[white paper]

Diamond Open Access

[awaiting peer review]

Infinito, ser ou não ser, eis a questão

Colaboração Matemática Aberta¹

12 de Fevereiro de 2022

Resumo

Apresentamos dois exemplos da Topologia que mostram a diferença entre tender ao infinito e ser infinito.

palavras-chave: infinito enumerável, interseção de conjuntos abertos, topologia

A versão mais atualizada deste artigo está disponível em

<https://osf.io/c5fvq/download>

<https://zenodo.org/record/6055109>

Introdução

1. No Cálculo Diferencial e Integral, por meio de limites, já percebemos a diferença entre *tender* ($\rightarrow$) e *ser igual* ($=$).
2. O **Princípio da Indução Matemática** faz o mesmo papel de ($\rightarrow$) em (1).
3. A seguir, apresentamos dois **teoremas** da **Topologia** que mostram (2).
4. Utilizamos uma *notação minimalista*, sem perder informação.

¹Todos os autores com suas afiliações aparecem no final deste artigo.

Notação

5. *Aberto em $\mathbb{R}$* significa *conjunto aberto em $\mathbb{R}$* .

6. $A, B, A_i :=$ conjuntos abertos em $\mathbb{R}$

7. $i \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

8. $\bigcap A_i :=$ interseção arbitrária de A_i

9. $\neg \square :=$ não necessariamente

Teorema 1

10.

$$\bigcap_{i=1}^n A_i \equiv \text{aberto em } \mathbb{R}$$

11. Este teorema diz que *uma interseção finita de conjuntos abertos em $\mathbb{R}$ é aberta em $\mathbb{R}$* .

12. O teorema (10) pode ser provado utilizando-se o **Princípio da Indução Matemática** (PIM) (veja os exercícios 5.iii e 11 nas pp. 132-133 de [1]).

Teorema 2

13.

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \equiv \neg \square \text{ aberto em } \mathbb{R}$$

14. Este teorema diz que *uma interseção arbitrária infinita (enumerável) de conjuntos abertos não é necessariamente aberta*.

Pergunta

15. *Por que a demonstração do teorema (10) por meio do PIM não produz uma contradição com o teorema (13)?*

Sobre os teoremas

16. A resposta de (15) é que, enquanto o teorema (10) diz que $n \rightarrow \infty$, em (13), substitui-se n por ∞ .

Considerações Finais

17. Concluimos que *tender ao infinito* é diferente de *ser infinito*, conforme mostrado pelos dois teoremas em questão, que têm conclusões distintas.

Ciência Aberta

O **arquivo latex** para este artigo, juntamente com outros *arquivos suplementares*, estão disponíveis em [2, 3]. Seja coautor(a) deste artigo, envie sua contribuição para `mplobo@uft.edu.br`.

Consentimento

O autor concorda com [4].

Como citar este artigo?

<https://doi.org/10.31219/osf.io/c5fvq>

<https://zenodo.org/record/6055109>

Licença

CC-By Attribution 4.0 International [5]

Referências

- [1] Warner, Steve. *Topology for Beginners*. GET 800, 2019.
<https://books.google.com/books?id=pNAvxQEACAAJ>
- [2] Lobo, Matheus P. “Open Journal of Mathematics and Physics (OJMP).” *OSF*, 21 Apr. 2020.
<https://doi.org/10.17605/osf.io/6hzyp>
- [3] <https://zenodo.org/record/6055109>
- [4] Lobo, Matheus P. “Simple Guidelines for Authors: Open Journal of Mathematics and Physics.” *OSF Preprints*, 15 Nov. 2019.
<https://doi.org/10.31219/osf.io/fk836>
- [5] CC. Creative Commons. *CC-By Attribution 4.0 International*.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

Colaboração Matemática Aberta

Matheus Pereira Lobo^{1,2,3} (autor principal, mplobo@uft.edu.br)
<https://orcid.org/0000-0003-4554-1372>

¹Universidade Federal do Tocantins (Brasil)

²Universidade Federal do Norte do Tocantins (Brasil)

³Universidade Aberta (UAb, Portugal)