MENGENAL PANGKAT, AKAR, LOGARITMA, DAN DERET

Sri Fitri Arabiah

9193490310001

STKIP YAPTI JENEPONTO

srifitriarabiah@gmail.com

ABSTRAK

Tulisan ini bertujuan untuk meningkatkan pemahaman dan kemampuan pembelajaran para mahasiswa agar dapat lebih memahami materi perpangkatan, akar, logaritma, dan deret melalui basis pembelajaran daring. Kegiatan yang dilakukan yaitu (1) Melakukan pemahaman materi pelajaran matematika terapan tentang pangkat dan kaidah-kaidah perpangkatan (2) Memahami materi pelajaran matematika terapan tentang akar (3) Memahami materi pelajaran matematika terapan tentang logaritma yang merupakan juga bentuk perpangkatan dan pemahaman tentang kaidah-kaidah logaritma (4) Memahami materi pelajaran matematika terapan tentang suku pada suatu barisan di jumlah maka jumlahnya di namakan deret.

Kata kunci : Pangkat, Akar, Logaritma, dan Deret

1. PENDAHULUAN

Matematika merupakan suatu ilmu yang mempunyai objek kajian abstrak, universal, mendasari perkembangan teknologi modern, dan mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin, serta dapat mengembangkan daya pikir manusia. Matematika memuat variabel-variabel yang bermanfaat bagi disiplin ilmu lain sehingga memicu pengguna matematika lebih berwawasan luas karena tidak dibatasi oleh suatu konsep tertentu. Pola pikir matematika bersifat deduktif yaitu dari objek yang umum menuju pengambilan kesimpulan, sehingga dapat menjembatani menuju langkahh selanjutnya.

Salah satu kemampuan matematika yang perlu dicapai oleh mahasiswa adalah kemampuan pemahaman/pengaplikasian matematis. Kemampuan ini adalah kemampuan matematika yang paling mendasar sebagai pondasi dalam mencapai kemampuan yang lebih tinggi seperti halnya mampu memahami konsep-konsep dan materi pangkat, akar, logaritma, dan deret.

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Pangkat

Suatu ekspresi a^n dibaca "*a pangkat n*"; a disebut basis dan n disebut pangkat. Jika n merupakan suatu bilangan bulat positif, maka

$$a^n = a \times a \times \dots \times a$$

di mana a merupakan perkalian sebanyak n kali.

Menurut definisi di atas, jika $n = 0$ dan $a \neq 0$, maka $a^0 = 1$. Jadi untuk a yang berupa bilangan riil tidak sama dengan nol berlaku $a^0 = 1$. Hal tersebut sama dengan peristiwa berikut ini:

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 = 1$$

Jika n merupakan bilangan bulat positif dan $a \neq 0$, maka : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

➤ Kaidah-kaidah perpangkatan:

- 1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- 2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- 3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- 4) $(a^m \cdot b^m)^n = a^{mn} \cdot b^{mn}$
- 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ untuk $b \neq 0$
- 6) $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$

Contoh:

- a. $6^4 \times 6^7 = 6^{11}$
- b. $(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$
- c. $(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$
- d. $(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$

B. AKAR

Kaidah-kaidah perpangkatan untuk a^n pada bab sebelumnya dinyatakan untuk nilai a yang tidak sama dengan nol dan n merupakan bilangan bulat positif atau negatif. Sesungguhnya nilai n pada bentuk a^n dapat berupa setiap bilangan rasional. Ingat, bilangan rasional adalah sembarang bilangan yang dapat ditunjukkan oleh pembagian dua bilangan bulat p/q , untuk $q \neq 0$ serta p dan q merupakan bilangan bulat.

Pengembangan kaidah-kaidah perpangkatan untuk pangkat suatu bilangan pecahan (yaitu bilangan rasional) menghendaki agar bentuk $a^{p/q}$ didefinisikan sesuai dengan kaidah-kaidah perpangkatan yang berlaku. Misalnya ada suatu ekspresi dalam bentuk $a^{1/n}$ dan berlaku kaidah $(a^m)^n$ maka dengan menganggap $m = 1/n$ akan berlaku pula:

$$(a^{1/n})^n = a^{n/n} = a$$

Bentuk $a^{1/n}$ disebut akar pangkat n dari a dan disimbol $\sqrt[n]{a}$

➤ Kaidah-kaidah akar:

1. $\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$
2. $\sqrt[m]{a \cdot b} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}$
3. $\sqrt[m]{a} = a^{1/m}$
4. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
5. $\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$

Contoh:

1. $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{2/3}$
2. $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 6$
3. $\sqrt[4]{16} = 16^{1/4} = 2^{4/4} = 2$
4. $\sqrt[3]{\sqrt{2^6}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$
5. $\sqrt{\frac{36}{9}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$

C. LOGARITMA

Logaritma merupakan bentuk perpangkatan juga. Secara definisi, logaritma menunjukkan pangkat yang dimiliki oleh suatu basis sehingga bentuk perpangkatan itu nilainya sama dengan bilangan tertentu. Dengan menggunakan simbol, maka bila ada:

$y = a^n$ untuk $a > 0$ dan $a \neq 1$

maka n merupakan logaritma dari y dengan basis a atau

ditulis: $n = {}^a\log y$

➤ Kaidah-kaidah logaritma:

Untuk setiap bilangan riil positif x dan y , setiap bilangan riil r dan bilangan riil positif $b \neq 1$, berlaku:

- (1) ${}^a\log x \cdot y = {}^a\log x + {}^a\log y$
- (2) ${}^a\log x/y = {}^a\log x - {}^a\log y$
- (3) ${}^a\log x^r = r \cdot {}^a\log x$
- (4) ${}^a\log x = {}^a\log b \cdot {}^b\log x$
- (5) ${}^a\log b \cdot {}^b\log a = 1$ atau $({}^a\log b) = \frac{1}{({}^b\log a)}$
- (6) ${}^a\log a = 1$
- (7) ${}^a\log 1 = 0$

Contoh:

1. $2 \log (8 \cdot 16) = 2 \log 8 + 2 \log 16$
 $= 3 + 4 = 7$
2. $5 \log (625/125) = 5 \log 625 - 5 \log 125$
 $= 4 - 3 = 1$
3. $10 \log 1000 = 10 \log 10^3$
 $= 3 \cdot 10 \log 10 = 3$
4. Mengubah basis 2 menjadi basis 4
 $2 \log 16 = 2 \log 4 \cdot 4 \log 16 = 2 \cdot 2 = 4$
5. $6 \log 6 = 1$
6. $8 \log 1 = 0$

Seperti telah disebutkan di atas nilai a sebagai basis harus merupakan bilangan yang positif dan tidak sama dengan satu. Dari sekian banyak bilangan, yang paling banyak digunakan sebagai basis adalah 10 dan $e = 2,7182818$. Logaritma yang mempunyai basis angka 10 dinamakan **logaritma persepuluhan** atau **logaritma Brigg**, sedangkan logaritma dengan basis e yang nilainya $e = 2,7182818$ dinamakan **logaritma alam** atau **logaritma Napier**. Logaritma Brigg ditulis $^{10}\log x$ atau hanya $\log x$ tanpa mencantumkan basisnya. Sedangkan logaritma Napier menggunakan simbol $\ln x$. Baik logaritma Brigg maupun Napier, keduanya tunduk pada kaidah-kaidah seperti yang telah ditulis di atas.

D. BANJAR DAN DERET

➤ Banjar

Banjar dapat didefinisikan sebagai suatu fungsi yang wilayahnya merupakan himpunan bilangan alam. Setiap bilangan yang merupakan anggota suatu banjar dinamakan suku. Bentuk umum dari banjar adalah:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

di mana

$$\text{suku ke } 1 = S_1 = a_1$$

$$\text{suku ke } 2 = S_2 = a_2$$

$$\text{suku ke } 3 = S_3 = a_3$$

..

..

$$\text{suku ke } n = S_n = a_n$$

Banjar di atas dapat disimbolkan dengan $[a_n]$, sehingga kalau ditulis lagi dengan lengkap menjadi:

$$[a_n] = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

Suatu banjar yang tidak mempunyai akhir atau banyaknya suku tidak terbatas dinamakan banjar tak terhingga. Sedangkan banjar yang banyaknya suku tertentu dinamakan banjar terhingga.

Banjar hitung adalah banjar yang antara dua suku berurutan mempunyai selisih yang besarnya sama

Contoh:

$$1) [n] = 1, 2, 3, 4, \dots, n$$

$$b = S_n - S_{n-1} = 1$$

$$2) [5n] = 5, 10, 15, 20, \dots, 5n$$

$$b = S_n - S_{n-1} = 5$$

$$3) [12 - 2n] = 10, 8, 6, 4, \dots, (12 - 2n)$$

$$b = S_n - S_{n-1} = -2$$

➤ Deret

Bila suku-suku pada suatu banjar dijumlah, maka jumlah tersebut dinamakan deret. Jadi deret merupakan penjumlahan semua suku suatu banjar. Seirama dengan perbedaan banjar, maka deret dapat dibedakan menjadi deret hitung, deret ukur dan deret harmoni.

Deret hitung merupakan jumlah suku-suku banjar hitung, deret ukur merupakan jumlah suku-suku banjar ukur dan deret harmoni merupakan jumlah suku-suku banjar harmoni.

Contoh:

- Deret hitung : $1 + 2 + 3 + \dots + n$
- Deret ukur : $5 + 10 + 20 + \dots + 5(2^{n-1})$

Karena sampai saat ini belum diketemukan rumus untuk menjumlahkan deret harmoni, maka untuk selanjutnya deret harmoni tidak akan dibahas.

Secara umum suatu deret dapat ditulis sebagai:

$$J_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

Apabila a adalah suku pertama suatu banjar dan b adalah beda antara dua suku yang berurutan, maka sesuai dengan pengertian deret hitung:

suku pertama = a
suku kedua = $a + b$
suku ketiga = $a + 2b$
suku keempat = $a + 3b$
.....

suku ke $n = a + (n - 1)b = S_n$
Jadi suku ke n suatu banjar hitung,
ditentukan oleh $S_n = a + (n - 1)b$

Contoh:

Jika ingin mengetahui suku ketujuh suatu banjar hitung yang suku pertamanya = 1 dan beda = 2 adalah:

$$\begin{aligned} S_n &= a + (n - 1)b \\ &= 1 + (7 - 1)2 \\ &= 13 \end{aligned}$$

3. KESIMPULAN

Berdasarkan dari pemahaman materi diatas penulis dapat menarik kesimpulan bahwa ”. Perpangkatan (eksponen) adalah bilangan yang berfungsi menyederhanakan penyebut suatu bilangan yang mempunyai factor perkalian yang sama. Bilangan pokok yang dikalikan berulang tersebut dikenal dengan sebutan “Bais” sementara banyaknya bilangan pokok yang digunakan dalam perkalian berulang tersebut dikenal dengan sebutan “pangkat”. Bentuk akar merupakan bilangan irrasional ataupun rasional, akar merupakan salah satu metode yang dapat meningkatkan kemampuan sehingga kita dapat mudah untuk memahaminya. Pengertian logaritma itu sendiri adalah operasi matematika yang merupakan invers (kebalikan) dari eksponen atau pemangkatan. Bila suku-suku pada suatu banjar dijumlah, maka jumlah tersebut dinamakan deret. Jadi deret merupakan penjumlahan semua suku suatu banjar.

DAFTAR PUSTAKA

- Herianto, H., & Hamid, N. (2020). *Analisis Proses Berpikir Kreatif Dalam pemecahan Masalah Geometri Berdasarkan Gaya Kognitif Reflektif Dan Impulsif Siswa*. Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika, 5(2), 38-49.
- Herianto, H. (2020). *Teknik Menulis Artikel Konseptual*.
- Indrawati, Farah. (2017). *Peran Penguasaan Dasar Matematika Dan Persepsi Mahasiswa Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Mata Kuliah Kalkulus I*.
- Jusmiana, A., Herianto, H., & Awalia, R. (2020). *Pengaruh Penggunaan Media Audio Visual Terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Smp Di Era Pandemi Covid-19*. Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika, 5(2), 1-11.
- Smk, Un. (2006). *Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma*.
- St, Nuryanto. (2017). *Matematika Bisnis*. [online].