APLIKASI *TIME SERIES ANALYSIS* UNTUK KARAKTERISASI AKUIFER KARST

¹Afid Nurkholis, ²Tjahyo Nugroho Adji, ³Ahmad Cahyadi
^{1, 2, 3} Karst Research Group, Fakultas Geografi, Universitas Gadjah Mada
Email author: afidnurkholis@gmail.com

Abstrak

Time series analysis merupakan suatu analisis statistik yang mencerminkan respons sistem karst terhadap curah hujan. Konsep dari metode ini adalah menganggap sistem akuifer karst sebagai black box yang tidak diketahui kinerjanya. Time series analysis menggunakan perhitungan statistik berupa univariate (auto-correlation) dan bivariate (cross-correlation). Kedua metode menganalisis data berdasarkan waktu dan dapat diubah bentuk menjadi analisis frekuensi. Auto-correlation dapat diubah menjadi spectral density. Cross-correlation dapat diubah menjadi cross-amplitude, phase function, coherency function, dan gain function. Tulisan ini akan menjelaskan langkah-langkah perhitungan seluruh metode time series analysis tersebut untuk melakukan karakterisasi akuifer karst. Data yang digunakan adalah pasangan debit aliran dan curah hujan selama 6 bulan (1 Januari 2017 – 30 Juni 2017). Kedua data dicatat pada Gua Pindul (sebagai outlet sistem akuifer karst) dan Sinking Stream Kedungbuntung. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa time series analysis dapat diklasifikasikan menjadi pelepasan aliran conduit, fissure, dan diffuse.

Kata kunci: *time series analysis, auto-correlation, cross-correlation, akuifer karst, karakterisasi akuifer, Gua Pindul*

Sitasi model APA

Nurkholis, A., & Adji, T. N. (2018, April 10). APLIKASI *TIME SERIES ANALYSIS* UNTUK KARAKTERISASI AKUIFER KARST. <http://doi.org/10.17605/OSF.IO/HZ54T>

APLIKASI *TIME SERIES ANALYSIS* UNTUK KARAKTERISASI AKUIFER KARST

I. Pendahuluan

Time series analysis merupakan suatu analisis statistik yang mencerminkan respons sistem karst terhadap curah hujan. Konsep dari metode ini adalah menganggap sistem akuifer karst sebagai *black box* yang tidak diketahui kinerjanya (Ford & Williams, 1989). Analisis dilakukan melalui hubungan *input* (curah hujan) dengan *output* (debit aliran atau muka airtanah) yang diolah secara statistik (Mangin, 1984; Kovacs dan Sauter, 2007) (Gambar 1).

Gambar 1. Ilustrasi *time series analysis* sebagai model *black box*

Time series analysis menggunakan perhitungan statistik berupa *univariate* (*auto-correlation*) dan *bivariate* (*cross-correlation*) (Kovacs dan Sauter, 2007). Kedua metode menganalisis data berdasarkan waktu dan dapat diubah bentuk menjadi analisis frekuensi. *Auto-correllation* dapat diubah menjadi *spectral density*. *Cross-correlation* dapat diubah menjadi *cross-amplitude*, *phase function*, *coherency function*, dan *gain function*. Zang dkk, (2013) mengklasifikasikan metode *time series analysis* untuk karakterisasi sistem akuifer karst (Tabel 1). Panagopoulus dan Lambarakis (2006) menjelaskan metode-metode tersebut dalam kaitannya dengan karakterisasi sistem akuifer karst, yaitu:

1.1. Auto-Correlation

Auto-correlation juga disebut sebagai *univariate* karena hanya menggunakan satu *signal* (debit aliran atau TMA). Persamaan metode ini adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Klasifikasi *time series analysis* untuk karakterisasi sistem akuifer karst (Zang dkk, 2013)

Respons Sistem Akuifer Karst		Definisi	Metode	Indikator
Aliran Conduit	Waktu Tunda Aliran Conduit	Nilai rerata respons cepat hidrograf terhadap hujan. Tlag dihitung pada <i>rising limb</i> hidrograf	<i>Cross-Correlation</i>	waktu dari puncak grafik
			<i>Phase Functions</i>	$time\ delay(d)=\theta_{xy}(f)/2\pi f$
			<i>Cross-Amplitude</i>	nilai ketika mendekati enol
	Durasi Minimum Aliran Conduit	Durasi minimum pelepasan aliran conduit yang dihitung dari resesi Kc	<i>Gain Functions</i>	$g_{xy}(f) < 0,4$
Aliran Diffuse	Rerata Durasi Aliran Diffuse	Rerata durasi yang dihitung menggunakan Kb	<i>Auto-Correlation</i>	$memory\ effect(C)=2/(n^{0,5})$
			<i>Spectral Density Functions</i>	$regulation\ time(Treg)=S(f=0)/2$
	Durasi Maksimum Aliran Diffuse	Durasi maksimum pelepasan aliran diffuse yang dihitung dari resesi Kb	<i>Gain Functions</i>	$g_{xy}(f) > 1$
Aliran Fissure	Rerata Durasi Aliran Fissure	Rerata durasi yang dihitung menggunakan Ki	<i>Auto-Correlation</i>	permulaan penurunan tajam grafik
			<i>Cross-Correlation</i>	permulaan penurunan tajam grafik
	Durasi Aliran Fissure	Durasi yang dihitung pada selang antara Kc dengan Kb	<i>Gain Functions</i>	$0,4 < g_{xy}(f) < 1$

$$r(k) = \frac{c(k)}{c(0)} \dots \dots \dots (1)$$

$$C(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x}) \dots\dots\dots(2)$$

$$C(0) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 \dots\dots\dots(3)$$

C(k) adalah *correlogram* yang menunjukkan *memory effect*, yaitu kemampuan sistem dalam menyimpan *input signal* (curah hujan). Karst yang telah berkembang akan menyimpan *input signal* dalam waktu yang lebih lama dibandingkan karst yang belum berkembang. Bentuk *correlogram* diidentikkan dengan grafik resesi hidrograf banjir. Oleh karena itu, grafik C(k) pada *predetermined value* menunjukkan durasi pelepasan komponen *baseflow/diffuse* (durasi penyimpanan *input signal*) (Gambar 2). Nilai *predetermined value* dihitung menggunakan persamaan 4.

$$C(k) = \frac{2}{\sqrt{\text{banyak data}}} \dots\dots\dots(4)$$

Gambar 2. Contoh *auto-correlation* di dua sistem karst berbeda, Trifilia (dominasi *baseflow*) dan Almyros (dominasi *quickflow*) (Panagopoulus dan Lambarakis, 2006)

1.2. Spectral Density

Hubungan *auto-correlation* dapat diubah menjadi frekuensi yang menghasilkan nilai *spectral density*. Persamaan *spectral density* adalah sebagai berikut:

$$S(f) = 2[1 + 2 \sum_{k=1}^m D(k)r(k)\cos(2\pi fk)] \dots\dots\dots(5)$$

$$D(k) = \frac{1+\cos\pi\frac{k}{m}}{2} \dots\dots\dots(6)$$

Spectral density menunjukkan distribusi data pada berbagai frekuensi, dimana puncak-puncak grafik menggambarkan siklus atau pola banjir dari suatu sistem karst (Gambar 3). Larocque dkk (2013) dan Zang dkk (2013) menerangkan bahwa T_{reg} (*time regulation*) merupakan durasi penyimpanan *input signal* oleh sistem yang dapat diukur melalui grafik *spectral density*. Konsep ini menyerupai *memory effect* pada *auto-correlation*. Persamaan T_{reg} adalah sebagai berikut:

$$T_{reg} = \frac{S(f=0)}{2} \dots\dots\dots(7)$$

Gambar 3. Contoh grafik *spectral density*, ZJS melepaskan aliran *diffuse* lebih lambat dibandingkan ELP (Zang, dkk, 2013)

1.3. Cross-Correlation

Cross-correlation merupakan hubungan antara *input signal* (curah hujan) dengan *output signal* (debit aliran) sehingga disebut juga hubungan *bivariate* (Gambar 4). Persamaan dari hubungan ini adalah sebagai berikut:

$$r_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{\sqrt{C_{x(0)}^2 C_{y(0)}^2}} \dots\dots\dots(8)$$

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}) \dots\dots\dots(9)$$

$$C_x(0) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 \dots\dots\dots(10)$$

$$C_y(0) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2 \dots\dots\dots(11)$$

Gambar 4. Contoh *cross-correlogram*, Almyron merupakan karst yang berkembang sehingga memiliki Tlag yang lebih cepat dibandingkan Trifilias (Panagopoulus dan Lambarakis, 2006)

$C_{xy}(k)$ merupakan *cross-correlogram*, dimana nilai T_{lag} (waktu tunda) adalah rentang antara nilai T_{lag} (sumbu x) ketika nol hingga puncak *cross-correlogram*. Nilai $C_{xy}(k)$ menunjukkan seberapa cepat hujan akan muncul sebagai debit aliran di titik pengukuran. Oleh karena itu, *cross-correlogram* diidentikkan dengan hidrograf banjir yang memiliki *rising limb*, debit puncak, dan resesi. Tlag pada metode ini menggambarkan respons sistem karst terhadap aliran *conduit*. Karst yang telah berkembang akan mempunyai Tlag yang cepat (Gambar 4).

1.4. Cross-Amplitude

Nilai *cross-correlation* yang diubah dari satuan waktu menjadi frekuensi akan menghasilkan *cross-amplitude*. Persamaan *cross-amplitude* ini adalah sebagai berikut:

$$S_{xy}(f) = h_{xy}(f) - i\lambda_{xy}(f) \dots\dots\dots(12)$$

$$h_{xy}(f) = 2\{r_{xy}(0) + \sum_1^m [r_{xy}(k) + r_{yx}(k)]D(k)\cos(2\pi fk)\} \dots\dots\dots(13)$$

$$\lambda_{xy}(f) = 2\{\sum_1^m [r_{xy}(k) - r_{yx}(k)]D(k)\sin(2\pi fk)\} \dots\dots\dots(14)$$

S_{xy} merupakan *cross-amplitude* yang menunjukkan seberapa lama *input signal* (hujan) difilter oleh sistem karst sebelum keluar sebagai *output signal* (debit aliran). Menurut Zang, dkk (2013), nilai tersebut menunjukkan T_{lag} maksimum sistem akuifer karst

dalam merespons aliran *conduit*. Nilai tersebut terjadi ketika S_{xy} mendekati nol. Karst yang telah berkembang akan mempunyai T_{lag} maksimum lebih cepat (Gambar 5).

Gambar 5. Contoh grafik *cross-amplitude*, ELP merupakan karst berkembang yang memiliki nilai S_{xy} lebih cepat mendekati nol daripada ZJS (Zang, dkk, 2013).

1.5. Phase Functions

Phase function merupakan hasil modifikasi dari *cross-amplitude*, persamaan tersebut adalah sebagai berikut:

$$\theta_{xy}(f) = \arctan \frac{\lambda_{xy}(f)}{h_{xy}(f)} \dots\dots\dots(15)$$

Nilai θ_{xy} merupakan *phase* yang menunjukkan perbedaan frekuensi antara *input signal* dengan *output signal*. Perbedaan frekuensi ini terjadi karena adanya *input signal* (hujan) yang difilter oleh sistem karst. Nilai tersebut memiliki kegunaan yang sama dengan *cross-correlation*, yaitu menunjukkan T_{lag} atau waktu jeda terhadap aliran *conduit*. Waktu jeda (d) dari *phase functions* dihitung dengan persamaan berikut:

$$d = \frac{\theta_{xy}(f)}{2\pi f} \dots\dots\dots(16)$$

Karst yang berkembang akan mempunyai nilai d yang lebih cepat dibanding karst yang belum berkembang (Gambar 6)

Gambar 6. Contoh grafik *phase functions*, (a) merupakan karst belum berkembang yang memiliki nilai *phase* lebih lambat daripada (b) yang merupakan karst berkembang (Padilla dan Pulido-Bosch, 1995).

1.6. Coherency Functions

Coherency functions menunjukkan kelinieran dari sistem karst. Karst yang telah berkembang akan mengubah *input signal* (curah hujan) langsung menjadi *output signal* (debit aliran) sehingga akan memiliki respons yang lebih linier dibandingkan karst yang belum berkembang (Gambar 7). Persamaan dari fungsi ini adalah sebagai berikut:

Gambar 7. Contoh grafik *coherency*: (a) merupakan karst belum berkembang yang memiliki tingkat kelinieran data kurang dari (b) yang merupakan karst berkembang (Padilla dan Pulido-Bosch, 1995)

$$CO_{xy}(f) = \frac{s_{xy}(f)}{\sqrt{s_x(f)s_y(f)}} \dots\dots\dots(17)$$

1.7. Gain-Functions

Gain functions menunjukkan durasi dari aliran *conduit*, *fissure*, dan *diffuse*. Padilla dan Pulido-Bosch (1995) membuktikan bahwa *gain* yang bernilai satu menandakan berlakunya aliran *diffuse*, nilai 0,4 menunjukkan berlakunya aliran *conduit*, dan diantara nilai keduanya berlaku aliran *fissure*. Karst yang telah berkembang akan memiliki durasi aliran *conduit*, *fissure*, dan *diffuse* yang lebih cepat dibandingkan karst belum berkembang (Gambar 2.8). Persamaan dari fungsi ini adalah sebagai berikut:

$$g_{xy}(f) = \frac{s_{xy}(f)}{s_x(f)} \dots\dots\dots(18)$$

II. Alat dan Bahan

2.1. Alat:

1. Laptop
2. *Software* Ms.Excel untuk mengolah data dan membuat grafik.
3. *Software* XLSTAT (exstensi Ms.Excel) yang dapat di download pada link berikut <https://www.xlstat.com/en/download>.

2.2. Bahan:

1. Pasangan data debit aliran dengan curah hujan selama kurun waktu tertentu.

Perhitungan pada tulisan ini menggunakan data pengukuran di Sistem Karst Pindul, Kec. Karangmojo, Kab. Gunungkidul. Data debit aliran dan curah hujan diukur pada dua lokasi, yaitu Gua Pindul sebagai *outlet* sistem karst dan *Sinking Stream Kedungbuntung* (Gambar 8). Data yang digunakan memiliki rentang 6 bulan (31 Desember 2016 – 30 Juni 2017).

Gambar 8. Peta penggunaan lahan dan pemasangan alat Sistem Karst Pindul

III. Langkah Kerja

3.1. Instalasi *software* XLSTAT

1. Install master program XLSTAT yang telah didownload sebelumnya.
2. Apabila instalasi berhasil maka ketika membuka Ms.Excel telah ada ekstensi XLSTAT pada *toolbar* (Gambar 9).
3. Jalankan XLSTAT dengan melakukan klik pada “**start XLSTAT**” (Gambar 9).

Gambar 9. Mengoperasikan *software* XLSTAT

4. XLSTAT yang siap digunakan akan memiliki tampilan seperti Gambar 10.

Gambar 10. *Software* XLSTAT yang siap digunakan

3.2. Perhitungan *Cross-Correlation*

1. Persiapkan pasangan data debit aliran dan curah hujan di *software* Ms.Excel (selama 6 bulan di tulisan ini) (Gambar 11).

	A	B	C	D	E
1	Tanggal Waktu	Q (m3/s)	P (mm)		
2	31/12/2016 18:00	3,753	0		
3	31/12/2016 18:15	3,750	0		
4	31/12/2016 18:30	3,746	0		
5	31/12/2016 18:45	3,750	0		
6	31/12/2016 19:00	3,735	0		
7	31/12/2016 19:15	3,725	0		
8	31/12/2016 19:30	3,725	0		
9	31/12/2016 19:45	3,728	0		

Gambar 11. Input pasangan data debit aliran dan hujan di Ms.Excel

2. Membuka modul *cross-correlation* di XLSTAT dengan cara klik **Advance features**
>> Time series analysis >> Descriptive analysis (Gambar 12).

Gambar 12. Membuka modul *cross-correlation*

3. Modul *cross-correlation* nampak seperti Gambar 13. **Series label** menunjukkan apakah label data ikut dimasukkan dalam pemrosesan atau tidak. **Time series** diisi pasangan data debit aliran dan hujan.
4. Untuk melakukan input data, klik **Time series** kemudian blok series data debit dan curah hujan beserta labelnya (Gambar 13).

Gambar 13. Input data *cross-correlation*

5. Menentukan panjang waktu perhitungan (angka maksimal **Time Lag** (T_{lag})) dengan cara klik **Options**.

Gambar 14. Penentuan nilai maksimal T_{lag}

Jika ingin nilai tersebut otomatis, maka pilih **Automatic**. Pilih **User defined** untuk menentukan secara manual (**500 pada perhitungan ini**) (Gambar 14).

6. Memilih metode untuk menentukan cara apabila ada data yang rusak/hilang/tidak berpasangan, yaitu dengan klik **Missing data** (Gambar 15).

Gambar 15. Pemilihan metode pada data yang rusak

7. Pilih *output* dari analisis dengan cara klik **Outputs** (Gambar 16). Yang perlu dilakukan adalah mencentang **Cross-correlations**, memilih derajat kepercayaan

(**Confidence intervals**, 95% di perhitungan ini), dan mencentang **White noise assumption** karena hubungan debit aliran dan curah hujan diaanggap sebagai *white noise*.

Gambar 16. Pemilihan *output*

8. Pilih *output* grafik yang ingin dihasilkan dengan klik **Charts** (Gambar 17). Grafik dapat dibuat secara terpisah menggunakan MS.Excel.

Gambar 17. Pemilihan *output* grafik

9. Klik **Ok** untuk menampilkan hasil. Hasil perhitungan akan muncul pada *sheet* terpisah (Gambar 18).

Cross-correlations (Q (m3/s) / P (mm)):					
Lag	Cross-correlation	Standard error	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)	
-500	0,018	0,008	-0,016	0,016	
-499	0,017	0,008	-0,016	0,016	
-498	0,016	0,008	-0,016	0,016	
-497	0,014	0,008	-0,016	0,016	
-496	0,013	0,008	-0,016	0,016	
-495	0,012	0,008	-0,016	0,016	
-494	0,012	0,008	-0,016	0,016	
-493	0,011	0,008	-0,016	0,016	
-492	0,010	0,008	-0,016	0,016	
-491	0,010	0,008	-0,016	0,016	
-490	0,009	0,008	-0,016	0,016	
-489	0,009	0,008	-0,016	0,016	
-488	0,009	0,008	-0,016	0,016	
-487	0,009	0,008	-0,016	0,016	

Gambar 18. Hasil *cross-correlation*

10. Perhitungan diatas menggunakan data Gua Pindul. Untuk membandingkan analisis, perhitungan kali ini juga menggunakan data *Sinking Stream* Kedungbuntung. Untuk data yang berbeda, perhitungan dapat dilakukan dengan langkah 1-9 diatas.
11. Membuat grafik *cross-correlation* yang juga disebut *cross-correlogram* dengan cara membuat tabel berisi kolom **Lag**, ***cross-correlation* Gua Pindul** dan ***cross-correlation* Kedungbuntung** (Gambar 19).

	A	B	C
	Lag	Gua Pindul Cross-correlation	Kedungbuntung Cross-correlation
2	-500	0,018	0,024
3	-499	0,017	0,024
4	-498	0,016	0,026
5	-497	0,014	0,029
6	-496	0,013	0,030
7	-495	0,012	0,030
8	-494	0,012	0,030
9	-493	0,011	0,030
0	-492	0,010	0,029
1	-491	0,010	0,028
2	-490	0,009	0,028
3	-489	0,009	0,028
4	-488	0,009	0,029
5	-487	0,009	0,029
6	-486	0,009	0,028
7	-485	0,009	0,027
8	-484	0,008	0,027
9	-483	0,007	0,026
0	-482	0,007	0,026

Gambar 19. Input pembuatan *cross-correlogram*

12. Blok ketiga kolom, kemudian klik **Insert>>Scatter>>Scatter with smooth line** (Gambar 20).

Gambar 20. Pembuatan *cross-correlogram*

13. *Cros-correlogram* nampak seperti Gambar 21. Kedua lokasi memiliki Puncak grafik yang sama, yaitu pada T_{lag} jam ke-7. **Nilai tersebut perlu dikalikan dengan 15 karena pencatatan debit dan curah hujan dilakukan setiap interval 15 menit.** T_{lag} Gua Pindul dan Kedungbuntung memiliki waktu 1 jam 45 menit. Nilai ini merupakan rerata pada seluruh kejadian banjir. Nilai ini juga identik dengan T_{lag} pada hidrograf banjir.

Gambar 21. *Cross-collerogram* Gua Pindul dan Kedungbuntung

14. Grafik *cross-correlation* juga dapat digunakan untuk menganalisis pelepasan aliran *fissure*. Rerata durasi aliran *fissure* diperoleh melalui nilai *initially sharp decline* pada grafik *cross-correlation*. Konsep ini identik dengan resesi aliran *fissure* (Gambar 22). Gua Pindul dan Kedungbuntung memiliki rerata pelepasan aliran *fissure* 4 jam.

3.3. Perhitungan *Auto-Correlation*

1. Persiapkan input data dan lakukan proses yang sama seperti **perhitungan *cross-correlation*** pada **langkah 1-6**.
2. Pilih *output* dengan cara klik **Outputs** (Gambar 23). Centang **Autocorrelations**, **Confidence intervals** (95% di perhitungan ini), dan **White noise assumptions**.
3. Pilih grafik yang ingin dihasilkan. Pembuaran grafik dapat dilakukan seara terpisah pada Ms.Excel (Gambar 24).

4. Klik **OK** untuk menampilkan hasil perhitungan *auto-correlation* (Gambar 25). Untuk membandingkan hasil, hitung data lain dengan cara mengikuti langkah 1-3 diatas. Perhitungan ini menggunakan data Gua Pindul dan Kedungbuntung.

Gambar 22. *Initially Sharp Decline* dari Grafik *Cross-Correlation*

Gambar 23. Pemilihan *output*

Gambar 24. Pemilihan hasil grafik

Descriptive analysis (Q (m3/s)):				
Lag	Autocorrelation	Standard error	Lower bound (95%)	Upper bound (95%)
0	1,000	0,000		
1	0,981	0,008	-0,016	0,016
2	0,934	0,008	-0,016	0,016
3	0,872	0,008	-0,016	0,016
4	0,805	0,008	-0,016	0,016
5	0,738	0,008	-0,016	0,016
6	0,675	0,008	-0,016	0,016
7	0,616	0,008	-0,016	0,016
8	0,563	0,008	-0,016	0,016
9	0,516	0,008	-0,016	0,016
10	0,475	0,008	-0,016	0,016
11	0,439	0,008	-0,016	0,016
12	0,407	0,008	-0,016	0,016
13	0,379	0,008	-0,016	0,016

Gambar 25. Hasil *auto-correlation*

5. Membuat tabel berisi hasil *auto-correlation* (Gua Pindul dan Kedungbuntung) di Ms Excel (Gambar 26).

	A	B	C
1	Lag	Gua Pindul Autocorrelation	Kedungbuntung Autocorrelation
2	0	1,000	1,000
3	1	0,981	0,988
4	2	0,934	0,960
5	3	0,872	0,924
6	4	0,805	0,885
7	5	0,738	0,845
8	6	0,675	0,807
9	7	0,616	0,771
10	8	0,563	0,739
11	9	0,516	0,709
12	10	0,475	0,684

Gambar 26. *Auto-correlation* Gua Pindul dan Kedungbuntung

6. Membuat grafik *auto-correlation* atau yang biasa disebut ***correlogram*** dengan cara blok ketiga kolom kemudian klik **Insert>>Scatter>>Scatter with smooth line** (Gambar 27).

Gambar 27. Pembuatan *correlogram*

7. *Correlogram* (Gambar 28) dapat digunakan untuk menghitung rerata durasi pelepasan komponen *diffuse*. Konsep ini identik dengan resesi komponen *basefelow* atau aliran *diffuse*.
8. Untuk menghitung durasi tersebut, tentukan waktu dimana $C(k)$ mencapai *predetermined value*. Nilai ini dihitung menggunakan persamaan 4 yang telah dijelaskan diatas. Banyak data yang digunakan dalam perhitungan ini adalah 14.391 baik di Gua Pindul maupun Kedungbuntung sehingga $C(k) = 2/(14391^{0,5}) = 0,02$.

Gambar 28. *Correlogram* Gua Pindul dan Kedungbuntung

9. Gambar 28 menunjukkan bahwa Gua Pindul mencapai $C(k=0,02)$ pada waktu 18 sehingga memiliki rerata pelepasan aliran *diffuse* $18 \times 15 \text{ menit} = 45,75 \text{ jam}$. Sementara itu, Kedungbuntung belum mencapai nilai $C(k=0,02)$ pada waktu maksimal *correlogram* (500) sehingga Kedungbuntung memiliki rerata durasi pelepasan aliran *diffuse* $> 500 \times 15 \text{ menit} (> 125 \text{ jam})$.
10. *Correlogram* juga dapat digunakan untuk mencari rerata durasi aliran *fissure*. Rerata durasi aliran *fissure* diperoleh melalui nilai *initially sharp decline* pada grafik *auto-correlation*. Konsep ini identik dengan resesi aliran *fissure* (Gambar 29). Kedua lokasi mengalami *initially sharp decline* pada waktu 10 sehingga memiliki rerata durasi pelepasan aliran *fissure* 2,5 jam.

Gambar 29. *Initially sharp decline* pada *correlogram*

3.4. Perhitungan *Spectral Analysis*

Spectral analysis mencakup *spectral density*, *cross-amplitude*, *phase function*, *coherency function*, *gain function*. Perhitungan *spectral analysis* adalah sebagai berikut:

1. Persiapkan *input data* berupa series pasangan data debit dan curah hujan (Gambar 30). *Spectral analysis* merupakan analisis frekuensi sehingga kolom debit diletakkan berkebalikan dengan analisis yang berdasarkan waktu (*cross-correlation* dan *auto-correlation*). **Kolom debit berada di sebelah kanan data hujan.**

2. Membuka modul analisis *spectral analysis* dengan cara klik **Advance features >> Time series analysis >> Spectral analysis** (Gambar 31).

	A	B	C	D
1	Tanggal_Waktu	P (mm)	Q (m3/s)	
2	31/12/2016 18:00	0	3,753	
3	31/12/2016 18:15	0	3,750	
4	31/12/2016 18:30	0	3,746	
5	31/12/2016 18:45	0	3,750	
6	31/12/2016 19:00	0	3,735	
7	31/12/2016 19:15	0	3,725	
8	31/12/2016 19:30	0	3,725	
9	31/12/2016 19:45	0	3,728	
10	31/12/2016 20:00	0	3,732	
11	31/12/2016 20:15	0	3,725	
12	31/12/2016 20:30	0	3,725	
13	31/12/2016 20:45	0	3,732	
14	31/12/2016 21:00	0	3,732	
15	31/12/2016 21:15	0	3,725	
16	31/12/2016 21:30	0	3,728	
17	31/12/2016 21:45	0	3,721	
18	31/12/2016 22:00	0	3,717	
19	31/12/2016 22:15	0	3,717	

Gambar 30. Input data *spectral analysis*

Gambar 31. Membuka modul *spectral analysis*

3. Melakukan input data dengan cara klik **General>> isi Time series** dengan cara blok series data debit dan hujan >> isi **Date data** dengan cara blok tanggal/waktu data. Apabila **Series labels** dicentang, ketika melakukan pengeblokan data (pemilihan data) label data harus diikutsertakan (Gambar 32).

4. Memilih pengolahan terhadap data yang rusak/tidak berpasangan dengan cara klik **Missing data** (Gambar 33).

Gambar 32. Input data *phase function*

Gambar 33. Pemilihan metode terhadap data yang rusak

5. Memilih *output* perhitungan dengan cara klik **Outputs (1)**. Centang **White noise test**, **Amplitude**, **Phase**, **Spectral density**. Kemudian, memilih metode analisis pada **Kernel weighting** (Gambar 34).

Gambar 34. Memilih *output* tahap 1

6. Memilih *output* tahap 2 dengan cara klik **Outputs (2)**. Centang **Cross-spectrum**, **Cospectrum**, **Quadrature spectrum**, **Squared coherency** (Gambar 35).

Gambar 35. Pemilihan *output* tahap 2

7. Memilih *output* grafik dengan cara klik **Charts**. Pembuatan grafik dapat dilakukan terpisah menggunakan Ms.Excel (Gambar 36). Tulisan ini membuat grafik terpisah menggunakan Ms.Excel.

Gambar 36. Pemilihan *output* grafik

8. Klik **OK** untuk menampilkan hasil perhitungan. Hasil ini terdiri dari *spectral analysis* data hujan-debit serta *cross-spectral analysis* data hujan-debit (Gambar 37).

Gambar 37. Hasil perhitungan *spectral analysis*

9. Lakukan langkah 1-8 pada data lain untuk perbandingan hasil (perhitungan ini menggunakan data **Gua Pindul dan Sinking Stream Kedungbuntung**).

3.5. Perhitungan *Phase Functions*

1. Mencari hasil perhitungan *phase functions* dari hasil perhitungan *spectral analysis* yang telah dijelaskan diatas. Perhitungan *phase functions* berada di **Tabel Cross-spectrum analysis** (tabel ini biasanya terletak paling bawah dari hasil *spectral analysis*) (Gambar 38).

Frequency [0,Pi]	Period	Cospectrum	Quadrature spectrum	Amplitude of the cross-spectrum	Square coherence	Phase
0,000		100,446	-0,041	100,446	3803,416	0,000
0,000	14421,000	90,906	-0,042	90,906	3596,742	0,000
0,001	7210,500	65,966	-0,027	65,966	2756,076	0,000
0,001	4807,000	35,171	0,023	35,171	1060,517	0,001
0,002	3605,250	10,284	0,104	10,284	100,524	0,010
0,002	2884,200	0,770	0,192	0,794	0,611	0,244
0,003	2403,500	0,762	0,264	0,807	0,652	0,333
0,003	2060,143	0,818	0,322	0,879	0,823	0,375
0,003	1802,625	0,916	0,372	0,989	1,123	0,386
0,004	1602,333	1,009	0,408	1,088	0,820	0,385
0,004	1442,100	1,047	0,428	1,131	0,695	0,388
0,005	1311,000	0,996	0,418	1,081	0,630	0,398
0,005	1201,750	0,836	0,361	0,911	0,708	0,407
0,006	1109,308	0,625	0,269	0,680	0,577	0,406
0,006	1030,071	0,458	0,181	0,493	1,176	0,377
0,007	961,400	0,402	0,132	0,423	0,555	0,317

Gambar 38. Hasil perhitungan *phase function* yang ada di hasil perhitungan *spectral analysis*

2. Salin hasil *phase functions* dan frekuensi ke dalam *sheet* baru (Gambar 39).

	A	B	C	D
	Frequency [0,Pi]	Gua Pindul Phase	Kedungbuntung Phase	
1				
2	0,000	0,000	-0,002	
3	0,000	0,000	-0,001	
4	0,001	0,000	0,000	
5	0,001	0,001	0,003	
6	0,002	0,010	0,022	
7	0,002	0,244	0,268	
8	0,003	0,333	0,367	
9	0,003	0,375	0,427	
10	0,003	0,386	0,460	
11	0,004	0,385	0,475	
12	0,004	0,388	0,485	
13	0,005	0,398	0,484	
14	0,005	0,407	0,472	
15	0,006	0,406	0,445	

Gambar 39. *Phase functions* Gua Pindul dan Kedungbuntung

3. Membuat grafik *phase functions* dengan cara blok ketiga kolom kemudian klik **Insert>>Scatter>>Scatter with smooth line** (sama dengan langkah 6 perhitungan *auto-correlation*).
4. Atur rentang **sumbu x** (frekuensi) agar kelinieran terlihat. *Phase functions* merupakan perhitungan yang menunjukkan perbedaan *signal* antara *input* (hujan) dan *output* (debit aliran). Perbedaan frekuensi tersebut menyebabkan adanya grafik yang linier (Gambar 40).

Gambar 40. *Phase functions* Gua Pindul dan Kedungbuntung

5. Gambar 40 menunjukkan *phase functions* mengalami kelinieran pada frekuensi 0,001-0,094. Grafik tersebut selanjutnya dapat digunakan untuk menghitung rerata **Time lag (T_{lag})** yang mencerminkan respons cepat akuifer karst terhadap curah hujan. Nilai ini identik dengan T_{lag} pada hidrograf banjir.
6. T_{lag} pada *phase functions* dihitung menggunakan persamaan 16 yang telah dijelaskan diatas. Rumus untuk menghitung T_{lag} pada *phase* adalah, **T_{lag} = nilai *phase* pada frekuensi tertentu/ (2 x phi x frekuensi pada saat *phase* tertentu).**
7. Gambar 40 menunjukkan bahwa kelinieran terjadi pada frekuensi 0,001-0,094. Oleh karena itu, perhitungan T_{lag} dilakukan pada nilai pada seluruh *phase* yang ada pada range frekuensi 0,001-0,094 (Gambar 41).

Frequency [0,Pi]	Gua Pindul Phase	Tlag Gua Pindul	Rerata Tlag Gua Pindul
0,000	0,000		4
0,000	0,000		
0,001	0,000		
0,001	0,001	0,081	
0,002	0,010	0,920	
0,002	0,244	17,867	
0,003	0,333	20,282	
0,003	0,375	19,581	
0,003	0,386	17,636	
0,004	0,385	15,620	
0,004	0,388	14,194	
0,005	0,398	13,209	
0,005	0,407	12,401	
0,006	0,406	11,427	
0,006	0,377	9,833	
0,007	0,317	7,729	
0,007	0,292	6,662	

Gambar 41. Contoh perhitungan Tlag Gua Pindul dengan *phase functions*

- Perhitungan Tlag Gua Pindul pada Gambar 41 tersebut diteruskan hingga frekuensi 0,094. Seluruh nilai tersebut kemudian dilakukan rerata, Hasil rerata nilai Tlag Gua Pindul adalah 4. Nilai tersebut perlu dikalikan 15 menit karena pencatatan debit dan hujan dilakukan setiap 15 menit sehingga Gua Pindul memiliki Tlag sebesar 60 menit (1 jam).

3.6. Perhitungan *Cross-Amplitude Functions*

- Mencari hasil perhitungan *cross-amplitude functions* dari hasil perhitungan *spectral analysis* yang telah dijelaskan diatas. Perhitungan *cross-amplitude functions* berada di **Tabel *Cross-spectrum analysis*** (tabel ini biasanya terletak paling bawah dari hasil *spectral analysis*) (Gambar 42).

Frequency [0,Pi]	Period	Cospectrum	Quadrature spectrum	Amplitude of the cross-spectrum	Squared coherency	Phase
0,000		100,446	-0,04	100,446	3803,416	0,000
0,000	14421,000	90,906	-0,04	90,906	3596,742	0,000
0,001	7210,500	65,966	-0,02	65,966	2756,076	0,000
0,001	4807,000	35,171	0,02	35,171	1060,517	0,001
0,002	3605,250	10,284	0,10	10,284	100,924	0,010
0,002	2884,200	0,770	0,19	0,794	0,611	0,244
0,003	2403,500	0,762	0,26	0,807	0,652	0,333
0,003	2060,143	0,818	0,32	0,879	0,923	0,375
0,003	1802,625	0,916	0,37	0,989	1,123	0,386
0,004	1602,333	1,009	0,40	1,088	0,920	0,385
0,004	1442,100	1,047	0,42	1,131	0,695	0,388
0,005	1311,000	0,996	0,41	1,081	0,630	0,398
0,005	1201,750	0,836	0,36	0,911	0,708	0,407
0,006	1109,308	0,625	0,26	0,680	0,977	0,406
0,006	1030,071	0,458	0,18	0,463	1,276	0,377

Gambar 42. Hasil perhitungan *cross-amplitude functions* yang ada di hasil perhitungan *spectral analysis*

2. Salin hasil *cross-amplitude functions* dan frekuensi ke dalam *sheet* baru Ms.Excel (Gambar 43).

Frequency [0,Pi]	Gua Pindul Amplitude	Kedungbuntung Amplitude
0,000	100,446	55,339
0,000	90,906	50,122
0,001	65,966	36,479
0,001	35,171	19,623
0,002	10,284	5,981
0,002	0,794	0,722
0,003	0,807	0,655
0,003	0,879	0,668
0,003	0,989	0,714
0,004	1,088	0,756
0,004	1,131	0,762
0,005	1,081	0,708

Gambar 43. *Cross-amplitude functions* Gua Pindul dan Kedungbuntung

- Membuat grafik *cross-amplitude* dengan cara blok ketiga kolom kemudian klik **Insert>>Scatter>>Scatter with smooth line** (langkah ini sama dengan langkah 6 perhitungan *auto-correlation*).
- Atur rentang **sumbu x** (frekuensi) dan **sumbu y** (*cross-amplitude functions* (S_{xy})) agar bentuk grafik yang naik-turun terlihat. *Phase function* merupakan perhitungan yang menunjukkan perilaku pemfilteran *input signal* (hujan) oleh sitem karst sebelum keluar sebagai *output signal* (debit). Perilaku pemfilteran tersebut ditunjukkan dengan adanya bentuk grafik yang naik-turun (Gambar 44 dan 45).
- Nilai S_{xy} ketika mencapai 0 menunjukkan tidak adanya lagi pemfilteran oleh sistem karst. Oleh karena itu, S_{xy} bernilai 0 menunjukkan T_{lag} maksimum.
- Gambar 44 menunjukkan bahwa Gua Pindul mencapai $S_{xy}(f=0)$ pada frekuensi 0,14 sedangkan Kedungbuntung pada frekuensi 0,1. Untuk mengubah frekuensi menjadi durasi waktu, nilai frekuensi diubah menjadi pembagi ($1/\text{frekuensi}$). Durasi tersebut kemudian dikalikan 15 karena pencatatan debit dan hujan dilakukan setiap waktu 15 menit. Rumus pengubahan ini adalah $T_{lag} = 1/\text{frekuensi}$ ketika $S_{xy}(f=0)$.
- Gua Pindul memiliki T_{lag} maksimal $1/0,14 \times 15 = 1$ jam 48 menit. Sementara itu, Kedungbuntung memiliki T_{lag} maksimal $1/0,1 \times 15 = 2$ jam 30 menit.

Gambar 44. Grafik *cross-amplitude* Gua Pindul

Gambar 45. Grafik *cross-amplitude* Kedungbuntung

3.7. Perhitungan *Spectral Density Functions*

1. Mencari hasil perhitungan *spectral density* dari hasil perhitungan *spectral analysis* yang telah dijelaskan diatas. Perhitungan *spectral density* berada di **spectral analysis debit aliran** (Gambar 46).
2. Salin hasil perhitungan *spectral density* dan frekuensi ke dalam *sheet* baru Ms.Excel (Gambar 47).

Results of the analysis of the Q 2 series:						
White noise tests (Q 2):						
Statistic	Value	p-value				
Fisher's kappa	223,124	< 0.0001				
Bartlett's Kolm	0,822	< 0.0001				
Spectral analysis (Q 2):						
Frequency [0,Pi]	Period	Cosine part	Sine part	Phase	Periodogram	Spectral density
0,000		7,840	0,000		0,000	7
0,000	#####	-0,093	0,139	-0,589	201,075	6,558
0,001	#####	0,001	-0,007	-0,091	0,365	5,242
0,001	#####	-0,052	0,070	-0,642	55,165	4,632
0,002	#####	0,009	0,003	1,296	0,694	5,048
0,002	#####	0,115	-0,025	-1,356	99,931	5,806
0,003	#####	-0,129	0,090	-0,963	179,427	6,068

Gambar 46. Hasil perhitungan *spectral density functions* yang ada di hasil perhitungan *spectral analysis*

Frequency [0,Pi]	Gua Pindul Spectral density	Kedungbuntung Spectral density
0,000	7,158	10,366
0,000	6,558	9,554
0,001	5,242	7,520
0,001	4,632	5,550
0,002	5,048	4,141
0,002	5,806	3,394
0,003	6,068	3,082
0,003	5,478	2,711
0,003	5,497	2,743

Gambar 47. *spectral density* Gua Pindul dan Kedungbuntung

3. Membuat grafik *spectral density* dengan cara blok ketiga kolom kemudian klik **Insert>>Scatter>>Scatter with smooth line** (langkah ini sama dengan langkah 6 perhitungan *auto-correlation*).
4. Atur rentang **sumbu x** (frekuensi) dan **sumbu y** (*spectral density*) agar bentuk grafik yang naik-turun terlihat. *Spectral density* merupakan perhitungan yang menunjukkan durasi penyimpanan *input signal* (hujan) oleh sitem karst sebelum keluar sebagai *output signal* (debit). Perilaku penyimpanan tersebut ditunjukkan dengan adanya bentuk grafik yang naik-turun (Gambar 48).
5. *Spectral density* juga dapat menunjukkan rerata durasi pelepasan komponen *baseflow* dari seluruh kejadian banjir yang terjadi (durasi penyimpanan *input signal*

oleh sistem karst). Konsep ini sama dengan perhitungan durasi dari grafik *auto-correlation* yang identik dengan resesi aliran *diffuse*.

Gambar 48. *Spectral density* Gua Pindul dan Kedungbuntung

6. Perhitungan durasi aliran *diffuse* menggunakan konsep *time regulatin* (T_{reg}) yang dijelaskan pada **rumus 7**.
7. Gambar 48 menunjukkan bahwa Gua Pindul memiliki nilai *spectral density* saat frekuensi bernilai 0 sebesar 7. T_{reg} Gua Pindul dapat dihitung dengan perhitungan, $T_{reg} = 7/2 = 3,5$. Nilai *spectral density* 3,5 terjadi pada frekuensi 0,006. Oleh karena itu, durasi aliran *diffuse* Gua Pindul adalah $1/0,006 \times 15 = 167$ menit (42 jam).
8. Kedungbuntung memiliki nilai *spectral density* saat frekuensi bernilai 0 sebesar 10. Dengan mengikuti langkah 7 diatas, Kedungbuntung memiliki durasi aliran *diffuse* sebesar $1/0,002 = 500$ menit (125 jam).

3.8. Perhitungan *Gain Functions*

1. *Gain functions* dihitung menggunakan persamaan 18 yang telah dijelaskan diatas. Definisi persamaan tersebut adalah **membagi hasil perhitungan *cross-amplitude* data debit-hujan dengan *spectral density* data hujan**.
2. Data *cross-amplitude* dapat dicari dengan langkah 1 pada perhitungan *cross-amplitude*.

3. Data *spectral density* hujan dapat dicari dari hasil perhitungan *spectral analysis* yang telah dijelaskan diatas. Perhitungan *spectral density* hujan berada di **spectral analysis hujan** (Gambar 49).

Results of the analysis of the P (mm) series:				
White noise tests (P (mm)):				
Statistic	Value	p-value		
Fisher's k	20,201	65535,000		
Bartlett's K	0,404	< 0.0001		
Spectral analysis (P (mm)):				
Frequency [0,Pi]	Period	Phase	Periodogram	Spectral density
0,000			0,000	0,371
0,000	14421,000	-0,567	8,198	0,350
0,001	7210,500	0,356	4,061	0,301
0,001	4807,000	-1,164	1,956	0,252
0,002	3605,250	1,560	1,864	0,208

Gambar 49. *Spectral density* hujan

4. Salin hasil perhitungan *spectral density* hujan, *cross-amplitude* dan frekuensi ke dalam *sheet* baru Ms.Excel. Kemudian, hitung nilai *gain functions* (Gambar 50).

Frequency [0,Pi]	Gua Pindul Amplitude	Gua Pindul Spectral density Hujan	Gua Pindul Gain Functions
0,000	100,446	0,371	271,02
0,000	90,906	0,350	259,49
0,001	65,966	0,301	219,03
0,001	35,171	0,252	139,68
0,002	10,284	0,208	49,54
0,002	0,794	0,177	4,47
0,003	0,807	0,165	4,90
0,003	0,879	0,153	5,75
0,003	0,989	0,158	6,24

Gambar 50. Perhitungan *gain functions* Gua Pindul

5. Membuat grafik *gain functions* dengan cara blok kolom frekuensi dan *gain functions*, kemudian klik **Insert>>Scatter>>Scatter with smooth line** (langkah ini sama dengan langkah 6 perhitungan *auto-correlation*).
6. Lakukan langkah 2-5 pada data lain untuk melakukan perbandingan (perhitungan ini menggunakan data Gua Pindul dan Kedungbuntung).

7. Grafik *gain functions* menunjukkan durasi maksimum pelepasan aliran *conduit* pada nilai 0,4. Durasi minimum pelepasan aliran *diffuse* terjadi ketika nilai 1, dan durasi pelepasan aliran *fissure* terjadi pada rentang nilai *gain functions* (G_{xy}) 0,4-1 (Gambar 51 dan 52).

Gambar 50. Grafik *gain functions* Gua Pindul

Gambar 51. Grafik *gain functions* Kedungbuntung

8. *Gain functions* Gua Pindul **mulai mencapai** nilai 0,4 pada frekuensi 0,83 sehingga memiliki durasi maksimum pelepasan aliran *conduit* $1/0,83 \times 15 = 18$ menit. Gua Pindul **mulai mencapai** nilai *gain functions* 1 pada frekuensi 0,05 sehingga

memiliki durasi minimum pelepasan aliran *diffuse* $1/0,05 \times 15 = 5$ jam. Pelepasan aliran *fissure* Gua Pindul memiliki julat 18 menit-5 jam (Gambar 51).

9. *Gain functions* Kedungbuntung **mulai mencapai** nilai 0,4 pada frekuensi 0,37 sehingga memiliki durasi maksimum pelepasan aliran *conduit* $1/0,37 \times 15 = 41$ menit. Kedungbuntung **mulai mencapai** nilai *gain functions* 1 pada frekuensi 0,019 sehingga memiliki durasi minimum pelepasan aliran *diffuse* $1/0,019 \times 15 = 13$ jam. Pelepasan aliran *fissure* Gua Pindul memiliki julat 41 menit-13 jam (Gambar 52).

IV. Hasil

Perhitungan *time series analysis* yang telah dilakukan pada BAB III dapat diklasifikasikan berdasarkan penelitian Zang, dkk (2013). Tabel 2 menunjukkan hasil klasifikasi dari perhitungan tulisan ini.

Tabel 2. Variasi nilai *time series analysis* Gua Pindul dan Kedungbuntung (Zang, dkk, 2013 dengan modifikasi)

Respons Sistem Akuifer Karst		Metode	Indikator	Kedungbuntung (jam)	Gua Pindul (jam)
Aliran Conduit	Waktu Tunda (Tlag) Aliran Conduit	<i>Cross- Correlation</i>	waktu dari puncak grafik	1 jam 45 menit	1 jam 45 menit
		<i>Phase Functions</i>	$time\ delay(d)=\theta_{xy}(f)/2\pi f$	1 jam 11 menit	1 jam
		<i>Cross- Amplitude</i>	nilai ketika mendekati enol	<2,5 jam	<1 jam 48 menit
	Durasi Minimum Aliran Conduit	<i>Gain Functions</i>	$g_{xy}(f) < 0,4$	<41 menit	<18 menit
Aliran Diffuse	Rerata Durasi Aliran Diffuse	<i>Auto- Correlation</i>	$memory\ effect(C)=2/(n^{0,5})$	>125 jam	45 jam 45 menit
		<i>Spectral Density Function</i>	$regulation\ time(Treg)=S(f=0)/2$	125 jam	42 jam
	Durasi Maksimum Aliran Diffuse	<i>Gain Functions</i>	$g_{xy}(f) > 1$	>13 jam	>5 jam
Aliran Fissure	Rerata Durasi Aliran Fissure	<i>Auto- Correlation</i>	permulaan penurunan tajam grafik	2,5 jam	2,5 jam
		<i>Cross- Correlation</i>	permulaan penurunan tajam grafik	4 jam	4 jam
	Julat Durasi Aliran Fissure	<i>Gain Functions</i>	$0,4 < g_{xy}(f) < 1$	2,5 - 13 jam	18 menit- 5 jam

DAFTAR PUSTAKA

- Ford, D. dan William, P. 2007. *Karst Hydrogeology and Geomorphology*. Netherlands: Springer.
- Jemcov, I. dan Petric, M. 2009. Measured Precipitation Vs. Effective Infiltration and Their Influence on The Assessment of Karst Systems Based on Results of The Time Series Analysis. *Journal of Hydrology* v.379: p.304-314.
- Kovacs, A. dan Sauter, M. 2007. *Modelling Karst Hydrodynamics*, In: *Goldscheider, N. dan Drew, D., Methods in Karst Hyddrogeology*, p.201-220. London: Taylor & Francis Group.
- Larocque, M., Mangin, A., Razack, M., Banton, O. 1998. Contribution of Correlation and Spectral Analyses to The Regional Study of a Large Karst Aquifer (Charente, France). *Journal of Hydrology*, v.205: p.217-231.
- Mangin, A. 1984. Pour une meilleure connaissance des syste'mes hydrologiques a' partir des analyses corre'latoire et spectrale (For a Better Understanding of Hydrological Systems from Correlation and Spectral Analysis). *Journal of Hydrology*, v.67: p.25-43.
- Padilla, A. dan Pulido-Bosch, A. 1995. Study of Hydrographs of Karstic Aquifers by means of Correlation and Cross-Spectral Analysis. *Journal of Hydrology* v.168: p.73-89.
- Panagopoulos, G. dan Lambrakis, N. 2006. The Contribution of Time Series Analysis to The Study of The Hydrodynamic Characteristics of The Karst Systems: Application on Two Typical Karst Aquifers of Greece (Trifilia, Almyros Crete). *Journal of Hydrology* v.329 no.3-4: p.368-376.
- Rahnemaei, M., Zare, M., Nematollahi, A.R., Sedghi, H. 2005. Application of Spectral Analysis of Daily Water Level and Spring Discharge Hydrographs Data for Comparing Physical Characteristics of Karstic Aquifers. *Journal of Hydrology* v.311: p.106-116.
- Zhang, Z., Chen, Xi., Chen X., Shi, P. 2013. Quantifying Time Lag of Epikarst Spring Hydrograph Response to Rainfall Using Correlation and Spectral Analysis. *Hydrogeology Journal* v.21: p.1619-1631.