爱因斯坦质能关系 $E=mc^2$ 可能不精确成立的一些原因

杨正瓴

天津大学 电气自动化与信息工程学院

天津市南开区卫津路 92 号, 邮编: 300072, 中国

Zheng-Ling YANG (Zhengling Yang, Yang Zhengling)

School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University

Weijin Road Campus: No. 92 Weijin Road, Nankai District, Tianjin, CHINA. Zip: 300072

prai@tju.edu.cn

<http://blog.sciencenet.cn/u/zlyang>

2021-11-23 试贴。

摘要: 在爱因斯坦多次推导著名的质能关系 $E=mc^2$ 的过程中, 许多次都使用了近似公式, 即 $E=mc^2$ 大都是在截断次要项下才得到的。因此, 真正的质能关系可能是比 $E=mc^2$ 更复杂的公式。一般地, $E < mc^2$ 或 $\Delta E < \Delta mc^2$ 应该更接近实际存在的质能关系。

关键词: 物理学, 爱因斯坦, 质能关系, 近似, 平面电磁波

物理学中的质能关系 $E=mc^2$ 作为一个著名的公式, 长期被误认为是从 Einstein 著名的狭义相对论得到的一个精确公式。似乎 $E=mc^2$ 不精确成立的话, 狭义相对论就会出现某种错误^[1]。但实际上, $E=mc^2$ 是 Einstein 推导出的一个近似公式^[2-4]。并且进一步, $E=mc^2$ 是可以直接从 Maxwell 的经典电磁理论中近似推导出。这不奇怪, 按照流行的观点, Einstein 的狭义相对论是将 Galilei Galileo 和 Newton 的力学和 Maxwell 的经典电磁理论统一的结果。Maxwell 的经典电磁理论不经修改就直接与相对论和量子力学协调。

下文记: E , 能量; m , 静止质量; c , 真空中光速; p , 电磁波的动量; v_c , 均匀介质中的光速; K , 动能。

一、爱因斯坦几次推导中的近似性

$E=mc^2$ 是 Einstein 推导出的一个近似公式, 这可以从他多次不同的证明中找到直接证据。

(1) 在 1905 年^[2]、1935 年^[3]的证明中, 中间经过了一个 Taylor 级数展开:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 + 9\left(\frac{v}{c}\right)^4 + \dots$$

如果只取 $\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2$, 其截断误差 $R_n\left(\frac{v}{c}\right) = 9\left(\frac{\xi}{c}\right)^4$, 此处 $0 < \xi < v$ 。

在 1946 年^[4]的证明中, 中间经过了一个 Taylor 级数展开:

$$\sin\left(\frac{v}{c}\right) = \frac{v}{c} - \frac{v^3}{6c^3} + \dots,$$

如果只取 $\sin\left(\frac{v}{c}\right) = \frac{v}{c}$ ，其截断误差 $R_n\left(\frac{v}{c}\right) = -\frac{\xi^3}{6c^3}$ ，此处 $0 < \xi < v$ 。

因此，在 Einstein 多次推导 $E=mc^2$ 的过程中，都忽略了 Taylor 级数展开的高次项，因此 $E=mc^2$ 是近似的。这种近似性，可以在 Einstein 的原始文献中找到直接的说明。

(2) 在 Einstein 的多次推导中，还使用了另外一个近似公式 $E=cp$ 。 $E=cp$ 是 J. H. Poincare 在 1900 年从经典电磁理论对真空中的平面电磁波推导出的“能量-动量”关系^[5]。Poincare 还认为，如果电磁波存在“虚拟”质量 m ，则直接可以得出 $E=cp=cmc=mc^2$ 。这就是说，对于真空中的平面电磁波，电磁波存在的动质量具有能量 $E=mc^2$ 。对于非平面电磁波、或介质中的电磁波等其它情况， $E=mc^2$ 是近似的。例如，如果某均匀介质中的光速是 v_c^2 ，则应该有 $E=mv_c^2$ 。

(3) 狭义相对论没有考虑引力的作用。在 $E=mc^2$ 的推导中，没有考虑引力场势能以及可能存在的引力波携带的能量的影响。

综合上面的 3 类原因， $E=mc^2$ 是一个近似的公式。精确“质量-能量等效关系”，是一种依赖于具体物理事件与过程的十分复杂的公式。

从对 $E=mc^2$ 的实验验证看，都存在一个负的相对误差^[1,6]。1991 年^[6]是 $1-c_m/c_{em}=1(12)\times 10^{-6}$ ，此处 c_{em} is the speed of light, c_m is the limiting velocity of massive particles。2005 年^[1]是 $1-mc^2/E = (-1.4\pm 4.4)\times 10^{-7}$ 。除了实验误差外，这种负的相对误差可能是 $E=mc^2$ 的近似性的直接反映。

二、爱因斯坦等人的 $E=mc^2$ 应该就是一个近似公式

这里我们的看法是， $E=mc^2$ 是真空中平面电磁波的质量-能量等效关系。这个关系的推导实际上由 Poincare 在经典电磁理论中完成，而不必使用 Lorentz 变换和狭义相对论。在 1946 年 Einstein 的证明中，已经做到只使用狭义相对性原理而不使用 Lorentz 变换^[4]。

实际上，如果承认“质量-能量”守恒，在经典力学和电磁学中就可以近似推导出 $E=mc^2$ 。

图 1 Ra 衰变的物理过程示意图

M. Becquerel 是最早提出放射性元素 Ra 的能量是由质量损失转化来的科学家之一^[7]。承认“质量-能量”守恒，假设 Ra 在时刻 t_0 的静止质量为 m_0 ，则经过一段时间到达时刻 t_1 时 Ra 的静止质量为 m_1 ，忽略引力以及引力波可能的作用，则有

$$m_0 = m_1 + m_\alpha + m_\beta + m_\gamma + K_\alpha + K_\beta + K_\gamma + ?$$

此处， m_α 、 m_β 分别是 α 、 β 粒子带走的静止质量， K_α 、 K_β 分别是 α 、 β 粒子带走的动能， m_γ 、 K_γ 分别是 γ 射线带走的质量和动能。如果把 γ 射线看成是真空中平面电磁波，则有 $K_\gamma = m_\gamma c^2$ 。进一步忽略掉 α 、 β 粒子带走的动能 K_α 、 K_β ，以及可能存在的其它未知作用“？”，就会得到 $K_\gamma = m_\gamma c^2 < m_0 - m_1 - m_\alpha - m_\beta = \Delta mc^2$ ，就是 $\Delta E < \Delta mc^2$ 。

这个例子不是一个循环论证，而是说： γ 射线的能量 $K_\gamma = m_\gamma c^2$ ，可以由 Ra 的静止质量损耗 Δm 产生。

1991 年、2005 年实验中的 γ 射线不是理想平面波，这应该是引起 $\Delta E = \Delta mc^2$ 实验误差的原因之一^[1,6]。这 2 次实验结果都表现出 $\Delta E < \Delta mc^2$ 。

Here we show:

(1) 在 Einstein 多次理论推导中, $E=mc^2$ 都是一类十分复杂的公式的一个较高精度的近似公式。

(2) $E=mc^2$ 只是经典电磁理论中真空中平面电磁波的能量-质量关系, 因为推导 $E=mc^2$ 使用的中间结果式 $E=cp$ 只对真空中平面电磁波成立。

(3) 在均匀介质中, $E=mc^2$ 应该改写为 $E=mv_c^2$, 或 $\Delta E < \Delta mv_c^2$ 。 v_c 是光在介质里的速度。

三、 结论

2008 年作家汉斯·奥哈尼亚 (Hans Ohanian) 在《爱因斯坦的错误: 天才的人性弱点 Einstein's Mistakes: The Human Failings of Genius》一书中, 列举了爱因斯坦从 1905 年到 1946 年证明质能关系时 7 次出现错误^[8]。

从“计算的过程有一个清晰的物理图像 a clear physical picture of the process that you are calculating”^[9]角度看, 质能关系仅仅对平面电磁波精确成立。在别的情况下, $E=mc^2$ 只是一个复杂物理过程中质量-能量变化过程的近似描述。

参考文献 REFERENCES:

- [1] Rainville S, Thompson JK, Myers EG, et al. A direct test of $E=mc^2$ [J]. *Nature*, 2005, 438 (7071): 1096-1097.
- [2] Einstein A. Is the inertia of a body dependent on its energy content? [J]. *Annalen der Physik*, 18(13): 639-641 NOV 1905. Albert Einstein (1905). "Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?" [J]. *Annalen der Physik* 18: 639-641.
- [3] Einstein A. Elementary derivation of the equivalence of mass and energy[J]. *Am. Math. Soc. Bull.* 1935, 41: 223-30
- [4] Einstein, Albert (1946) "An Elementary Derivation of the Equivalence of Mass and Energy," pp. 116-19 in *Out of my Later Years*. New York: Bonanza, 1990.
- [5] Yin Zhen. *Electrodynamics*[M]. (Science Press, Beijing, 2005, in Chinese).
- [6] Geoffrey L. Greene, M. Scott Dewey, and E. G. Kessler, Jr. Test of special relativity by a determination of the Lorentz limiting speed: Does $E=mc^2$? [J]. *Phys. Rev. D* 44, R2216-R2219 (1991).
- [7] 100 years ago[J]. *Nature*, 2000, 404(6778): 553.
- [8] 科学网, 2008-11-13, 《探索》杂志: 爱因斯坦一生中的 23 个错误[EB/OL].
<http://news.sciencenet.cn/htmlnews/2008/11/213197.html>
- [9] Freeman Dyson. A meeting with Enrico Fermi [J]. *Nature*, 2004, 427(6972): 297-297.
<https://www.nature.com/articles/427297a>