La adopción de lenguaje funcional como un juego evolutivo

Jorge Zazueta Gutiérrez¹, Elvio Accinelli Gamba², Luis Guillermo Quintas³

Resumen. *Desarrollamos un modelo de adopción de lenguaje basado en un modelo evolutivo generado por un juego con dos poblaciones y tres estrategias y encontramos dos equilibrios estables, a saber: bilingüismo en ambas poblaciones y monolingüismo basado en la lengua vernácula de cada población.*

Palabras clave: *adopción de lenguaje, dinámica evolutiva, bilingüismo*

Introducción

La adopción de nuevas lenguas, así como el declive y desaparición de otras es un tema de gran relevancia sociocultural y económica. (Krauss, 1992) estimó que la mitad de los más de 6000 lenguajes en existencia se extinguirá en los próximos 100 años. Estudios más recientes llevados a cabo por (Simons & Krauss, 2013) reportan que más del 75% de las lenguas que estaban en uso en Australia, Canadá y Estados Unidos en 1950 están extintas o moribundas. Por otro lado, en África subsahariana, menos del 10% han sufrido esta suerte. El mismo estudio encuentra que el 19% de las lenguas en el mundo ya no están siendo aprendidas por las nuevas generaciones. Efectos económicos y sociales—acentuados por la globalización—fomentan el uso de lenguas comunes que faciliten la comunicación, como es el caso del inglés, incrementando su ventaja competitiva frente a lenguas minoritarias que pueden estar en peligro de extinción debido a que sus hablantes perciben una utilidad económica asociada al cambio (Mufwene, 2002) . El modelado matemático de

¹ Facultad de Economía, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.

² Maestría en Economía Matemática, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.

³ Facultad de Ciencias Físicas Matemáticas y Naturales, Universidad Nacional de San Luis, Argentina.

la adopción de lenguaje funcional nos permite explorar los efectos de diversas políticas sociales o actitudes culturales desde un punto de vista cuantitativo y cualitativo. Uno de los primeros modelos matemáticos de adopción y muerte de lenguas, propuesto por (Abrams & Strogatz, 2003) estudia cambios de lenguaje entre poblaciones, especialmente el caso de extinción, pero no aborda el bilingüismo. Modelos más recientes (Mussa Juane, Seoane, Muñuzuri, & Mira, 2019) (Seoane & Mira, 2017) incorporan bilingüismo y geografía a sus modelos basados principalmente en ecuaciones de difusión. (Kandler, Unger, & Steele, 2010) , por ejemplo, proponen un modelo de difusión basado en ecuaciones diferenciales parciales para estudiar la dinámica de los lenguajes Célticos en Gran Bretaña y (Cherniha & Davydovych, 2020) encuentran soluciones exactas a un sistema de difusión describiendo cambios de lenguaje en Ucrania durante la época Soviética. Existen varios enfoques para estudiar este fenómeno, de acuerdo con (Boissonneault & Vogt, 2021), los modelos desarrollados hasta la fecha se pueden clasificar en cuatro categorías principales: (1) ecuaciones diferenciales (ED), subclasificadas como tipo Lotka-Volterra (LV), Reacción-Difusión (RD) o ED genéricas. (2) Dinámica de Sistemas, que fundamentalmente son ED, pero expresadas en términos de acumulaciones y flujos⁴, haciéndolos más accesibles para investigadores no-matemáticos. (3) Modelos basados en agentes (MBA) y (4) Teoría de juegos conversacional (TJC), una forma de teoría de juegos enfocada en decisiones hechas por los participantes durante la conversación. A esta categorización, podemos añadir el modelado basado en teoría de juegos evolutiva, específicamente la dinámica del replicador (Smith, 1974; Smith, 1982). Recientemente (Uriarte & Sperlich, 2021) desarrollaron un modelo basado en la dinámica del replicador resultante de un juego entre participantes bilingües y no bilingües en una población con un lenguaje minoritario y otro mayoritario, como el caso del País Vasco o Irlanda y Gales. Su modelo encuentra un equilibrio evolucionariamente estable en el que una proporción de los bilingües adopta el lenguaje mayoritario como convención.

Aun cuando los modelos basados en ecuaciones de difusión han sido exitosos modelando la evolución observada de los lenguajes en casos específicos, su tratamiento es fundamentalmente estadístico. Creemos que, modelar la adopción de lenguaje como un juego entre dos poblaciones, provee con un arquetipo explicativo, así como un mecanismo más transparente para implementar políticas de fomento o conservación de un lenguaje dado.

⁴ Stocks and flows.

Es común en la literatura incluir un parámetro de *prestigio* o *estatus* que controla su adopción por parte de la población. Algunos modelos añaden geografía como un parámetro importante. Nuestro enfoque se centra en el *beneficio neto* de cada jugador al implementar una estrategia dada. En nuestro caso contamos con dos poblaciones, cada una con su lengua vernácula, que interactúan entre sí. Digamos en una región fronteriza en la que existe interacción continua entre individuos de dos países (este concepto puede extenderse de muchas maneras, por ejemplo, en países bilingües en donde no hay fronteras legales que dividan las poblaciones o en regiones virtuales facilitadas por la globalización, como grupos de investigación científica o de alta dirección.)

En este contexto, decimos que existe un beneficio β_i por hablar la lengua i y un costo de adopción asociado c_i . El beneficio se entiende de una manera marginal. Esto es, el beneficio implícito de hablar una lengua dada se considera una base y medimos solamente el beneficio adicional de hablar dicha lengua en el contexto del juego. Por ejemplo, hablar inglés como estrategia frente a un jugador que solo hable español tiene beneficio neto nulo. El costo de adopción se refiere al esfuerzo requerido para aprehender un lenguaje de interés. Cuando dicho lenguaje es la lengua vernácula, el costo es cero. Por lo que dos individuos de distintas poblaciones, hablando la misma lengua, enfrentan pagos asimétricos debido al costo de adopción. Consideremos el inglés y el mandarín. Ambos lenguajes aportan un beneficio alto para cierto subgrupo de la población global debido a la importancia económica de los principales países que hablan dichas lenguas, haciéndolas atractivas para los jugadores en cualquier región relevante. Sin embargo, el costo de adquisición del mandarín es mucho más alto que el del inglés. Inhibiendo su adopción de manera significativa.

El Modelo

Consideremos dos poblaciones, 1 y 2, con lenguas vernáculas distintas. Los jugadores de la población 1 cuentan con el conjunto de estrategias $S = \{s_1, s_2, s_3\}$, en donde s_1 es la estrategia pura de hablar únicamente el idioma nativo, s_2 hablar únicamente el idioma de la población 2 y s_3 hablar ambos (bilingüismo). El conjunto de estrategias $T = \{t_1, t_2, t_3\}$, de la población 2 se define de manera similar.

Los pagos para cada par de estrategias están dados en la siguiente bi-matriz:

		Jugador 2		
		t_1	t_2	t_3
Jugador 1	s_1	$\beta_1, \beta_1 - c_1$	$0, 0$	$\beta_1, \beta_1 - c_1$
	s_2	$0, 0$	$\beta_2 - c_2, \beta_2$	$\beta_2 - c_2, \beta_2 - c_1$
	s_3	$\beta_1 - c_2, \beta_1 - c_1$	$\beta_2 - c_2, \beta_2$	$\beta_1 + \beta_2 - c_2, \beta_1 + \beta_2 - c_1$

En donde β_i y c_i , $i \in \{1,2\}$, representan el beneficio y costo de adquisición de la lengua correspondiente para el jugador i . Para facilitar el análisis, asumimos que $\beta_i, c_i \in [0,1]$. Notemos que el pago de un jugador puede ser negativo si el costo de adquisición del lenguaje supera los beneficios.

Análisis

Denotamos los pagos correspondientes a un individuo de la población 1 jugando una estrategia pura contra un individuo de la población 2 como $\pi_1(s_i, t_j)$. El estado de la población es la proporción de individuos que adoptan cada una de las estrategias y la denotamos como $\sigma = \{p_1, p_2, p_3\}$ para la población 1 y $\tau = \{q_1, q_2, q_3\}$ para la población 2. $\sum_i p_i = 1$ y $0 \leq p_i \leq 1$, $\sum_i q_i = 1$ y $0 \leq q_i \leq 1$. Los pagos correspondientes para un jugador adoptando una estrategia pura contra la estrategia mixta (o el estado) de la otra población están dados por:

$$\pi_1(s_1, \tau) = (q_1\beta_1 + q_3\beta), \quad (1.1)$$

$$\pi_1(s_2, \tau) = q_2(\beta_2 - c_2) + q_3(\beta_2 - c_2), \quad (1.2)$$

$$\pi_1(s_3, \tau) = q_1(\beta_1 - c_2) + q_2(\beta_2 - c_2) + q_3(\beta_1 + \beta_2 - c_2), \quad (1.3)$$

$$\pi_2(\sigma, t_1) = p_1(\beta_1 - c_1) + p_3(\beta_1 - c_1), \quad (1.4)$$

$$\pi_2(\sigma, t_2) = p_2\beta_2 + p_3\beta_3, \quad (1.5)$$

$$\pi_2(\sigma, t_3) = p_1(\beta_1 - c_1) + p_2(\beta_2 - c_1) + p_3(\beta_1 + \beta_2 - c_1). \quad (1.6)$$

Los pagos promedio de cada población están dados por:

$$\pi_1(\sigma, \tau) = \sum_{i=1}^3 p_i \pi_1(s_i, \tau), \quad (1.7)$$

$$\pi_2(\sigma, \tau) = \sum_{i=1}^3 q_i \pi_2(\sigma, t_i). \quad (1.8)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales que define la evolución de los lenguajes, de acuerdo con la dinámica del replicador, está dado por:

$$\dot{p}_i = p_i (\pi_1(s_i, \tau) - \pi_1(\sigma, \tau)), i \in \{1, 2, 3\} \quad (1.9)$$

$$\dot{q}_i = q_i (\pi_2(\sigma, t_i) - \pi_2(\sigma, \tau)), i \in \{1, 2, 3\}. \quad (1.10)$$

Dado que $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ y $q_1 + q_2 + q_3 = 1$ tomamos las primeras dos ecuaciones de (1.9) y (1.10) para obtener el siguiente sistema:

$$\dot{p}_1 = -p_1 [\beta_2 (-1 + p_1) (-1 + q_1) + c_2 (-1 + p_1 + p_2 q_1) + \beta_1 p_2 (-1 + q_2)] \quad (1.11)$$

$$\dot{p}_2 = -p_2 [\beta_2 p_1 (-1 + q_1) + c_2 (p_1 + q_1 (-1 + p_2)) + \beta_1 (-1 + p_2) (-1 + q_2)] \quad (1.12)$$

$$\dot{q}_1 = -q_1 [\beta_2 (-1 + p_1) (-1 + q_1) + \beta_1 q_2 (-1 + p_2) + c_1 (p_2 (-1 + q_1) + q_2)] \quad (1.13)$$

$$\dot{q}_2 = -q_2 [\beta_2 (-1 + p_1) q_1 + \beta_1 (-1 + p_2) (-1 + q_2) + c_1 (-1 + p_2 q_1 + q_2)] \quad (1.14)$$

Igualando a cero la parte derecha del sistema, obtenemos 16 puntos fijos formales en términos de los parámetros β_i y c_i , de los cuales 10 son hiperbólicos y dos de ellos representan equilibrios asintóticamente estables. A saber: $P_1 = (1, 0, 0, 1)$ y $P_2 = (0, 0, 0, 0)$, donde P_1 representa el caso en que ambas poblaciones mantienen su lengua vernácula y P_2 representa el equilibrio donde ambas poblaciones son bilingües⁵.

⁵ Recordemos que $\sum p_i = 1$ y $\sum q_i = 1$.

Proposición 1. El punto $P_1 = (1,0,0,1)$ es un equilibrio asintóticamente estable del sistema dinámico representado por las ecuaciones (1.11) - (1.14) cuando $0 < \beta_1 < c_1$ y $0 < \beta_2 < c_2$.

Prueba: Los valores propios de la matriz Jacobiana asociada al sistema en el punto P_1 están dado por $\{\beta_1 - c_1, \beta_1 - c_1, \beta_2 - c_2, \beta_2 - c_2\}$. Se sigue que el requisito de estabilidad asintótica se da cuando $\beta_1 < c_1$ y $\beta_2 < c_2$.

Proposición 2. El punto $P_2 = (0,0,0,0)$ es un equilibrio asintóticamente estable del sistema dinámico representado por las ecuaciones (1.11) - (1.14) cuando $0 < c_1 < \beta_1$ y $0 < c_2 < \beta_2$.

Prueba: Los valores propios de la matriz Jacobiana asociada al sistema en el punto P_2 están dado por $\{-\beta_1, -\beta_2, -\beta_1 + c_1, -\beta_2 + c_2\}$. Se sigue que el requisito de estabilidad asintótica se da cuando $\beta_1 > c_1$ y $\beta_2 > c_2$.

Discusión

En ausencia de utilidad marginal, la población adopta su lengua vernácula y cuando ambas lenguas generan un beneficio marginal positivo, adoptan la estrategia bilingüe. En la Figura 1, se observa como una población con jugadores en cada estrategia, converge a dos estrategias en las que cada población adopta y conserva su lengua vernácula.

FIGURA 1. EVOLUCIÓN DE ESTRATEGIAS CON UTILIDAD MARGINAL NEGATIVA.

En la Figura 2, se observa la evolución de una población, partiendo de las mismas condiciones iniciales que en la Figura 1, pero con una utilidad marginal positiva asociada a la lengua no-vernacula. En este caso, ambas poblaciones convergen al bilingüismo.

FIGURA 2. EVOLUCIÓN DE ESTRATEGIAS CON UTILIDAD MARGINAL POSITIVA.

En este caso, la dinámica de transición es más compleja y aunque es claro que la tendencia es la de convergencia al bilingüismo en el largo plazo, una observación restringida a un periodo corto de tiempo—digamos, algún punto entre 20 y 60 en la gráfica—podría sugerir erróneamente la coexistencia estable de las seis estrategias⁶. De acuerdo con nuestro modelo, estos son los únicos puntos fijos hiperbólicos estables. Sin embargo, existen seis puntos de equilibrio no-hiperbólicos para los que no podemos establecer estabilidad a través de técnicas de linealización. Estos equilibrios incluyen casos como la adopción de la lengua vernacula por la población dominante y el bilingüismo para la mayoritaria o la coexistencia de más de dos estrategias. Sin embargo, establecer estabilidad para estos puntos requiere de la aplicación de la teoría de la variedad central que está fuera del alcance de este trabajo.

⁶ El mismo argumento se puede hacer en el caso con utilidad marginal negativa de la Figura 1. Aunque la tendencia es más clara en esta situación.

Conclusiones e investigación futura

Exploramos la adopción del lenguaje funcional desde el punto de vista de la dinámica evolutiva, basando la dinámica en un juego que asigna pagos en función del valor del lenguaje adoptado como estrategia, pero también considera costos de adquisición. Diferenciando situaciones en las que la complejidad del lenguaje o barreras de infraestructura educativa limitan la adopción a pesar de su valor. Nuestros resultados preliminares muestran equilibrios estables consistentes con el sentido común y con resultados en la literatura. Existen varias direcciones por explorar, incluyendo el estudio de la estabilidad de los puntos no hiperbólicos, la extensión del modelo a más de dos lenguas y su capacidad predictiva con datos históricos.

Referencias

- Abrams, D., & Strogatz, S. (2003). Modelling the dynamics of language death. *Nature*.
- Boissonneault, M., & Vogt, P. (2021). A systematic and interdisciplinary review of mathematical models of language competition. *Humanities and Social Sciences Communications*.
- Cherniha, R., & Davydovych, V. (2020). Exact Solutions of a Mathematical Model Describing Competition and Co-Existence of Different Language Speakers. *Entropy*, 154.
- Kandler, A., Unger, R., & Steele, J. (2010). Language shift, bilingualism and the future of Britain's Celtic languages. *Philosophical transactions of the Royal Society B*, 3855–3864.
- Krauss, M. (1992). The world's languages in crisis. *Language*, 4:10.
- Mufwene, S. (2002). Colonisation, globalisation, and the future of languages in the twenty-first century. *International Journal on Multicultural Societies*, 4: 162–193.
- Mussa Juane, M., Seoane, L. F., Muñuzuri, A. P., & Mira, J. (2019). Urbanity and the dynamics of language shift in Galicia. *Nature Communications*.
- Seoane, L. F., & Mira, J. (2017). Modeling the life and death of competing languages within populations of speakers from a physical and mathematical perspective. In F. Lauchlan, & M. Parafita Couto, *Bilingualism and minority languages in Europe: current trends and developments* (pp. 70-93). Cambridge Scholars Publishing.
- Simons, G. F., & Krauss, M. E. (2013). The world's languages in crisis: A 20-year update. In E. B.-D. Mihás, *Responses to language endangerment. In honor of Mickey Noonan. Studies in Language Companion Series 142* (pp. 3–19). Amsterdam: John Benjamins.
- Smith, M. J. (1974). The theory of games and the evolution of animal conflicts. *Journal of Theoretical Biology*, 47(1) : 209–221.
- Smith, M. J. (1982). *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press: Cambridge.

Uriarte, J. R., & Sperlich, S. (2021). A behavioural model of minority language: Theory and empirical evidence. *PLoS ONE*.