量子力学、香农采样定理与数理统计学的数学联系

杨正瓴

天津大学 电气自动化与信息工程学院

天津市南开区卫津路 92 号, 邮编: 300072, 中国

Zheng-Ling YANG (Zhengling Yang, Yang Zhengling)

School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University

Weijin Road Campus: No. 92 Weijin Road, Nankai District, Tianjin, CHINA. Zip: 300072

prai@tju.edu.cn

<http://blog.sciencenet.cn/u/zlyang>

2021-12-05 试贴。

摘要: 对于原子的基本结构, 目前物理学认为电子围绕原子核运动, 其不同轨道之间通常是分离的。对波函数、坍塌的解释有不同的观点。从信号处理的角度看: 不妨假设电子围绕原子核做连续的复杂运动; 利用奈奎斯特-香农采样定理 (Nyquist-Shannon sampling theorem), 可以把高速运动的微观粒子的连续行为的长期观察结果, 采样成不连续的概率方式, 即量子力学。“标准”的量子力学建立时 (1926 年前后), 数学里的概率论和数理统计学还没有发展成熟。数学工具的不足, 是引起波函数与坍塌解释不同看法的数学原因。

关键词: 物理学, 量子力学, 波函数, 坍塌, 信号, 采样定理, 奈奎斯特, 香农, 概率论, 数理统计学

工程界信号处理里的奈奎斯特-香农采样定理 (Nyquist-Shannon sampling theorem), 可能有助于理解量子力学的基本概念^[1,2]。

正如 1953 年春天, 费米 (Enrico Fermi) 说^[3]:

“There are two ways of doing calculations in theoretical physics”, he said. “One way, and this is the way I prefer, is to have a clear physical picture of the process that you are calculating. The other way is to have a precise and self-consistent mathematical formalism.”

“在理论物理学中有两种进行计算的方法”, 他说。“一种方式, 这是我更喜欢的方式, 是对你正在计算的过程有一个清晰的物理图像。另一种方法是拥有精确且自洽的数学形式主义。”

一、相关历史的扼要回顾

1.1 概率论-数理统计学

在 1930 年代, 数学界才实现了概率论的成熟体系 (1921 年 J. M. Keynes 的“主观概率学派”, 1928 年 von Mises 的“客观概率学派”, 1933 年以柯尔莫哥洛夫的“以测度论为基础的公理化体系”)。

到 1930 年代末期, 以 Student (William Sealy Gosset)、费歇尔 (Sir Ronald Aylmer Fisher)、爱根·皮尔逊 (Egon Sharpe Pearson) 和奈曼 (Jerzy Neyman) 为主将, 才使得数理统计学成为一个符合现代数学严格标准的学科。

1.2 量子力学

现有的量子力学框架: 1925 年海森堡, 1926 年薛定谔。

1.3 采样定理

1928 年，美国电信工程师 H. 奈奎斯特（Harry Nyquist）提出采样定理。

1933 年，由苏联工程师科捷利尼科夫（Vladimir Aleksandrovich Kotelnikov, Владимир Александрович Котельников）首次用公式严格地表述这一定理。

1948 年，信息论的创始人 C. E. 香农（Claude Elwood Shannon）对这一定理加以明确地说明并正式作为定理引用，因此在许多文献中又称为香农采样定理。

二、量子力学、香农采样定理与数理统计学：数学角度的联系和可能性

（1）利用奈奎斯特-香农采样定理（Nyquist-Shannon sampling theorem），可以把高速运动的微观粒子的连续行为的长期观察结果，采样成不连续的概率分布方式，即量子力学。

“标准的”量子力学在 1926 年前后定型，此时工程界信号里的采样定理（1933-1948）还没有认识很清楚，数学里概率论与数理统计学的严密基础尚待澄清。

当物理学需要数学工具时，此时的人类数学工具还没有充分地发展起来。

（2）海森堡（Werner Heisenberg）所谓的量子力学“测不准原理/不确定性原理”（Uncertainty principle），不过是数理统计学里“置信区间”（Confidence interval）的一种近似。

量子力学是娃娃力学，这些年轻的量子物理学家对于傅里叶分析的认识未必足够深刻。

一些不愿意透露姓名的数学家私下的评论：

（3）“傅里叶分析里，也有类似的现象。”

（4）“我们是搞数学的，谁也不敢公开说这些。”

就连曾经抱怨爱因斯坦数学不好的数学大师陈省身，在公开场合只能说：“我不久即看到爱因斯坦所遭遇的问题之极度困难与数学及物理学的不同。”

三、波函数是对连续运动长期行为的离散采样

标准量子力学中原子里的电子轨道，与经典力学里的“多体运动，many-body problem, N-body problem”的稳定解之间有类似性。这不仅可以帮助我们理解量子力学的“一个清晰的物理图像”，还启发我们物理质量间相互作用可能还有“运动效应”：牛顿的万有引力只是静止宏观质点之间的作用公式；当宏观质点之间存在相对运动时，还应该附加的额外作用。

原子核外电子的运动，是一种复杂的连续运动。如可能是“混沌 chaos”方式的运动。电子的复杂运动轨迹，难以用数学解析公式描述出。但是借助奈奎斯特-香农采样定理，可以用概率分布来对电子运动的长期观察结果给出简洁的数学描述。

因为没有能力看清楚电子等微观粒子的运动轨迹，就用“慢采样”得到的观察值来描述这个运动轨迹，即“波函数”。实际上，里面只有一个（有限个）电子（微观粒子）。

波函数坍塌？客观世界里并不存在“波函数”这个数学概念。“波函数”主要是一种主观的抽象，客观存在的是电子（或粒子）的运动轨迹。“波函数”是这个实时连续运动的电子（或粒子）轨迹的“慢采样”信息的概率论、数理统计学描述。

牛顿白天闭着眼走路，被爱因斯坦撞了一下。之后牛顿走的路线（统计特性，概率分布）就和之前的不一样了。有什么好奇怪的？波函数也就突变了。波函数不是一个客观存在的实体，是电子（微观粒子）高速连续运动的一种“慢采样”的观察现象。

小结：

微观粒子的复杂连续运动轨迹，无法用简洁的数学解析函数描述出。

借助奈奎斯特-香农采样定理, 这些“微观粒子的复杂连续运动轨迹”的长期空间范围, 可以用概率分布(概率密度)来简洁地描述出。

波函数是一种长期连续运动的数学观在“假象”, 实实在在的只有微观粒子的连续运动。微观粒子连续运动方式的突变, 引起长期连续运动数学观在“假象”描述的“一种波函数(概率分布)”到“另外一种波函数(概率分布)”的突变。

参考文献 REFERENCES:

- [1] Shannon sampling theorem [EB/OL]. Encyclopedia of Mathematics.
https://encyclopediaofmath.org/wiki/Shannon_sampling_theorem
- [2] Chris Bissell. Vladimir Aleksandrovich Kotelnikov: pioneer of the sampling theorem, cryptography, optimal detection, planetary mapping...[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2009, 47(10): 24-32.
<https://ieeexplore.ieee.org/document/5273804>
- [3] Freeman Dyson. A meeting with Enrico Fermi [J]. *Nature*, 2004, 427(6972): 297-297.
<https://www.nature.com/articles/427297a>
- [4] Quantum mechanics, physics [EB/OL]. *Britannica*
<https://www.britannica.com/science/quantum-mechanics-physics>
- [5] 陈希孺. 数理统计学简史[M]. 长沙: 湖南教育出版社, 2002.
- [6] 李醒民. 激动人心的年代: 世纪之交物理学革命的历史考察和哲学探讨[M]. 成都: 四川人民出版社, 1983.
- [7] 胡作玄. 第三次数学危机[M]. 成都: 四川人民出版社, 1985.
- [8] 莫里斯·克莱因. 古今数学思想[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1978.
- [9] YANG, Zheng-Ling. 2021. “物理学统一场与相对论: 物理实质, 还是数学形式? .” [EB/OL]. OSF Preprints. October 4. doi:10.31219/osf.io/fep6m.
<https://osf.io/fep6m/>
- [10] YANG, Zheng-Ling. 2021. “建议从地球静止轨道卫星的天空位置数据分析来寻找‘引力磁.’” [EB/OL]. OSF Preprints. April 12. doi:10.31219/osf.io/p2kae.
<https://osf.io/p2kae/>
- [11] YANG, Zheng-Ling. 2021. “提丢斯-波得定则(Titius-Bode Law)与引力的量子化.” [EB/OL]. OSF Preprints. February 3. doi:10.31219/osf.io/g6bu9.
<https://osf.io/g6bu9/>
- [12] YANG, Zheng-Ling. 2021. “El Nino 存在天文驱动力的旁证.” [EB/OL]. OSF Preprints. October 3. doi:10.31219/osf.io/keh5.
<https://osf.io/keh5/>
- [13] 杨正瓴. 科学发展周期性的研究概况[J]. 科技导报, 2014, 32(35): 88-88.
<http://www.kjdb.org/CN/abstract/abstract12297.shtml>
- [14] YANG, Zheng-Ling. 2021. “遥相关: 太空天体运动有可能影响地球的大气运动.” [EB/OL]. OSF Preprints. January 30. doi:10.31219/osf.io/s23g6.
<https://osf.io/s23g6/>
- [15] YANG, Zheng-Ling. 2021. “暗能量暗物质、引力磁, 量子化的太阳系.” [EB/OL]. OSF Preprints. April 9. doi:10.31219/osf.io/ks2c9.
<https://osf.io/ks2c9/>

附图：下图是2016-3-20之前思考的笔记。

博文

发表新博文

量子力学潜在的不严密性

已有 3956 次阅读 2016-3-20 13:49 | 个人分类:基础数学-逻辑-物理 | 系统分类:科研笔记 | 量子力学, 概率论, 统计学, 潜在, 严密屏蔽性

汉语是联合国官方正式使用的6种同等有效语言之一。请不要歧视汉语！

Chinese is one of the six equally effective official languages of the United Nations.

Not to discriminate against Chinese, please!

爱因斯坦问题名言：

“提出一个问题往往比解决一个问题更重要，因为解决问题也许仅仅是一个数学上或实验上的技能而已。而提出新的问题新的可能性，从新的角度看旧的问题，都需要有创造性的想像力，而且标志着科学的真正进步。”

The mere formulation of a problem is far more essential than its solution, which may be merely a matter of mathematical or experimental skills. To raise new questions, new possibilities, to regard old problems from a new angle requires creative imagination and marks real advances in science.

量子力学潜在的不严密性

(1) 利用奈奎斯特-香农采样定理 (Nyquist-Shannon sampling theorem)，可以把高速运动的微观粒子的连续行为，采样成不连续的概率方式，即量子力学。

(2) 海森堡 (Werner Heisenberg) 所谓的“测不准原理/不确定性原理” (Uncertainty principle)，不过是数理统计学里“置信区间” (Confidence interval) 的一种近似。

(3) 从概率论-统计学发展的历史可以发现：

在1930年代数学界，才实现了概率论的成熟体系 (1921年J. M. Keynes的“主观概率学派”，1928年 von Mises的“客观概率学派”，1933年以柯尔莫哥洛夫的“以测度论为基础的概率公理化体系”)；

到1930年代末期，以 Student (William Sealy Gosset)、费歇尔 (Sir Ronald Aylmer Fisher)、爱根·皮尔逊 (Egon Sharpe Pearson) 和奈曼 (Jerzy Neyman) 为主将，才使得数理统计学成为一个符合现代数学严格标准的学科。

因此，现有的量子力学框架 (1925年海森堡，1926年薛定谔) 是相当“不科学”的。这主要是受到人类当时概率论、数理统计学发展历史水平的限制。正如爱因斯坦所言：“对真理的追求要比对真理的占有更可贵。”