物理学统一场与相对论：物理实质，还是数学形式？

杨正瓴

天津大学 电气自动化与信息工程学院

天津市南开区卫津路 92 号，邮编: 300072，中国

Zheng-Ling YANG (Zhengling Yang, Yang Zhengling)

School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University

Weijin Road Campus: No. 92 Weijin Road, Nankai District, Tianjin, CHINA. Zip: 300072

prai@tju.edu.cn

<http://blog.sciencenet.cn/u/zlyang>

2021-10-04 试贴。

摘要：在物理学的基础研究中，流行的做法是使用数学公式来表示物理客体之间的相互作用。如相对论和统一场。这样可能会引起一定的缺陷：把不同参照系里“物理相互作用实质”的不变性或统一性，简单地用“数学方程形式”的不变性或统一性来替代了。三个极其直观的数学小例子：实系数一元二次方程的可解性，正态分布概率密度函数的定积分解析求解，圆锥曲线形式在直角坐标系和极坐标系里的差异性，被用来说明这个担忧。

关键词：物理学，基础，相互作用，相对论，统一场，物理实质，数学形式，不变性，统一性

物理学，归根到底是实验科学。数学，是描述物理实质的一种具体工具。《论语·魏灵公》：“工欲善其事，必先利其器。”《道德经》第五十四章里有“故以身观身，以家观家，以乡观乡，以邦观邦，以天下观天下。吾何以知天下然哉？以此。”近代以哥德尔不完全性定理、Chaitin 定理为代表^[1-3]。

物理学，似乎不能归结为数学。物理实质的科学描述，仍然是个需要反思的难题。

正如 1953 年春天，费米（Enrico Fermi）说^[4]：

“There are two ways of doing calculations in theoretical physics”, he said. “One way, and this is the way I prefer, is to have a clear physical picture of the process that you are calculating. The other way is to have a precise and self-consistent mathematical formalism.”

“在理论物理学中有两种进行计算的方法”，他说。“一种方式，这是我更喜欢的方式，是对你正在计算的过程有一个清晰的物理图像。另一种方法是拥有精确且自洽的数学形式主义。”

一、物理学的统一场与相对论：首先应该是物理实质

对“狭义相对性原理”，爱因斯坦更准确的说法为^[5]：“如果 K' 是相对于 K 做匀速运动并且没有旋转的坐标系，那么自然现象相对于 K' 的实际演变所遵循的基本规律与其相对于 K 所遵循的基本规律是完全相同的。这就是所谓的狭义相对性原理。”

对于“广义相对性原理”，或“广义协变性原理”，常见的说法^[6]：“物理定律必须在任意坐标系中都具有相同的形式”。

物理学统一场：统一地描述和揭示各种基本相互作用共同本质和内在联系的物理理论。

实际上，仅仅从数学方程的形式来刻画相对论和统一场，并不能完全准确地表达爱因斯坦的本意^[5]。根据上面爱因斯坦“所遵循的基本规律是完全相同”的本意，相对论首先应该

是“物理相互作用实质”规律性的不变性。这种不变性，并不直接等同于某种“数学方程形式”的不变性。统一场亦然。

二、数学方程的可解性、解的公式表达、数学方程形式一致性与坐标系

下面用三个极其直观的数学小例子来进行一下说明。

2.1 数学方程的可解性：实系数一元二次方程

实系数的一元二次方程，就是初中、高中时期学习的方程，在“根的判别式 $\Delta < 0$ ”时，有没有解？

初中生：无解。

高中生：有解。

换言之：实数域里无解；复数域里有解。可解性依赖于采用的数域。

困惑：到底有没有解？

2.2 解的公式表达：正态分布概率密度函数的定积分

在大学里，正态分布概率密度函数在整个实数轴 x 上的定积分，众所周知的结果是

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$$

但是，这个定积分“无法”在直角坐标系里用公式解析地推导出。通常将其改成二重积分，并转换到极坐标系里推导。

2.3 数学方程形式一致性：与坐标系有关

还是中学里的一元二次方程（圆锥曲线）。

对椭圆、抛物线、双曲线，在直角坐标系方程的三个标准方程分别是：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ 或写为 } b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$$

$$y^2 = 2px$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ 或写为 } b^2x^2 - a^2y^2 - a^2b^2 = 0$$

其中 a 、 b 、 p 为正实数参数。

但在极坐标系，椭圆、抛物线、双曲线有一个同一的公式

$$r = \frac{e\rho}{1 - e\cos\theta}$$

这里 ρ 为一个参数， e 为离心率。 $e < 1$ 、 $e = 1$ 、 $e > 1$ 分别代表椭圆、抛物线、双曲线。

由于二次型的惯性定理，在直角坐标系里椭圆、抛物线、双曲线方程之间不能通过初等变换实现相互转换（统一）。而在极坐标系，它们有一个同一形式的公式。

小结：

上面三个直观的例子说明：“任意坐标系中都具有相同的形式”，本身在数学形式上具有局限性或不确定性。

三、 结论

在物理学的相对论和统一场研究中^[6-10]，应该回首看看数学基础的局限性了。物理相互作用实质上的不变性或统一性，可能与“数学方程形式的不变性或统一性”之间存在一定的差异。

达朗贝尔（Jean Le Rond d'Alembert）说：向前进，你就会获得信念！把房子盖得更高些，而不是把基础打的更牢固。

向前进，不能排除掉下悬崖的可能性；把房子盖得更高，地基不牢固的话，不能排除房子会轰然倒塌的可能性。

进一步反思的，不仅仅是相对论和统一场。还建议对如下两个具体观点进行反思：

（1）经典电磁理论里的玻印亭矢量（Poynting vector），主要是数学形式。难以充分描述电磁波的物理实在性质。

（2）相对论里的光速极限，科学成因应该是人眼的视觉。Lorentz transformations 难以充分论证光速极限的客观成因。

参考文献 REFERENCES:

- [1] Gödel incompleteness theorem. *Encyclopedia of Mathematics*. [EB/OL] https://encyclopediaofmath.org/wiki/G%C3%B6del_incompleteness_theorem
- [2] Gregory J. Chaitin. Information-theoretic computation complexity [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1974, 20(1): 10-15.
- [3] 杨正瓴, 林孔元. 人类智能模拟的“第2类数学(智能数学)”方法的哲学研究[J]. 哲学研究, 1999, (4): 44-50.
- [4] Freeman Dyson. A meeting with Enrico Fermi [J]. *Nature*, 2004, 427(6972): 297-297. <https://www.nature.com/articles/427297a>
- [5] 阿尔伯特·爱因斯坦著. 相对论[M]. 北京: 台海出版社, 2017. 第 014-015 页。
- [6] 中国大百科全书(物理学) [M]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1987.
- [7] Relativity [EB/OL]. *Encyclopædia Britannica*. <https://www.britannica.com/science/relativity>
- [8] 彭桓武. 具有启发性的广义相对论[J]. 科学(上海), 2006, 58(1): 38-43.
- [9] 125 questions: Exploration and discovery, In honor of Shanghai Jiao Tong University's 125th Anniversary [EB/OL]. *Science*, 2021-04-11 <https://www.sciencemag.org/collections/125-questions-exploration-and-discovery>
- [10] 杨正瓴. 超光速之谜: 何日才能揭开? [J]. 百科知识, 1999, (12): 31-32.