对幂集公理与拟多项式函数之间关系的一些猜想

杨正瓴

天津大学 电气自动化与信息工程学院

天津市南开区卫津路 92 号, 邮编: 300072, 中国

Zheng-Ling YANG (Zhengling Yang, Yang Zhengling)

School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University

Weijin Road Campus: No. 92 Weijin Road, Nankai District, Tianjin, CHINA. Zip: 300072

prai@tju.edu.cn

<http://blog.sciencenet.cn/u/zlyang>

2021-11-18 试贴。

摘要: 在作为数学基础的集合论里, 幂集公理是一种构造更大集合的具体方法。高等数学里的函数, 除了多项式函数、指数函数外, 还有拟多项式函数等。这启发我们: 完全有可能存在从一个集合出发, 构造另一个比“该集合的幂集”更小集合的可能性。连续统假设, 很可能被这样的新集合证伪: 既然连续统假设独立于 ZFC, 完全有可能找出替换幂集公理的许多新公理。

关键词: 数学, 集合论, ZF, 幂集公理, 康托定理, 拟多项式函数, mathematics, set theory, axiom of power set, Cantor's theorem, quasi-polynomial functions

在作为数学基础的集合论里, Cantor 在 1878 年的“连续统假设 CH”说: “连续统 $\mathbb{R}$ 的每个无限子集要么等势于自然数集, 要么等势于 $\mathbb{R}$ 本身。 Every infinite subset of the continuum $\mathbb{R}$ is either equivalent to the set of natural numbers or to $\mathbb{R}$ itself.” 与之关联的是《集合论 Set theory》里的“幂集公理 Axiom of power set”, 和“康托定理 Cantor theorem”。^[1-5]

数字计算机科学里有“P vs NP”问题^[6-12]。有关的计算机应用实践发现: 有些问题可以在多项式时间内解决; 另一些问题看上去只能用指数时间才能解决。两者中间还可能还存在 NPI (比 P 复杂, 比 NPC 简单) 的问题。一个非正规的例子说^[11]: 由于幂集的元素数是原集合的指数多个, 因此“生成一个集合的幂集”旁证了 NPC 只能用指数界时间求解。或者非正规地说: 非确定型计算机 (NDTM, NTM, non-deterministic Turing machine), 等势于确定型计算机 (DTM, TM, deterministic Turing machine) 的幂集^[8,10-12]。

直观些, 从高等数学的角度看, 对于正整数自变量 N , 在指数函数 2^N , 和多项式函数 N^3 之间, 确有许多中间增长速度的函数, 如拟多项式函数 $2^{\log N}$, 以及 $2^{\log(\log N)}$ 等。

对于具有 N 个元素的集合 x , 幂集公理说^[1-3]: for any set x , the existence of its power set, the set consisting exactly of those sets y that are subsets of x . 这只是根据集合 x 构造更大集合的“一种”具体方式。它本身看上去并不排斥“其它形式的构造更大集合”的具体方式。

因此, 从一个有 N 个元素的集合出发, 找到一种构造“按照拟多项式 $2^{\log N}$ 方式增大的新集合”的具体方式, 可能具有否定“连续统假设 CH”的潜力。

小结

既然目前认为连续统假设独立于 ZFC^[5], 因此找出替换幂集公理的新公理是有可能的。

如可能存在“拟多项式公理”、“多项式公理”等，这样的新公理几乎有无穷多（无论无穷的具体含义是什么）个。

参考文献 REFERENCES:

- [1] 中国大百科全书·数学[M]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1988.
Encyclopaedia of China • Mathematics [M]. Beijing: Encyclopaedia of China Publishing House, 1988. (in Chinese)
- [2] KURATOWSKI K, MOSTOWSKI A. Set theory [M]. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1976.
- [3] ZFC. Encyclopedia of Mathematics [EB/OL].
<https://encyclopediaofmath.org/wiki/ZFC>
- [4] Cantor theorem. Encyclopedia of Mathematics [EB/OL].
https://encyclopediaofmath.org/wiki/Cantor_theorem
- [5] CH. Encyclopedia of Mathematics [EB/OL].
https://encyclopediaofmath.org/wiki/Continuum_hypothesis
- [6] COOK S. The importance of the P versus NP question [J]. Journal of the ACM, 2003, (50)1: 27-29.
- [7] GAREY M R, JOHNSON D S. Computers and intractability: A guide to the theory of NP-Completeness [M]. New York: W. H. Freeman, 1979.
- [8] 杨正瓴. 从NP结构到超级计算机分类理论 [R]. 天津大学百年校庆研究生院研究生学术报告会（一等奖论文），和天津大学百年校庆自动化系学术报告会，1995年10月.
- [9] 杨正瓴. 人脑有多复杂? [J]. 百科知识, 1997, 7（总第216期）: 39-40.
- [10] 杨正瓴. 第二类计机构想[J]. 中国电子科学研究院学报, 2011, 6(4): 368-374.
Yang Zheng-ling. Conception of the second class computer [J]. Journal of China Academy of Electronics and Information Technology, 2011, 6(4): 368-374 (in Chinese).
- [11] YANG Zhengling (杨正瓴). A non-canonical example to support that P is not equal to NP [J]. Transactions of Tianjin University, 2011, 17(6): 446-449.
- [12] YANG, Zheng-Ling. 2021. "A Note on Non-deterministic Turing Machine and the "P Vs. NP (P Versus NP Problem)"." [EB/OL]. OSF Preprints. April 12. doi:10.31219/osf.io/fchz2.
<https://osf.io/fchz2/>