SIMULASI ANTRIAN KEDATANGAN BERKELOMPOK DENGAN PELAYANAN WEIBULL OLEH BANYAK SERVER

QUEUE SIMULATION OF BULK ARRIVAL WITH WEIBULL SERVICE BY MANY SERVER

Akim Manaor Hara Pardede ¹ dan Herman Mawengkang ² dan Zakarias Situmorang ³

Program Studi S2 Teknik Informatika
Fakultas Ilmu Komputer Dan Teknologi Informasi
Universitas Sumatera Utara
Jl. dr. Mansur No. 9 Padang Bulan, Medan
akimmhp@live.com

ABSTRAK

Akibat dari ketidak tepatan menentukan jumlah server pada suatu antrian dapat mengakibatkan banyaknya pelanggan yang tidak terlayani atau akan keluar dari antrian, dan sebaliknya jika jumlah server terlalu banyak dapat mengakibatkan pengeluaran biaya pengeluaran yang berlebihan. Model Antrian yang dibahas pada penelitian ini adalah antrian dimana pelanggan datang secara berkelompok mengikuti proses Poisson dan akan dilayani oleh server secara berkelompok. Jumlah pelanggan dalam tiap kelompok merupakan suatu variabel acak (dinotasikan dengan X) dan waktu antar kedatangan adalah distribusi Ekponensial. Waktu pelayanan dilakukan dengan distribusi Weibull dengan parameter α dan β , sehingga model menjadi $M^{[x]}/G_{(\alpha,\beta)}^{[y]}/C$ dan pemrosesannya dilayani oleh banyak server (dinotasikan dengan C) dengan disiplin antrian FIFO (First In First Out). Hasil penelitian pada $K=200$, $\lambda=2$, $\mu=20$ dengan durasi 1-6 jam, jika dilayani dengan 10 server maka rata-rata server sibuk (utility server) 0,9657 dan durasi waktu yang diberikan untuk melayani tidak mencukupi, jika dilayani dengan 20 server maka rata-rata utility server 0,6402 jumlah server sangat memadai kebutuhan, karena jika menggunakan server sebanyak 30 maka rata-rata utility server 0,4460 dapat mengakibatkan server mengganggu.

Kata Kunci: Simulasi antrian, model antrian, antrian berkelompok, distribusi weibull, utilitas server.

ABSTRACT

As the result of inaccuracy in determining the number of servers in a queue can affect the number of underserved customers or out of the queue Whereas, too many servers can lead to excessive expenses. Queuing model discussed in this study is $M^{[x]}/G_{(\alpha,\beta)}^{[y]}/C$ model. The process served by many servers (denoted by C) with FIFO (First In First Out) queuing principle. The results of research on $K = 200$, $\lambda = 2$, $\mu = 20$ with a duration of 1-6 hours and served with 10 servers makes the average of utility server is 0.9657. Thus, the given time duration to serve is inadequate. If it is served by 20 servers then the average of utility server is 0.6402, which is very adequate number of servers needed. Whilst, the use of 30 servers makes the average of utility server is 0.4460 which causes the idle servers.

Key Word : Simulation of the queue, the model queue, the bulk queue, weibull distribution, server utility.

PENDAHULUAN

Antrian dengan kedatangan berkelompok dengan banyak *server* menyediakan layanan massal yang luas dalam dunia nyata, misalnya, *lift* di gedung-gedung, pengunjung di taman hiburan, pesawat pengiriman kargo, dan bus pengangkutan. Akibat dari ketidaktepatan menentukan jumlah *server* pada suatu antrian dapat mengakibatkan banyaknya pelanggan yang tidak terlayani atau akan keluar dari antrian, dan sebaliknya jika jumlah *server* terlalu banyak dapat mengakibatkan pengeluaran biaya pengeluaran yang berlebihan. Penyelesaian masalah pada suatu model antrian dapat diperoleh dengan simulasi untuk menganalisa sistem antrian tersebut, sehingga dapat diketahui bagaimana performansi sistem jika kedatangan pelanggan secara berkelompok (*batch arrival*) mengikuti proses Poisson, waktu pelayanan dengan distribusi yang tertentu dan dilayani secara berkelompok, dan prosesnya dilayani oleh banyak *server* dengan disiplin antrian FIFO (*First In First Out*).

Dengan menganalisa performansi antrian diharapkan dapat mengoptimalkan pelayanan dan meminimumkan jumlah *server*, sehingga dapat menghindari pengadaan *server* secara berlebihan untuk meminimumkan biaya pengadaan *server*.

Dalam penelitian ini hanya dibatasi pada analisis masalah untuk simulasi antrian *multiple server* dengan pola kedatangan berkelompok dengan pelayanan berkelompok dan waktu pelayanan menggunakan distribusi Weibull. Dan proses kedatangannya diasumsikan menggunakan distribusi Poisson dengan jumlah kedatangan tiap kelompok maksimal 200 pelanggan

yang bertujuan untuk membatasi waktu simulasi yang akan dijalankan.

TEORI SINGKAT

Beberapa penelitian yang telah dilakukan yang berkaitan dengan penelitian ini, antara lain :

1. Menurut Haridass, M dan Arumuganathan, R¹ Sebuah sistem antrian $M^{[x]}/G/1$ dengan *server* tidak dapat diandalkan dan satu sebagai kebijakan liburan yang dianalisis. Sebuah model biaya dibahas dengan ilustrasi numerik. Sebuah contoh dari sistem manufaktur juga diberikan untuk model. Model ini dapat diperpanjang untuk menganalisis model terkait lainnya seperti tergantung waktu kegagalan, model layanan massal, model banyak liburan, pilihan model layanan yang tersedia, dan lain-lain.
2. Menurut Utami, A. S² Antrian satu *channel* dengan *batch arrival* adalah suatu sistem antrian dengan *single server*, dimana pola kedatangan pelanggan secara berkelompok dengan maksimal jumlah anggota kelompoknya adalah 8. Distribusi yang digunakan untuk waktu antar kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan pelanggan adalah distribusi Eksponensial.

Sistem Antrian

Sistem antrian adalah merupakan keseluruhan dari proses para pelanggan atau barang yang berdatangan dan memasuki barisan antrian yang seterusnya memerlukan pelayanan sebagaimana seharusnya berlaku. Dalam mempelajari suatu sistem antrian, perlu untuk diketahui struktur sistem antrian, yaitu unit yang

memerlukan pelayanan disebut pelanggan (*customer*) dan yang melayani disebut pelayan (*server*).³

3 (tiga) komponen utama dalam teori antrian yang harus diketahui dan dipahami, yaitu:⁴

a. Tingkat kedatangan(λ)

Tingkat kedatangan yang dinyatakan dengan notasi λ adalah jumlah pelanggan yang bergerak menuju suatu atau beberapa tempat pelayanan dalam satu satuan waktu tertentu, bisa dinyatakan dalam satuan pelanggan/menit.

Model antrian menyediakan kerangka kerja dasar untuk menganalisis situasi praktis dalam proses produksi, jaringan komunikasi, sistem transportasi, dan perbaikan mesin. Dalam banyak sistem komunikasi kedatangan yang tergantung waktu dan dapat ditandai dengan proses *Poisson non-homogen*.⁵

b. Tingkat pelayanan(μ)

Tingkat pelayanan yang dinyatakan dengan notasi μ adalah jumlah pelanggan yang dapat dilayani oleh satu tempat pelayanan dalam satu satuan waktu tertentu, biasa dinyatakan dalam satuan kendaraan/jam atau orang/menit.

c. Disiplin antrian

Disiplin antrian mempunyai pengertian tentang bagaimana cara kendaraan atau manusia mengantri. Beberapa jenis antrian yang sering digunakan dalam bidang transportasi atau arus lalu lintas, adalah: ⁴ *First In First Out* (FIFO) atau *First Come First Served* (FCFS), *First In Last Out* (FILO) atau *First Come Last Served* (FCLS), *First Vacant First Served* (FVFS).

Faktor Sistem Antrian

Faktor – faktor yang berpengaruh terhadap barisan antrian dan pelayanannya adalah sebagai berikut:³

1. Distribusi Kedatangan

Pada sistem antrian, distribusi kedatangan merupakan faktor

penting yang berpengaruh besar terhadap kelancaran pelayanan.

Distribusi kedatangan terbagi dua, yaitu :

- a. Kedatangan secara individu (tunggal = *single arrivals*)
- b. Kedatangan secara berkelompok (*bulk arrivals*)

Kedua komponen ini harus mendapatkan perhatian yang memadai pada saat pendisainan sistem pelayanan.

2. Distribusi Waktu Pelayanan

Distribusi waktu pelayanan berkaitan dengan berapa banyak fasilitas pelayanan yang dapat disediakan. Distribusi waktu pelayanan terbagi menjadi dua komponen penting, yaitu :

- a. Pelayanan secara individual (*single service*)
- b. Pelayanan secara kelompok (*bulk service*).

3. Fasilitas pelayanan

Fasilitas pelayanan berkaitan erat dengan baris antrian yang akan dibentuk.

Desain fasilitas pelayanan ini dapat dibagi dalam tiga bentuk, yaitu :

- a. Bentuk *series*, dalam satu garis lurus ataupun garis melingkar.
- b. Bentuk *parallel*, dalam beberapa garis lurus yang antara satu dengan yang lain *parallel*.
- c. Bentuk *network station*, yang dapat didesain secara *series* dengan pelayanan lebih dari satu pada setiap stasiun. Bentuk ini dapat juga dilakukan secara paralel dengan stasiun yang berbeda-beda.

Dengan demikian bentuk fasilitas pelayanan ini juga harus diperhitungkan dalam sistem antrian.

4. Disiplin pelayanan

Disiplin pelayanan berkaitan erat dengan urutan pelayanan bagi pelanggan yang memasuki fasilitas pelayanan.

5. Ukuran dalam antrian

Besarnya antrian pelanggan yang akan memasuki fasilitas pelayanan pun perlu diperhatikan. Ada dua disain yang dapat dipilih untuk menentukan besarnya antrian, yaitu :

- a. Ukuran kedatangan secara tidak terbatas (*infinite queue*)
- b. Ukuran kedatangan secara terbatas (*finite queue*)

6. Sumber pemanggilan

Dalam fasilitas pelayanan, yang berperan sebagai sumber pemanggilan dapat berupa mesin maupun manusia. Bila ada sejumlah mesin yang rusak maka sumber pemanggilan akan berkurang dan tidak dapat melayani pelanggan. Jadi masalahnya adalah apakah :

- a. Sumber panggilan terbatas (*finite calling source*)
- b. Sumber panggilan tak terbatas (*infinite calling source*)

Proses Masukan

Diperlukan distribusi pola kedatangan untuk dapat masuk dalam sistem antrian. Pola kedatangan ini biasanya sudah dinyatakan pada suatu distribusi peluang tertentu yang sudah banyak dikenal, seperti distribusi Poisson ataupun distribusi Eksponensial. Namun demikian ada kalanya pola kedatangan tidak mempunyai distribusi tertentu sehingga memerlukan penanganan yang lebih mendalam.³

Pola kedatangan para pelanggan biasanya diperhitungkan melalui waktu antar kedatangan, yaitu waktu antar kedatangan dua pelanggan yang berurutan pada suatu fasilitas pelayanan. Bila pola kedatangan pelanggan tiba satu per satu, maka kedatangan pelanggan mengikuti suatu proses dengan distribusi probabilitas tertentu. Distribusi probabilitas yang sering digunakan adalah distribusi Poisson, dimana kedatangan bersifat bebas, tidak berpengaruh oleh

kedatangan sebelum atau sesudahnya. Asumsi distribusi Poisson menunjukkan bahwa kedatangan pelanggan sifatnya acak. Jumlah pelanggan yang datang dalam satuan waktu adalah laju kedatangan (λ) dan panjang interval waktu antara dua kedatangan pelanggan adalah waktu antar kedatangan ($1/\lambda$).

Proses Keluaran

Pada sistem antrian diperlukan pola pelayanan yang dikenal dengan *service time*. Pola pelayanan ini memerlukan proses pelayanan yang dilakukan secara *random*, dengan menggunakan distribusi peluang tertentu. Pelayanan harus dapat dilakukan setelah pelanggan memasuki antrian. Namun demikian apakah pelanggan tersebut dapat segera dilayani sangat tergantung dari jumlah pelanggan yang ada dalam antrian, yang dinyatakan dengan tidak terhingga atau terbatas. Setelah mendapatkan pelayanan yang baik maka pelanggan akan langsung meninggalkan fasilitas pelayanan. Kesemuanya ini kemudian dinyatakan sebagai proses keluaran.

Proses pelayanan pada umumnya menggunakan distribusi peluang tertentu, seperti distribusi Eksponensial negatif ataupun menggunakan parameter distribusi Poisson.

Memilih distribusi dari sifat yang diketahui dari proses sering dilakukan untuk memilih sebuah distribusi yang tepat dengan mempertimbangkan sifat-sifat proses yang dimodelkan. Apabila kedatangan pelanggan pada bank yang sedang dimodelkan, maka mungkin masuk akal untuk mengasumsikan bahwa kedatangan pelanggan adalah secara acak, dan distribusi pelayanan menggunakan Eksponensial negatif.

Distribusi Erlang, Gamma dan Lognormal dikenal untuk mewakili sifat

dari proses pelayanan. Distribusi Gamma menyediakan rentang bentuk yang lebih besar dari pada Erlang. Distribusi Lognormal dapat memiliki probabilitas yang lebih besar antara Erlang atau distribusi Gamma. Jika waktu antara Kegagalan sedang dimodelkan, maka mungkin masuk akal untuk mengasumsikan distribusi Weibull.⁶

Distribusi waktu *service* yang paling sederhana adalah Eksponensial. Sementara itu sifat *memoryless* secara umum tidak realistis untuk dapat memodelkan fenomena riil. Oleh karena itu kadang kala digunakan pula distribusi lainnya seperti Konstan, Hyperekspensial, Erlang, Cox dan sebagainya.⁷

Pola pelayanan ditentukan oleh waktu pelayanan, yaitu waktu yang dibutuhkan *server* untuk melayani pelanggan. waktu pelayanan dapat berupa konstan atau acak yang distribusi probabilitasnya dianggap telah diketahui. Jika waktu pelayanan terdistribusi secara acak, harus dicari distribusi probabilitas yang paling baik dalam mendeskripsikan tingkah laku layanan.

Jumlah pelanggan yang dapat dilayani dalam satuan waktu adalah laju pelayanan (μ) dan waktu yang dipergunakan untuk melayani setiap pelanggan adalah $1/\mu$.

Model Antrian

Proses dasar model antrian adalah pelanggan datang pada suatu fasilitas pelayanan untuk dilayani. Apabila *server* sedang sibuk, maka pelanggan yang datang menunggu dalam satu garis antrian untuk kemudian bergerak menuju *server* yang kosong untuk dilayani dengan menggunakan aturan tertentu yang disebut disiplin antrian. Kebanyakan sistem antrian menggunakan disiplin antrian dengan aturan *First In First Out*

(FIFO), sebagai model umum antrian dapat dilihat pada Gambar 1.

Gambar 1. Model Umum Antrian

Untuk sistem pelayanan diklasifikasikan berdasarkan jumlah *server* dan jumlah fase. Berdasarkan konfigurasi jumlah *server* dan jumlah fasenya, antrian dikelompokkan menjadi 4 bentuk dasar, yaitu *single channel single phase*, *single channel multiphase*, *multichannel single phase* dan *multichannel multiphase*. Dari keempat konfigurasi dasar ini berkembang menjadi berbagai macam bentuk yang lebih kompleks.⁸

Untuk mendefinisikan model suatu sistem antrian dan merincikan ciri dari suatu sistem antrian digunakan notasi kendall $a/b/c/d/e/f$, yang artinya adalah :³

- a : distribusi kedatangan (*Arrival Distribution*)
- b : distribusi waktu pelayanan / keberangkatan (*Service Time Departure*)
- c : jumlah fasilitas pelayanan paralel (dimana $c = 1, 2, 3 \dots \infty$)
- d : disiplin pelayanan (FIFO, LCFS, SIRO)
- e : jumlah maksimum yang diizinkan dalam sistem (*Queue and System*)
- f : jumlah pelanggan yang ingin memasuki sistem sebagai sumber.

Untuk distribusi kedatangan pelanggan (a) dan distribusi waktu pelayanan pelanggan (b) yang sering digunakan di dalam suatu sistem antrian, yaitu :

M: Distribusi Markovian, Poisson, Eksponensial, atau *Memoryless*

G: Distribusi General, Gamma, Weibull, dll

GI: Distribusi *General Independent*

D : Distribusi *Deterministic*

E_k : Distribusi Erlang-k atau Gamma-k

H_k : Distribusi Hyperexponensial-k

C_k : Distribusi Cox-k

PH_k : Distribusi *Phase type at k stages*

Pola kedatangan pada suatu sistem antrian dapat berupa *batch arrival* yaitu kedatangan sekelompok pelanggan pada satu waktu secara bersamaan. Untuk antrian yang memiliki pola kedatangan berkelompok, kedatangan yang terjadi mengikuti proses Poisson, tetapi setiap kedatangan tidak hanya terdiri dari satu pelanggan tetapi sejumlah pelanggan yang datang bersamaan dalam jumlah yang acak. Setiap kelompok akan memiliki probabilitas yang berbeda-beda sesuai dengan distribusinya tetapi tidak menutup kemungkinan dua kelompok yang berbeda akan memiliki probabilitas yang sama, kedatangan pelanggan secara berkelompok dapat dilihat pada Gambar 2.⁸

Gambar 2. Antrian Dengan Pola Kedatangan Berkelompok

Model layanan berkelompok atau layanan massal berguna untuk menganalisa kinerja berbagai sistem telekomunikasi. Disamping aplikasi dalam sistem telekomunikasi, antrian layanan berkelompok juga digunakan dalam berbagai bidang lain seperti manufaktur, produksi, transportasi, dan sistem stokastik lainnya. Ini mungkin terjadi pada *server* yang memiliki kapasitas maksimum tetap, atau *server* yang dapat mengambil pelanggan sesuai dengan variabel kapasitas pelayanan. Sistem tersebut dapat berfungsi sebagai

model untuk antar-jemput atau *lift* otomatis.⁹

Ada sejumlah kontribusi berhubungan dengan antrian layanan berkelompok/massal. Sebagian besar penelitian melakukan model layanan berkelompok telah mempertimbangkan antrian waktu kontinu (*continuous time queues*).¹⁰

Untuk menentukan *input probabilistic*, dibangkitkan bilangan acak yang sesuai dengan distribusi kejadian yang akan disimulasikan.

Untuk membangkitkan suatu bilangan acak yang berdistribusi Weibull dapat diperoleh dengan metode *inverse transformation* :¹¹

1. Bangkitkan $U = U(0,1)$
2. Hitung $x = \frac{1}{\mu} (-\ln(U))$

METODE PENELITIAN

Pada umumnya untuk membentuk model matematis dari suatu keadaan nyata sehari-hari diperlukan asumsi-asumsi untuk menyederhanakan model, sehingga dapat diselesaikan dengan simulasi komputer dengan baik. Adapun Notasi-notasi yang akan digunakan adalah sebagai berikut :

K : Ukuran kelompok (*batch size*)

λ : Laju kedatangan

μ : Laju pelayanan

C : *Server*

$E[X]$: *Mean batch size*

M : *random variabel*

ρ : Probabilitas *server* sibuk

L_s : Rata-rata pelanggan dalam sistem

L_q : Rata-rata pelanggan dalam antrian

W_s : Rata-rata waktu tunggu dalam sistem

W_q : Rata-rata waktu tunggu dalam antrian

Penelitian ini dimulai dengan mempelajari konsep yang berkaitan dengan teori antrian dan simulasi, khususnya sistem antrian *multiple*

server dengan pola kedatangan berkelompok, dengan menentukan *input parameter* yang mempengaruhi keadaan sistem antrian tersebut.

Kemudian melakukan simulasi antrian *multiple server* dengan pola pelayanan berkelompok. Simulasi dijalankan dengan memberi *input parameter* maksimum *batch size*, laju kedatangan, laju pelayanan, banyaknya *server* dan durasi simulasi. Hasil simulasi yang diperoleh adalah rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam antrian, rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan di dalam antrian, rata-rata jumlah pelanggan di dalam sistem, dan utilitas *server*.

Penyelesaian Dengan Simulasi

Simulasi dilakukan dengan memberi *input parameter* maksimum *batch size* (K) dan diproses untuk membangkitkan bilangan acak sebanyak K . Proses tersebut akan menghasilkan *batch size*, *batch probability*, probabilitas kumulatif, rentang awal dan rentang akhir. Pada proses tersebut akan diuji kerandomannya apakah sebuah sampel mewakili sebuah populasi telah diambil secara acak (*random*) dengan kondisi yang harus dipenuhi adalah $r_{\text{lower}} \leq r \leq r_{\text{upper}}$ dengan $\alpha = 0.05$ (5% *level of significance*). Jika kondisi tersebut sudah dipenuhi maka input parameter selanjutnya yang perlu diinput adalah laju kedatangan, laju pelayanan, banyaknya *server* dan durasi simulasi. Sebelum simulasi dijalankan maka terlebih dahulu dilakukan proses uji *parameter input* dengan kondisi yang harus dipenuhi adalah $\lambda \cdot E[X] < \mu \cdot C$. Jika *input parameter* sudah memenuhi kondisi tersebut maka simulasi

dijalankan untuk membangkitkan jumlah pelanggan dan waktu antar kedatangan pelanggan. Dari proses kedatangan pelanggan maka simulasi yang dilakukan selanjutnya adalah proses pelayanan pelanggan dengan distribusi waktu pelayanan Weibull.

Proses Uji Input Parameter

Proses uji input berfungsi untuk menguji input parameter *batch size* (K), laju kedatangan (λ), laju pelayanan (μ), jumlah *server* (C) dengan kondisi yang harus dipenuhi $\lambda \cdot E[X] < \mu \cdot C$, dimana $E[X]$ dapat diperoleh dari rumus $E[X] = \sum_{i=1}^K X_i \cdot p(X_i)$.

Proses Bilangan Acak (*Random*) Untuk *Batch Size*

Ukuran kelompok (*batch size*) dan probabilitas kelompok (*batch probability*) diperoleh dari proses membangkitkan bilangan acak (*Random*) dari $U(0,1)$, serta untuk menghitung peluang kemunculan setiap kelompoknya berdasarkan pada probabilitas masing-masing kelompoknya.

Proses Uji Random (*Runs Test of Randomness*)

Uji kerandoman pada prinsipnya ingin menguji apakah sebuah sampel mewakili sebuah populasi telah diambil secara acak (*random*) dengan kondisi yang harus dipenuhi $r_{\text{lower}} \leq r \leq r_{\text{upper}}$ dengan $\alpha = 0.05$ (5% *level of significance*) dimana :

$$r_{\text{lower}} = \frac{2n-1}{3} - 1.96 \times \sqrt{\frac{16n-29}{90}}$$

$$r_{\text{upper}} = \frac{2n-1}{3} + 1.96 \times \sqrt{\frac{16n-29}{90}}$$

Data pertama sebagai data pembanding untuk data kedua, data kedua menjadi pembanding untuk data ketiga dan seterusnya. Dari hasil perbandingan setiap data, diberi tanda (+) jika datanya naik dan diberi tanda (-) jika datanya menurun. Dan Setiap rentetan data yang berkelompok disebut sebagai satu *run* (r). Misalkan ada data bilangan acak (*random*) yang diperlihatkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Contoh pemberian tanda bilangan acak

n	Bilangan Acak	Tanda
1.	0,12	+
2.	0,02	-
3.	0,16	+
4.	0,08	-
5.	0,13	+
6.	0,11	-
7.	0,12	+
8.	0,11	-
9.	0,08	-
10.	0,06	-

Dari bilangan acak (*random*) di atas, maka jumlah *run* (r) adalah 7, maka :

$$r_{\text{lower}} = \frac{2 * 10 - 1}{3} - 1.96 * \sqrt{\frac{16 * 10 - 29}{90}}$$

$$= 6,333 - 2,363 = 3,97$$

$$r_{\text{upper}} = \frac{2 * 10 - 1}{3} + 1.96 * \sqrt{\frac{16 * 10 - 29}{90}}$$

$$= 6,333 + 2,363 = 8,69$$

Bilangan acak diatas diterima karena memenuhi kondisi dimana $r_{\text{lower}} \leq r \leq r_{\text{upper}}$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi dilakukan dengan memodelkan suatu antrian yang memiliki pola kedatangan berkelompok dan pelayanan berkelompok dengan mempertimbangkan aspek-aspek yang dapat mempengaruhi karakteristik antrian.

Program simulasi antrian pelayanan berkelompok oleh banyak *server* ini memiliki tampilan masukan sebagai berikut : *Form input parameter*(*Field* kedatangan, *Field* acak pelanggan, *Field* jumlah pelanggan, *Field* bilangan acak *interarrival*, *Field* *interarrival*, *Field* *arrival time*, *Form* Weibull, dan Grafik Weibull.

Percobaan pertama dilakukan dengan input parameter sebagai berikut : ukuran kelompok (K) 200, laju kedatangan (λ) 2, laju pelayanan (μ) 20, jumlah *server* (C) yang melayani pelanggan mulai 10 *server* sampai 30 *server* dan simulasi dilakukan dengan durasi 1 jam, 3 jam dan 6 jam.

Dari percobaan yang dilakukan dengan input parameter sebagai berikut : ukuran kelompok (K) sebanyak 200 kelompok, laju kedatangan (λ) 2, laju pelayanan (μ) 20, durasi simulasi 1 jam, dan jumlah *server* yang melayani pelanggan mulai 10 *server* sampai 30 *server*. Maka kesimpulannya adalah :

Hasil simulasi dengan distribusi Weibull menunjukkan bahwa rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam antrian dan rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan di dalam antrian dan rata-rata jumlah pelanggan di dalam sistem, semakin kecil untuk jumlah *server* yang lebih banyak lagi, hasil simulasi dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil simulasi dengan K=200, $\lambda=2$, $\mu=20$, C=10-30, dan durasi 1 Jam

Karakteristik Antrian	10 Server Weibull	20 Server Weibull	30 Server Weibull
Ws	1,197797	0,293889	0,189908
Wq	1,14571	0,247761	0,138739
Ls	223,1748	80,96044	57,89841
Lq	213,47	68,25321	42,29807
Utility	0,970562	0,635392	0,520029

Dari percobaan yang dilakukan dengan input parameter sebagai berikut : ukuran kelompok (K) sebanyak 200 kelompok, laju kedatangan (λ) 2, laju pelayanan (μ) 20, durasi simulasi 3 jam, dan jumlah *server* yang melayani pelanggan mulai 10 *server* sampai 30 *server*. Maka kesimpulannya adalah :

Hasil simulasi dengan distribusi Weibull menunjukkan bahwa rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam antrian dan rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan di dalam antrian dan rata-rata jumlah pelanggan di dalam sistem, semakin kecil untuk jumlah *server* yang lebih banyak lagi, hasil simulasi dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil simulasi dengan K=200, $\lambda=2$, $\mu=20$, C=10-30, dan durasi 3 Jam

Karakteristik Antrian	10 Server Weibull	20 Server Weibull	30 Server Weibull
Ws	1,495479	0,236303	0,13811
Wq	1,443791	0,186433	0,08793
Ls	285,7108	55,76581	33,01466
Lq	275,8357	43,99694	21,01928
Utility	0,987574	0,588498	0,399877

Dari percobaan yang dilakukan dengan input parameter sebagai berikut : ukuran kelompok (K) sebanyak 200 kelompok, laju kedatangan (λ) 2, laju pelayanan (μ) 20, durasi simulasi 6 jam, dan jumlah *server* yang melayani pelanggan mulai 10 *server* sampai 5 *server*. Maka kesimpulannya adalah :

Hasil simulasi dengan distribusi Weibull menunjukkan bahwa rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam antrian dan rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan di dalam antrian dan

rata-rata jumlah pelanggan di dalam sistem, semakin kecil untuk jumlah *server* yang lebih banyak lagi, hasil simulasi dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil simulasi dengan K=200, $\lambda=2$, $\mu=20$, C=10-30, dan durasi 6 Jam

Karakteristik Antrian	10 Server Weibull	20 Server Weibull	30 Server Weibull
Ws	3,404706	0,286362	0,146133
Wq	3,354668	0,236072	0,09595
Ls	640,512	72,22946	36,73214
Lq	631,0986	59,54486	24,11812
Utility	0,941423	0,634279	0,420499

SIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan dan pengujian simulasi didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

Hasil simulasi Weibull, K=200, $\lambda=2$, $\mu=20$ dengan durasi 1-6 jam , jika dilayani dengan 10 *server* maka rata-rata *server* sibuk (*utility server*) 0,9657 dan durasi waktu yang diberikan untuk melayani tidak mencukupi, jika dilayani dengan 20 *server* maka rata-rata *utility server* 0,6402 jumlah *server* sangat memadai kebutuhan, karena jika menggunakan *server* sebanyak 30 maka rata-rata *utility server* 0,4460 dapat mengakibatkan *server* menganggur yang disebabkan oleh pelanggan yang terlalu sedikit dan hanya akan dilayani oleh *server* yang lainnya.

Simulasi yang dilakukan pada penelitian ini adalah simulasi antrian dengan pola kedatangan berkelompok, untuk dapat menganalisa performansi antrian yang memiliki pola kedatangan pelanggan secara berkelompok dengan banyak *server* dan waktu pelayanan dengan distribusi tertentu untuk melayani kelompok. Untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat dikembangkan simulasi antrian yang memiliki kedatangan atau pelayanan dengan distribusi yang lain dan dapat digunakan sebagai acuan dalam mengambil keputusan agar dapat memaksimalkan waktu pelayanan

terhadap pelanggan atau menambah jumlah *server* sebagai pelayan, dan meminimumkan *server* jika dianggap berlebihan dalam suatu pelayanan agar dapat memperkecil biaya operasional.

DAFTAR PUSTAKA

- ¹Haridass, M dan Arumuganathan, R. 2008. *Analysis of a Bulk Queue with Unreliable Server and Single Vacation*. Int. J. Open Problems Compt. Math., Vol. 1, No. 2.
- ²Utami, A. S. 2009. *Simulasi Antrian Satu Channel Dengan Tipe Kedatangan Berkelompok*. Jurnal Ilmiah Generic Volume 4, Nomor 1 6:49 - 56
- ³Kakiay, T. J, 2004, *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*, Penerbit Andi, Yogyakarta.
- ⁴Morlok, E. K. 1995. *Pengantar Teknik dan Perancangan Transportasi*. Terjemahan. Erlangga. Jakarta.
- ⁵Suhasini, A.V.S., Rao, K. S. & Reddy, P.R.S. 2012. *Transient Analysis Of Tandem Queueing Model With NonHomogenous Poisson Bulk Arrivals Having State Dependent The Service Rates*. International Journal of Advanced Computer and Mathematical Sciences, ISSN 2230-9624. Vol 3, Issue 3, 2012, pp 272-289.
- ⁶Robinson, S. 2004. *Simulation The Practice of Model Development and Use*. John Wiley & Sons Ltd : England.
- ⁷Nugroho, Arifin. 2009. *Teori Antrian Markovian : Pendekatan Praktis*, Penerbit Universitas Trisakti, Jakarta.
- ⁸Gross, D. dan Harris, C.M., 1998. *Fundamentals Of Queueing Theory*, Third Edition, John Wiley, Canada.
- ⁹Baburaj, C. 2010. *A Discrete Time (a, c, d) Policy Bulk Service Queue*. International Journal of Information and Management Sciences, Vol. 21, No. 4, December. Department of Statistics GPM Government College Manjeswaram, India.
- ¹⁰Dshalalow, J. H., *Frontiers In Queueing*, CRC Press, Boca Raton, Florida, 1997.
- ¹¹Asmungi. 2007. *Simulasi Komputer Sistem Diskrit*. Penerbit Andi, Yogyakarta.