0

Gambar 22.26 Matriks Jarak

Sampai pada tahap ini, telah terbentuk 5 klaster, yakni {C,E}, {A}, {B}, {D}, dan {F}. Gambar 22.27 disajikan *output* SPSS.

Jika dibentuk 5 klaster, maka diperoleh klaster {C,E}, {A}, {B}, {D}, dan {F}.

Cluster Membership

Case	5 Clusters	4 Clusters	3 Clusters	2 Clusters
1:A	1	1	1	1
2:B	2	2	2	2
3:C	3	3	3	1
4:D	4	4	3	1
5:E	3	3	3	1
6:F	5	3	3	1

Gambar 22.27 *Output* SPSS untuk Analisis Klaster Metode *Single Linkage*

Berdasarkan Gambar 22.26, diketahui nilai **jarak paling kecil** berada pada pasangan (C,E) dan F, yakni bernilai 0,011. **Maka (C,E) dan F bergabung menjadi *cluster* (C,E,F)**. **Pada Gambar 22.24**, yakni *Stage 2* (**objek 3 dan objek 6 bergabung**). Diketahui **nilai *coefficient*** adalah 0,011 (lihat juga nilai *coefficient* pada Gambar 22.24, *Stage 2*).

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F) terhadap objek lainnya.

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F) terhadap objek A.

$$d_{(C,E,F)A} = \min\{d_{(C,E)A}; d_{(F,A)}\} = \min\{0{,}057; 0{,}02\} = 0{,}02.$$

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F) terhadap objek B.

$$d_{(C,E,F)B} = \min\{d_{(C,E)B}; d_{(F,B)}\} = \min\{0{,}024; 0{,}023\} = 0{,}023.$$

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F) terhadap objek D.

$$d_{(C,E,F)D} = \min\{d_{(C,E)D}; d_{(F,D)}\} = \min\{0{,}012; 0{,}05\} = 0{,}012.$$

Gambar 22.28 menyajikan jarak antara *cluster* (C,E,F) terhadap masing-masing objek.

	C,E	A	B	D	F
C,E	0	0.057	0.024	0.012	0.011
A	0.057	0	0.073	0.13	0.02
B	0.024	0.073	0	0.042	0.023
D	0.012	0.13	0.042	0	0.05
F	0.011	0.02	0.023	0.05	0
Minimum		0.02	0.023	0.012	

Gambar 22.28

Sehingga diperoleh matriks matriks jarak yang baru seperti pada Gambar 22.29.

	C,E,F	A	B	D
C,E,F	0	0.02	0.023	0.012
A	0.02	0	0.073	0.13
B	0.023	0.073	0	0.042
D	0.012	0.13	0.042	0

Gambar 22.29

Berdasarkan Gambar 22.29, diketahui nilai **jarak paling kecil** berada pada pasangan (C,E,F) dan D, yakni bernilai 0,012. **Maka (C,E,F) dan D bergabung menjadi *cluster* (C,E,F,D)**. **Pada Gambar 22.24**, yakni *Stage 3* (**objek 3 dan objek 4 bergabung**). Diketahui **nilai *coefficient*** adalah 0,012 (lihat juga nilai *coefficient* pada Gambar 22.24, *Stage 3*).

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F,D) terhadap objek lainnya.

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F,D) terhadap objek A.

$$d_{(C,E,F,D)A} = \min\{d_{(C,E,F)A}; d_{(D,A)}\} = \min\{0{,}02; 0{,}13\} = 0{,}02.$$

⇨ Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F,D) terhadap objek B.

$$d_{(C,E,F,D)B} = \min\{d_{(C,E,F)B}; d_{(D,B)}\} = \min\{0{,}023; 0{,}042\} = 0{,}023.$$

Gambar 22.30 menyajikan jarak antara *cluster* (C,E,F,D) terhadap masing-masing objek.

	C,E,F	A	B	D
C,E,F	0	0.02	0.023	0.012
A	0.02	0	0.073	0.13
B	0.023	0.073	0	0.042
D	0.012	0.13	0.042	0
Minimum		0.02	0.023	

Gambar 22.30

Sehingga diperoleh matriks jarak yang baru seperti pada Gambar 22.31.

	C,E,F,D	A	B
C,E,F,D	0	0.02	0.023
A	0.02	0	0.073
B	0.023	0.073	0

Gambar 22.31

Berdasarkan Gambar 22.31, diketahui **nilai jarak paling kecil** berada pada pasangan (C,E,F,D) dan A, yakni bernilai 0,002. **Maka (C,E,F,D) dan A bergabung menjadi *cluster* (C,E,F,D,A)**. **Pada Gambar 22.24**, yakni *Stage 4* (**objek 3 dan objek 1 bergabung**). Diketahui **nilai *coefficient*** adalah 0,02 (lihat juga nilai *coefficient* pada Gambar 22.24, *Stage 4*).

Selanjutnya menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F,D,A) terhadap objek lainnya.

- Menghitung jarak antara *cluster* (C,E,F,D,A) terhadap objek B.

$$d_{(C,E,F,D,A)B} = \min\{d_{(C,E,F,D)B}; d_{(A,B)}\} = \min\{0{,}023; 0{,}073\} = 0{,}023.$$

Gambar 22.32 menyajikan jarak antara *cluster* (C,E,F,D,A) terhadap objek B. diketahui jarak antara *cluster* (C,E,F,D,A) dan B adalah 0,023. **Pada Gambar 22.24**, yakni *Stage 5* (**objek 1 dan objek 2 bergabung**). Diketahui **nilai *coefficient*** adalah 0,023 (lihat juga nilai *coefficient* pada Gambar 22.24, *Stage 5*).

	C,D,E,F,A	B
C,D,E,F,A	0	0.023
B	0.023	0

Gambar 22.32

Dari hasil yang telah diperoleh, dapat disimpulkan bahwa:

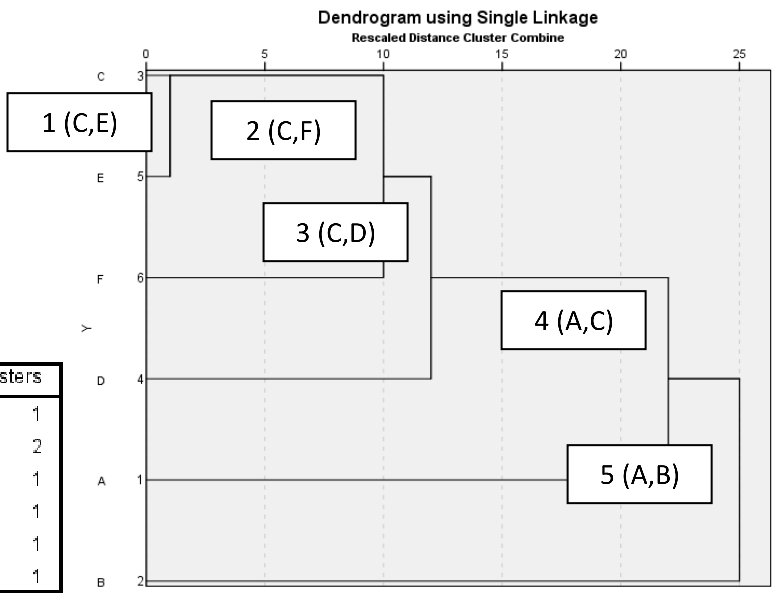
- Jika dibentuk 3 klaster, maka {C,E,F,D} , {A}, dan {B} (lihat Gambar 22.31).
- Jika dibentuk 2 klaster, maka {C,E,F,D,A} dan {B} (lihat Gambar 22.32).

Hasil pengklasteran tersebut sesuai dengan hasil yang diperoleh dengan SPSS, seperti pada Gambar 22.33. Berdasarkan Gambar 22.33, jika dibentuk 3 klaster, maka diperoleh klaster {A}, {B}, dan {C,D,E,F}, dan jika dibentuk dua klaster, maka diperoleh klaster {A,C,D,E,F} dan {B}. Gambar 22.34 menyajikan *dendogram* dengan menggunakan metode *single linkage*. Berdasarkan dendogram tersebut, dapat ditarik informasi:

- Pertama, objek 3 (C) dan objek 5 (E) bergabung menjadi *cluster* (3,5).
- Selanjutnya, *cluster* (3,5) bergabung dengan objek 6 (F) membentuk *cluster* (3,5,6).
- Kemudian *cluster* (3,5,6) bergabung dengan objek 4 (D) membentuk *cluster* (3,5,6,4).
- *Cluster* (3,5,6,4) bergabung dengan objek 1 (A) membentuk *cluster* (3,5,6,4,1).
- Dan terakhir *cluster* (3,5,6,4,1) bergabung dengan objek 2 (B) membentuk *cluster* (3,5,6,4,1,2).

Cluster Membership

Case	3 Clusters	2 Clusters
1:A	1	1
2:B	2	2
3:C	3	1
4:D	3	1
5:E	3	1
6:F	3	1



Gambar 22.33 **Gambar 22.34**

Jadi, pada metode *average linkage*, pertama menentukan jarak paling minimum antara dua objek. Misalkan objek i dan objek k memiliki jarak yang paling minimum, maka objek i dan objek k bergabung menjadi suatu klaster (i, k). Langkah selanjutnya menghitung jarak antara klaster (i, k) terhadap klaster/objek lainnya (misalkan klaster l), dengan rumus sebagai berikut.

$$d_{(i,k),l} = \min\left(d_{(i,k)}; d_{(i,l)}\right).$$

Contoh Perhitungan Metode Ward

Berikut akan digunakan analisis klaster metode *average ward* untuk pengklasteran. Data yang digunakan tetap sama, seperti pada Gambar 22.9. Tabel 22.4 menyajikan perhitungan *error sum of squares* (ESS) untuk tiap pasang klaster.

Tabel 22.4 *Error Sum of Squares* (ESS) untuk Setiap Pasangan Klaster

Klaster	A	B	$c = (A - \bar{X}_A)^2$	$d = (B - \bar{X}_B)^2$	$c + d$
E	1.35	1	0.005625	0	0.005625
F	1.2	1	0.005625	0	0.005625
Rata-Rata	1.275	1	Jumlah		0.01125
A	1.1	1.1	0.0025	0.015625	0.018125
B	1.2	0.85	0.0025	0.015625	0.018125
Rata-Rata	1.15	0.975	Jumlah		0.03625
A	1.1	1.1	0.01	0.004225	0.014225
C	1.3	0.97	0.01	0.004225	0.014225
Rata-Rata	1.2	1.035	Jumlah		0.02845

A	1.1	1.1	0.0225	0.01	0.0325
D	1.4	0.9	0.0225	0.01	0.0325
Rata-Rata	1.25	1	Jumlah		0.065
A	1.1	1.1	0.015625	0.0025	0.018125
E	1.35	1	0.015625	0.0025	0.018125
Rata-Rata	1.225	1.05	Jumlah		0.03625
A	1.1	1.1	0.0025	0.0025	0.005
F	1.2	1	0.0025	0.0025	0.005
Rata-Rata	1.15	1.05	Jumlah		0.01
B	1.2	0.85	0.0025	0.0036	0.0061
C	1.3	0.97	0.0025	0.0036	0.0061
Rata-Rata	1.25	0.91	Jumlah		0.0122
B	1.2	0.85	0.01	0.000625	0.010625
D	1.4	0.9	0.01	0.000625	0.010625
Rata-Rata	1.3	0.875	Jumlah		0.02125
B	1.2	0.85	0.005625	0.005625	0.01125
E	1.35	1	0.005625	0.005625	0.01125
Rata-Rata	1.275	0.925	Jumlah		0.0225
B	1.2	0.85	0	0.005625	0.005625
F	1.2	1	0	0.005625	0.005625
Rata-Rata	1.2	0.925	Jumlah		0.01125
C	1.3	0.97	0.0025	0.001225	0.003725
D	1.4	0.9	0.0025	0.001225	0.003725
Rata-Rata	1.35	0.935	Jumlah		0.00745
C	1.3	0.97	0.000625	0.000225	0.00085
E	1.35	1	0.000625	0.000225	0.00085
Rata-Rata	1.325	0.985	Jumlah		0.0017
C	1.3	0.97	0.0025	0.000225	0.002725
F	1.2	1	0.0025	0.000225	0.002725
Rata-Rata	1.25	0.985	Jumlah		0.00545
D	1.4	0.9	0.000625	0.0025	0.003125
E	1.35	1	0.000625	0.0025	0.003125
Rata-Rata	1.375	0.95	Jumlah		0.00625
D	1.4	0.9	0.01	0.0025	0.0125

F	1.2	1	0.01	0.0025	0.0125
Rata-Rata	1.3	0.95	Jumlah		0.025
E	1.35	1	0.005625	0	0.005625
F	1.2	1	0.005625	0	0.005625
Rata-Rata	1.275	1	Jumlah		0.01125

Berdasarkan Tabel 22.4, diketahui $ESS_{(A,B)} = 0{,}01125$, $ESS_{(A,C)} = 0{,}03625$, dan seterusnya. Diketahui ESS paling kecil adalah $ESS_{(C,E)} = 0{,}0017$. Maka klaster C dan E bergabung. Tabel 22.5 menyajikan secara ringkas nilai ESS untuk setiap pasangan klaster.

Gambar 22.35 merupakan *output* SPSS untuk analisis klaster metode *ward*, yang menyajikan proses penggabungan klaster untuk tiap-tiap tahap (*stage*). Berdasarkan Gambar 22.35, diketahui pada *Stage 1*, klaster 3 (C) dan 5 (E) bergabung, dengan nilai *Coefficients* ($ESS_{(A,B)}$) adalah 0,002 (hasil pembulatan 0,0017, lihat Gambar 22.36).

Tabel 22.5 *Error Sum of Squares* (ESS) untuk Setiap Pasangan Klaster

Klaster		ESS
C	**E**	**0.0017**
C	F	0.00545
D	E	0.00625
C	D	0.00745
A	F	0.01
B	F	0.01125
E	F	0.01125
B	C	0.0122
B	D	0.02125
B	E	0.0225
D	F	0.025
A	C	0.02845
A	B	0.03625
A	E	0.03625
A	D	0.065

Agglomeration Schedule

Stage	Cluster Combined		Coefficients	Stage Cluster First Appears		Next Stage
	Cluster 1	Cluster 2		Cluster 1	Cluster 2	
1	3	5	.002	0	0	2
2	3	4	.010	1	0	4
3	1	6	.020	0	0	5
4	2	3	.046	0	2	5
5	1	2	.100	3	4	0

Gambar 22.35

Ward Linkage

Agglomeration Schedule

Stage	Cluster Combined		Coefficients	Stage Cluster First Appears		Next Stage
	Cluster 1	Cluster 2		Cluster 1	Cluster 2	
1	3	5	0.001700	0	0	2
2	3	4	.010	1	0	4
3	1	6	.020	0	0	5
4	2	3	.046	0	2	5
5	1	2	.100	3	4	0

Gambar 22.36

Tabel 22.7 *Error Sum of Squares* (ESS) antara Klaster (C,E) dengan Klaster Lainnya

Klaster	A	B	$c = (A - \bar{X}_A)^2$	$d = (B - \bar{X}_B)^2$	$c + d$
C	1.3	0.97	0.0025	0.002844	0.005344
E	1.35	1	0.01	0.000544	0.010544
A	1.1	1.1	0.0225	0.005878	0.028378
Rata-Rata	1.25	1.023333	Jumlah		0.044267
C	1.3	0.97	0.000278	0.0009	0.001178
E	1.35	1	0.004444	0.0036	0.008044
B	1.2	0.85	0.006944	0.0081	0.015044
Rata-Rata	1.283333	0.94	Jumlah		0.024267
C	1.3	0.97	0.0025	0.000178	0.002678
E	1.35	1	4.93E-32	0.001878	0.001878
D	1.4	0.9	0.0025	0.003211	0.005711
Rata-Rata	1.35	0.956667	Jumlah		0.010267
C	1.3	0.97	0.000278	0.0004	0.000678
E	1.35	1	0.004444	0.0001	0.004544
F	1.2	1	0.006944	0.0001	0.007044
Rata-Rata	1.283333	0.99	Jumlah		0.012267

Berdasarkan Tabel 22.7, diketahui $ESS_{(C,E,A)} = 0{,}044267$, $ESS_{(C,E,B)} = 0{,}024267$, dan seterusnya. Tabel 22.8 menyajikan secara ringkas nilai ESS untuk setiap pasangan klaster pada Tabel 22.7.

Tabel 22.8 *Error Sum of Squares* (ESS) antara Klaster (C,E) dengan Klaster Lainnya

Klaster			EES
C	**E**	**D**	**0.010267**
C	E	F	0.012267
C	E	B	0.024267
C	E	A	0.044267

Berdasarkan Tabel 22.8, diketahui ESS paling kecil adalah $ESS_{(C,E,D)} = 0{,}010267$. Maka klaster (C,E) dan D bergabung menjadi klaster (C,E,D). Berdasarkan Gambar 22.37, diketahui pada *Stage 2*, klaster 3 (C) dan 4 (D) bergabung, dengan nilai *Coefficients* ($ESS_{(C,E,D)}$) adalah 0,010 (hasil pembulatan 0,010267, lihat Gambar 22.37).

Stage	Cluster 1	Cluster 2	Coefficients	Cluster 1	Cluster 2	Next Stage
1	3	5	.002	0	0	2
2	3	4	0.010267	1	0	4
3	1	6	.020	0	0	5
4	2	3	.046	0	2	5
5	1	2	.100	3	4	0

Gambar 22.37

Berdasarkan Gambar 22.37, diketahui nilai *Coefficients* pada *Stage* 3 adalah 0,020 (sebelum dibulatkan 0,020267). Nilai tersebut diperoleh

$$EES_{(A,F)} + EES_{(C,E,D)} = 0{,}01 + 0{,}010267 = 0{,}020267.$$

Berdasarkan Gambar 22.37, diketahui nilai *Coefficients* pada *Stage* 4 adalah 0,046 (sebelum dibulatkan 0.045675). Nilai tersebut diperoleh

$$ESS_{(B,C,D,E)} + ESS_{(A,F)} = 0{,}035675 + 0{,}01 = 0{,}045675.$$

Tabel 22.9

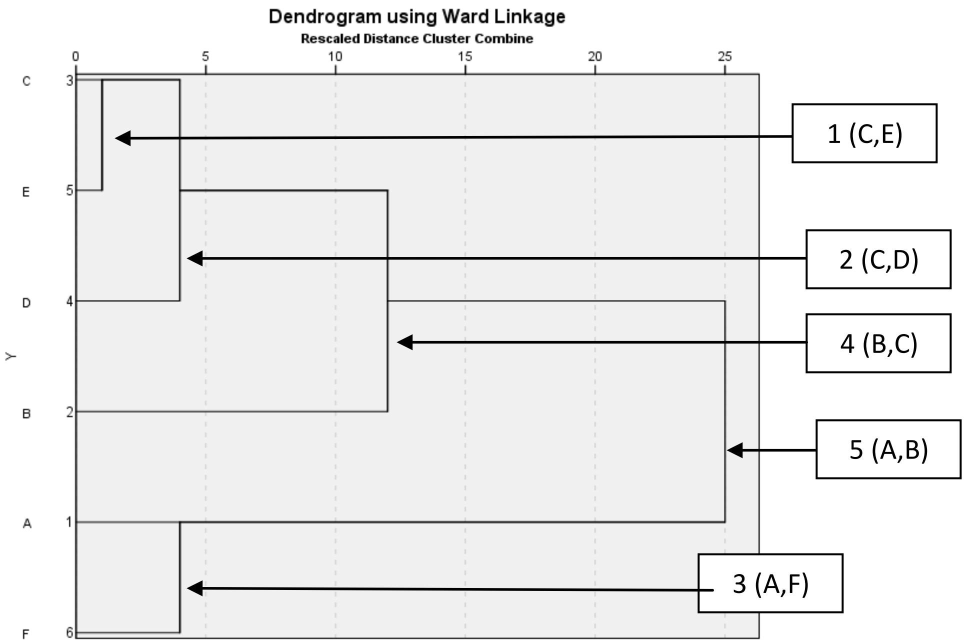
Klaster	A	B	$c = (A - \bar{X}_A)^2$	$d = (B - \bar{X}_B)^2$	$c + d$
B	1.2	0.85	0.012656	0.0064	0.019056
C	1.3	0.97	0.000156	0.0016	0.001756
D	1.4	0.9	0.007656	0.0009	0.008556
E	1.35	1	0.001406	0.0049	0.006306
Rata-Rata	1.3125	0.93	Jumlah		**0.035675**

Berdasarkan Gambar 22.37, diketahui nilai *Coefficients* pada *Stage* 5 adalah 0,001 (sebelum dibulatkan 0.100083). Nilai tersebut diperoleh

$$ESS_{A,B,C,D,E,F} = 0{,}100083.$$

Tabel 22.10

Klaster	A	B	$c = (A - \bar{X}_A)^2$	$d = (B - \bar{X}_B)^2$	$c + d$
A	1.1	1.1	0.025069	0.0169	0.041969
B	1.2	0.85	0.003403	0.0144	0.017803
C	1.3	0.97	0.001736	1.23E-32	0.001736
D	1.4	0.9	0.020069	0.0049	0.024969
E	1.35	1	0.008403	0.0009	0.009303
F	1.2	1	0.003403	0.0009	0.004303
Rata-Rata	1.258333	0.97	Jumlah		0.100083



Gambar 22.38

Cluster Membership

Case	3 Clusters	2 Clusters
1:A	1	1
2:B	2	2
3:C	3	2
4:D	3	2
5:E	3	2
6:F	1	1

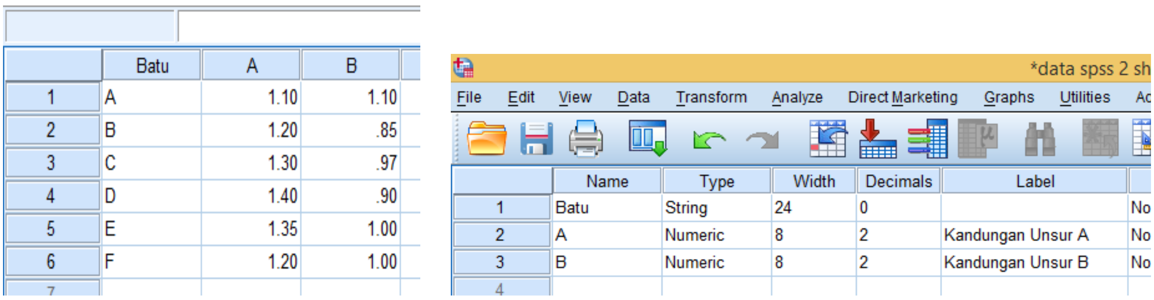
Gambar 22.39

PENYELESAIAN DALAM SPSS

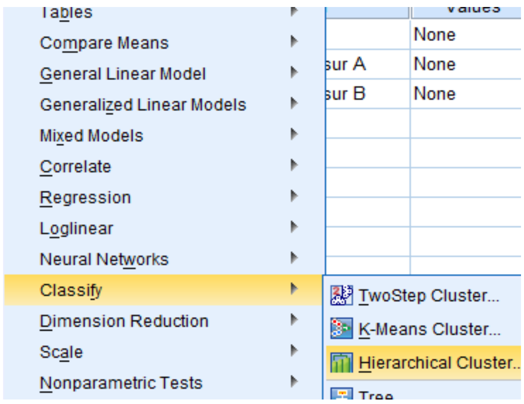
Bangun data dalam SPSS, seperti pada Gambar 22.1. Kemudian pilih *Analyze* => *Classify* => *Hierarchical* (Gambar 22.2), sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 22.3. Pada Gambar 22.3, masukkan variabel **A** dan **B** ke dalam kotak *Variable(s):*, sedangkan variabel **Batu** dimasukkan ke dalam kotak *Label Cases by:*. Pada Gambar 22.3 pilih *Statistics*, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 22.4. Pada Gambar 22.4, pilih *Agglomeration schedule*, *Proximity matrix*, serta bulatkan *Range of solutions*, kemudian isi 2 pada *Minimum number of clusters:* dan isi 5 pada *Maximum number of clusters*:. Pilih *Continue*. Selanjutnya pilih *Plots*, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 22.5. Pada Gambar 22.5, pilih *Dendogram*, kemudian pilih *Continue*. Selanjutnya pilih *Method*, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 22.6. Pada *Cluster Method*:

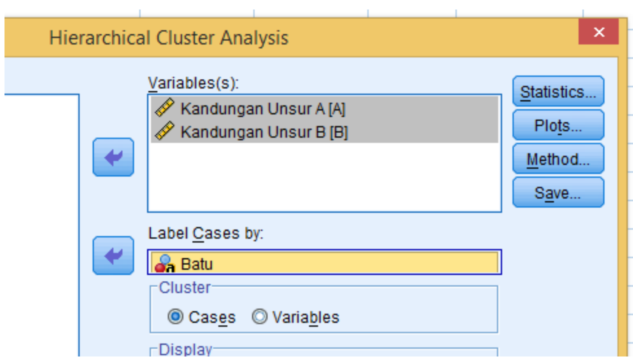
1. *Between-groups linkage* berarti *average linkage*.
2. *Nearest neighbor* berarti *single linkage*.
3. *Ward's method* berarti metode *Ward*.

Sementara pada Gambar 22.7 menyajikan berbagai jenis ukuran jarak. Andaikan pada *Cluster Method:* dipilih *Between-groups linkage*, sementara untuk ukuran jarak dipilih *Squared Euclidean distance*. Kemudian pilih *Continue* dan OK. Untuk interpretasi dari *output* SPSS ini, telah dibahas pada pembahasan teori analisis klaster.

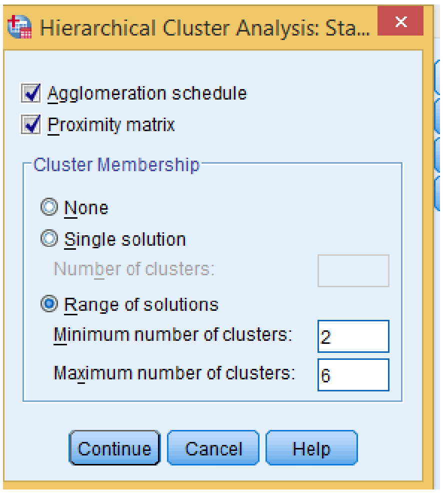


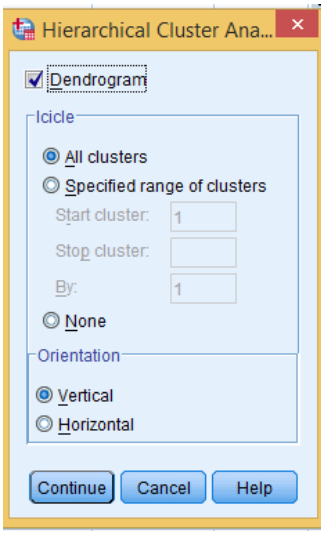
Gambar 22.1



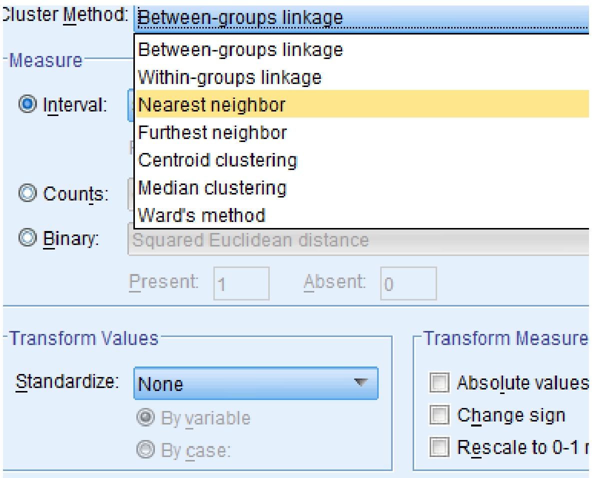


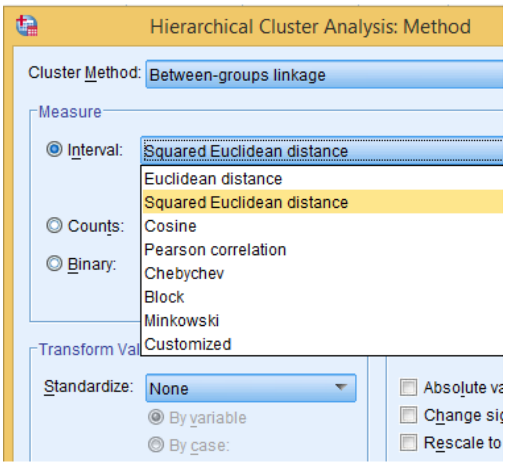
Gambar 22.2 **Gambar 22.3**





Gambar 22.4 **Gambar 22.5**





Gambar 22.6 **Gambar 22.7**

Referensi

1. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

2. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

3. Janssens, W., K. Wijnen, P.D. Pelsmacker, dan P.V. Kenhove. 2008. *Marketing Research with SPSS*. Pearson Prenticel Hall.

4. Johnson, R.A. dan D.W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6th Edition*. Pearson Prentice Hall.

5. Malhotra, N.K. dan D.F. Birks. 2006. *Marketing Research, An Applied Approach, 2nd European Edition*. London: Prentice Hall.

6. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

BAB 23

ANALISIS KONJOIN

Sekilas Analisis Konjoin

Andaikan seorang pengusaha sepatu, akan merancang suatu produk sepatu baru. Untuk itu, pengusaha sepatu tersebut ingin mengetahui hal-hal sebagai berikut.

- ⇨ Hal-hal apa yang secara umum diinginkan atau disukai oleh masyarakat dalam membeli suatu sepatu.
- ⇨ Kemudian hal-hal apa yang secara umum dianggap penting oleh masyarakat, dari suatu sepatu.

Selanjutnya, pengusaha sepatu tersebut mempertimbangkan menggunakan **atribut sol**, **bagian atas**, dan **harga**, untuk mengetahui atribut mana yang dianggap penting oleh masyarakat.

> Seorang pengusaha mempertimbangkan menggunakan **atribut warna**, **bahan**, dan **harga**, untuk mengetahui atribut mana yang dianggap penting oleh masyarakat.

Kemudian, pengusaha sepatu tersebut mempertimbangkan untuk menetapkan **level/tingkatan** dari masing-masing atribut sebagai berikut.

- ⇨ Atribut **warna** sepatu dipertimbangkan memiliki tiga level, yakni sepatu berwarna **hitam**, **putih**, dan **abu-abu**.
- ⇨ Atribut **bahan** dipertimbangkan memiliki tiga level, yakni sepatu dengan bahan jenis **A**, **B**, dan **C**.
- ⇨ Atribut harga sepatu dipertimbangkan memiliki tiga level, **Rp.70.000**, **Rp.100.000**, dan **Rp.150.000**.

Pengusaha sepatu tersebut ingin mengetahui secara umum keinginan masyarakat dalam memilih atau membeli suatu sepatu. Berikut diberikan beberapa contoh kemungkinan yang secara umum diinginkan oleh masyarakat dari suatu sepatu.

- ⇨ Bisa saja secara umum masyarakat menginginkan sepatu berwarna hitam, dengan bahan jenis A, dan harga Rp. 70.000.
- ⇨ Bisa saja secara umum masyarakat menginginkan sepatu berwarna hitam, dengan bahan jenis B, dan harga Rp. 70.000.

- ⇨ Bisa saja secara umum masyarakat menginginkan sepatu berwarna abu-abu, dengan bahan jenis C, dan harga Rp. 100.000, dan sebagainya.

Diketahui jumlah atribut sebanyak tiga, yakni warna, bahan, dan harga. Untuk atribut warna terdapat tiga level, yakni hitam, putih, dan abu-abu. Atribut bahan dan harga, juga masing-masing memiliki tiga level. Maka total seluruh **stimulus** sebanyak 27 stimulus, yakni

$$\textbf{Jumlah Level Warna} \times \textbf{Jumlah Level Bahan} \times \textbf{Jumlah Level Harga} = 3 \times 3 \times 3 = 27.$$

Misalkan:

- ⇨ Untuk atribut warna, level warna hitam diberi kode angka 1, level warna putih diberi kode angka 2, dan level warna abu-abu diberi kode angka 3.
- ⇨ Untuk atribut bahan, level bahan A diberi kode angka 1, level bahan B diberi kode angka 2, dan level bahan C diberi kode angka 3.
- ⇨ Untuk atribut harga, level harga Rp. 70.000 diberi kode angka 1, level harga Rp. 100.000 diberi kode angka 2, dan level harga Rp. 150.000 diberi kode angka 3.

Berikut disajikan tabel dari total seluruh stimulus.

Tabel 23.1 Total Seluruh Stimulus

Stimulus	Warna	Bahan	Harga
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	1	3
4	1	2	1
5	1	2	2
6	1	2	3
7	1	3	1
8	1	3	2
9	1	3	3
10	2	1	1
11	2	1	2
12	2	1	3
13	2	2	1
14	2	2	2
15	2	2	3
16	2	3	1
17	2	3	2
18	2	3	3
19	3	1	1
20	3	1	2
21	3	1	3
22	3	2	1
23	3	2	2
24	3	2	3
25	3	3	1
26	3	3	2
27	3	3	3

Berdasarkan Tabel 23.1, diketahui stimulus 1 bernilai 1,1,1. Hal ini berarti sepatu berwarna hitam, dengan bahan jenis A, dan harga Rp. 70.000. Diketahui stimulus 27 bernilai 3,3,3. Hal ini berarti sepatu berwarna abu-abu, dengan bahan jenis C, dan harga Rp. 150.000, dan seterusnya. Kemudian seorang pengusaha sepatu tersebut membuat kuesioner penilaian terhadap 27 stimulus tersebut. Andaikan penilaian responden pertama dari 27 stimulus disajikan dalam Tabel 23.2. Pada penilaian stimulus pada Tabel 23.2, responden pertama diminta untuk memberikan nilai ranking untuk setiap stimulus, untuk stimulus yang paling tidak disukai diberi nilai ranking 1, sampai stimulus stimulus yang paling disukai diberi nilai ranking 27. Perhatikan bahwa **tidak terdapat nilai ranking yang sama** dari penilaian yang diberikan oleh responden pertama.

Seorang pengusaha sepatu ingin mengetahui stimulus mana yang secara umum diinginkan oleh masyarakat. Mungkin saja secara umum, masyarakat menginginkan sepatu berwarna abu-abu, dengan jenis bahan C, dan harga Rp. 150.000 (**stimulus 27**), atau mungkin saja secara umum, masyarakat menginginkan sepatu berwarna hitam, dengan bahan jenis A, dan harga Rp. 70.000 (**stimulus 1**), dan seterusnya.

Tabel 23.2 Penilaian Responden Pertama

Stimulus	Warna	Bahan	Harga	Penilaian Responden 1
1	1	1	1	27
2	1	1	2	19
3	1	1	3	11
4	1	2	1	26
5	1	2	2	18
6	1	2	3	10
7	1	3	1	25
8	1	3	2	17
9	1	3	3	9
10	2	1	1	24
11	2	1	2	16
12	2	1	3	8
13	2	2	1	23
14	2	2	2	15
15	2	2	3	7
16	2	3	1	22
17	2	3	2	14
18	2	3	3	6
19	3	1	1	21
20	3	1	2	13
21	3	1	3	5
22	3	2	1	20
23	3	2	2	12
24	3	2	3	5
25	3	3	1	3
26	3	3	2	2
27	3	3	3	1

Tabel 23.3 juga merupakan alternatif lain dalam pemberian penilaian terhadap 27 stimulus oleh responden pertama.

Tabel 23.3 Penilaian Responden Pertama

Stimulus	Warna	Bahan	Harga	Penilaian Responden 1
1	1	1	1	9
2	1	1	2	7
3	1	1	3	6
4	1	2	1	8
5	1	2	2	7
6	1	2	3	4
7	1	3	1	8
8	1	3	2	8
9	1	3	3	8
10	2	1	1	9
11	2	1	2	9
12	2	1	3	8
13	2	2	1	6
14	2	2	2	6
15	2	2	3	5
16	2	3	1	7
17	2	3	2	7
18	2	3	3	7
19	3	1	1	9
20	3	1	2	7
21	3	1	3	5
22	3	2	1	5
23	3	2	2	7
24	3	2	3	5
25	3	3	1	3
26	3	3	2	2
27	3	3	3	1

Pada penilaian stimulus pada Tabel 23.3, responden pertama diminta untuk memberikan nilai untuk setiap stimulus. Skala nilai dimulai dari 1 sampai 9, dengan nilai 1 menyatakan yang paling tidak disukai (*not preferred*) dan nilai 9 menyatakan yang paling disukai (*greatly preferred*). Pada sistem penilaian ini, nilai yang diberikan untuk stimulus pertama, **boleh sama** dengan nilai yang diberikan untuk stimulus kedua. Sebagai contoh, berdasarkan Tabel 23.3, penilaian responden dari stimulus 1 sama dengan penilaian stimulus 10, dan 11, yakni diberi nilai 9.

Contoh Jenis Data Metrik dan Nonmetrik

Mengenai jenis data pada variabel tak bebas dalam analisis konjoin, Malhotra dan Birks (2006:632) menyatakan sebagai berikut.

"As in the case of MDS, conjoint analysis input data ***can be either non-metric or metric****. For* ***non-metric data****, respondents are typically required* ***to provide rank-order evaluations****. For the pairwise approach, respondents rank all the cells of each matrix in terms of their*

*desirability. **For the full-profile approach, they rank all the stimulus profiles**. Rankings involve relative evaluations of the attribute levels. Proponents of ranking data believe that such data accurately reflect the behavior of consumers in the market place."*

Lebih lanjut, Malhotra dan Birks (2006:632) menyatakan sebagai berikut.

*"**In the metric form, respondents provide ratings, rather than rankings**. In this case, the judgements are typically made independently. Advocates of rating data believe they are more convenient for the respondents and easier to analyze than rankings. In recent years, the use of ratings has become increasingly common. In conjoint analysis, the dependent variable is usually preference or intention to buy. In other words, respondents provide ratings or rankings in terms of their preference or intentions to buy. The conjoint methodology, however, is flexible and can accommodate a range of other dependent variables, including actual purchase or choice. In evaluating boot profiles, respondents were required to provide preference ratings for the boots described by the nine profiles in the estimation set. **These ratings were obtained using a nine-point Likert scale (1 = not preferred, 9 = greatly preferred).**"*

Dari pernyataan tersebut, dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- ⇨ Ketika data dari variabel tak bebas bersifat nonmetrik, maka seorang responden akan memberikan nilai *ranking* untuk tiap-tiap stimulus. Sebagai contoh, andaikan terdapat k stimulus, maka seorang responden memberikan nilai *ranking* 1 untuk stimulus yang paling tidak disukai, dan memberikan nilai *ranking* k untuk stimulus yang paling disukai. Contoh penilaian stimulus dengan cara *ranking* ditunjukkan pada Tabel 23.2. Para pengguna atau penggagas (*proponents*) cara ini meyakini data yang diperoleh secara akurat mencerminkan perilaku konsumen pasar.

- ⇨ Di sisi lain, ketika data dari variabel tak bebas bersifat metrik, maka seorang responden akan memberikan penilaian (nilai *rating*) untuk tiap-tiap stimulis. Pemberian *rating* dapat menggunakan skala Likert yang dimulai dari 1 sampai 9. Dengan nilai 1 menyatakan yang paling tidak disukai (*not preferred*) dan nilai 9 menyatakan yang paling disukai (*preferred*). Para penggagas (*advocates*) cara ini meyakini bahwa proses penilaian untuk tiap-tiap stimulus dengan cara *rating* lebih mudah dibandingkan dengan cara *ranking* dikarenakan tidak terlalu membutuhkan banyak pertimbangan. Contoh penilaian dengan cara *rating* disajikan pada Tabel 23.3.

Menurut anda, cara mana yang lebih praktis atau tidak terlalu membutuhkan banyak pertimbangan dalam memberikan penilaian terhadap stimulus, apakah cara *ranking* atau *rating*?

Jika jumlah atribut sebanyak 5, dan masing-masing atribut memiliki 4 level, maka jumlah stimulus yang dapat dibentuk sebanyak

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$ stimulus.

Mungkin responden akan jenuh dalam memberikan penilaian terhadap masing-masing stimulus.

Pada contoh kasus sebelumnya, diketahui jumlah atribut sebanyak tiga, dan masing-masing atribut tersebut memiliki tiga level, sehingga jumlah stimulus yang dapat dibentuk sebanyak 27.

Pairwise Approach dan Full-Profile Approach

Malhotra dan Birks (2006:630) menyatakan terdapat dua pendekatan (*approach*) dalam pembentukan stimulus, yakni:

- ***Pairwise approach***. Untuk ilustrasi dari pendekatan ini, perhatikan kembali contoh kasus sebelumnya. Diketahui jumlah atribut sebanyak 3, yakni warna, bahan, dan harga. Dengan menggunakan pendekatan *pairwise approach*, maka akan dibentuk stimulus untuk tiap-tiap pasangan atribut. Jadi akan dibentuk stimulus pada pasangan atribut (warna, bahan), (warna, harga), dan (bahan, harga). Perhatikan bahwa terdapat 3 pasang atribut.

$$Banyaknya\ pasangan\ atribut\ = C_2^{jumla\ h\ atribut} = C_2^3 = 3\ pasang\ atribut.$$

Tabel 23.4 menyajikan stimulus untuk pasangan atribut warna dan bahan.

Tabel 23.4 Stimulus untuk Pasangan Atribut Warna dan Bahan

Bahan	Warna		
	hitam	putih	abu-abu
A			
B			
C			

Tabel 23.5 menyajikan stimulus untuk pasangan atribut warna dan harga.

Tabel 23.5 Stimulus untuk Pasangan Warna dan Harga

Harga	Warna		
	hitam	putih	abu-abu
Rp. 70.000			
Rp. 100.000			
Rp. 150.000			

Tabel 23.6 menyajikan stimulus untuk pasangan atribut bagian atas dan harga.

Tabel 23.6 Stimulus untuk Pasangan Atribut Bahan dan Harga

Harga	Bahan		
	A	B	C
Rp. 70.000			
Rp. 100.000			
Rp. 150.000			

Tabel 23.7 menyajikan contoh penilaian stimulus dari responden pertama untuk pasangan atribut bahan dan harga. Berdasarkan Tabel 23.7, diketahui yang paling diinginkan responden pertama adalah sepatu dengan harga Rp. 70.000 dan bahan jenis C (nilai ranking 9). Sementara yang paling tidak diinginkan responden pertama adalah sepatu dengan harga Rp. 150.000 dan bahan jenis B (nilai ranking 1).

Tabel 23.7 Stimulus untuk Pasangan Atribut Bahan dan Harga

Harga	Bahan		
	A	B	C
Rp. 70.000	7	8	9
Rp. 100.000	5	6	3
Rp. 150.000	2	1	4

⇨ ***Full-profile approach***. Pendekatan *full-profile* disebut juga dengan istilah *multiple-factor evaluation* atau *complete profiles*. Ilustrasi dari pendekatan ini sudah dilakukan, yakni pada pembentukan stimulus seperti pada Tabel 23.1.

	warna	bahan	harga	STATUS_	CARD_
1	1.00	1.00	1.00	0	1
2	1.00	2.00	2.00	0	2
3	1.00	3.00	3.00	0	3
4	2.00	1.00	2.00	0	4
5	2.00	2.00	3.00	0	5
6	2.00	3.00	1.00	0	6
7	3.00	1.00	3.00	0	7
8	3.00	2.00	1.00	0	8
9	3.00	3.00	2.00	0	9

Gambar 23.1

warna	bahan	harga	STATUS_	CARD_
Hitam	Jenis A	Rp. 70.000	Design	1
Hitam	Jenis B	Rp. 100.000	Design	2
Hitam	Jenis C	Rp. 150.000	Design	3
Putih	Jenis A	Rp. 100.000	Design	4
Putih	Jenis B	Rp. 150.000	Design	5
Putih	Jenis C	Rp. 70.000	Design	6
Abu-Abu	Jenis A	Rp. 150.000	Design	7
Abu-Abu	Jenis B	Rp. 70.000	Design	8
Abu-Abu	Jenis C	Rp. 100.000	Design	9

Gambar 23.2 Stimulus Setelah Direduksi

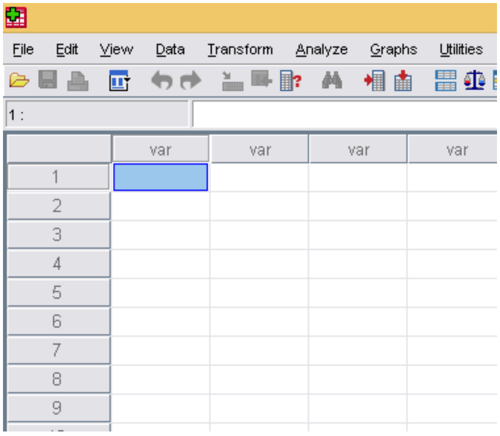
Malhotra dan Birks (2006:631) menyatakan sebagai berikut.

"It is not necessary to evaluate all the possible combinations, nor is it feasible in all cases. In the pairwise approach, it is possible to reduce the number of paired comparisons by using cyclical designs. Likewise, in the full-profile approach, the number of stimulus profiles can be greatly reduced by means of fractional factorial designs. A special class of fractional designs, ***orthogonal arrays, allows for the efficient estimation of all main effects****. Orthogonal arrays permit the measurement of all main effects of interest on an* ***uncorrelated basis****. These designs assume that all interactions are negligible. Orthogonal arrays are constructed from basic full factorial designs by substituting a new factor for selected interaction effects that are presumed to be negligible[25]. Generally, two sets of data are obtained. One, the estimation set, is used to calculate the part-worth functions for the attribute levels. The other, the holdout set, is used to assess reliability and validity."*

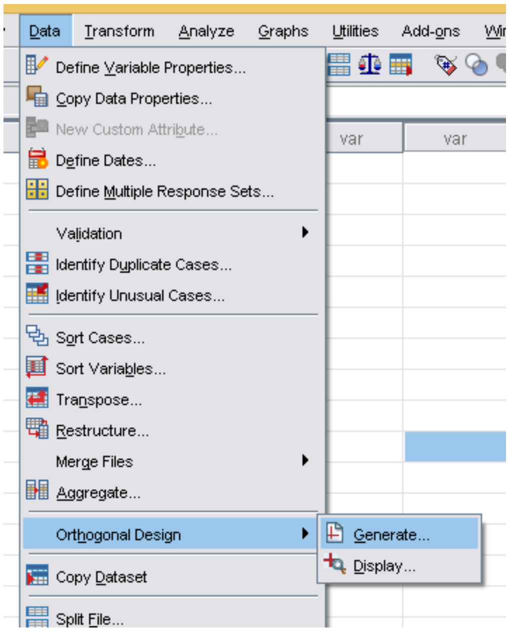
Dari pernyataan tersebut, dapat dikatakan bahwa jika jumlah stimulus cukup banyak, maka jumlah stimulus tersebut dapat **direduksi atau dikurangkan**. Pada pendekatan *pairwise approach*, jumlah stimulus dapat direduksi dengan menggunakan pendekatan *cyclical designs*, sementara pada pendekatan ***full-profile approach***, jumlah stimulus dapat direduksi dengan menggunakan pendekatan ***fractional factorial design***. Diketahui pembentukan stimulus pada Tabel 23.1 dengan menggunakan pendekatan *full-profile approach*, yakni sebanyak 27. Dengan menggunakan *software* SPSS, yang semula jumlah stimulus sebanyak 27, secara otomatis SPSS mereduksi menjadi 9 stimulus. Perhatikan Gambar 23.1 dan Gambar 23.2.

PENYELESAIAN DALAM SPSS

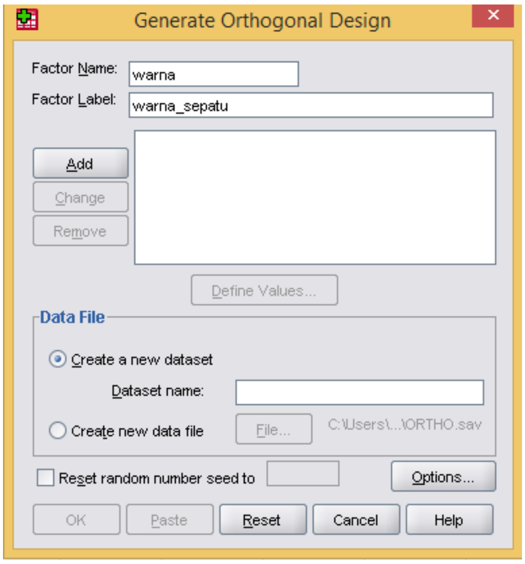
Aktifkan SPSS, seperti pada Gambar 23.1. Kemudian pilih *Data* => *Orthogonal Design* => *Generate* (Gambar 23.2). Pada Gambar 23.3, didefinisikan/dibentuk aribut warna. Pada Gambar 23.4 telah didefinisikan/dibentuk atribut warna, bahan, dan harga. Pada Gambar 23.6, didefinisikan level untuk atribut warna (**pilih *Define Values*** untuk mendefinisikan level). Level untuk atribut bahan dan harga telah didefinisikan pada Gambar 23.8.



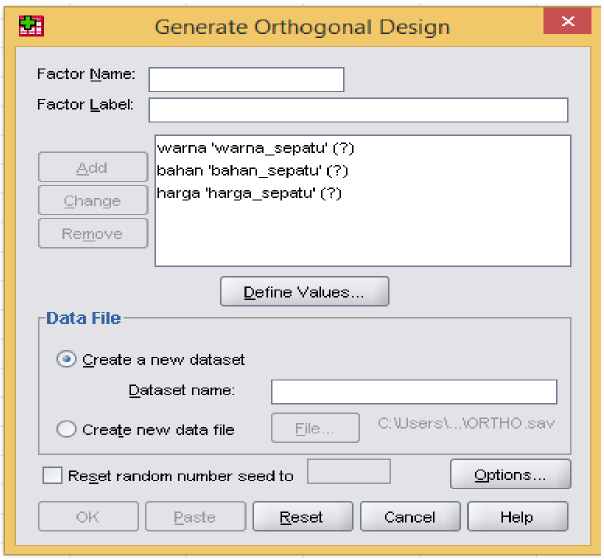
Gambar 23.1



Gambar 23.2



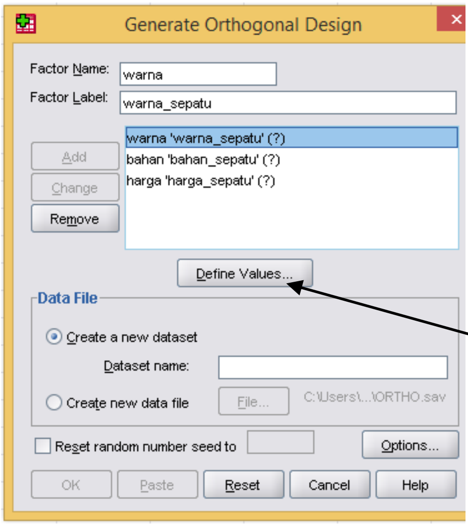
Gambar 23.3

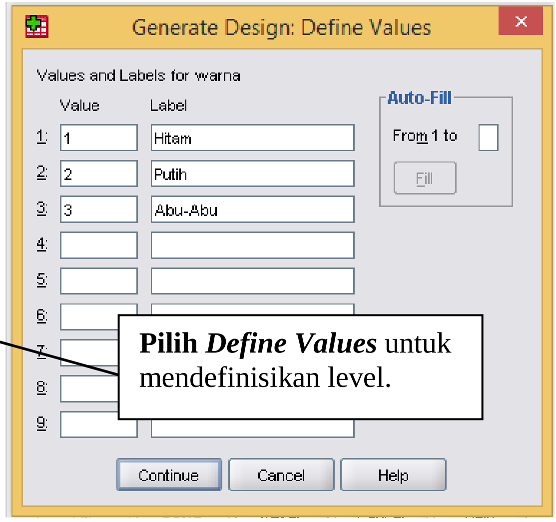


Gambar 23.4

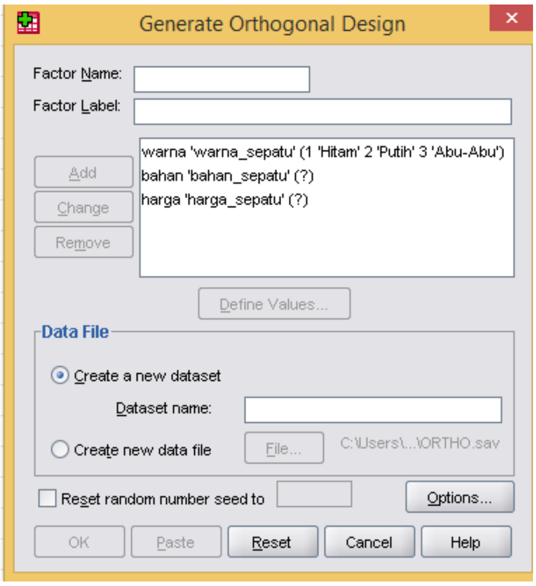
Setelah mendefinisikan seluruh atribut beserta levelnya, selanjutnya pilih *Create new data file* dan pilih *file* (Gambar 23.9), sehingga muncul seperti pada Gambar 23.10. Pada Gambar

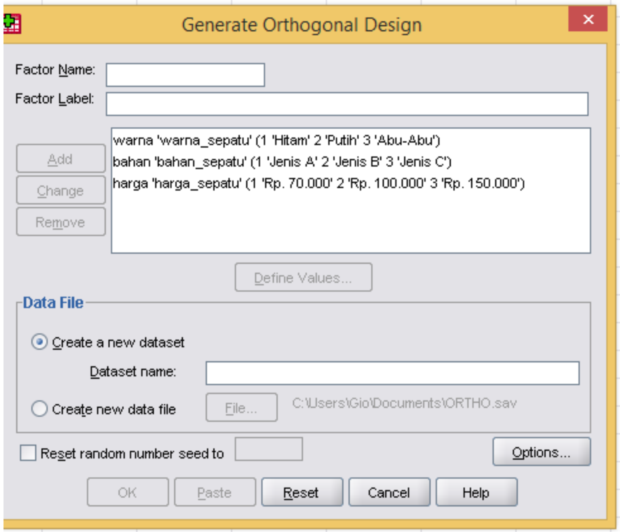
23.10, beri nama *file* dengan **stimulus**. Kemudian pilih *Save*. **Perhatikan Gambar 23.11!!!!** Selanjutnya pilih OK, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 23.12.



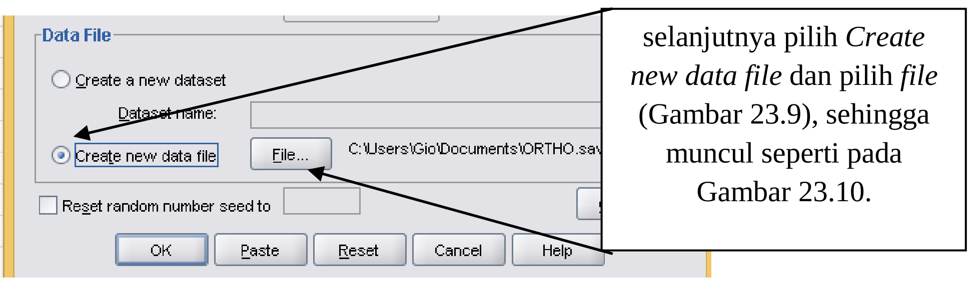


Gambar 23.5 **Gambar 23.6**

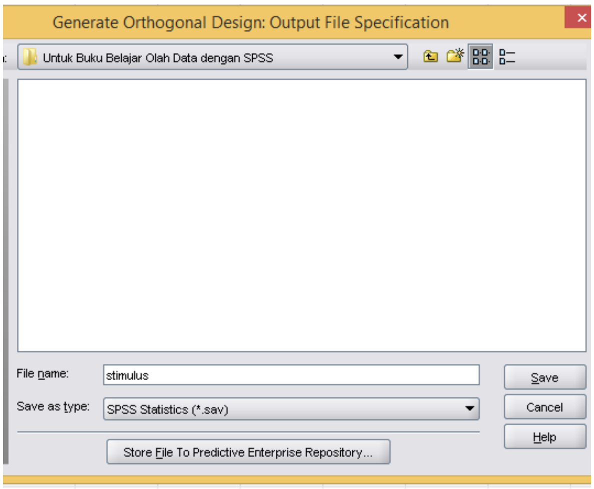


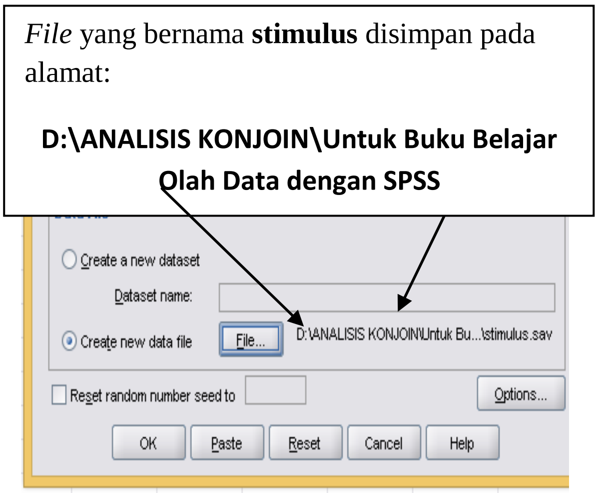


Gambar 23.7 **Gambar 23.8**



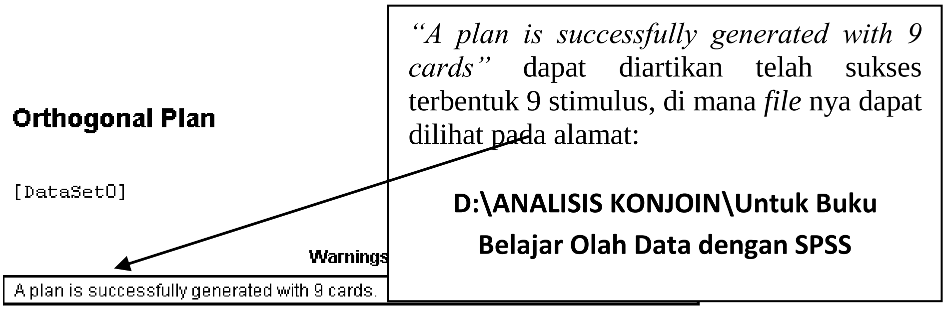
Gambar 23.9



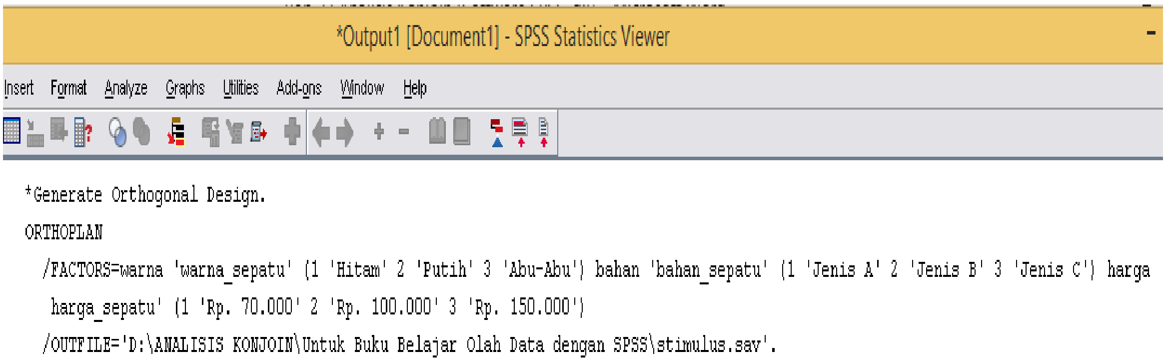


Gambar 23.10

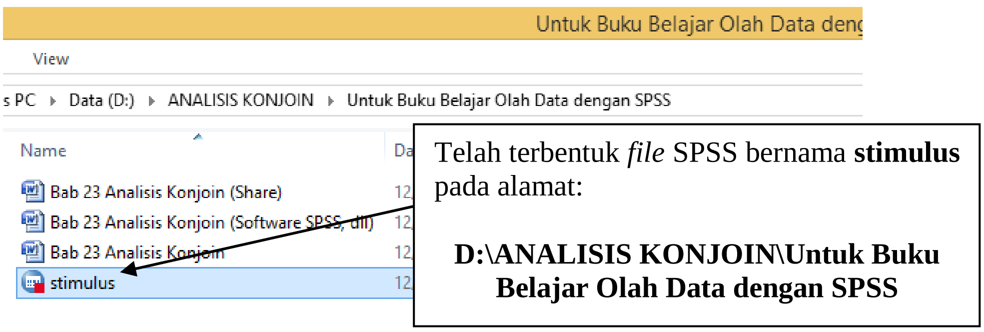
Gambar 23.11



Gambar 23.12

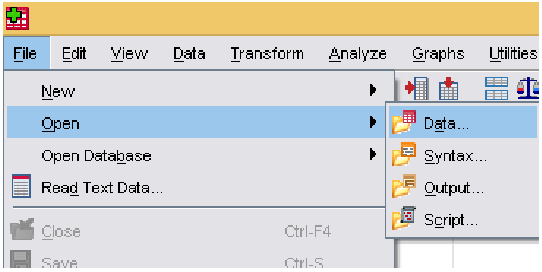


Gambar 23.13

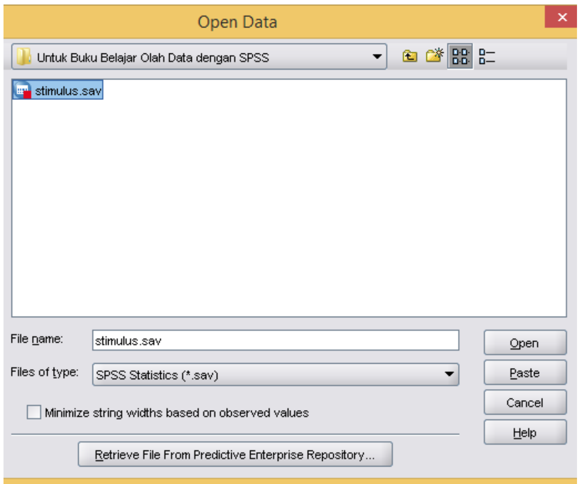


Gambar 23.14

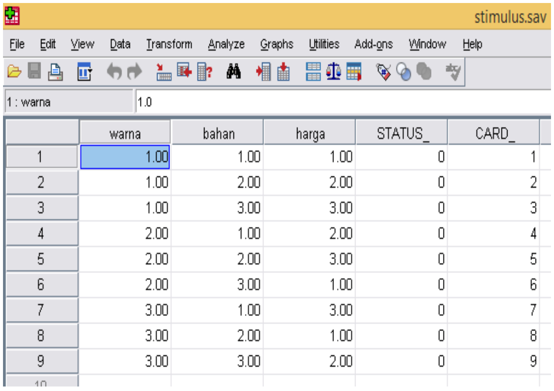
Selanjutnya buka *file* **stimulus** tersebut. Perhatikan Gambar 23.15 dan Gambar 23.16. Gambar 23.17 dan Gambar 23.18 menyajikan isi dari *file* **stimulus**.



Gambar 23.15

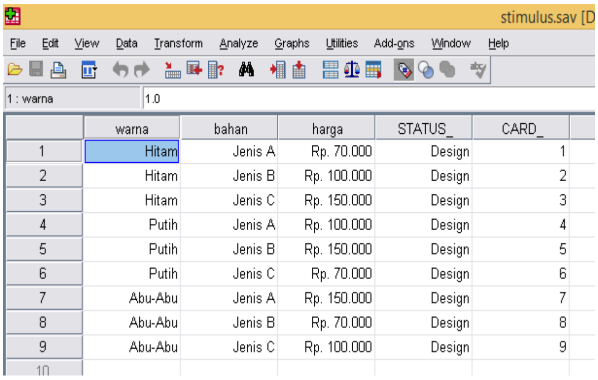


Gambar 23.16



	warna	bahan	harga	STATUS_	CARD_
1	1.00	1.00	1.00	0	1
2	1.00	2.00	2.00	0	2
3	1.00	3.00	3.00	0	3
4	2.00	1.00	2.00	0	4
5	2.00	2.00	3.00	0	5
6	2.00	3.00	1.00	0	6
7	3.00	1.00	3.00	0	7
8	3.00	2.00	1.00	0	8
9	3.00	3.00	2.00	0	9

Gambar 23.17



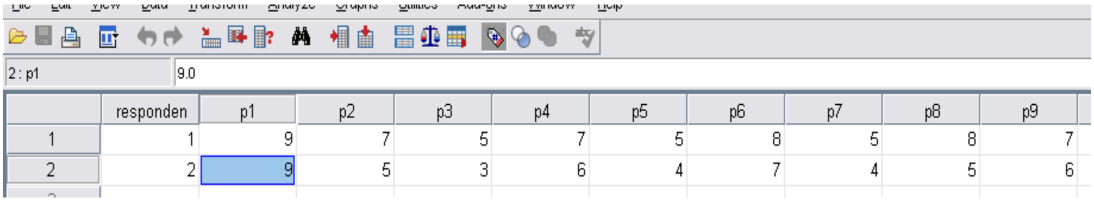
	warna	bahan	harga	STATUS_	CARD_
1	Hitam	Jenis A	Rp. 70.000	Design	1
2	Hitam	Jenis B	Rp. 100.000	Design	2
3	Hitam	Jenis C	Rp. 150.000	Design	3
4	Putih	Jenis A	Rp. 100.000	Design	4
5	Putih	Jenis B	Rp. 150.000	Design	5
6	Putih	Jenis C	Rp. 70.000	Design	6
7	Abu-Abu	Jenis A	Rp. 150.000	Design	7
8	Abu-Abu	Jenis B	Rp. 70.000	Design	8
9	Abu-Abu	Jenis C	Rp. 100.000	Design	9

Gambar 23.18

Berdasarkan Gambar 23.17, baris pertama terdiri dari stimulus (1,1,1), yang berarti sepatu berwarna hitam, dengan jenis bahan A, dan harga Rp. 70.000. Sementara baris kedua terdiri dari stimulus (1,2,2), yang berarti sepatu berwarna hitam, dengan jenis bahan B, dan harga Rp. 100.000, dan seterusnya.

> Jika dilakukan proses ulang dari Gambar 23.1 sampai Gambar 23.11, **stimulus-stimulus yang terbentuk bisa berbeda dari Gambar 23.17**. Bisa saja pada baris pertama: warna = 3, bahan = 2, dan harga = 1. Lihat share bagian 1.

Berdasarkan stimulus-stimulus yang telah dibentuk pada Gambar 23.18, kemudian 2 orang responden diminta untuk memberi penilaian. Penilaian yang telah diberikan disajikan pada Gambar 23.19.



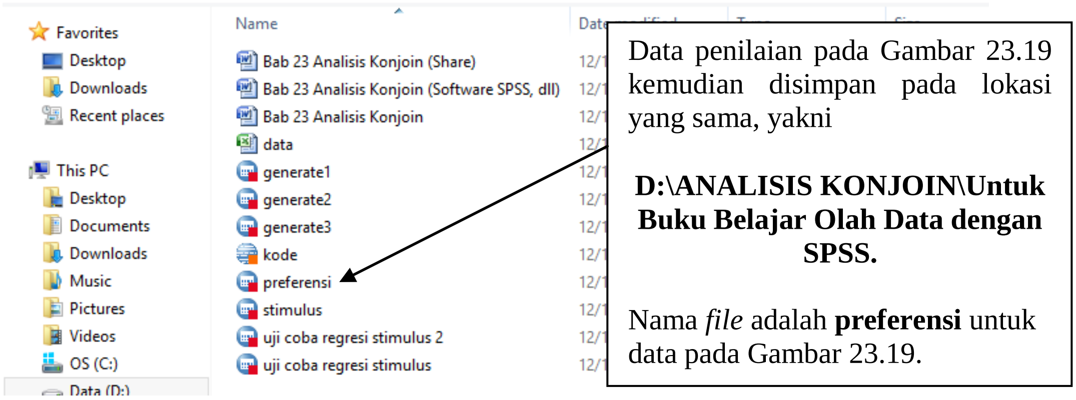
	responden	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9
1	1	9	7	5	7	5	8	5	8	7
2	2	9	5	3	6	4	7	4	5	6

Gambar 23.19

Berdasarkan Gambar 23.19, diketahui:

⇨ Responden pertama memberi penilaian 9 terhadap stimulus pertama (p1), yakni (1 = hitam,1 = jenis A, 1 = Rp. 70.000), memberi penilaian 7 terhadap stimulus kedua (p2), yakni (1 = hitam,2 = jenis B, 2 = Rp. 100.000), dan seterusnya.

⇨ Responden kedua memberi penilaian 9 terhadap stimulus pertama (p1), yakni (1 = hitam,1 = jenis A, 1 = Rp. 70.000), memberi penilaian 5 terhadap stimulus kedua (p2), yakni (1 = hitam,2 = jenis B, 2 = Rp. 100.000), dan seterusnya.



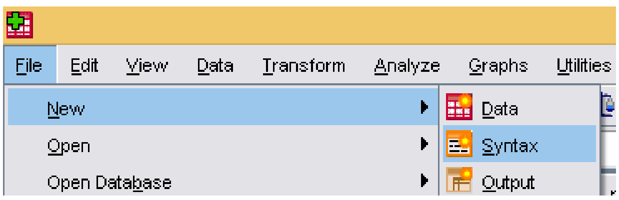
Gambar 23.20

Berdasarkan penilaian pada Gambar 23.19, dapat dilihat bahwa responden pertama dan kedua **memberi penilaian paling tinggi terhadap stimulus p1**, sehingga mayoritas (secara umum) responden **diduga menginginkan/menyukai** sepatu dengan **harga Rp. 70.000**, **berwarna hitam**, **dengan bahan jenis A**.

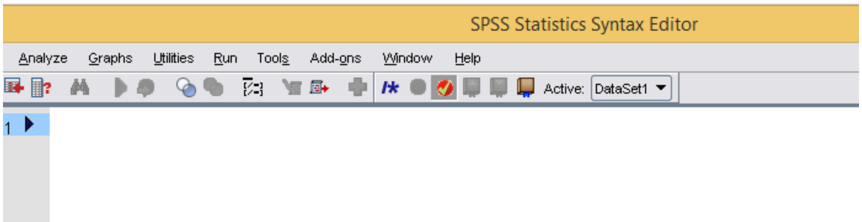
Data penilaian pada Gambar 23.19 kemudian disimpan pada lokasi yang sama, yakni

D:\ANALISIS KONJOIN\Untuk Buku Belajar Olah Data dengan SPSS.

Setelah disimpan data penilaian pada Gambar 23.19, pilih *File* => *New* => *Syntax* (Gambar 23.21), sehingga muncul tampilan *SPSS Statistics Syntax Editor* (Gambar 23.22).



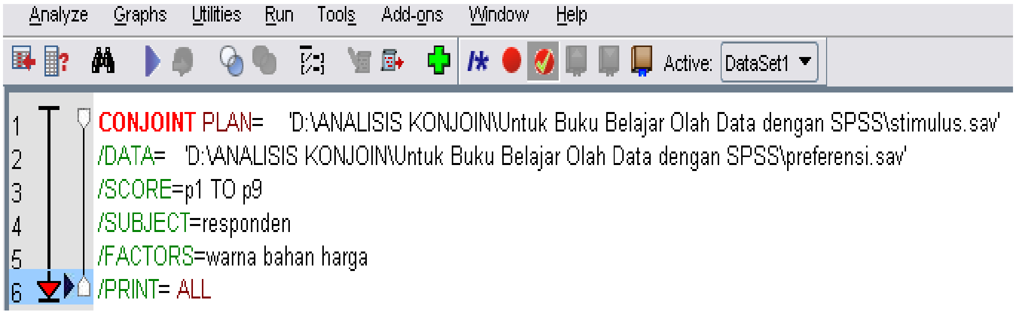
Gambar 23.21



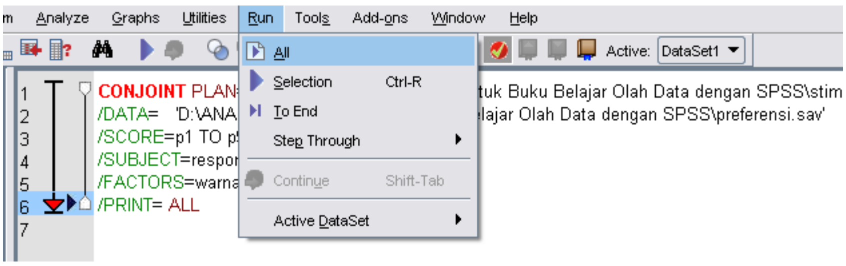
Gambar 23.22

Pada Gambar 23.22, ketik kode program berikut (lihat Gambar 23.23). Setelah kode program selesai diketik, pilih *Run* => *All* (Gambar 23.24), sehingga diperoleh *output* SPSS.

```
CONJOINT PLAN= 'D:\ANALISIS KONJOIN\Untuk Buku Belajar Olah Data dengan SPSS\stimulus.sav'
/DATA= 'D:\ANALISIS KONJOIN\Untuk Buku Belajar Olah Data dengan SPSS\preferensi.sav'
/SCORE=p1 TO p9
/SUBJECT=responden
/FACTORS=warna bahan harga
/PRINT= ALL
```



Gambar 23.23



Gambar 23.24

Tabel 23.1

Model Description

	N of Levels	Relation to Ranks or Scores
warna	3	Discrete
bahan	3	Discrete
harga	3	Discrete

All factors are orthogonal.

Berdasarkan Tabel 23.1, diketahui atribut warna memiliki tiga level atau tingkatan, yakni hitam, putih, dan abu-abu, sementara pada atribut bahan juga memiliki tiga level, yakni bahan jenis A, B, dan C. Begitu juga dengan harga memiliki tiga level, yakni Rp. 70.000, Rp. 100.000, dan Rp. 150.000.

Interpretasi Responden Pertama

Gambar 23.25 menyajikan *output* SPSS untuk responden pertama. Perhatikan Tabel ***Utilities***. Berdasarkan informasi pada Tabel ***Utilities***, dapat ditentukan **kesukaan responden terhadap suatu level dari masing-masing atribut**.

- Untuk atribut warna, diketahui nilai *utilities estimate* hitam adalah 0,222, nilai *utilities estimate* putih adalah -0,111, dan nilai *utilities estimate* abu-abu adalah -0,111. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* hitam adalah yang tertinggi, maka responden pertama cenderung lebih menyukai sepatu berwarna hitam.

- Untuk atribut bahan, diketahui nilai *utilities estimate* jenis A adalah 0,222, nilai *utilities estimate* jenis B adalah -0,111, dan nilai *utilities estimate* jenis C adalah -0,111. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* jenis A adalah yang tertinggi, maka responden pertama cenderung lebih menyukai sepatu berbahan jenis A.

- Untuk atribut harga, diketahui nilai *utilities estimate* Rp. 70.000 adalah 1,556, nilai *utilities estimate* Rp. 100.000 adalah 0,222, dan nilai *utilities estimate* Rp. 150.000 adalah -1,778. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* Rp. 70.000 adalah yang tertinggi, maka responden pertama cenderung lebih menyukai harga sepatu Rp. 70.000.

Berdasarkan uraian di atas, maka responden pertama cenderung menginginkan sepatu dengan warna hitam, dengan bahan jenis A, dan harga Rp.70.000. Diketahui nilai *utilities estimate* tertinggi pertama berada pada atribut harga Rp. 70.000, yakni 1,556, nilai *utilities estimate* tertinggi kedua berada pada atribut warna hitam dan bahan jenis A, yakni 0,222. Hal ini berarti responden pertama memiliki tingkat keinginan paling tinggi terhadap harga sepatu Rp. 70.000, kemudian disusul dengan bahan jenis A dan warna hitam.

Sekarang perhatikan informasi pada Tabel ***Importance Values***. Berdasarkan informasi pada Tabel ***Importance Values***, dapat ditentukan atribut mana yang paling dianggap paling penting oleh responden. Berdasarkan Tabel *Importance Values*, diketahui atribut harga memiliki tingkat kepentingan paling tinggi, yakni dengan nilai kepentingan 83,333. Responden pertama menganggap harga merupakan aspek yang paling penting pertama, disusul warna dan bahan.

Selanjutnya perhatikan informasi pada Tabel *Correlations*. Pada Tabel *Correlations* menyajikan nilai korelasi *Pearson's R* dan *Kendall's tau*. Nilai korelasi tersebut merupakan nilai korelasi antara penilaian aktual dan penilaian berdasarkan hasil estimasi. Nilai korelasi tersebut dapat digunakan untuk mengukur ketepatan prediksi (*predictive ability*).

Malhotra dan Birks (2006:637) menyatakan sebagai berikut.

"*In running a regression analysis on the data of Table 24.5, an R^2 of 0.934 was obtained, indicating a good fit. The preference ratings for the nine validation profiles were predicted from the utilities reported in Table 24.6. These were correlated with the input ratings for* *these profiles obtained from the respondent.* ***The correlation coefficient was 0.95, indicating a good predictive ability. This correlation coefficient is significant at α = 0.05***."

Berdasarkan Tabel *Correlations*, diketahui nilai korelasi *Pearson's R* dan *Kendall's tau* masing-masing cukup tinggi, yakni 0,994 dan 0,937 (mendekati 1), dan signifikan secara statistik (nilai *Sig.* < 0,05). Hal ini berarti penilaian aktual dan penilaian berdasarkan hasil estimasi memiliki hubungan linear yang kuat (signifikan) untuk responden pertama. Dengan kata lain, penilaian bedasarkan hasil estimasi memiliki tingkat keakuratan yang tinggi (tidak berbeda jauh) terhadap penilaian aktual untuk responden pertama.

Subject 1: 1

Utilities

		Utility Estimate	Std. Error
warna	Hitam	.222	.157
	Putih	-.111	.157
	Abu-Abu	-.111	.157
bahan	Jenis A	.222	.157
	Jenis B	-.111	.157
	Jenis C	-.111	.157
harga	Rp. 70.000	1.556	.157
	Rp. 100.000	.222	.157
	Rp. 150.000	-1.778	.157
(Constant)		6.778	.111

Importance Values

warna	8.333
bahan	8.333
harga	83.333

Correlations[a]

	Value	Sig.
Pearson's R	.994	.000
Kendall's tau	.937	.001

a. Correlations between observed and estimated preferences

Gambar 23.25

Subject 2: 2

Utilities

		Utility Estimate	Std. Error
warna	Hitam	.222	.685
	Putih	.222	.685
	Abu-Abu	-.444	.685
bahan	Jenis A	.889	.685
	Jenis B	-.778	.685
	Jenis C	-.111	.685
harga	Rp. 70.000	1.556	.685
	Rp. 100.000	.222	.685
	Rp. 150.000	-1.778	.685
(Constant)		5.444	.484

Importance Values

warna	11.765
bahan	29.412
harga	58.824

Correlations[a]

	Value	Sig.
Pearson's R	.916	.000
Kendall's tau	.824	.001

a. Correlations between observed and estimated preferences

Gambar 23.26

Interpretasi Responden Kedua

Gambar 23.26 menyajikan *output* SPSS untuk responden kedua.

- ⇨ Untuk atribut warna, diketahui nilai *utilities estimate* hitam adalah 0,222, nilai *utilities estimate* putih adalah 0,222, dan nilai *utilities estimate* abu-abu adalah -0,444. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* hitam dan putih adalah yang tertinggi, maka responden kedua cenderung lebih menyukai sepatu berwarna hitam dan putih.

- ⇨ Untuk atribut bahan, diketahui nilai *utilities estimate* jenis A adalah 0,889, nilai *utilities estimate* jenis B adalah -0,778, dan nilai *utilities estimate* jenis C adalah -0,111. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* jenis A adalah yang tertinggi, maka responden kedua cenderung lebih menyukai sepatu berbahan jenis A.

- ⇨ Untuk atribut harga, diketahui nilai *utilities estimate* Rp. 70.000 adalah 1,556, nilai *utilities estimate* Rp. 100.000 adalah 0,222, dan nilai *utilities estimate* Rp. 150.000

adalah -1,778. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* Rp. 70.000 adalah yang tertinggi, maka responden kedua cenderung lebih menyukai harga sepatu Rp. 70.000.

Berdasarkan uraian di atas, maka responden kedua cenderung menginginkan sepatu dengan warna hitam atau putih, dengan bahan jenis A, dan harga Rp.70.000. Diketahui nilai *utilities estimate* tertinggi pertama berada pada atribut harga Rp. 70.000, yakni 1,556, nilai *utilities estimate* tertinggi kedua berada pada atribut bahan jenis A, dan nilai *utilities estimate* tertinggi ketiga berada pada atribut warna hitam atau putih. Hal ini berarti responden kedua memiliki tingkat keinginan paling tinggi terhadap harga sepatu Rp. 70.000 (pertama), kemudian disusul dengan bahan jenis A (kedua) dan warna hitam atau putih (ketiga).

Berdasarkan Tabel *Importance Values*, diketahui atribut harga memiliki tingkat kepentingan paling tinggi oleh responden kedua, yakni dengan nilai kepentingan 58,824. Responden kedua menganggap harga merupakan aspek yang paling penting pertama, disusul bahan dan warna.

Berdasarkan Tabel *Correlations*, diketahui nilai korelasi *Pearson's R* dan *Kendall's tau* masing-masing cukup tinggi, yakni 0,916 dan 0,824 (mendekati 1), dan signifikan secara statistik (nilai *Sig.* < 0,05). Hal ini berarti penilaian aktual dan penilaian berdasarkan hasil estimasi untuk responden kedua memiliki hubungan linear yang kuat (signifikan). Dengan kata lain, penilaian bedasarkan hasil estimasi memiliki tingkat keakuratan yang tinggi (tidak berbeda jauh) terhadap penilaian aktual untuk responden kedua.

Interpretasi Responden Secara Rata-Rata (Secara Umum)

Gambar 23.27 menyajikan *output* SPSS untuk penilaian secara rata-rata (umum).

- ⇨ Untuk atribut warna, diketahui nilai *utilities estimate* hitam adalah 0,222, nilai *utilities estimate* putih adalah 0,056, dan nilai *utilities estimate* abu-abu adalah -0,278. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* hitam adalah yang tertinggi, maka secara umum responden cenderung lebih menyukai sepatu berwarna hitam.

- ⇨ Untuk atribut bahan, diketahui nilai *utilities estimate* jenis A adalah 0,556, nilai *utilities estimate* jenis B adalah -0,444, dan nilai *utilities estimate* jenis C adalah -0,111. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* jenis A adalah yang tertinggi, maka secara umum responden cenderung lebih menyukai sepatu berbahan jenis A.

- ⇨ Untuk atribut harga, diketahui nilai *utilities estimate* Rp. 70.000 adalah 1,556, nilai *utilities estimate* Rp. 100.000 adalah 0,222, dan nilai *utilities estimate* Rp. 150.000 adalah -1,778. Perhatikan bahwa karena nilai *utilities estimate* Rp. 70.000 adalah yang tertinggi, maka secara umum responden cenderung lebih menyukai harga sepatu Rp. 70.000.

Berdasarkan uraian di atas, maka secara umum responden cenderung menginginkan sepatu dengan warna hitam, dengan bahan jenis A, dan harga Rp.70.000. Diketahui nilai *utilities estimate* tertinggi pertama berada pada atribut harga Rp. 70.000, yakni 1,556, nilai *utilities estimate* tertinggi kedua berada pada atribut bahan jenis A, dan nilai *utilities estimate* tertinggi ketiga berada pada atribut warna hitam. Hal ini berarti secara umum responden memiliki tingkat keinginan paling tinggi terhadap harga sepatu Rp. 70.000 (pertama), kemudian disusul dengan bahan jenis A (kedua) dan warna hitam (ketiga).

Berdasarkan Tabel *Importance Values*, diketahui atribut harga memiliki tingkat kepentingan paling tinggi, yakni dengan nilai kepentingan 71,078. Secara umum responden menganggap harga merupakan aspek yang paling penting pertama, disusul bahan dan warna.

Berdasarkan Tabel *Correlations*, diketahui nilai korelasi *Pearson's R* dan *Kendall's tau* masing-masing cukup tinggi, yakni 0,961 dan 0,837 (mendekati 1), dan signifikan secara statistik (nilai *Sig.* < 0,05). Hal ini berarti penilaian aktual dan penilaian berdasarkan hasil estimasi memiliki hubungan linear yang kuat (signifikan). Dengan kata lain, penilaian bedasarkan hasil estimasi memiliki tingkat keakuratan yang tinggi (tidak berbeda jauh) terhadap penilaian aktual.

Overall Statistics

Utilities

		Utility Estimate	Std. Error
warna	Hitam	.222	.416
	Putih	.056	.416
	Abu-Abu	-.278	.416
bahan	Jenis A	.556	.416
	Jenis B	-.444	.416
	Jenis C	-.111	.416
harga	Rp. 70.000	1.556	.416
	Rp. 100.000	.222	.416
	Rp. 150.000	-1.778	.416
(Constant)		6.111	.294

Importance Values

warna	10.049
bahan	18.873
harga	71.078

Averaged Importance Score

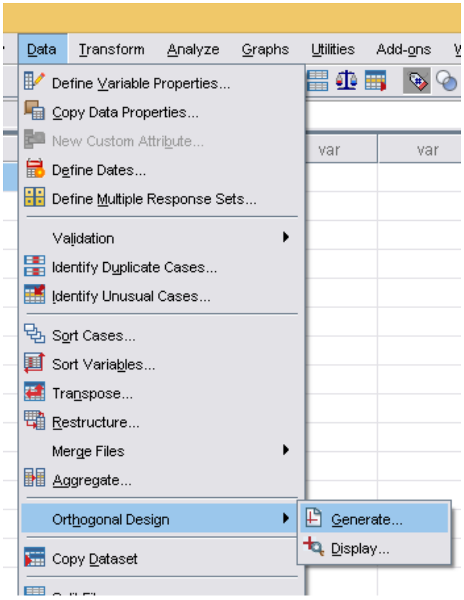
Correlations[a]

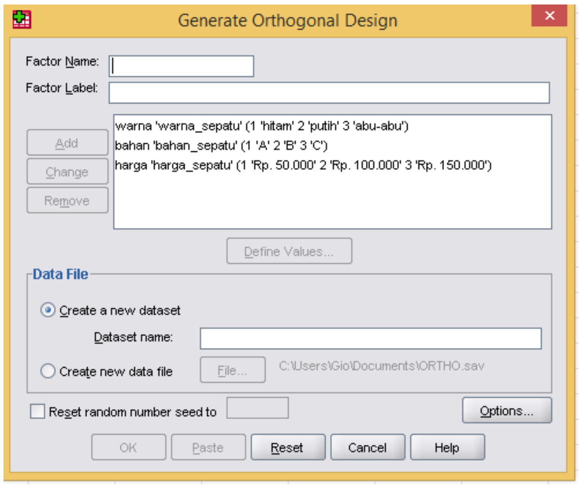
	Value	Sig.
Pearson's R	.961	.000
Kendall's tau	.837	.001

a. Correlations between observed and estimated preferences

Gambar 23.27

[1] Perhatikan bahwa pembentukan stimulus dalam SPSS dengan menggunakan menu *Orthogonal Design* cenderung akan diperoleh hasil yang berbeda-beda, jika dicoba beberapa kali. Perhatikan percobaan berikut.





Gambar 23.1 **Gambar 23.2**

1 : warna 2.0

	warna	bahan	harga	STATUS_	CARD_
1	2.00	1.00	2.00	0	1
2	3.00	1.00	3.00	0	2
3	1.00	3.00	2.00	0	3
4	2.00	3.00	3.00	0	4
5	1.00	1.00	1.00	0	5
6	2.00	2.00	1.00	0	6
7	1.00	2.00	3.00	0	7
8	3.00	3.00	1.00	0	8
9	3.00	2.00	2.00	0	9

Gambar 23.3

Lakukan langkah yang sama, diperoleh hasil seperti pada Gambar 23.4. Lakukan langkah yang sama, diperoleh hasil seperti pada Gambar 23.5. Perhatikan bahwa stimulus yang terbentuk cenderung berbeda-beda antara Gambar 23.3, Gambar 23.4, dan Gambar 23.5.

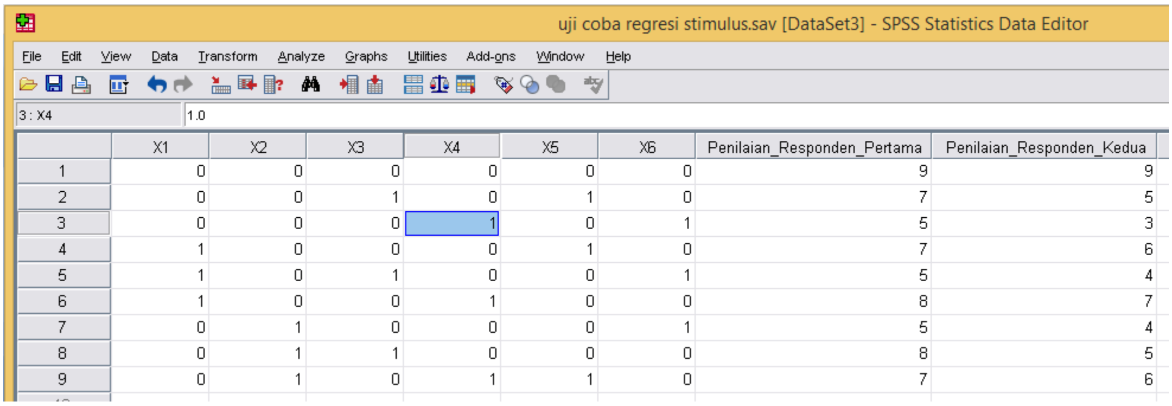
	warna	bahan	harga	STATUS_	CARD_
1	3.00	1.00	2.00	0	1
2	2.00	3.00	2.00	0	2
3	1.00	3.00	3.00	0	3
4	1.00	2.00	2.00	0	4
5	3.00	3.00	1.00	0	5
6	1.00	1.00	1.00	0	6
7	3.00	2.00	3.00	0	7
8	2.00	1.00	3.00	0	8
9	2.00	2.00	1.00	0	9

Gambar 23.4

	warna	bahan	harga	STATUS_	CARD_
1	1.00	3.00	3.00	0	1
2	3.00	2.00	3.00	0	2
3	1.00	1.00	1.00	0	3
4	2.00	1.00	3.00	0	4
5	2.00	2.00	1.00	0	5
6	1.00	2.00	2.00	0	6
7	2.00	3.00	2.00	0	7
8	3.00	3.00	1.00	0	8
9	3.00	1.00	2.00	0	9

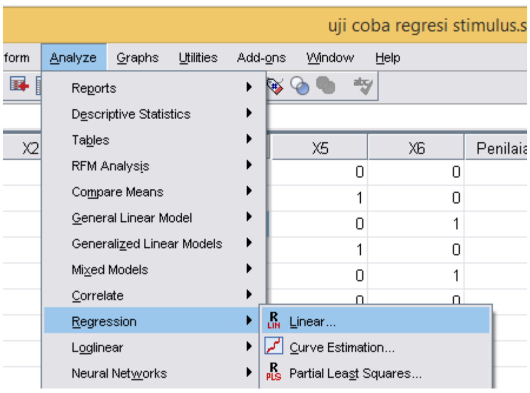
Gambar 23.5

[2]

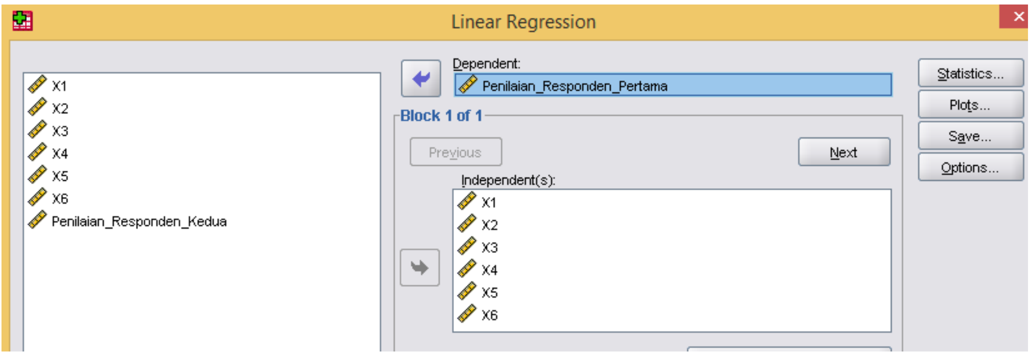


	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Penilaian_Responden_Pertama	Penilaian_Responden_Kedua
1	0	0	0	0	0	0	9	9
2	0	0	1	0	1	0	7	5
3	0	0	0	1	0	1	5	3
4	1	0	0	0	1	0	7	6
5	1	0	1	0	0	1	5	4
6	1	0	0	1	0	0	8	7
7	0	1	0	0	0	1	5	4
8	0	1	1	0	0	0	8	5
9	0	1	0	1	1	0	7	6

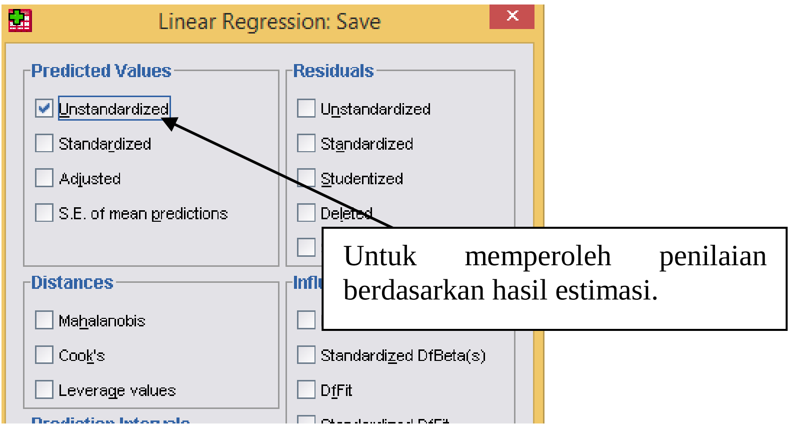
Gambar 23.6



Gambar 23.7



Gambar 23.8

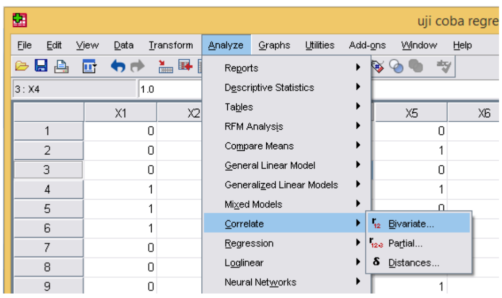


Gambar 23.9

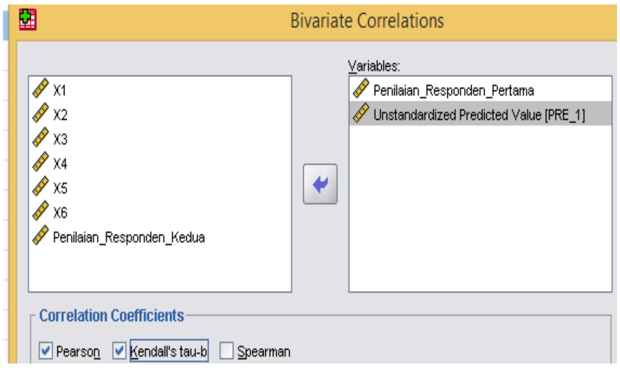
Diperoleh penilaian berdasarkan hasil estimasi untuk responden 1.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Penilaian_Responden_Pertama	Penilaian_Responden_Kedua	PRE_1
1	0	0	0	0	0	0	9	9	8.77778
2	0	0	1	0	1	0	7	5	7.11111
3	0	0	0	1	0	1	5	3	5.11111
4	1	0	0	0	1	0	7	6	7.11111
5	1	0	1	0	0	1	5	4	4.77778
6	1	0	0	1	0	0	8	7	8.11111
7	0	1	0	0	0	1	5	4	5.11111
8	0	1	1	0	0	0	8	5	8.11111
9	0	1	0	1	1	0	7	6	6.77778

Gambar 23.10



Gambar 23.11



Gambar 23.12

Correlations

		Penilaian_Responden_Pertama	Unstandardized Predicted Value
Penilaian_Responden_Pertama	Pearson Correlation	1	.994**
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	9	9
Unstandardized Predicted Value	Pearson Correlation	.994**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	9	9

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Gambar 23.13

Correlations

			Penilaian_Responden_Pertama	Unstandardized Predicted Value
Kendall's tau_b	Penilaian_Responden_Pertama	Correlation Coefficient	1.000	.937**
		Sig. (2-tailed)	.	.001
		N	9	9
	Unstandardized Predicted Value	Correlation Coefficient	.937**	1.000
		Sig. (2-tailed)	.001	.
		N	9	9

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Gambar 23.14

Subject 1: 1

Utilities

		Utility Estimate	Std. Error
warna	Hitam	.222	.157
	Putih	-.111	.157
	Abu-Abu	-.111	.157
bahan	Jenis A	.222	.157
	Jenis B	-.111	.157
	Jenis C	-.111	.157
harga	Rp. 70.000	1.556	.157
	Rp. 100.000	.222	.157
	Rp. 150.000	-1.778	.157
(Constant)		6.778	.111

Importance Values

warna	8.333
bahan	8.333
harga	83.333

Correlations[a]

	Value	Sig.
Pearson's R	.994	.000
Kendall's tau	.937	.001

Gambar 23.15

Referensi

1. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

2. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

3. Janssens, W., K. Wijnen, P.D. Pelsmacker, dan P.V. Kenhove. 2008. *Marketing Research with SPSS*. Pearson Prenticel Hall.

4. Johnson, R.A. dan D.W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6th Edition*. Pearson Prentice Hall.

5. Malhotra, N.K. dan D.F. Birks. 2006. *Marketing Research, An Applied Approach, 2nd European Edition*. London: Prentice Hall.

6. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

BAB 24

MULTIDIMENSIONAL SCALING (MDS)

Sekilas Multidimensional Scaling (MDS)

Teknik *multidimensional scaling* (MDS) atau disebut juga dengan nama *perceptual mapping* merupakan suatu teknik yang dapat mentransformasi penilaian responden mengenai kemiripan (*similarity*) atau preferensi (*preference*) dari sekumpulan objek yang diteliti (misalnya merek mobil: Toyota, Honda, Suzuki, Daihatsu, atau minyak goreng: minyak goreng A, B, C, D, dan E, dan sebagainya) ke dalam ruang multidimensi (*multidimensional space*) atau disebut juga dengan nama peta spasial (*spatial map*), di mana berdasarkan peta spasial yang didapatkan dari penggunaan MDS, dapat dilihat kemiripan antar objek berdasarkan jarak (*distance*) antar objek. Jadi, kemiripan antar objek dapat dilihat berdasarkan letak atau jarak antar objek dalam peta spasial. Objek-objek yang letaknya atau jaraknya semakin berdekatan dalam peta spasial dapat diinterpretasi bahwa objek-objek tersebut semakin mirip.

Ilustrasi contoh kasus berikut memodifikasi dari contoh kasus yang bersumber dari buku "*Multivariate Data Analysis, 7th Edition*", yang ditulis oleh Hair dkk, halaman 542, tahun 2010. Andaikan seorang responden bernama Ugi, diminta untuk mencoba enam jenis permen, katakanlah permen A, B, C, D, E, dan F. Setelah mencoba keenam jenis permen tersebut, kemudian Ugi diminta untuk memberikan ranking mengenai kemiripan untuk setiap pasangan permen **yang berbeda**. Andaikan ranking 1 menyatakan pasangan permen yang paling mirip (*most similar*), sementara ranking 15 menyatakan pasangan permen yang paling tidak mirip. Tabel 24.1 menyajikan data ranking yang diberikan oleh Ugi.

Tabel 24.1 Data Ranking mengenai Kemiripan untuk Setiap Pasangan Permen

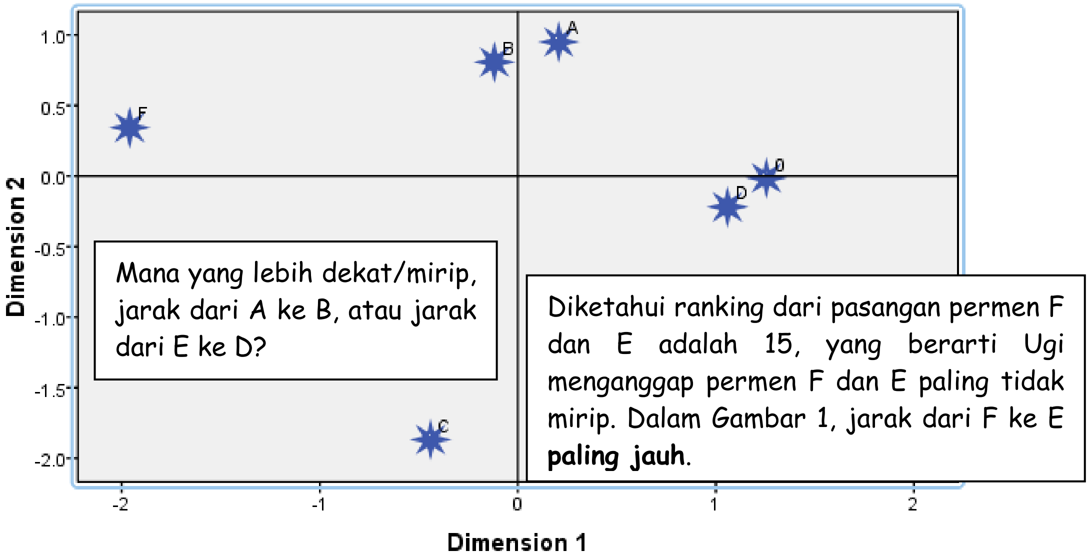
Jenis Permen	A	B	C	D	E	F
A	-					
B	2	-				
C	13	12	-			
D	4	6	9	-		
E	3	5	10	1	-	
F	8	7	11	14	15	-

Berdasarkan data ranking pada Tabel 24.1, Ugi memberi ranking 1 untuk pasangan permen E dan D (pasangan permen E dan D, atau D dan E **sama saja**). Hal ini berarti permen E dan D dianggap Ugi **paling mirip yang pertama**, sedangkan pasangan permen B dan A, dianggap Ugi **paling mirip yang kedua**, dan seterusnya, sampai pasangan permen F dan E, yang dianggap Ugi paling tidak mirip (nilai ranking 15).

Perhatikan bahwa dari enam jenis permen, terdapat lima belas pasangan permen berbeda yang dapat dibentuk, yakni (A,B), (A,C), (A,D), (A,E), (A,F), (B,C), (B,D), (B,E), (B,F), (C,D), (C,E), (C,F), (D,E), (D,F), dan (E,F). Perhatikan Gambar 24.1.

Perhatikan Gambar 24.1. Gambar 24.1 merupakan contoh **peta spasial 2 dimensi** (terdiri dari sumbu horizontal dan sumbu vertikal). Jarak dari E ke D (nilai ranking 1) **lebih dekat** dibandingkan jarak dari B ke A (nilai ranking 2). Begitu juga, jarak dari B ke A (nilai ranking 2) **lebih dekat** dari pada jarak dari E ke A (nilai ranking 3). Begitu juga jarak dari E ke A (nilai ranking 3) lebih dekat dari pada jarak dari D ke A (nilai ranking 4), dan seterusnya.

ED (ranking 1) < BA (ranking 2) < EA (ranking 3) < ... < FE (ranking 15, paling jauh jaraknya).



Gambar 24.1 Contoh Peta Spasial Dua Dimensi

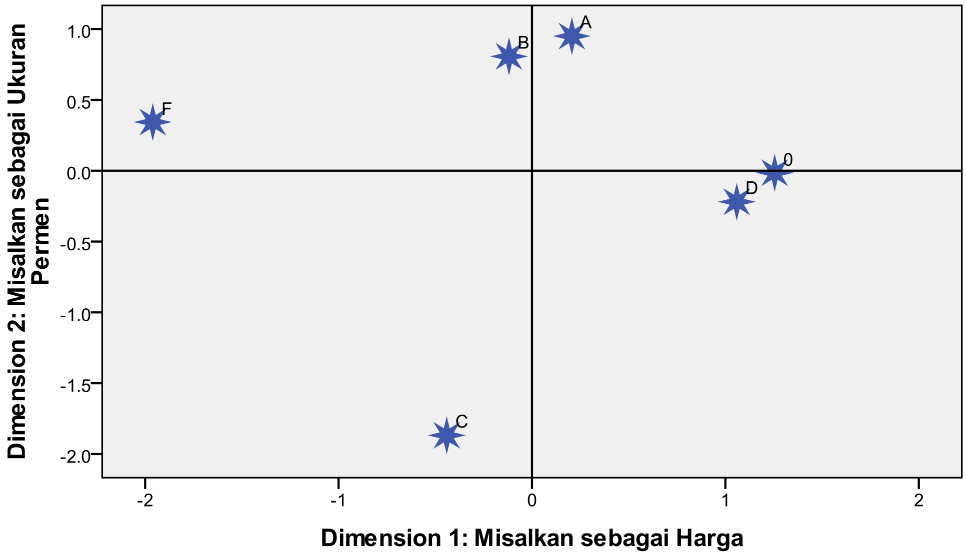
Gambar 24.1 merupakan contoh dari peta spasial dengan jumlah dimensi sebanyak 2 (ada dua sumbu, sumbu horizontal dan sumbu vertikal). Pada Gambar 24.1, permen D lebih mirip (*more similar*) terhadap permen E, dibandingkan permen A. Hal ini terlihat jarak dari D ke E **lebih dekat**, dibandingkan jarak dari D ke A.

Perhatikan bahwa permen E dan D dianggap Ugi paling mirip. Namun belum diketahui **atribut atau kriteria** apa yang digunakan Ugi dalam penilaian kemiripan tersebut. Bisa saja penilaian kemiripannya (atribut) berdasarkan rasa, atau harga, atau ukuran permen, dan sebagainya.

Perhatikan Gambar 24.2. Berdasarkan Gambar 24.2, misalkan dimensi 1 diinterpretasi sebagai harga permen, sementara dimensi 2 diinterpretasi sebagai ukuran permen. Berdasarkan interpretasi kedua dimensi tersebut, maka dapat ditarik informasi sebagai berikut.

- Objek A, B, dan C dalam Gambar 24.2, **cenderung terletak dekat dengan sumbu vertikal** (**dimensi atribut ukuran permen**). Kemiripan antara permen A dan B dinilai berdasarkan atribut atau kriteria ukuran permen. Dalam hal ini, ukuran permen A dan B cenderung sama besar, namun ukuran permen A dan B, berbeda dengan ukuran permen C.

⇨ Objek D, E, dan F dalam Gambar 2, **cenderung terletak dekat dengan sumbu horizontal (dimensi atribut harga).** Kemiripan antara permen D dan E dinilai berdasarkan atribut atau kriteria harga. Dalam hal ini, harga permen D dan E cenderung tidak berbeda jauh, namun harga permen D dan E, berbeda jauh dengan harga permen F.



Gambar 24.2 Interpretasi dari Dimensi 1 dan Dimensi 2

Ketika peta spasial telah dibentuk, hal yang perlu dilakukan adalah memberi label untuk tiap-tiap dimensi. Dengan kata lain, mengidentifikasi atribut atau kriteria apa yang digunakan oleh responden dalam penilaian kemiripan tersebut.

Pada Gambar 24.2, dimensi 1 (sumbu horizontal) diinterpretasi atau diberi label harga, sementara pada dimensi 2 (sumbu vertikal) diinterpretasi atau diberi label ukuran permen.

Hair dkk. (2010:558) menyatakan sebagai berikut.

"*The researcher typically makes a **subjective evaluation** of the perceptual maps and determines whether the configuration looks reasonable. This evaluation is important because at a later stage the dimensions will need to be interpreted and explained.*"

Berdasarkan pernyataan di atas dapat dipahami bahwa hal yang perlu dilakukan setelah peta spasial dibentuk ialah memberi label untuk tiap-tiap dimensi. Dengan kata lain, mengidentifikasi atribut atau kriteria apa yang digunakan oleh responden dalam penilaian kemiripan tersebut. Seorang peneliti biasanya membuat evaluasi subjektif dalam hal mengidentifikasi tiap-tiap dimensi. Tentunya dalam evaluasi subjektif tersebut perlu diperhatikan aspek kewajaran (mencerminkan keadaan lapangan).

Hair dkk. (2010:538) menyatakan sebagai berikut.

"***Dimensions*** *Features of an object. A particular object can be thought of as possessing both* ***perceived/subjective*** *dimensions (e.g., expensive, fragile) and* ***objective*** *dimensions (e.g., color, price, features).*"

Janssens dkk. (2008:368) menyatakan terdapat dua cara pengumpulan data, yakni pengumpulan data langsung (*direct data collection*) dan pengumpulan data tak langsung (*indirect data collection*). Pengumpulan data tak langsung disebut juga dengan istilah pengumpulan data berbasis atribut.

Pengumpulan Data Langsung (Direct Data Collection)

Berikut diberikan contoh pengumpulan data langsung. Contoh berikut ini memodifikasi dari contoh kasus pada buku "*Marketing Research with SPSS*" yang ditulis oleh Janssens dkk, halaman 398, tahun 2008. Andaikan Ugi seorang manajer pemasaran permen A. Diketahui saat ini terdapat 10 jenis permen yang telah beredar di pasar, yakni permen A, B, C, D, E, F, G, H, I, dan J. Tentunya terdapat persaingan penjualan di antara 10 jenis produk permen tersebut. Untuk itu manajer pemasaran tersebut akan meneliti posisi (*position*) permen A terhadap produk-produk permen lainnya. Dengan kata lain, ingin mengetahui produk permen manakah yang dianggap masyarakat mirip terhadap permen A.

Misalkan berdasarkan hasil penelitian diketahui permen A dan permen E dianggap mirip berdasarkan penilaian masyarakat. Maka akan terjadi persaingan penjualan antara permen A dan permen E. Dengan diketahuinya hal ini, maka pihak manajer pemasaran permen A dapat melakukan inovasi untuk memenangkan persaingan penjualan. MDS akan digunakan untuk mengetahui hal tersebut.

Selanjutnya manajer pemasaran tersebut merancang kuesioner seperti berikut.

Contoh Kuesioner

Untuk setiap pasangan permen berikut, berikan penilaian saudara. Skor penilaian dimulai dari 1 sampai 9. Skor 1 menyatakan pasangan permen tersebut sangat mirip (*very similar*), sedangkan skor 9 menyatakan pasangan permen tersebut sangat tidak mirip (*very different*).

Tabel 24.2 Penilaian Responden Pertama

No	Perbandingan Kemiripan Permen		Penilaian Kemiripan
1	A	B	8
2	A	C	7
3	A	D	6
4	A	E	7
5	A	F	1
6	A	G	7
7	A	H	8
8	A	I	2
9	A	J	7
10	B	C	6
11	B	D	7
12	B	E	8
13	B	F	7
14	B	G	8
15	B	H	9
16	B	I	7
17	B	J	2
18	C	D	9
19	C	E	1
20	C	F	8
21	C	G	7
22	C	H	8
23	C	I	9
24	C	J	6
25	D	E	7
26	D	F	8
27	D	G	2
28	D	H	1
29	D	I	7
30	D	J	8
31	E	F	7
32	E	G	6
33	E	H	9
34	E	I	8
35	E	J	7
36	F	G	7
37	F	H	9
38	F	I	2
39	F	J	7
40	G	H	2
41	G	I	7
42	G	J	8
43	H	I	7
44	H	J	8
45	I	J	8

Perhatikan bahwa jumlah pasangan permen berbeda yang dapat dibentuk sebanyak 45, yakni

$$C_2^{10} = \frac{10!}{(10-2)!\,(2!)} = \frac{90}{2} = 45.$$

Tabel 24.2 merupakan hasil penilaian dari responden pertama. Berdasarkan Tabel 24.2, diketahui:

- ⇨ Permen A dianggap mirip terhadap permen F (skor 1), dan juga permen A dianggap cukup mirip terhadap permen I (skor 2).
- ⇨ Permen B dianggap mirip terhadap permen J (skor 2).
- ⇨ Permen C dianggap mirip terhadap permen E (skor 1)
- ⇨ Permen D dianggap mirip terhadap permen G (skor 2), dan juga permen D dianggap mirip terhadap permen H (skor 1).
- ⇨ Permen F dianggap mirip terhadap permen I (skor 2).
- ⇨ Permen G dianggap mirip terhadap permen H (skor 2).

Hasil penilaian responden pertama pada Tabel 24.2 dapat diringkas seperti pada Tabel 24.3.

Tabel 24.3 Penilaian Responden Pertama

Permen	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0									
B	8	0								
C	7	6	0							
D	6	7	9	0						
E	7	8	1	7	0					
F	1	7	8	8	7	0				
G	7	8	7	2	6	7	0			
H	8	9	8	1	9	9	2	0		
I	2	7	9	7	8	2	7	7	0	
J	7	2	6	8	7	7	8	8	8	0

Berdasarkan Tabel 24.3, pasangan untuk permen yang sejenis diberi nilai 0, yang menandakan bahwa kedua permen tersebut adalah sama (hal ini akan diterapkan saat menggunakan MDS dalam SPSS). Ilustrasi pengumpulan data yang telah dilakukan merupakan pengumpulan data langsung. Pada pengumpulan data langsung, setiap pasangan objek yang berbeda dibandingkan (dalam kasus ini dibandingkan kemiripannya), tanpa diketahui kriteria atau atribut penilaian kemiripannya. Janssens dkk. (2008:368) menyatakan sebagai berikut mengenai pengumpulan data langsung.

"*The respondent is presented with a set of objects and is asked to compare each with one another (see Example 2, 'question 1'; Table 10.4),* ***and is thus not required to answer on the basis of criteria which were determined by the researcher beforehand****. After an analysis of 'directly' collected data,* ***the researcher does not know immediately however which***

attributes played a role in the comparison of the objects. The importance of the attributes may only be determined indirectly after the map has been drawn up*; for example, this may be done by finding out which stimuli occupy extreme positions on the dimensions of the map, or by examining related groups of objects. The respondent may be asked additional questions to simplify the interpretation of the axes, for example by using them as input for an external analysis. The method of direct data collection is moreover limited in terms of the number of objects to be studied: at least 7 or 8 objects are required to construct a perceptual map in two or three dimensions; if the number of objects to be studied is greater than 20, then it will be nearly impossible for the consumer to compare all of the objects."*

Pengumpulan Data Tak Langsung (Indirect Data Collection)

Tabel 24.4 merupakan contoh pengumpulan data tidak langsung.

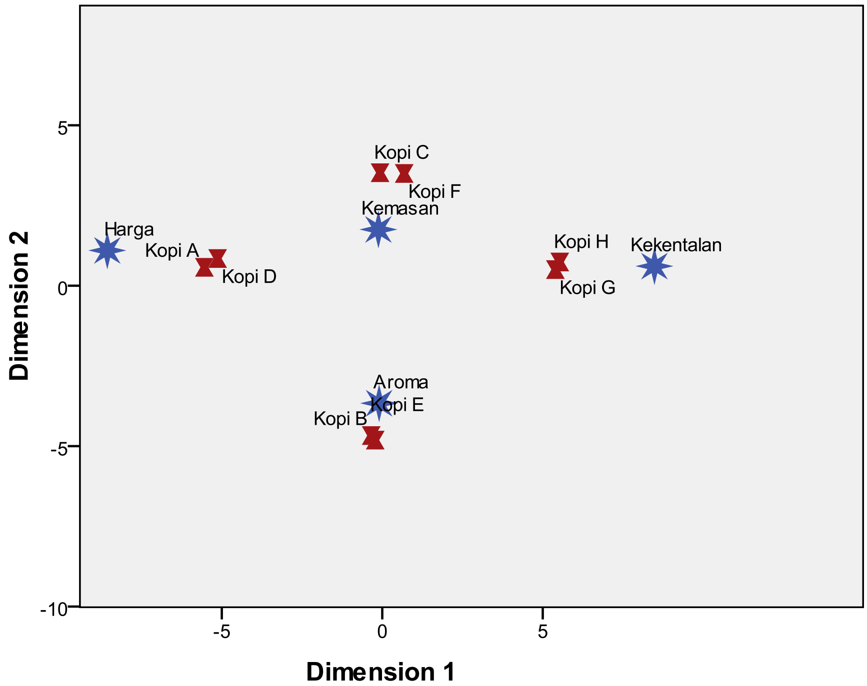
Tabel 24,4 Data Penilaian secara Rata-Rata mengenai Kesukaan/Kepuasan terhadap 8 Merek Kopi dari 100 Responden

Atribut	Merek Kopi							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Harga	9.12	2.32	2.76	9.21	1.98	1.54	2.12	1.98
Aroma	1.87	9.65	1.32	2.12	9.75	2.23	1.89	1.52
Kemasan	2.31	2.12	8.76	3.21	1.86	8.02	2.24	2.18
Kekentalan	1.43	1.63	2.13	1.54	1.42	2.13	8.89	9.02

Berbeda dengan pengumpulan data langsung (*direct data collection*) yang tidak menentukan atributnya terlebih dahulu, pada pengumpulan data tak langsung (*indirect data collection*) telah menetapkan atributnya terlebih dahulu. Sebagaimana Janssens dkk. (2008:369) memaparkan mengenai pengumpulan data secara tidak langsung sebagai berikut.

"*With indirect measurement, the respondent is asked for example to evaluate every car make on the basis of* ***twenty items about the bodywork, the price, the motor performance, the prestige, the usage, etc.*** *and this is done using one or more scale methods (e.g., Semantic differential, Likert scale or Stapel scale).* ***The scores collected in this manner may then be used directly as input for a rectangular matrix which places the makes in the columns and the attributes in the rows ('two-mode' data)****, however they may also be converted into associations between the makes themselves and this will serve indirectly as input for a square matrix ('one-mode' data).*"

Berdasarkan Tabel 24.4, diketahui terdapat 4 atribut, yakni harga, aroma, kemasan, dan kekentalan. Berdasarkan Tabel 24.4 diketahui untuk atribut harga, kopi merek A dan kopi merek D memiliki tingkat kepuasan/kesukaan yang paling tinggi berdasarkan penilaian rata-rata dari 10 responden. Diketahui untuk atribut aroma, kopi merek B dan kopi merek E memiliki tingkat kepuasan/kesukaan yang paling tinggi berdasarkan penilaian rata-rata dari 10 responden, dan seterusnya. Perhatikan Gambar 24.3. Berdasarkan Gambar 24.3, dapat dilihat bahwa kopi merek H dan kopi merek G saling bersaing dalam hal kekentalan, sementara kopi merek A dan kopi merek D bersaing dalam hal harga. Kopi merek C dan kopi merek F bersaing dalam hal kemasan, sementara kopi merek E dan kopi merek B bersaing dalam hal aroma.


Dimension 2
5
0
-5
-10
-5
0
5
Dimension 1
Harga
Kopi A
Kopi D
Kopi C
Kopi F
Kemasan
Kopi H
Kopi G
Kekentalan
Aroma
Kopi E
Kopi B

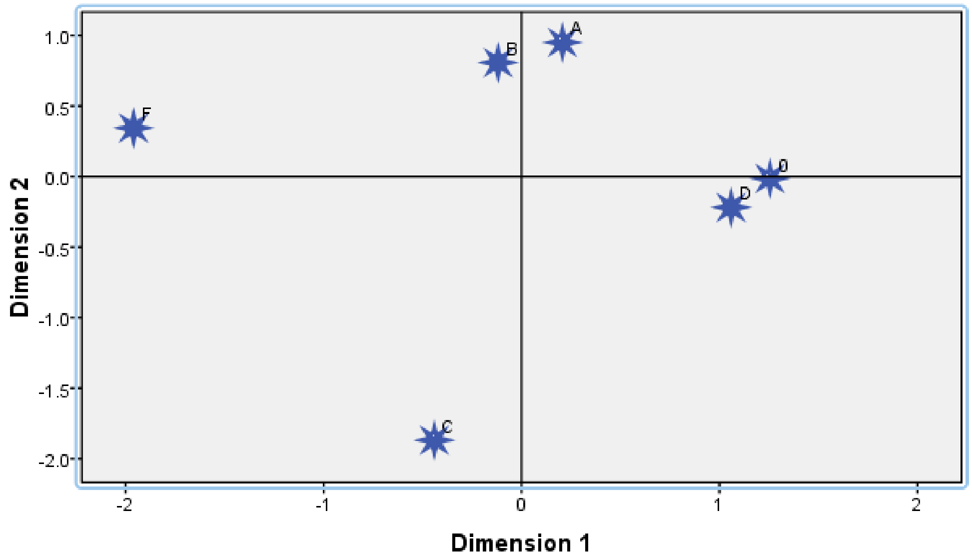
Gambar 24.3

PENYELESAIAN DALAM SPSS

[1] Berikut disajikan kembali data contoh kasus pada pemaparan sebelumnya beserta peta spasialnya.

Tabel 24.1 Data Ranking mengenai Kemiripan untuk Setiap Pasangan Permen

Jenis Permen	A	B	C	D	E	F
A	-					
B	2	-				
C	13	12	-			
D	4	6	9	-		
E	3	5	10	1	-	
F	8	7	11	14	15	-



Gambar 24.1 Contoh Peta Spasial Dua Dimensi

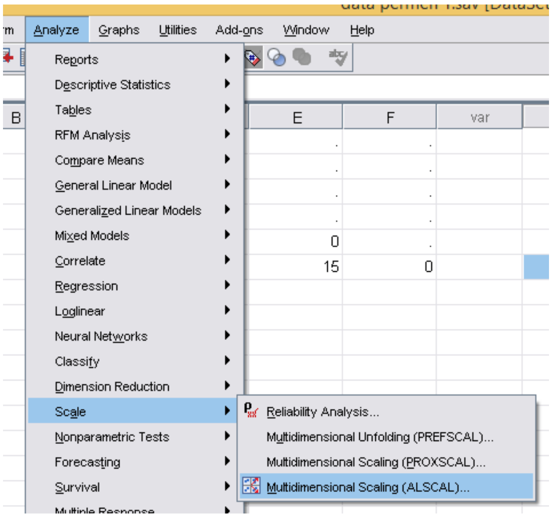
Berikut langkah-langkah dalam SPSS untuk memperoleh peta spasial pada Gambar 24.1. Bangun data dalam SPSS, seperti pada Gambar 24.1 dan Gambar 24.2. Pilih *Analyze* => *Scale* => *Multidimensional Scaling* (ALSCAL), seperti pada Gambar 24.3, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 24.4. Pada Gambar 24.4, pindahkan seluruh variabel pada kotak *Variables*, kemudian pilih *Model*, sehingga muncul tampilan *Multidimensional Scaling: Model* (Gambar 24.5). Pada Gambar 24.5, jenis data diperlakukan *Ratio*, oleh karena itu pilih *Ratio*, kemudian pilih *Matrix* dan *Euclidean*. Pilih *Continue*, sehingga tampilan kembali seperti pada Gambar 24.4. Selanjutnya pilih *Options*, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 24.6. Pada Gambar 24.6, pilih *Group plots*. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK. Maka hasilnya seperti pada Gambar 24.7.

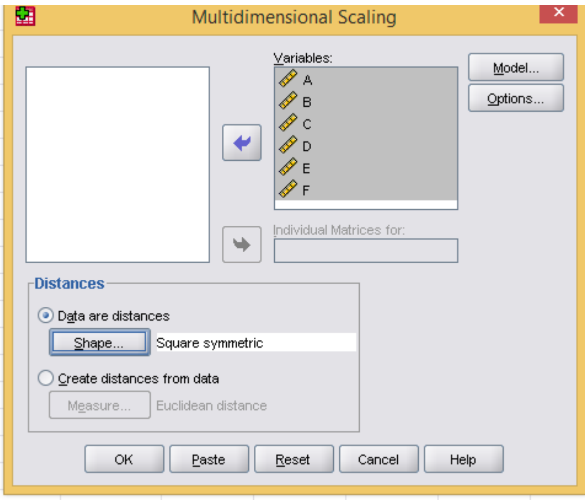
	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Co
1	A	Numeric	8	0		None	None	8
2	B	Numeric	8	0		None	None	8
3	C	Numeric	8	0		None	None	8
4	D	Numeric	8	0		None	None	8
5	E	Numeric	8	0		None	None	8
6	F	Numeric	8	0		None	None	8

Gambar 24.1

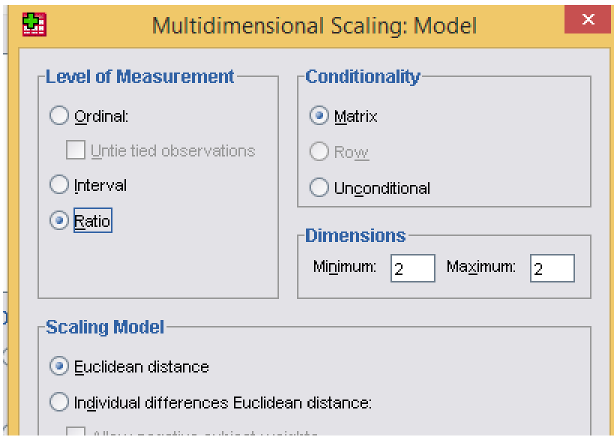
	A	B	C	D	E	F
1	0	.	.	.	.	.
2	2	0	.	.	.	.
3	13	12	0	.	.	.
4	4	6	9	0	.	.
5	3	5	10	1	0	.
6	8	7	11	14	15	0

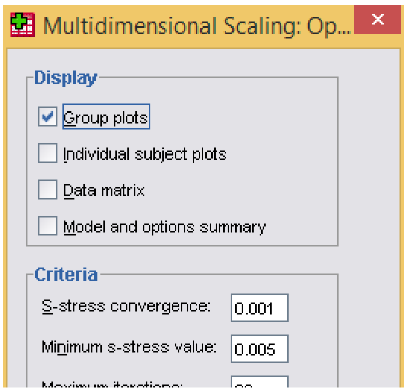
Gambar 24.2



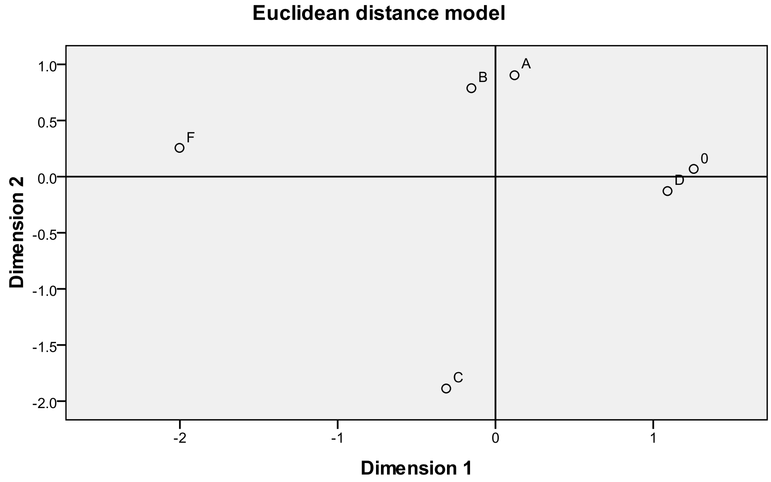


Gambar 24.3 **Gambar 24.4**





Gambar 24.5 **Gambar 24.6**

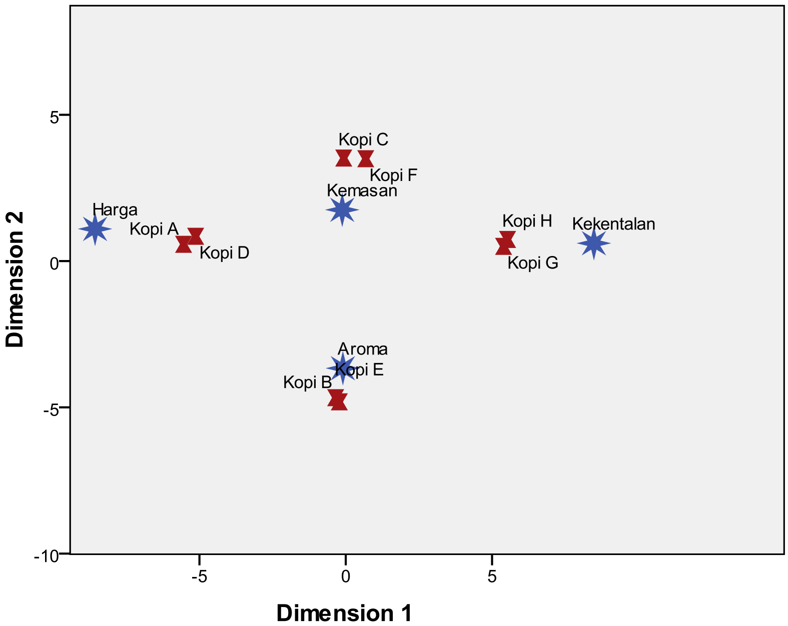


Gambar 24.7

[2] Berikut disajikan kembali data contoh kasus pada pemaparan sebelumnya beserta peta spasialnya.

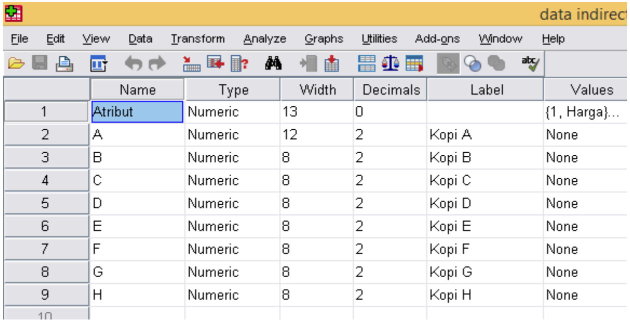
Tabel 24,2 Data Penilaian secara Rata-Rata mengenai Kesukaan/Kepuasan terhadap 8 Merek Kopi dari 100 Responden

Atribut	Merek Kopi							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Harga	9.12	2.32	2.76	9.21	1.98	1.54	2.12	1.98
Aroma	1.87	9.65	1.32	2.12	9.75	2.23	1.89	1.52
Kemasan	2.31	2.12	8.76	3.21	1.86	8.02	2.24	2.18
Kekentalan	1.43	1.63	2.13	1.54	1.42	2.13	8.89	9.02



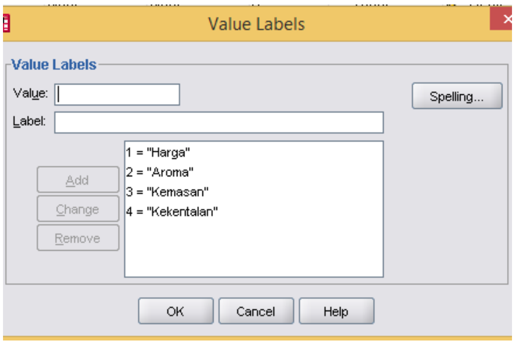
Gambar 24.8 Contoh Peta Spasial Dua Dimensi

Berikut langkah-langkah dalam SPSS untuk memperoleh peta spasial pada Gambar 24.8. Bangun data dalam SPSS, seperti pada Gambar 24.9 hingga Gambar 24.12. Pilih *Analyze* => *Scale* => *Multidimensional Unfolding* (PREFSCAL), seperti pada Gambar 24.13, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 24.14. Pada Gambar 24.14, pindahkan seluruh variabel (variabel A hingga H) pada kotak *Proximities*, dan pindahkan variabel Atribut pada kotak *Rows*, kemudian pilih *Model*, sehingga muncul tampilan *Multidimensional Unfolding: Model* (Gambar 24.15). Pada Gambar 24.15, pilih *Linear* dan *Similarities*, kemudian pilih *Continue*, sehingga tampilan kembali seperti pada Gambar 24.14. Selanjutnya pilih *Options*, sehingga muncul tampilan seperti pada Gambar 24.16. Pada Gambar 24.16, pilih *Spearman*. Selanjutnya pilih *Continue* dan OK. Maka hasilnya seperti pada Gambar 24.17.



	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values
1	Atribut	Numeric	13	0		{1, Harga}...
2	A	Numeric	12	2	Kopi A	None
3	B	Numeric	8	2	Kopi B	None
4	C	Numeric	8	2	Kopi C	None
5	D	Numeric	8	2	Kopi D	None
6	E	Numeric	8	2	Kopi E	None
7	F	Numeric	8	2	Kopi F	None
8	G	Numeric	8	2	Kopi G	None
9	H	Numeric	8	2	Kopi H	None

Gambar24.9



Gambar 24.10

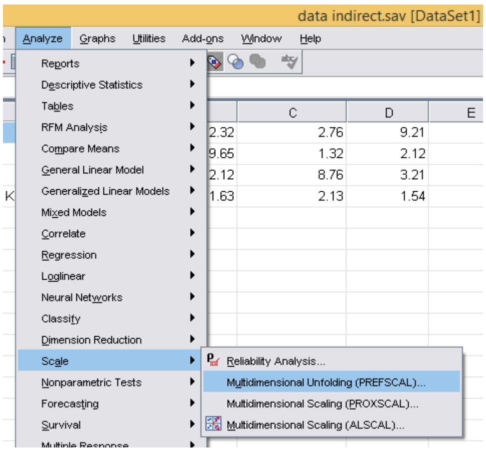
	Atribut	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	9.12	2.32	2.76	9.21	1.98	1.54	2.12	1.98
2	2	1.87	9.65	1.32	2.12	9.75	2.23	1.89	1.52
3	3	2.31	2.12	8.76	3.21	1.86	8.02	2.24	2.18
4	4	1.43	1.63	2.13	1.54	1.42	2.13	8.89	9.02

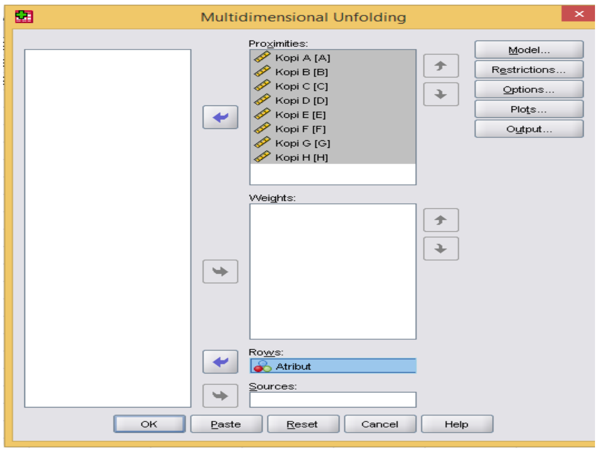
Gambar 24.11

1 : Atribut 1.0

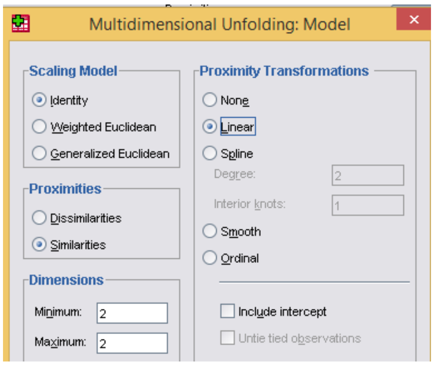
	Atribut	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Harga	9.12	2.32	2.76	9.21	1.98	1.54	2.12	1.98
2	Aroma	1.87	9.65	1.32	2.12	9.75	2.23	1.89	1.52
3	Kemasan	2.31	2.12	8.76	3.21	1.86	8.02	2.24	2.18
4	Kekentalan	1.43	1.63	2.13	1.54	1.42	2.13	8.89	9.02

Gambar 24.12

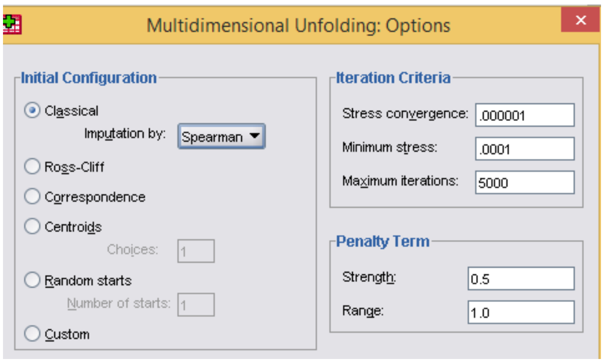




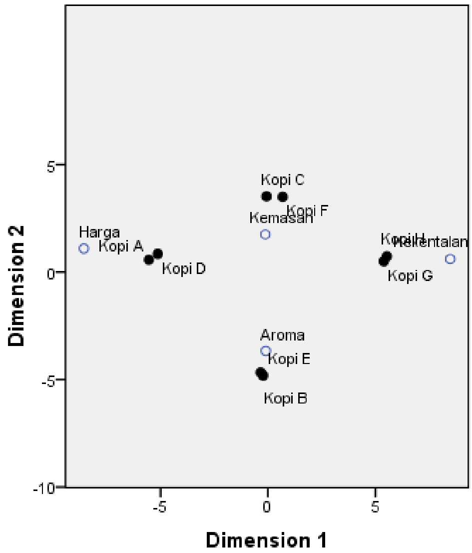
Gambar 24.13 **Gambar 24.14**



Gambar 24.15



Gambar 24.16



Gambar 24.17

Referensi

1. Field, A. 2009. *Discovering Statistics Using SPSS, 3rd Edition*. London: Sage.

2. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

3. Janssens, W., K. Wijnen, P.D. Pelsmacker, dan P.V. Kenhove. 2008. *Marketing Research with SPSS*. Pearson Prenticel Hall.

4. Johnson, R.A. dan D.W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6th Edition*. Pearson Prentice Hall.

5. Malhotra, N.K. dan D.F. Birks. 2006. *Marketing Research, An Applied Approach, 2nd European Edition*. London: Prentice Hall.

6. Stevens, J.P. 2009. *Applied Multivariate Statistics For The Social Science, 5th Edition*. New York: Routledge.

BAB 25

ANALISIS JALUR (*PATH ANALYSIS*)

Sekilas Analisis Jalur

Schumacker dan Lomax (2010:143) menyatakan berkaitan tentang analisis jalur sebagai berikut.

*"In this chapter we consider path models, the **logical extension of multiple regression models**. Although path analysis still uses models involving multiple observed variables, **there may be any number of independent and dependent variables and any number of equations**. Thus, as we shall see, **path models require the analysis of several multiple regression equations using observed variables**.*

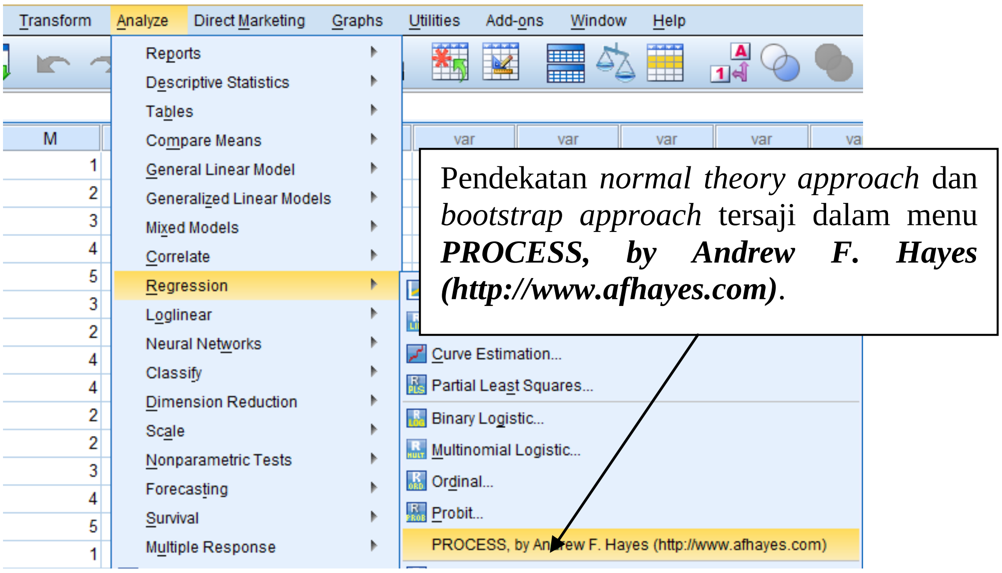
Sewall Wright is credited with the development of path analysis as a method for studying the direct and indirect effects of variables (Wright, 1921, 1934, 1960). Path analysis is not actually a method for discovering causes; rather, it tests theoretical relationships, which historically has been termed causal modeling."

Berdasarkan uraian di atas, dapat ditarik informasi bahwa model analisis jalur (*path models*) merupakan perluasan dari model regresi linear berganda. Dalam model regresi linear berganda, variabel tak bebas yang dilibatkan hanya satu (hanya terdapat satu persamaan), sementara pada model analisis jalur terdapat kemungkinan memiliki variabel tak bebas lebih dari satu, sehingga terdapat beberapa persamaan. Model analisis jalur yang melibatkan variabel tak bebas lebih dari satu, melibatkan penggunaan teknik regresi berganda lebih dari satu kali, untuk mengestimasi koefisien jalur. Jadi dalam hal ini, **teknik regresi berganda dapat digunakan** untuk menentukan koefisien jalur. Selanjutnya, metode analisis jalur dapat diartikan juga sebagai suatu metode untuk mempelajari pengaruh/efek langsung (*direct effect*) dan pengaruh tidak langsung (*indirect effect*) antara satu variabel dengan variabel lainnya.

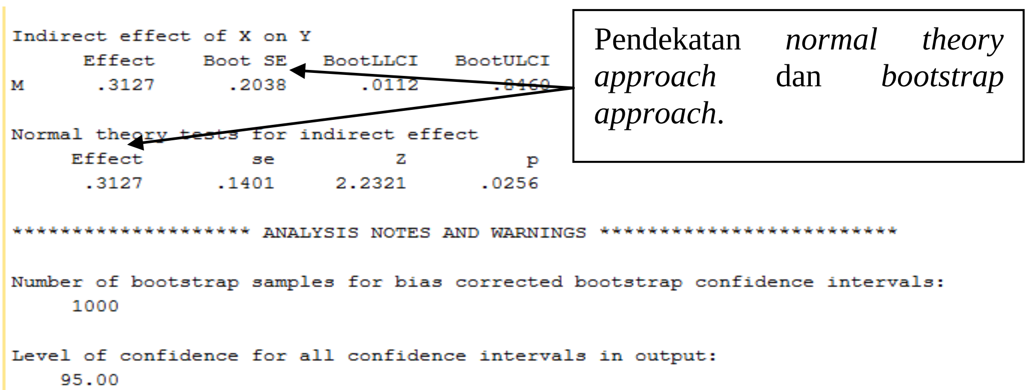
Preacher dan Hayes dalam jurnal *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers 2004, 36(4), 717-731*, dengan judul "*SPSS and SAS procedures for estimating indirect effects in simple mediation*" menyatakan sebagai berikut.

"***Researchers often conduct mediation analysis** in order to indirectly assess the effect of a proposed cause on some outcome through a proposed mediator. **The utility of mediation analysis** stems from its ability to go beyond the merely descriptive to a more functional understanding of the relationships among variables. A necessary component of mediation is a statistically and practically significant indirect effect. Although mediation hypotheses are frequently explored in psychological research, **formal significance tests of indirect effects are rarely conducted**. After a brief overview of mediation, we argue the importance of **directly testing the significance of indirect effects and provide SPSS and SAS macros that facilitate estimation of the indirect effect with a normal theory approach and a bootstrap approach to obtaining confidence intervals,** as well as the **traditional approach advocated** by Baron and Kenny (1986). We hope that this discussion and the macros will enhance the frequency of formal mediation tests in the psychology literature.*"

Berdasarkan uraian oleh Preacher dan Hayes dapat ditarik informasi bahwa pengujian signifikansi dari efek tidak langsung (*indirect effect*) dapat dilakukan dengan menggunakan **SPSS dan SAS *macros*** yang memfasilitasi pengujian signifikansi dari efek tidak langsung dengan pendekatan *normal theory approach* dan *bootstrap approach* untuk memperoleh interval keyakinan (perhatikan Gambar 25.1 dan Gambar 25.2), dan juga pendekatan tradisional yang dianjurkan (*advocated*) oleh Baron dan Kenny.



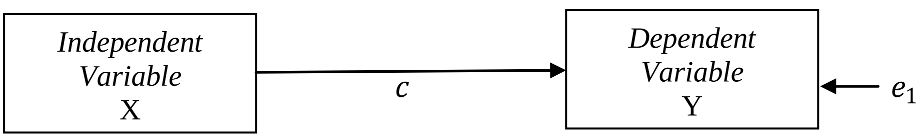
Gambar 25.1



Gambar 25.2

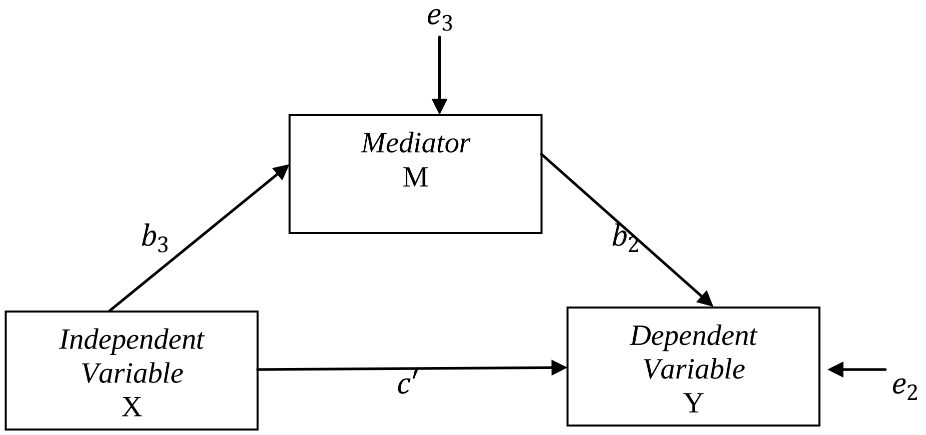
Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator

Misalkan diberikan diagram jalur (*path diagram*) dan persamaan untuk model regresi (Gambar 25.3), serta diagram jalur dan persamaan untuk model mediasi dengan satu variabel mediator (Gambar 25.4) (Mackinon, 2008:48-49).



$$Y = a_1 + cX + e_1$$

Gambar 25.3 Diagram Jalur dan Persamaan untuk Model Regresi



$$Y = a_2 + c'X + b_2M + e_2$$
$$M = a_3 + b_3X + e_3$$

Gambar 25.4 Diagram Jalur dan Persamaan untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator

Berdasarkan Gambar 25.3 dan Gambar 25.4, diperoleh 3 persamaan, yakni

$$Y = a_1 + cX + e_1 \quad [25.1]$$
$$Y = a_2 + c'X + b_2M + e_2 \quad [25.2]$$
$$M = a_3 + b_3X + e_3 \quad [25.3].$$

MacKinnon (2008:50) menyatakan sebagai berikut.

"*The* ***intercepts are not involved in the estimation of mediated effects*** *and* ***could be left out of the equations****. However, they are included here because intercepts are important for other aspects of mediation such as plotting the mediated effect. Note that both c and c' are parameters relating the independent variable to the dependent variable, but c' is a partial effect, adjusted for the effects of the mediator.* ***The parameters of this model can be estimated by multiple regression.*** *Equation 3.1 defines the total effect model in figure 3.1, and Equations 3.2 and 3.3 define the mediation model in figure 3.2.*"

Berdasarkan uraian oleh Mackinnon, intersep-intersep tidak dilibatkan untuk mengestimasi efek mediasi (*mediated effects*). Namun, intersep-intersep tersebut berguna untuk aspek yang lain dari mediasi, yakni memplot (grafik) efek mediasi. Nilai-nilai parameter dari model tersebut (b_3, c, b_2, c', dan seterusnya) dapat diestimasi dengan menggunakan **regresi berganda** (*multiple regression*).

Perhatikan bahwa pengaruh tak langsung atau pengaruh mediasi (*indirect effect* atau *mediated effect*) dari variabel X terhadap variabel Y, melalui variabel M, merupakan hasil perkalian $b_3 \times b_2$. Pengaruh langsung variabel X terhadap variabel Y, dengan mengontrol variabel M adalah c'. Parameter-parameter seperti $b_3, b_2, c,$ dan c' dapat diestimasi dengan menggunakan metode ***ordinary least squares regression*** (metode *ordinary least squares regression* tersedia dalam beberapa *software*, seperti SPSS, SAS, EViews, Minitab, dan sebagainya) (MacKinnon, 2008:50-51).

Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (Significance Tests of Indirect Effect) dengan Pendekatan Baron dan Kenny

Uji signifikansi pengaruh mediasi untuk model mediasi dengan satu variabel mediator (*significance tests of indirect effect*) dengan pendekatan Baron dan Kenny (1986) ialah dengan mengestimasi persamaan [25.1] hingga persamaan [25.3] terlebih dahulu. Variabel M merupakan variabel mediator jika memenuhi persyaratan berikut.

- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel Y signifikan $(c \neq 0)$. (i)
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel M signifikan $(b_3 \neq 0)$. (ii)
- ⇨ Pengaruh variabel M terhadap variabel Y signfikan, dengan mengontrol variabel X $(c' \neq 0)$. (iii)

Jadi, ketika c' signifikan, dan $c' < c$, maka variabel M memediasi parsial. Namun ketika c' tidak signifikan, dan $c' < c$, maka variabel M memediasi sempurna (Preacher and Hayes, 2004; Hair dkk., 2014:219; Sholihin dan Ratmono, 2013:56-57).

Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (Significance Tests of Indirect Effect) dengan Pendekatan Uji Sobel dan Bootstrapping

Selain pendekatan Baron dan Kenny dalam menguji signfikansi pengaruh mediasi, terdapat pendekatan lain, yakni pendekatan uji Sobel (versi **Aroian**). Pada pendekatan uji Sobel, terlebih dahulu dihitung nilai *standard error* $b_3 * b_2$ $\left(s_{b_3 b_2}\right)$ dengan rumus sebagai berikut (Sholihin dan Ratmono, 2013:80; Preacher and Hayes, 2004; MacKinnon, 2008:73).

$$s_{b_3 b_2} = \sqrt{(b_3^2)\left(s_{b_2}^2\right) + (b_2^2)\left(s_{b_3}^2\right) + \left(s_{b_2}^2\right)\left(s_{b_3}^2\right)}.$$

Selanjutnya nilai statistik dari uji Sobel (z_{Sobel}) (**versi Aroian**) dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$z_{Sobel} = \frac{b_3 \times b_2}{s_{b_3 b_2}}.$$

Untuk menentukan signifikansi hubungan mediasi, dapat dibandingkan nilai z_{Sobel} terhadap nilai kritis z dengan tingkat signifikansi 5%, yakni $z_{kritis} = \pm 1{,}96$. Jika $|z_{sobel}| > |z_{kritis}|$, maka pengaruh tak langsung atau mediasi signifikan secara statistika (*statistically significant*) pada tingkat signifikansi 5% (Preacher and Hayes, 2004).

Pada uji Sobel menetapkan asumsi bahwa **distribusi sampling dari $b_3 \times b_2$ berdistribusi normal**, di mana asumsi **ini sering kali tidak terpenuhi**. Lebih lanjut, pada uji Sobel memerlukan *unstandardized path coefficient* (koefisien-koefisien jalur yg tidak baku) sebagai input untuk menghitung nilai statistik dari uji Sobel (z_{Sobel}) dan *lacks statistical power*, khususnya ketika jumlah elemen sampel kecil (Hair dkk., 2014:223; Preacher and Hayes, 2004). Hair dkk. (2014:223) menyatakan sebagai berikut.

"*A commonly used approach for testing mediating effects is the Sobel (1982) test, which examines the relationship between the independent variable and the dependent variable compared with the relationship between the independent variable and dependent variable, including the mediation construct (Helm, Eggert, & Garnefeld, 2010).* ***However, this test relies on distributional assumptions, which usually do not hold for the indirect effect p12*p23 (specifically, the multiplication of two normally distributed coefficients results in a nonnormal distribution of their product****). Furthermore, the Sobel test requires unstandardized path coefficients as input for the test statistic and lacks statistical power, especially when applied to small sample sizes."*

Sejalan dengan Hair dkk., Preacher dan Hayes (2004) menyatakan sebagai berikut.

"*In order to conduct the test (Sobel test), ab is divided by* s_{ab} ***to yield a critical ratio that is traditionally compared with the critical value from the standard normal distribution appropriate for a given alpha level****. One of the assumptions necessary for the* ***Sobel test is that the sample size is large****, so the rough critical value for the two-tailed version of the test, assuming that the sampling distribution of ab is normal and that* $\alpha = 0{,}05$*, is* ± 1.96*. As* ***sample size becomes smaller, the Sobel test becomes less conservative.***"

Oleh karena itu sebagai alternatif dapat digunakan pendekatan yang dikembangkan oleh Preacher dan Hayes (2004, 2008) dan *bootstrap* distribusi sampling dari koefisien pengaruh tak langsung. Pada pendekatan *bootstrapping* **tidak memerlukan asumsi bentuk distribusi dari suatu variabel atau distribusi sampling dari suatu statistik**, serta dapat diterapkan **untuk ukuran sampel yang kecil** (Hair dkk., 2014:223). Hair dkk (2014:223) menyatakan sebagai berikut.

"*When testing mediating effects, researchers should rather follow Preacher and Hayes (2004, 2008) and bootstrap the sampling distribution of the indirect effect, which works for simple and multiple mediator models (please note that we do not cover the latter case in this book; see Preacher & Hayes, 2008). Bootstrapping* ***makes no assumptions about the shape*** *of the variables' distribution or the s****ampling distribution of the statistics and can be applied to small sample sizes with more confidence****. The approach is therefore perfectly suited for the PLS-SEM method. In addition, the approach exhibits higher levels of statistical power compared with the Sobel test."*

Analisis Jalur: Dalam Mengestimasi Koefisien Jalur (Path Coefficient), Dapat Menggunakan Software (AMOS, LISREL) atau software (SPSS, SAS, EViews, Minitab). Di mana Letak Perbedaannya?

Schumacker dan Lomax (2010:152-153) menyatakan sebagai berikut.

"*In chapter 4, we presented the problem of estimation in general.* ***Parameters can be estimated by different estimation procedures, such as maximum likelihood (ML), generalized least squares (GLS), and unweighted least squares (ULS)****, which are all unstandardized types of estimates, as well as standardized estimates (the path coefficients previously described in this chapter were standardized estimates).* ***In addition to different methods of estimation of the parameter estimates****,* ***full versus limited information estimation***

functions are invoked based on the software chosen for the analysis*. *Full information estimation computes all of the parameters simultaneously*, *whereas* ***limited information estimation computes parameters for each equation separately. *The parameters estimated in structural equation modeling software (LISREL) use full information estimation and therefore differ from parameter estimates computed in SPSS or SAS, where each equation in the path model is estimated separately (limited information estimation). In limited information estimation, the parameter estimates are determined uniquely in each separate equation to meet the least squares criterion of minimized residuals.*"

Dari pernyataan tersebut, dapat ditarik informasi bahwa terkait estimasi parameter dari koefisien jalur, *software* seperti LISREL dan Amos termasuk ke dalam *full information estimation*, yakni menghitung seluruh koefisien jalur secara simultan (*simultaneously*), sementara untuk *software* seperti SPSS, Minitab, EViews, dan SAS, termasuk ke dalam *limited information estimation*, yakni menghitung koefisien-koefisien jalur untuk setiap persamaan secara terpisah (*separately*).

Lebih lanjut, Meyers dkk. (2005:594) menyatakan sebagai berikut.

"*There are two ways to analyze path models: (a) multiple regression analysis or (b) estimation with a model-fitting program (Kline, 1998). The multiple regression option employs the ordinary least squares method, whereas model-fitting programs typically use maximum likelihood (discussed in Chapter 6A) to calculate the path coefficients.* ***These two options generally produce similar but not necessarily identical results***. *Later, we will discuss some of the additional benefits of using model-fitting program.*"

Berdasarkan pernyataan tersebut, diketahui terdapat dua pendekatan dalam menganalisis model jalur (*path models*), yakni pendekatan analisis regresi berganda, yakni menggunakan metode estimasi parameter *ordinary least square* (OLS), atau pendekatan *model-fitting programs* yang secara *default* menggunakan metode estimasi parameter *Maximum likelihood* (ML). Kedua metode estimasi parameter tersebut, yakni OLS dan ML bertujuan untuk menghitung atau mengestimasi koefisien jalur. Secara umum, hasil estimasi parameter dari OLS dan ML **cenderung mirip, namun tidak sama persis** (Meyers dkk, 2005:594).

Meyers dkk. (2005:597) menyatakan mengenai keunggulan *model-fitting program* sebagai berikut.

"*Kline (1998) encourages researchers to use a model-fitting program because these programs provide the following: (a) an overall fit of the model, (b) the indirect and total effects of the predictors' variables, and (c) estimates of the path coefficients for latent variables model (as opposed to measured or observed variables). The overall fit of the model is how well the model explains the data, an outcome not available in multiple regression. The best a researcher can do in regression analysis is to compare the observed correlation with the hypothesized correlations. The If the two correlation matrixes are within 0,05 of the observed correlation matrix, then the researcher has some evidence of a proper fit (Agresti & Finlay, 1997). If multiple models are used, then the model that most closely resembles the observed model is consider "best".*

Lebih lanjut Meyers dkk. (2005:604) menyatakan perbedaan antara regresi dan *model-fitting analysis* sebagai berikut.

"*We have discussed the differences between regression and model-fitting analysis. Among the differences are the following: (1) multiple regression is solved by ordinary least squares,* *whereas model-fitting programs estimate the parameters through the maximum likelihood technique, (2) least squares achieves the solution in one shot, whereas maximum likelihood uses an iterative strategy, (3) multiple regression solves the regression equation for each endogenous variable independently, whereas model-fitting procedures simultaneously assess all the paths of the entire model.*"

Berdasarkan uraian pernyataan tersebut, diketahui beberapa perbedaan antara pendekatan *model-fitting program* (seperti LISREL, Amos) dan pendekatan regresi berganda (seperti pada SPSS, SAS, Minitab) adalah sebagai berikut.

- ⇨ Pada pendekatan *model-fitting program* menyajikan informasi mengenai *overall fit of the model* (kelayakan model secara keseluruhan), sementara pada regresi berganda (seperti pada SPSS, SAS, Minitab) tidak menyajikan informasi mengenai *overall fit of the model*.

- ⇨ Pada pendekatan *model-fitting program*, selain menyajikan informasi mengenai *overall fit of the model*, juga menyajikan informasi *total effect*, *direct effect*, dan *indirect effect*, sementara pada regresi berganda (seperti pada SPSS, SAS, Minitab), perlu dihitung secara manual terlebih dahulu.

- ⇨ Pada pendekatan regresi berganda menggunakan metode estimasi parameter *ordinary least squares* (OLS) (seperti pada SPSS, SAS, Minitab), sementara pada pendekatan *model-fitting program* menggunakan metode estimasi parameter *maximum likelihood* (ML).

- ⇨ Pada pendekatan metode estimasi parameter OLS menghasilkan estimasi parameter secara *one shot* (tanpa iterasi atau pengulangan), sementara pada pendekatan metode estimasi parameter ML menghasilkan estimasi parameter melalui proses iterasi (*iterative strategy*).

- ⇨ Pada pendekatan regresi berganda mengestimasi parameter (koefisien jalur) dengan menyelesaikan persamaan untuk setiap variabel tak bebas (endogen) secara independen (*independently*), sementara pada pendekatan *model-fitting program* mengestimasi parameter (koefisien jalur) secara simultan (*simultaneously*) (*all the paths of the entire model*).

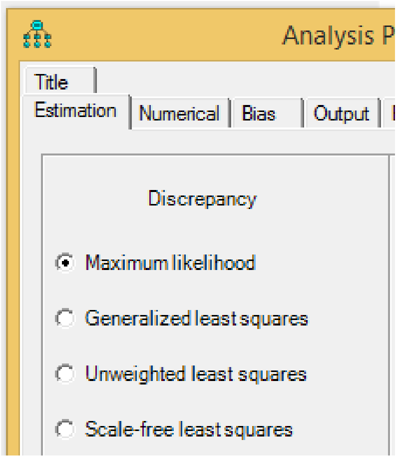
Bagaimanapun, Meyers dkk. (2005:559) menegaskan bahwa **hasil yang diperoleh berdasarkan dua pendekatan, yakni *model-fitting program* dan regresi berganda sering kali sangat mirip**. Meyers dkk (2005:559) menyatakan sebagai berikut.

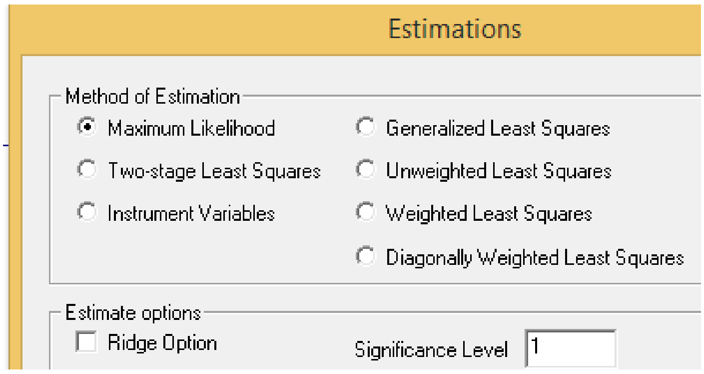
"***However, we should note that the path analysis results produced by the two approaches are very often similar.***"

Dalam *software* LISREL atau Amos, secara *default* menggunakan metode estimasi parameter *Maximum likelihood* (ML) (lihat Gambar 25.5 dan Gambar 25.6). Selain metode estimasi parameter ML, terdapat metode estimasi parameter seperti *Generalized least square* (GLS), *Unweighted least squares* (ULS), dan sebagainya (Gambar 25.3 dan Gambar 25.4).

Mindrila dalam jurnalnya (2010) yang berjudul "*Maximum Likelihood (ML) and Diagonally Weighted Least Squares (DWLS) Estimation Procedures: A Comparison of Estimation Bias with Ordinal and Multivariate Non-Normal Data*" dalam *International Journal of Digital*

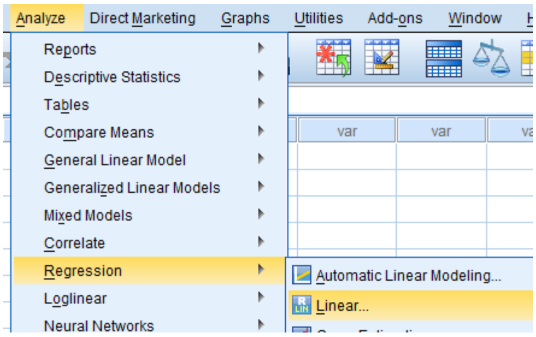
Society mengemukakan metode-metode estimasi parameter tersebut digunakan dengan tujuan yang berbeda-beda, dan juga menetapkan asumsi-asumsi yang berbeda (Mindrila, 2010).

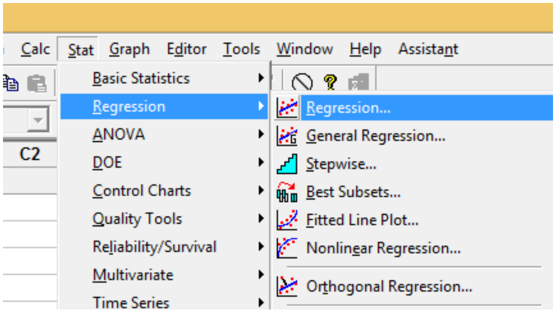




Gambar 25.5 Tampilan Amos

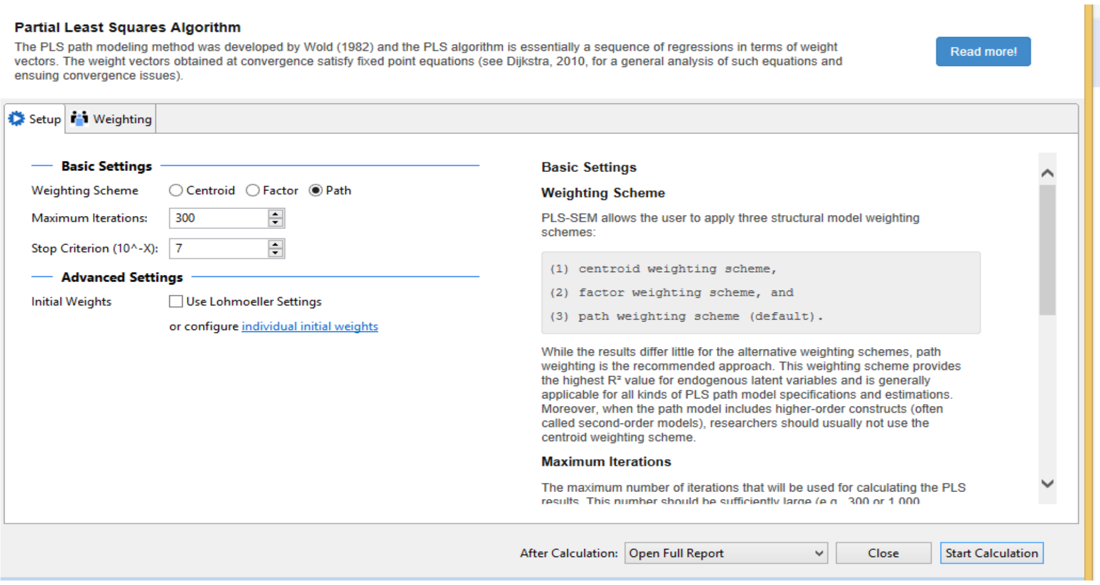
Gambar 25.6 Tampilan LISREL





Gambar 25.7 Tampilan SPSS

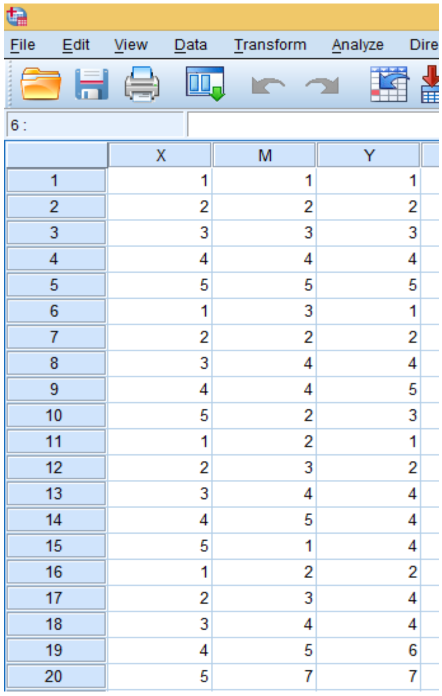
Gambar 25.8 Tampilan Minitab



Gambar 25.9 Tampilan SmartPLS

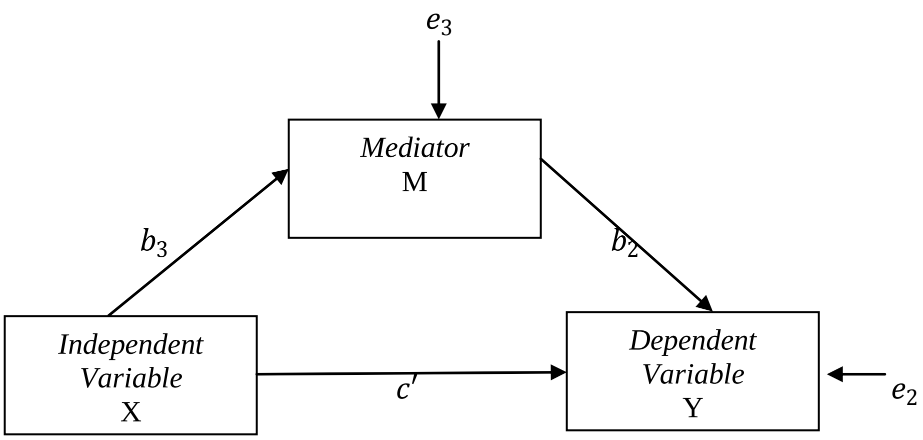
PENYELESAIAN DALAM SPSS, Minitab, R, LISREL, Amos, dan SmartPLS

Misalkan diberikan data sebagai berikut (Gambar 25.1). Kemudian diberikan diagram jalur seperti pada Gambar 52.2. Pada Gambar 25.2 menyajikan diagram jalur untuk model mediasi dengan satu variabel mediator, yakni variabel M. Berikut akan diuji apakah variabel M signifikan dalam memediasi hubungan antara variabel X terhadap variabel Y.



	X	M	Y
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	1	3	1
7	2	2	2
8	3	4	4
9	4	4	5
10	5	2	3
11	1	2	1
12	2	3	2
13	3	4	4
14	4	5	4
15	5	1	4
16	1	2	2
17	2	3	4
18	3	4	4
19	4	5	6
20	5	7	7

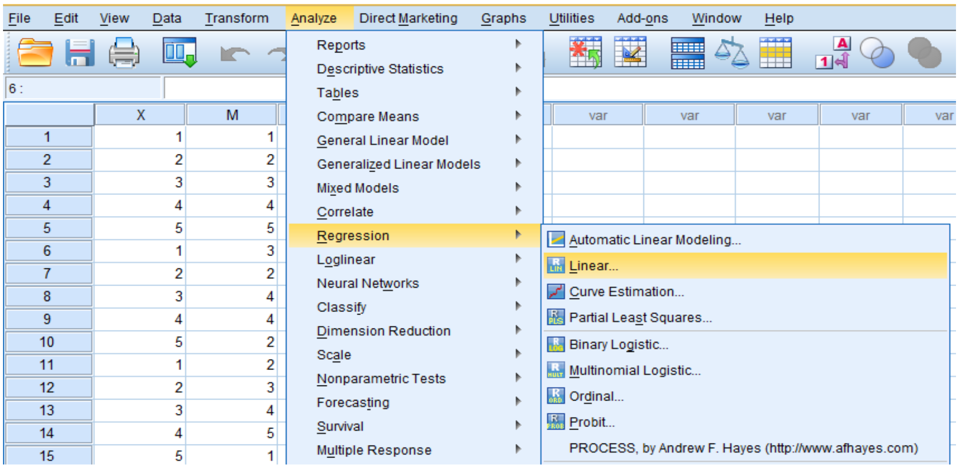
Gambar 25.1



Gambar 25.2 Diagram Jalur untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator

Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (Significance Tests of Indirect Effect) dengan Pendekatan Baron dan Kenny (Output: SPSS, Minitab, R, LISREL, Amos, dan SmartPLS)

1. *Dengan SPSS*

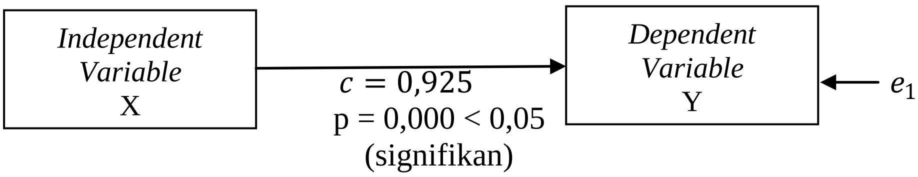


➔ Melakukan regresi dengan X sebagai variabel bebas, sementara Y sebagai variabel tak bebas.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.625	.533		1.173	.256
	X	.925	.161	.805	5.759	.000

a. Dependent Variable: Y

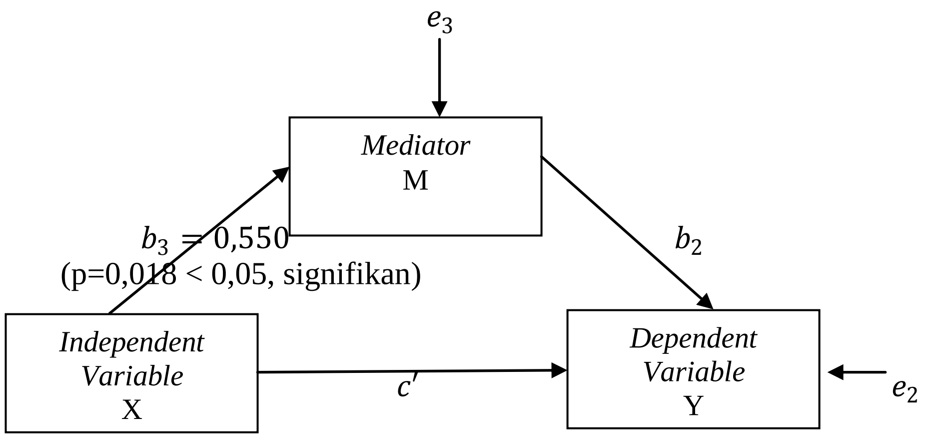


➔ Melakukan regresi dengan X sebagai variabel bebas, sementara M sebagai variabel tak bebas.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	1.650	.700		2.356	.030
	X	.550	.211	.523	2.605	.018

a. Dependent Variable: M

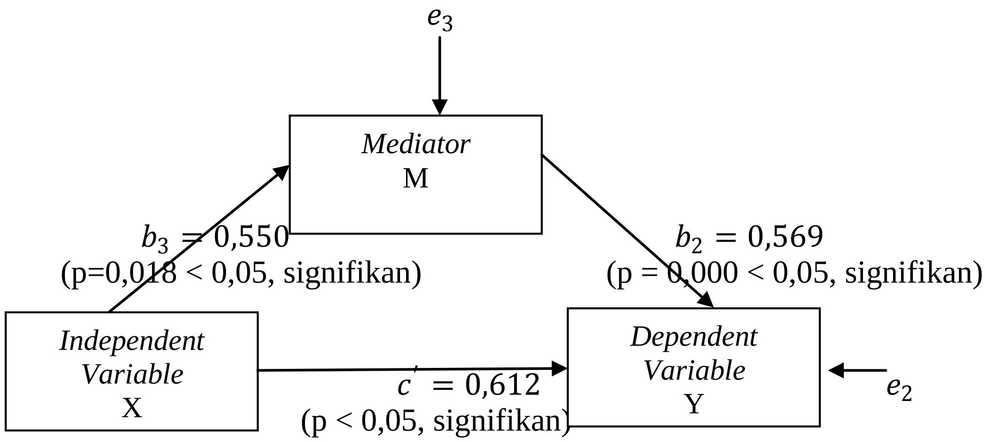


➔ Melakukan regresi dengan X dan M sebagai variabel bebas, sementara Y sebagai variabel tak bebas.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	-.313	.417		-.752	.463
	X	.612	.129	.533	4.752	.000
	M	.569	.123	.520	4.638	.000

a. Dependent Variable: Y

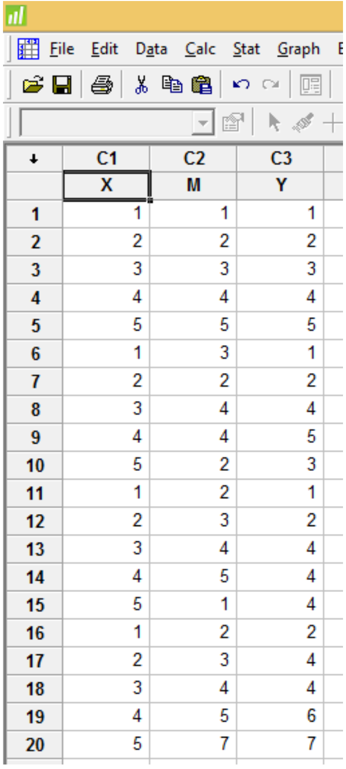


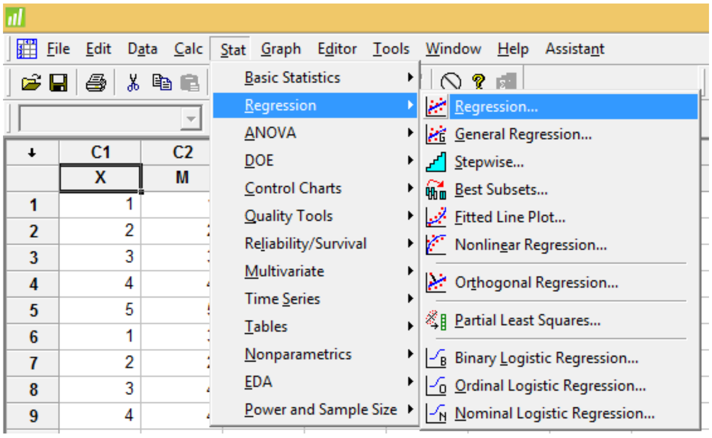
Perhatikan bahwa:

- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel Y signifikan (p = 0,000 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel M signifikan (p = 0,018 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel M terhadap variabel Y signfikan, dengan mengontrol variabel X (p = 0,000 < 0,05)

Diketahui c' signifikan (p = 0,000 < 0,05), dan $c' = 0{,}612 < c = 0{,}925$, maka variabel M signifikan dalam **memediasi parsial** hubungan variabel X terhadap variabel Y.

2. *Dengan Minitab*

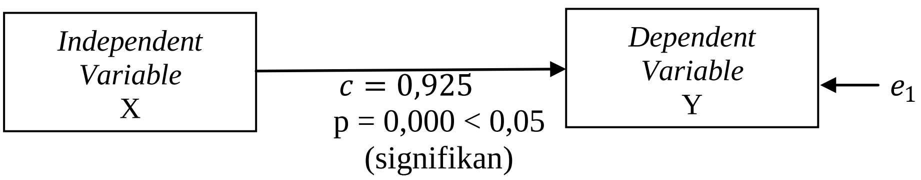




➔ Melakukan regresi dengan X sebagai variabel bebas, sementara Y sebagai variabel tak bebas.

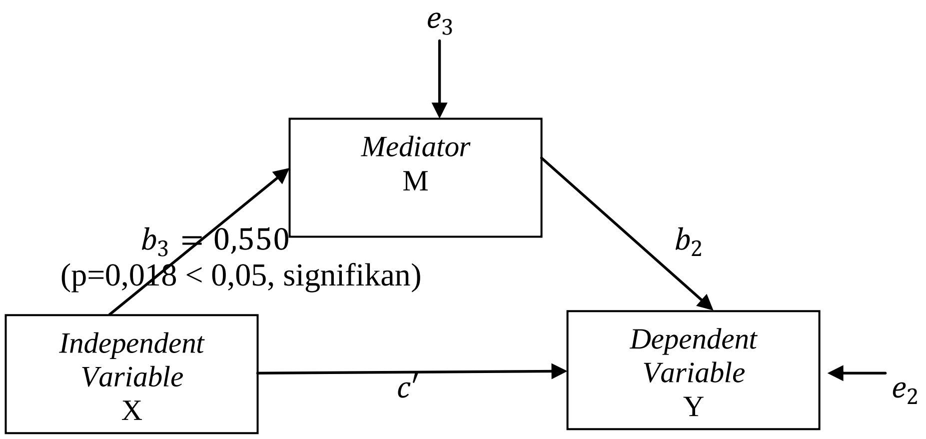
Regression Analysis: Y versus X

```
The regression equation is
Y = 0.625 + 0.925 X


Predictor    Coef  SE Coef     T      P
Constant   0.6250   0.5327  1.17  0.256
X          0.9250   0.1606  5.76  0.000


S = 1.01585   R-Sq = 64.8%   R-Sq(adj) = 62.9%


Analysis of Variance

Source          DF      SS      MS      F      P
Regression       1  34.225  34.225  33.17  0.000
Residual Error  18  18.575   1.032
Total           19  52.800
```



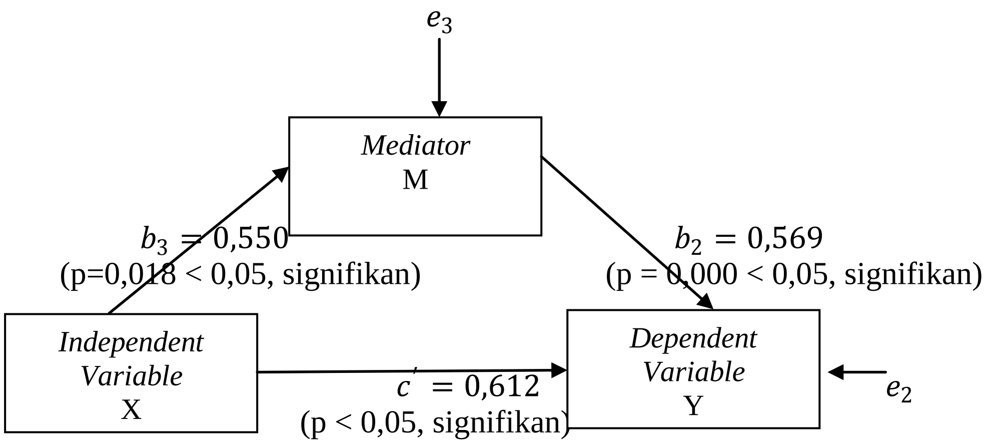
➔ Melakukan regresi dengan X sebagai variabel bebas, sementara M sebagai variabel tak bebas.

```
Regression Analysis: M versus X

The regression equation is
M = 1.65 + 0.550 X


Predictor    Coef  SE Coef     T      P
Constant   1.6500   0.7003  2.36  0.030
X          0.5500   0.2111  2.60  0.018


S = 1.33542   R-Sq = 27.4%   R-Sq(adj) = 23.3%


Analysis of Variance

Source          DF      SS      MS     F      P
Regression       1  12.100  12.100  6.79  0.018
Residual Error  18  32.100   1.783
Total           19  44.200
```



➔ Melakukan regresi dengan X dan M sebagai variabel bebas, sementara Y sebagai variabel tak bebas.

```
The regression equation is
Y = - 0.313 + 0.612 X + 0.569 M


Predictor     Coef  SE Coef      T      P
Constant   -0.3131   0.4166  -0.75  0.463
X           0.6123   0.1289   4.75  0.000
M           0.5685   0.1226   4.64  0.000


S = 0.694483   R-Sq = 84.5%   R-Sq(adj) = 82.6%


Analysis of Variance

Source          DF      SS      MS      F      P
Regression       2  44.601  22.300  46.24  0.000
Residual Error  17   8.199   0.482
Total           19  52.800
```

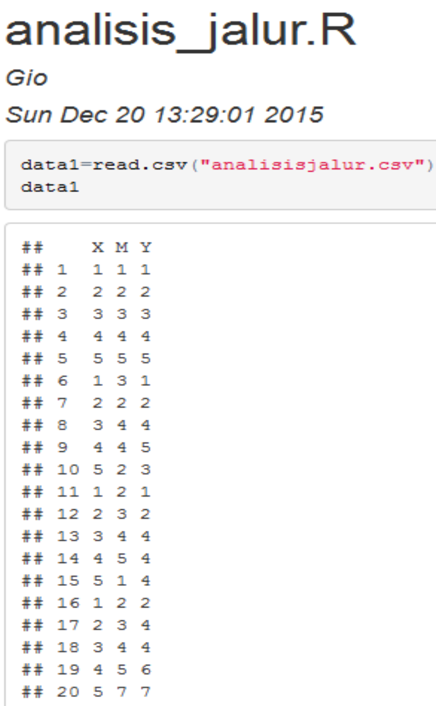


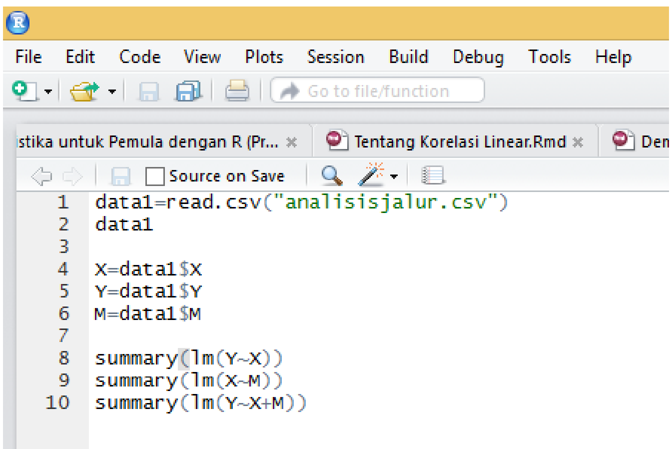
Perhatikan bahwa:

- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel Y signifikan (p = 0,000 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel M signifikan (p = 0,018 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel M terhadap variabel Y signfikan, dengan mengontrol variabel X (p = 0,000 < 0,05)

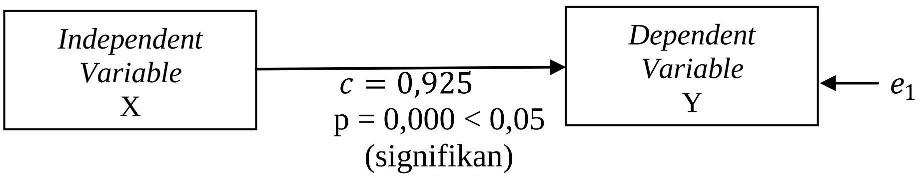
Diketahui c' signifikan (p = 0,000 < 0,05), dan $c' = 0{,}612 < c = 0{,}925$, maka variabel M signifikan dalam **memediasi parsial** hubungan variabel X terhadap variabel Y.

3. Dengan R

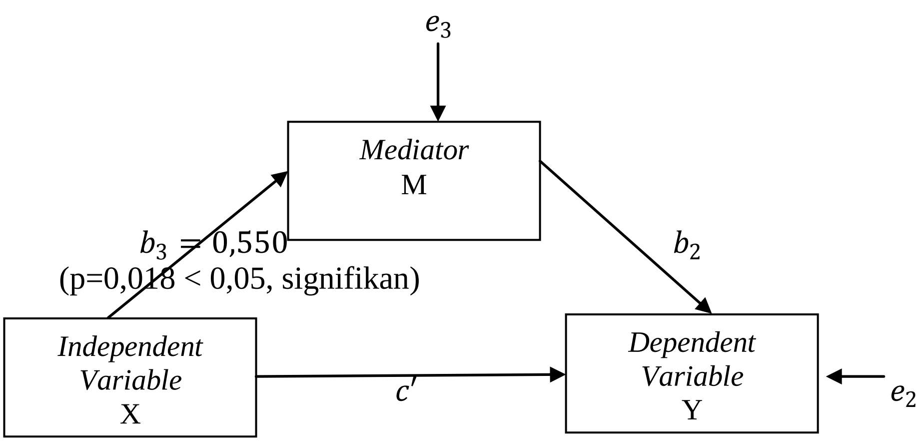




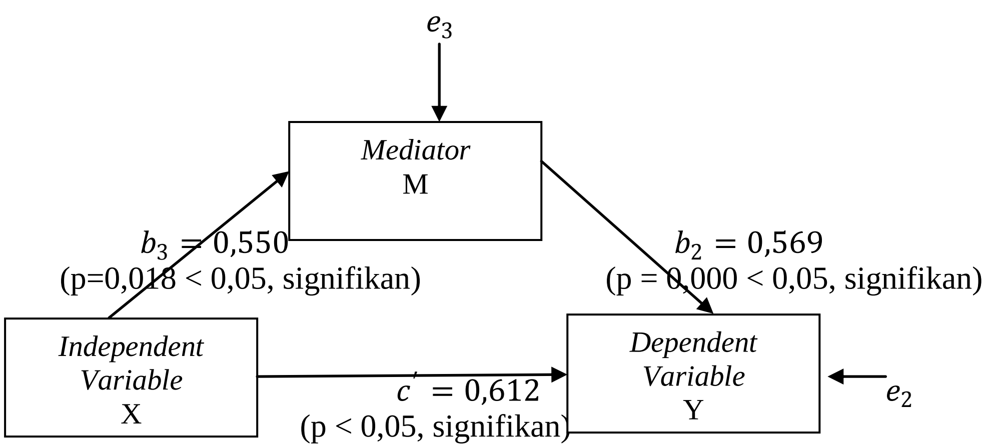
```
##
## Call:
## lm(formula = Y ~ X)
##
## Residuals:
##      Min       1Q  Median      3Q     Max
## -2.2500 -0.4938 -0.3250  0.6000  1.7500
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   0.6250     0.5327   1.173    0.256
## X             0.9250     0.1606   5.759 1.85e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.016 on 18 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6482, Adjusted R-squared:  0.6287
## F-statistic: 33.17 on 1 and 18 DF,  p-value: 1.853e-05
```




```
##
## Call:
## lm(formula = M ~ X)
##
## Residuals:
##      Min       1Q  Median      3Q     Max
## -3.4000 -0.4125  0.2000  0.7000  2.6000
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   1.6500     0.7003   2.356   0.0300 *
## X             0.5500     0.2111   2.605   0.0179 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.335 on 18 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2738, Adjusted R-squared:  0.2334
## F-statistic: 6.785 on 1 and 18 DF,  p-value: 0.01792
```



```
##
## Call:
## lm(formula = Y ~ X + M)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.00483 -0.47500  0.04182  0.34478  1.38287
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  -0.3131     0.4166  -0.752 0.462597
## X             0.6123     0.1289   4.752 0.000185 ***
## M             0.5685     0.1226   4.638 0.000235 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.6945 on 17 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8447, Adjusted R-squared:  0.8264
## F-statistic: 46.24 on 2 and 17 DF,  p-value: 1.333e-07
```

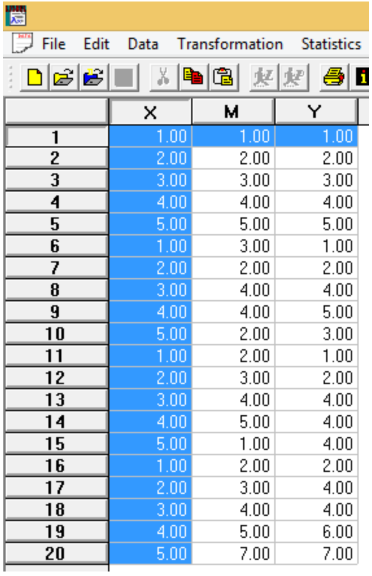


Perhatikan bahwa:

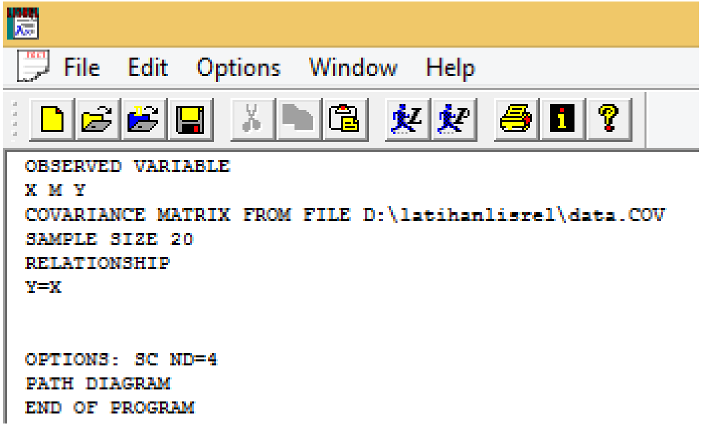
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel Y signifikan (p = 0,000 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel M signifikan (p = 0,018 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel M terhadap variabel Y signfikan, dengan mengontrol variabel X (p = 0,000 < 0,05)

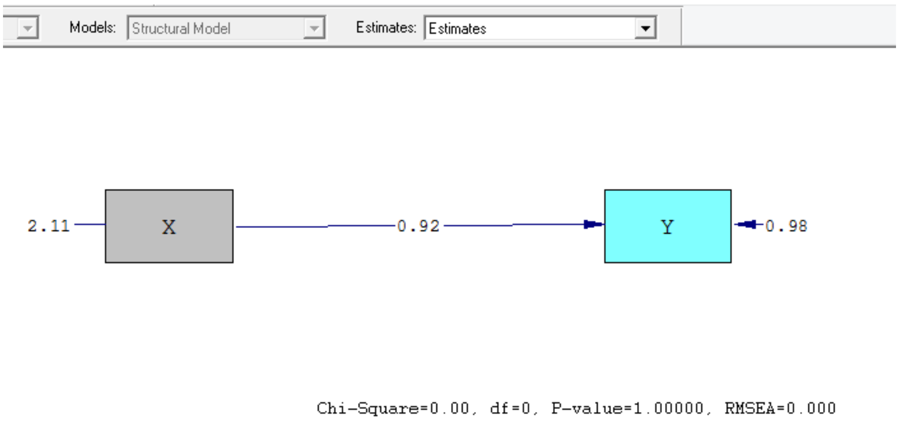
Diketahui c' signifikan (p = 0,000 < 0,05), dan $c' = 0,612 < c = 0,925$, maka variabel M signifikan dalam **memediasi parsial** hubungan variabel X terhadap variabel Y.

4. Dengan LISREL

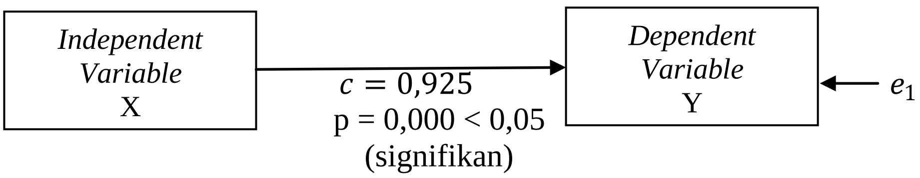


	X	M	Y
1	1.00	1.00	1.00
2	2.00	2.00	2.00
3	3.00	3.00	3.00
4	4.00	4.00	4.00
5	5.00	5.00	5.00
6	1.00	3.00	1.00
7	2.00	2.00	2.00
8	3.00	4.00	4.00
9	4.00	4.00	5.00
10	5.00	2.00	3.00
11	1.00	2.00	1.00
12	2.00	3.00	2.00
13	3.00	4.00	4.00
14	4.00	5.00	4.00
15	5.00	1.00	4.00
16	1.00	2.00	2.00
17	2.00	3.00	4.00
18	3.00	4.00	4.00
19	4.00	5.00	6.00
20	5.00	7.00	7.00

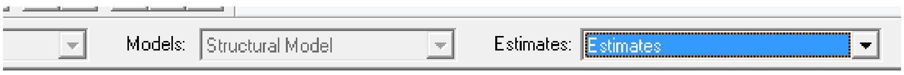


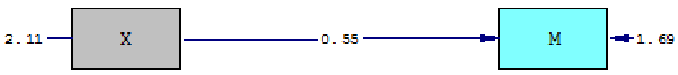



```
Number of Iterations = 0

LISREL Estimates (Maximum Likelihood)

         Structural Equations


        Y = 0.9250*X, Errorvar.= 0.9776 , R² = 0.6482
Standerr   (0.1563)              (0.3172)
Z-values    5.9170                3.0822
P-values    0.000                 0.002
```



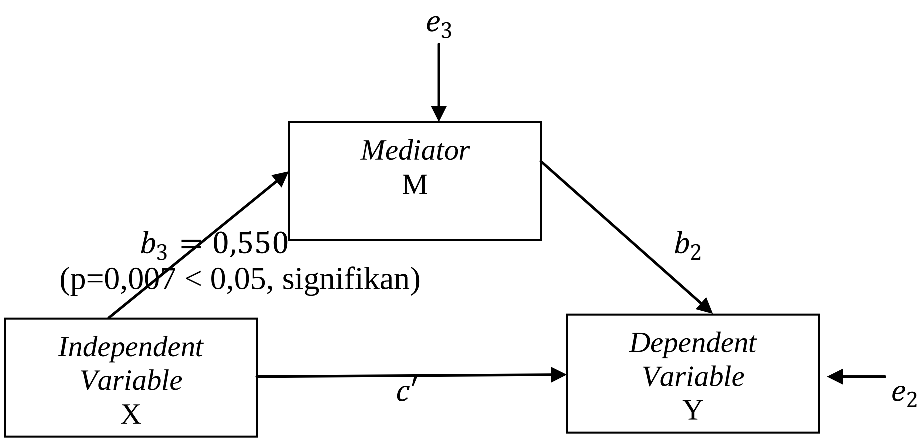

```
OBSERVED VARIABLE
X M Y
COVARIANCE MATRIX FROM FILE D:\latihanlisrel\data.COV
SAMPLE SIZE 20
RELATIONSHIP
M=X


OPTIONS: SC ND=4
PATH DIAGRAM
END OF PROGRAM
```

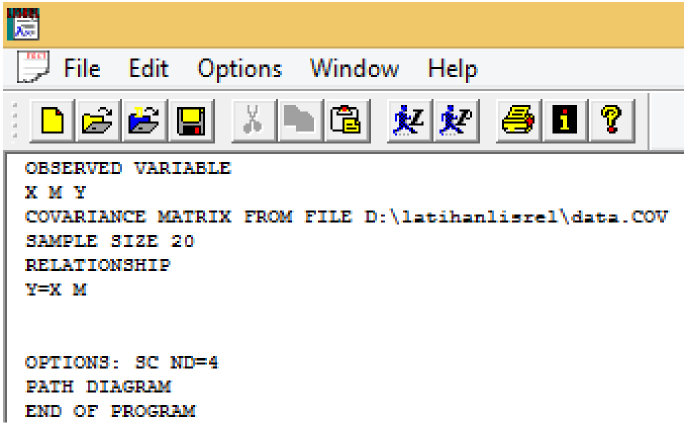


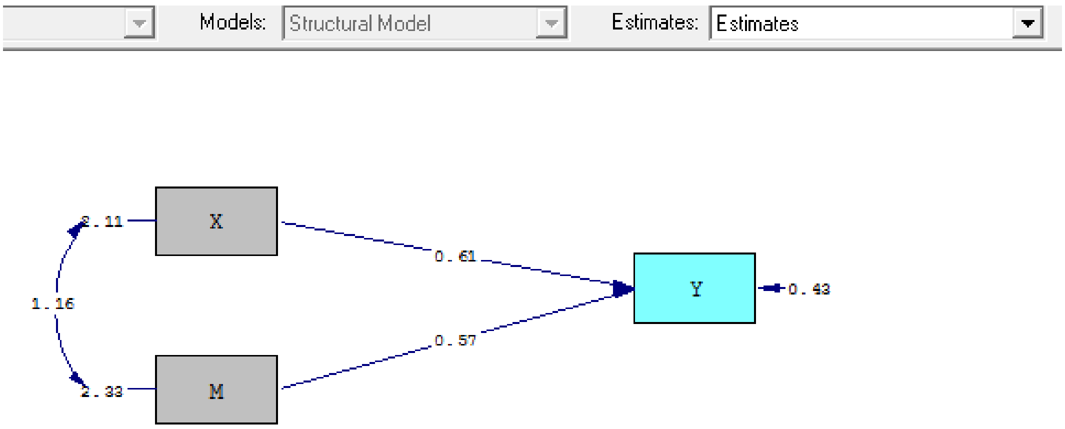


Chi-Square=0.00, df=0, P-value=1.00000, RMSEA=0.000

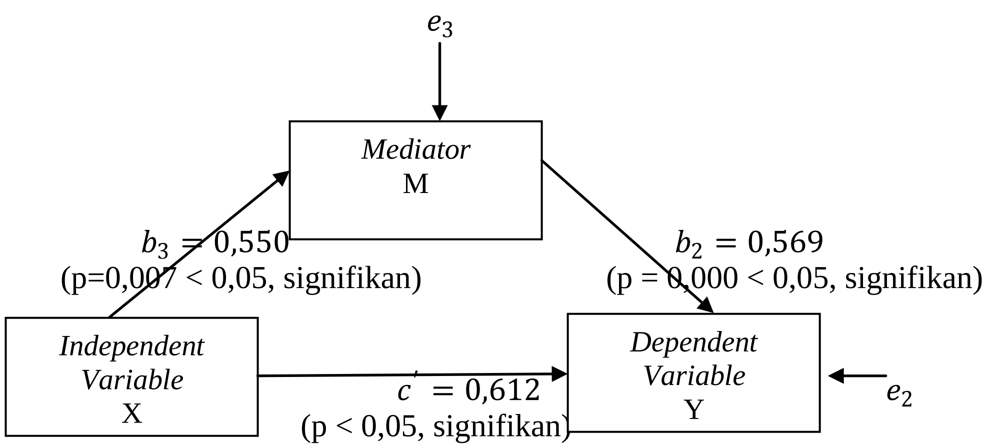
```
Number of Iterations = 0

LISREL Estimates (Maximum Likelihood)

        Structural Equations


       M = 0.5500*X, Errorvar.= 1.6895 , R² = 0.2738
Standerr  (0.2055)             (0.5481)
Z-values   2.6762               3.0822
P-values   0.007                0.002
```








```
Number of Iterations = 0

LISREL Estimates (Maximum Likelihood)

        Structural Equations

      Y = 0.6123*X + 0.5685*M, Errorvar.= 0.4314 , R² = 0.8447
Standerr   (0.1252)   (0.1191)             (0.1438)
Z-values    4.8903     4.7733               3.0000
P-values    0.000      0.000                0.003
```

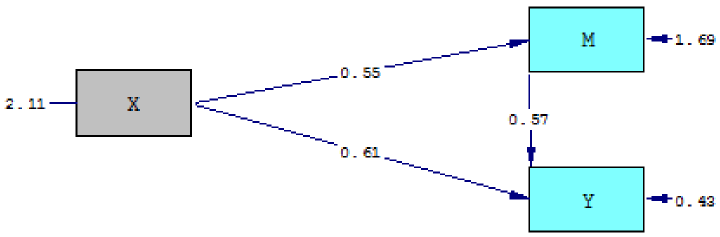


Perhatikan bahwa:

- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel Y signifikan (p = 0,000 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel M signifikan (p = 0,007 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel M terhadap variabel Y signfikan, dengan mengontrol variabel X (p = 0,000 < 0,05)

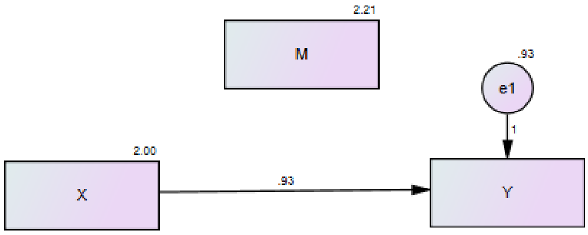
Diketahui c' signifikan (p = 0,000 < 0,05), dan $c' = 0{,}612 < c = 0{,}925$, maka variabel M signifikan dalam **memediasi parsial** hubungan variabel X terhadap variabel Y.


```
OBSERVED VARIABLE
X M Y
COVARIANCE MATRIX FROM FILE D:\latihanlisrel\data.COV
SAMPLE SIZE 20
RELATIONSHIP
Y=X M
M=X

OPTIONS: SC ND=4
PATH DIAGRAM
END OF PROGRAM
```




```
Number of Iterations = 0

LISREL Estimates (Maximum Likelihood)

        Structural Equations


       M = 0.5500*X, Errorvar.= 1.6895 , R² = 0.2738
Standerr   (0.2055)              (0.5481)
Z-values    2.6762                3.0822
P-values    0.007                 0.002

       Y = 0.5685*M + 0.6123*X, Errorvar.= 0.4314 , R² = 0.8447
Standerr   (0.1159)   (0.1219)              (0.1400)
Z-values    4.9041     5.0243                3.0822
P-values    0.000      0.000                 0.002
```

5. Dengan Amos



Estimates (Group number 1 - Default model)

Scalar Estimates (Group number 1 - Default model)

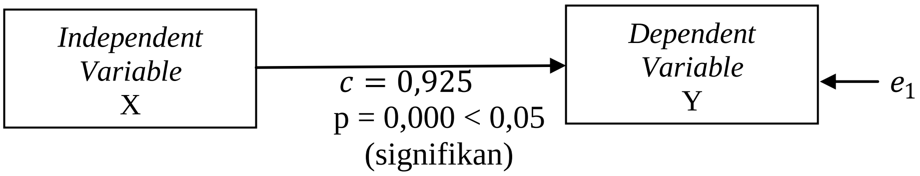
Maximum Likelihood Estimates

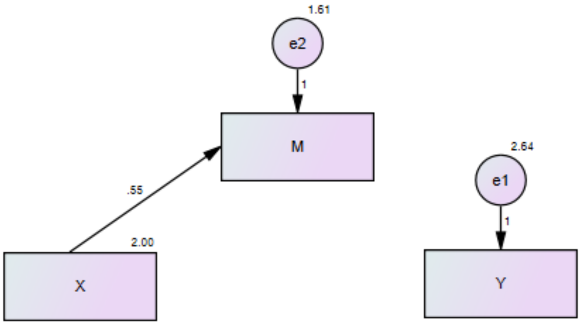
Regression Weights: (Group number 1 - Default model)

	Estimate	S.E.	C.R.	P	Label
Y <--- X	.925	.156	5.917	***	

Variances: (Group number 1 - Default model)

	Estimate	S.E.	C.R.	P	Label
M	2.210	.717	3.082	.002	
X	2.000	.649	3.082	.002	
e1	.929	.301	3.082	.002	





Estimates (Group number 1 - Default model)

Scalar Estimates (Group number 1 - Default model)

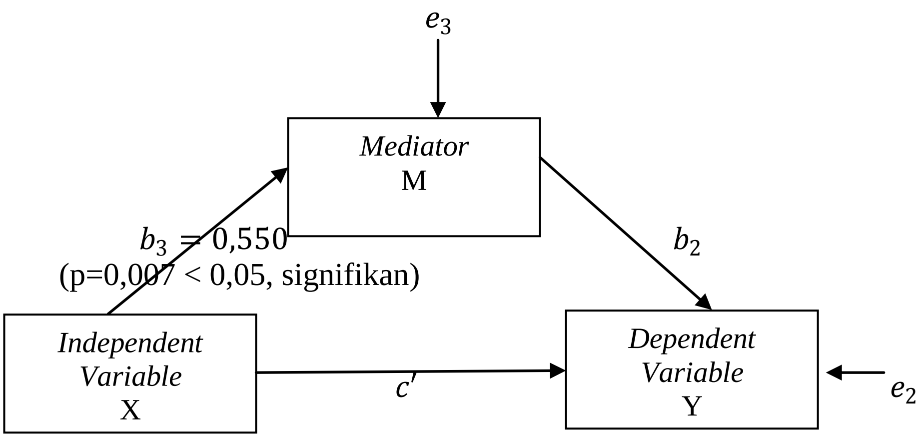
Maximum Likelihood Estimates

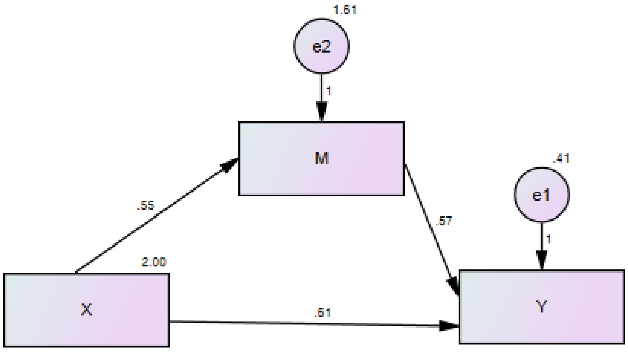
Regression Weights: (Group number 1 - Default model)

	Estimate	S.E.	C.R.	P	Label
M <--- X	.550	.206	2.676	.007	

Variances: (Group number 1 - Default model)

	Estimate	S.E.	C.R.	P	Label
X	2.000	.649	3.082	.002	
e1	2.640	.857	3.082	.002	
e2	1.605	.521	3.082	.002	





Estimates (Group number 1 - Default model)

Scalar Estimates (Group number 1 - Default model)

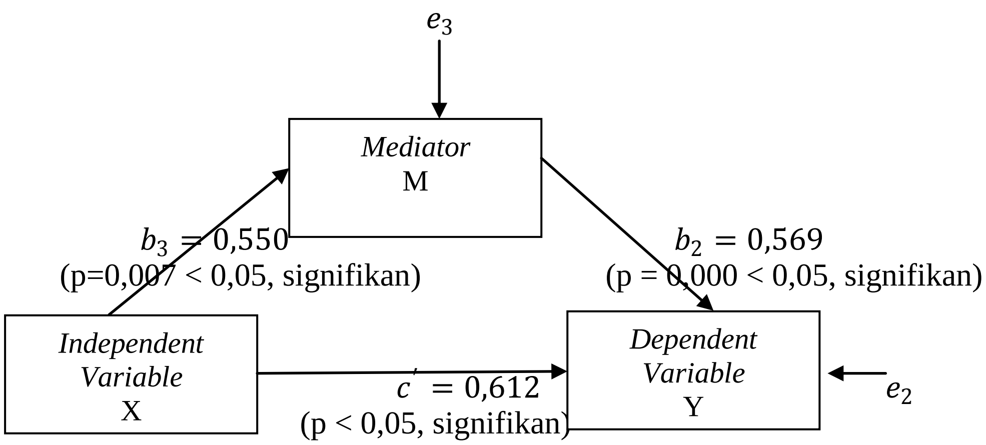
Maximum Likelihood Estimates

Regression Weights: (Group number 1 - Default model)

	Estimate	S.E.	C.R.	P	Label
M <--- X	.550	.206	2.676	.007	
Y <--- X	.612	.122	5.024	***	
Y <--- M	.569	.116	4.903	***	

Variances: (Group number 1 - Default model)

	Estimate	S.E.	C.R.	P	Label
X	2.000	.649	3.082	.002	
e2	1.605	.521	3.082	.002	
e1	.410	.133	3.082	.002	

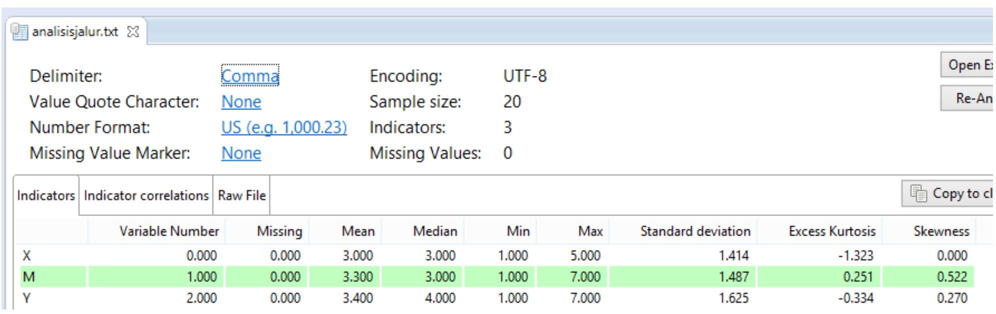


Perhatikan bahwa:

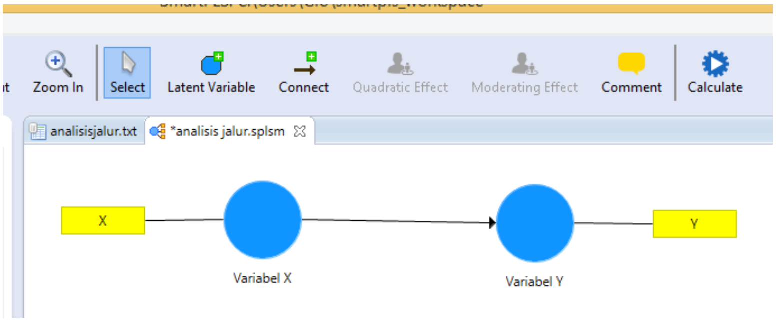
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel Y signifikan (p = 0,000 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel M signifikan (p = 0,007 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel M terhadap variabel Y signfikan, dengan mengontrol variabel X (p = 0,000 < 0,05)

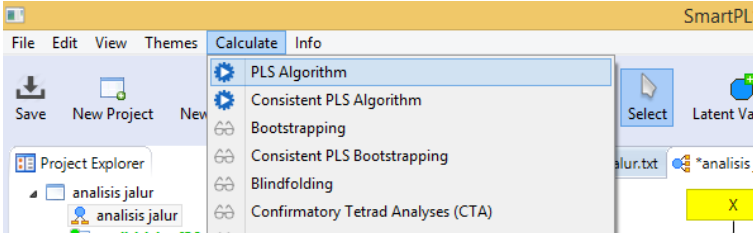
Diketahui c' signifikan (p = 0,000 < 0,05), dan $c' = 0{,}612 < c = 0{,}925$, maka variabel M signifikan dalam **memediasi parsial** hubungan variabel X terhadap variabel Y.

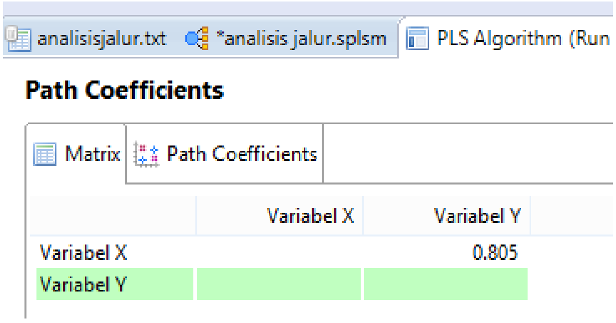
6. Dengan SmartPLS



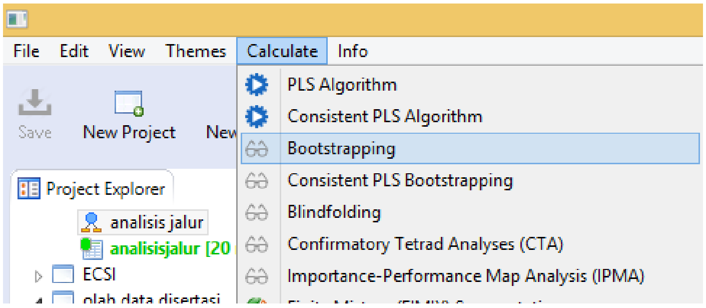
	Variable Number	Missing	Mean	Median	Min	Max	Standard deviation	Excess Kurtosis	Skewness
X	0.000	0.000	3.000	3.000	1.000	5.000	1.414	-1.323	0.000
M	1.000	0.000	3.300	3.000	1.000	7.000	1.487	0.251	0.522
Y	2.000	0.000	3.400	4.000	1.000	7.000	1.625	-0.334	0.270

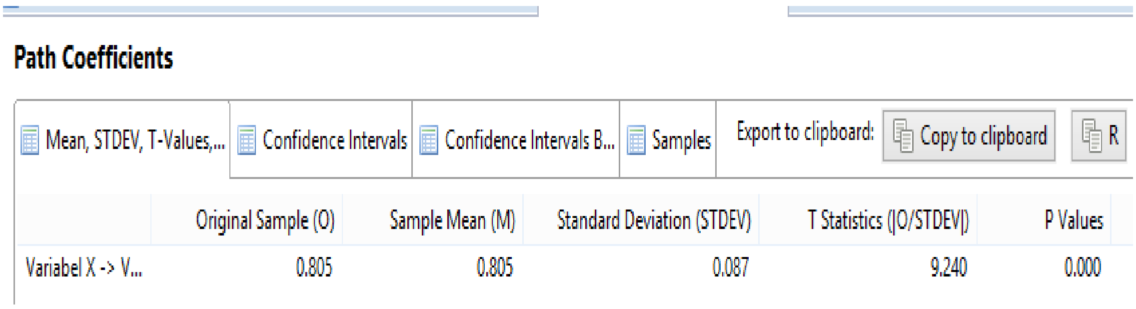




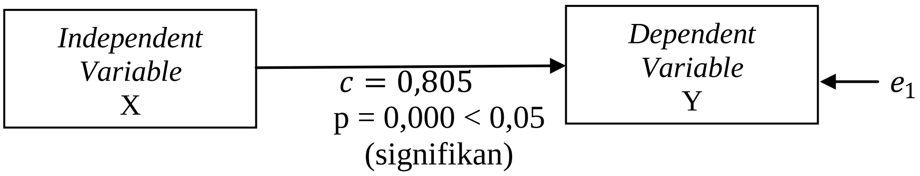


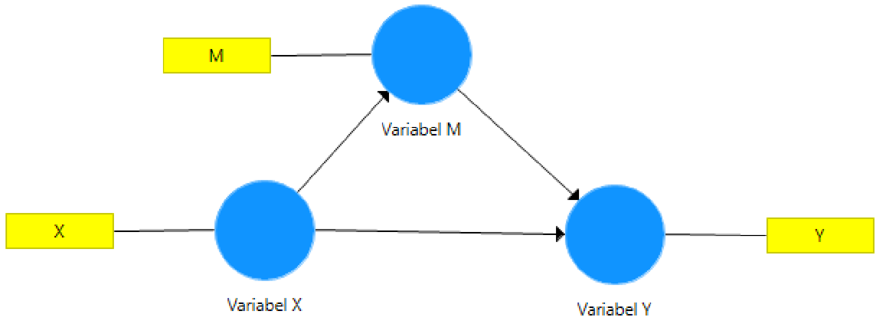
	Variabel X	Variabel Y
Variabel X		0.805
Variabel Y		



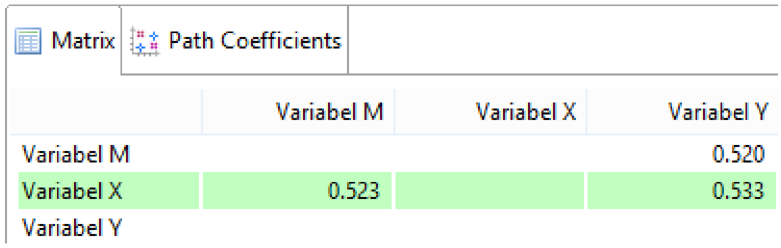


	Original Sample (O)	Sample Mean (M)	Standard Deviation (STDEV)	T Statistics (|O/STDEV|)	P Values
Variabel X -> V...	0.805	0.805	0.087	9.240	0.000



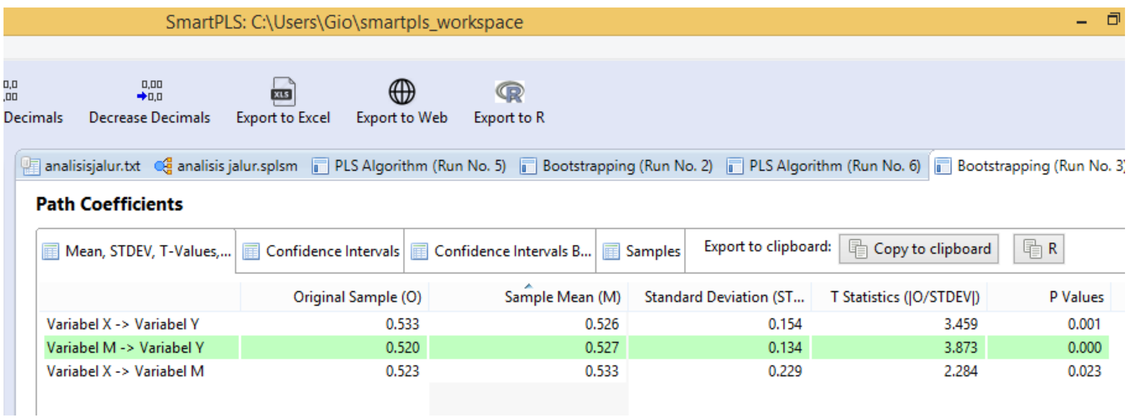


Path Coefficients



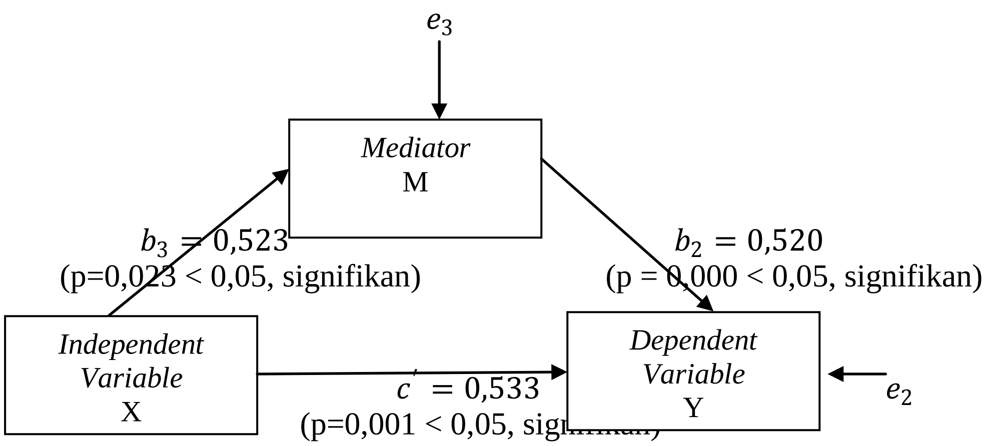
Matrix | Path Coefficients

	Variabel M	Variabel X	Variabel Y
Variabel M			0.520
Variabel X	0.523		0.533
Variabel Y			



Path Coefficients

	Original Sample (O)	Sample Mean (M)	Standard Deviation (ST...	T Statistics (|O/STDEV|)	P Values
Variabel X -> Variabel Y	0.533	0.526	0.154	3.459	0.001
Variabel M -> Variabel Y	0.520	0.527	0.134	3.873	0.000
Variabel X -> Variabel M	0.523	0.533	0.229	2.284	0.023



Perhatikan bahwa:

- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel Y signifikan (p = 0,000 < 0,05).
- ⇨ Pengaruh variabel X terhadap variabel M signifikan (p = 0,023 < 0,05).

⇨ Pengaruh variabel M terhadap variabel Y signfikan, dengan mengontrol variabel X (p = 0,000 < 0,05)

Diketahui c' signifikan (p = 0,001 < 0,05), dan $c' = 0{,}533 < c = 0{,}805$, maka variabel M signifikan dalam **memediasi parsial** hubungan variabel X terhadap variabel Y.

Software	Koefisien Jalur				Standard Error Koefisien Jalur			
	c	c'	b_2	b_3	s_c	$s_{c'}$	s_{b2}	s_{b3}
SPSS	0.925	0.612	0.569	0.55	0.161	0.129	0.123	0.211
Minitab	0.925	0.6123	0.5685	0.55	0.1606	0.1289	0.1226	0.2111
R	0.925	0.6123	0.5685	0.55	0.1606	0.1289	0.1226	0.2111
LISREL	0.925	0.6123	0.5685	0.55	0.1563	0.1252	0.1191	0.2055
AMOS	0.925	0.612	0.569	0.55	0.156	0.122	0.116	0.206
SmartPLS	0.805	0.533	0.522	0.523	0.087	0.154	0.134	0.229

Berdasarkan Tabel di atas terlihat bahwa nilai-nilai dari koefisien jalur berdasarkan SPSS, Minitab, R, LISREL, AMOS, dan SmartPLS tidak berbeda jauh.

⇨ Penghitungan nilai-nilai dari koefisien jalur dalam SPSS, Minitab, R menggunakan metode estimasi parameter *ordinary least squares* (OLS).

⇨ Penghitungan nilai-nilai dari koefisien jalur dalam LISREL dan Amos menggunakan metode estimasi parameter *Maximum likelihood* (ML).

⇨ Penghitungan nilai-nilai dari koefisien jalur dalam SmartPLS menggunakan PLS *Algorithm*.

Uji Signifikansi Pengaruh Mediasi untuk Model Mediasi dengan Satu Variabel Mediator (Significance Tests of Indirect Effect) dengan Pendekatan Uji Sobel dan Bootstrapping dengan Macro PROCESS oleh Andrew F. Hayes (dengan SPSS)

Pendekatan Sobel

Diketahui $b_3 = 0{,}550$, $s_{b_3} = 0{,}211$, $b_2 = 0{,}569$, dan $s_{b_2} = 0{,}123$, maka

$$s_{b_3 b_2} = \sqrt{(b_3^2)(s_{b_2}^2) + (b_2^2)(s_{b_3}^2) + (s_{b_2}^2)(s_{b_3}^2)}.$$

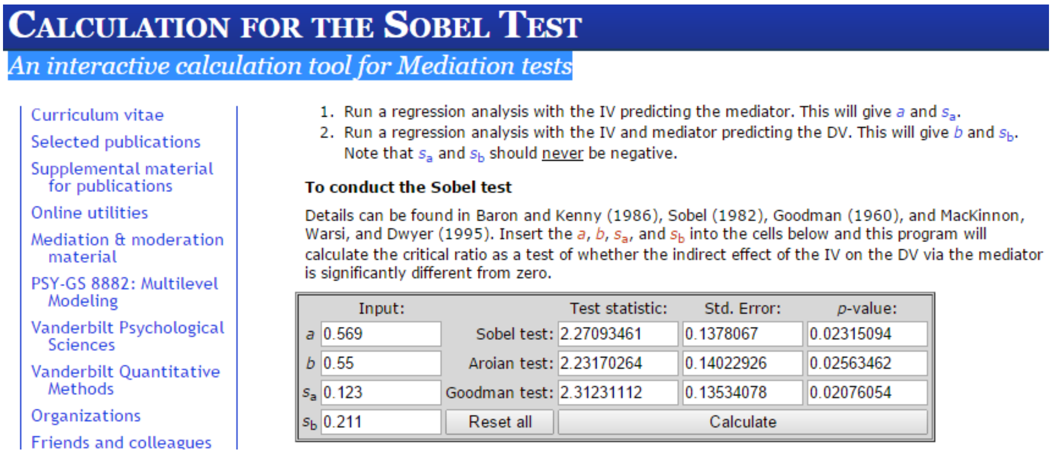
$$s_{b_3 b_2} = \sqrt{(0{,}550)^2(0{,}123)^2 + (0{,}569)^2(0{,}211)^2 + (0{,}123)^2(0{,}211)^2}.$$

$$s_{b_3 b_2} = 0{,}140229.$$

Sehingga

$$z_{Sobel} = \frac{b_3 \times b_2}{s_{b_3 b_2}} = \frac{0{,}31295}{0{,}140229} = 2{,}231703.$$

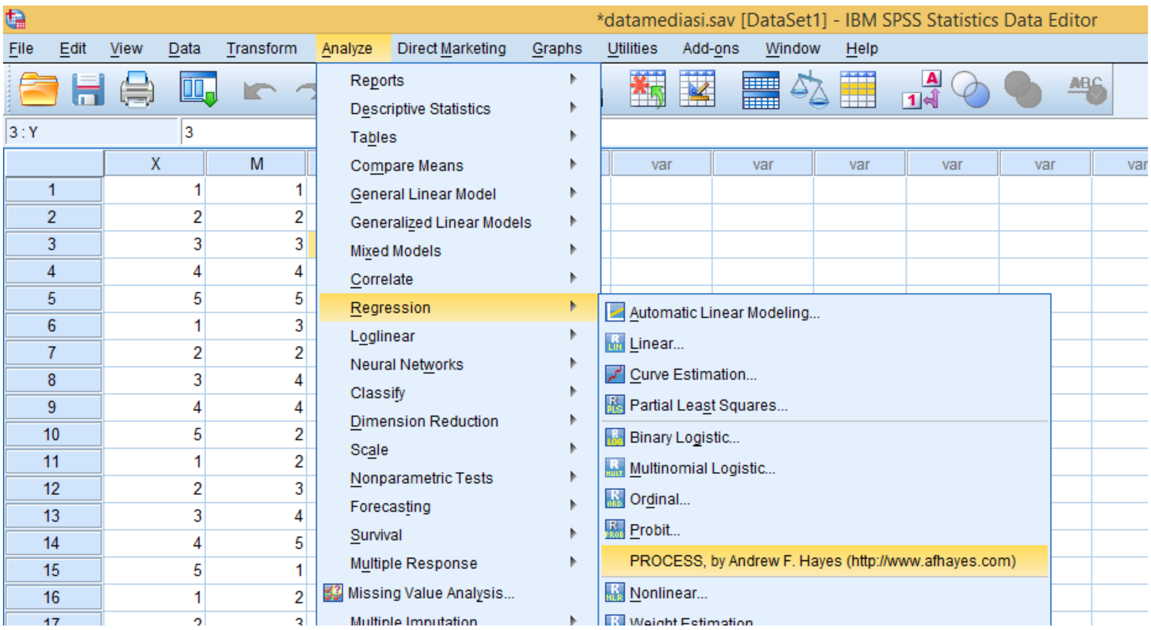
Berikut penggunaan kalkulator hitung interaktif untuk uji signifikansi mediasi dengan uji Sobel.

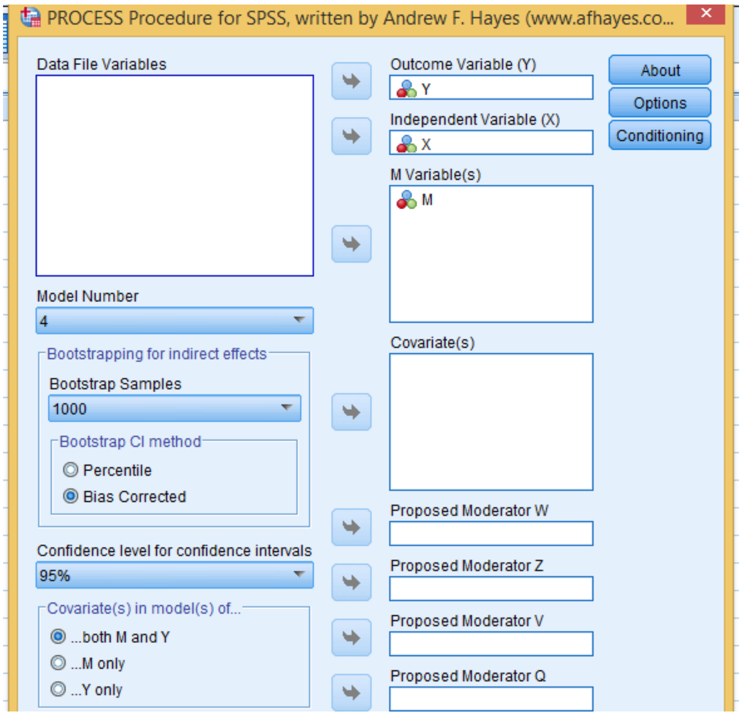


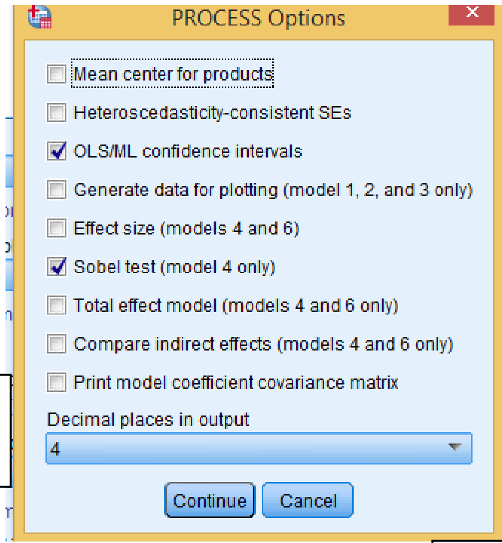
Berdasarkan gambar di atas diketahui nilai statistik dari uji Sobel (versi Aroian) adalah 2,2317 > $|z_{kritis} = 1{,}96|$, serta *p-value* = 0,0256 < 0,05, maka variabel M signifikan dalam **memediasi** hubungan variabel X terhadap variabel Y.

Pendekatan Bootstrapping

Pengujian signifikansi untuk pengaruh mediasi dengan pendekatan *bootstrapping* menggunakan macro yang dibuat oleh Andrew F. Hayes. Macro yang dibuat oleh Andrew F. Hayes dapat ditemukan di http://www.afhayes.com/.







Normal theory approach dan *bootstrapping approach.*

```
Indirect effect of X on Y
      Effect    Boot SE   BootLLCI   BootULCI
M      .3127     .2038      .0112      .8460

Normal theory tests for indirect effect
     Effect          se          Z          p
      .3127       .1401     2.2321      .0256

******************** ANALYSIS NOTES AND WARNINGS *************************

Number of bootstrap samples for bias corrected bootstrap confidence intervals:
     1000

Level of confidence for all confidence intervals in output:
    95.00
```

Perhatikan bahwa nilai $z = 2.2321$ merupakan nilai nilai z_{Sobel} yang telah dihitung sebelumnya. Nilai $se = 0.1401$ merupakan nilai $s_{b_3 b_2}$ yang telah dihitung sebelumnya.

Berdasarkan hasil *bootstrapping*, perhatikan nilai ***BootLLCI*** dan ***BootULCI***. Diketahui nilai nilai ***BootLLCI*** adalah 0,0112 dan nilai ***BootULCI*** adalah 0,8460. Karena di antara nilai ***BootLLCI*** dan ***BootULCI*** **tidak terkandung angka 0**, maka dapat disimpulkan bahwa pengaruh mediasi signifikan pada tingkat signifikansi 5%.

Referensi

1. Baron, R. M dan Kenny, D. A., 1986. *The Moderator-Mediator Variable Distinction in Social Psychological Research: Conceptual, Strategic, and Statistical Considerations*. Journal of Personality and Social Psychology. Vol. 51, No. 6, 1173-1182. American Psychological Association, Inc.

2. Hair, J.F Jr., R.E. Anderson, B.J. Babin, dan W.C. Black. 2010. *Multivariate Data Analysis, 7th Edition*. Pearson Prentice Hall.

3. Hair, J.F Jr., G.T.M. Hult, C.M. Ringle, dan M. Sarstedt. 2014. *A Primer on Partial Least Squares Structural Equation Modeling (PLS-SEM)*. Sage.

4. MacKinnon, D.P. 2008. *Introduction to Statistical Mediation Analysis*. Lawrence Erlbaum Associates.

5. Meyers, L.S., G. Gamst, dan A.J. Guarino. 2005. *Applied Multivariate Research, Design and Interpretation*. Sage.

6. Mindrila, D. 2010, *Maximum Likelihood (ML) and Diagonally Weighted Least Squares (DWLS) Estimation Procedures: A Comparison of Estimation Bias with Ordinal and Multivariate Non-Normal Data*, International Journal of Digital Society (IJDS), Volume 1, Issue 1.

7. Preacher, K. J dan Hayes, A. F., 2004. *SPSS and SAS Procedures for Estimating Indirect Effects in Simple Mediation Models*. Behavior Research Methods, Instruments, & Computers, 36 (4), 717-731. Psychonomic Society, Inc.

8. Preacher, K. J dan Leonardelli, G. J., 2006. *Calculation for the Sobel Test: An Interactive Calculation Tool for Mediation Tests*. www.psych.ku.edu/ preacher/sobel/sobel.htm.

9. Schumacker, R.E. dan R.G. Lomax. 2010. *A Beginner's Guide to Structural Equation Modeling, 3rd Edition*. Rouletdge.

10. Sholihin, M. dan D. Ratmono. 2013. Analisis SEM-PLS dengan WarpPLS 3.0 untuk Hubungan Nonlinear dalam Penelitian Sosial dan Bisnis. Penerbit ANDI.