

[white paper]

Diamond Open Access

[waiting peer review]

Ensaio didático sobre os conjuntos de Julia e de Mandelbrot

Colaboração Matemática Aberta¹

8 de Maio de 2021

Resumo

Definimos matematicamente de forma sucinta os conjuntos de Julia e de Mandelbrot.

palavras-chave: conjunto de Julia, Mandelbrot, fractal, caos, sistema dinâmico

A versão mais atualizada deste artigo está disponível em

<https://osf.io/fkvrt/download>

Introdução

1. Apresentamos aqui o *mínimo necessário* para que os leitores possam se vislumbrar com os fractais produzidos pelos conjuntos de Julia e de Mandelbrot.
2. Mais detalhes podem ser encontrados neste excelente livro introdutório [1].

¹Todos os autores com suas afiliações aparecem no final deste artigo.

Função, condição inicial e órbita

3. Considere a função $f(x) = x^2$ para $x \in \mathbb{R}$.

4. Seja x_0 a condição inicial.

5. Considere a seguinte notação:

$$f^1 := f(x_0), \quad f^2 := f(f^1), \quad f^3 := f(f^2), \quad \dots$$

6. Faremos iterações de $f(x)$, o que significa calcular f^1, f^2, f^3, \dots

7. A órbita de x_0 é dada por

$$x_0 \longrightarrow f^1 \longrightarrow f^2 \longrightarrow f^3 \longrightarrow \dots$$

Função complexa

8. Considere a seguinte função $g: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ dada por

$$g(z) = z^2 + c$$

com $z, c \in \mathbb{C}$.

Conjunto de Julia para a família quadrática

9. Considere as condições iniciais $z_i \in \mathbb{C}$, sendo $i \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

10. O conjunto de Julia é definido como sendo

$$J = \{z_i \mid f^n < \infty, \quad n \rightarrow \infty\}.$$

11. Em palavras, J é formado por todas as condições iniciais z_0 tal que sua órbita é finita.

Conectado ou desconectado

12. O conjunto de Julia é dito **conexo** (**desconexo**) quando seus pontos estão **conectados** (**desconectados**).
13. *Pontos desconectados não formam um único objeto contínuo.*

Conjunto de Mandelbrot

14. O conjunto de Mandelbrot é definido como

$$\mathcal{M} = \{z_0 \mid J(z_0) \text{ é conexo}\}.$$

15. Assim, \mathcal{M} inclui apenas os conjuntos de Julia que são conexos.

Exemplos

16. [1–4]
17. As cores que aparecem nos exemplos tem a ver com a taxa com que as condições iniciais vão para o infinito, isso está muito bem explicado em [1].

Considerações Finais

18. As definições matemáticas para os conjuntos de Julia e Mandelbrot são incrivelmente simples e eles geram padrões igualmente incríveis.

Ciência Aberta

O **arquivo latex** para este artigo, juntamente com outros *arquivos suplementares*, estão disponíveis em [5]. Seja coautor(a) deste artigo, envie sua contribuição para mplobo@uft.edu.br.

Consentimento

19. O autor concorda com [6].

Como citar este artigo?

20. [7]

Referências

- [1] Feldman, David P. *Chaos and fractals: an elementary introduction*. Oxford University Press, 2012.
http://books.google.com/books?vid=exnWM_ZHKOMC
- [2] Lesmoir-Gordon, Nigel, ed. *The Colours of Infinity: The Beauty and Power of Fractals*. Springer Science & Business Media, 2010.
<http://books.google.com/books?vid=ah0e6w3RnP4C>
- [3] Wikipedia. “Julia set.”
https://en.wikipedia.org/wiki/Julia_set
- [4] Wikipedia. “Mandelbrot set.”
https://en.wikipedia.org/wiki/Mandelbrot_set
- [5] Lobo, Matheus P. “Open Journal of Mathematics and Physics (OJMP).” *OSF*, 21 Apr. 2020.
<https://doi.org/10.17605/osf.io/6hzyp>
- [6] Lobo, Matheus P. “Simple Guidelines for Authors: Open Journal of Mathematics and Physics.” *OSF Preprints*, 15 Nov. 2019.
<https://doi.org/10.31219/osf.io/fk836>
- [7] Lobo, Matheus P. “Ensaio Didático Sobre Os Conjuntos De Julia E De Mandelbrot.” *OSF Preprints*, 7 May 2021.
<https://doi.org/10.31219/osf.io/fkvrt>

Colaboração Matemática Aberta

Matheus Pereira Lobo (autor principal, mplobo@uft.edu.br)^{1,2}
<https://orcid.org/0000-0003-4554-1372>

¹Universidade Federal do Tocantins (Brasil)

²Universidade Aberta (UAb, Portugal)