Model Matematika pada Perilaku Fanatisme *Fans Korean Pop*

Karmila Palalu¹

¹Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Gorontalo,
Jl. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Tilongkabila, Kabupaten Bone Bolango, Gorontalo 96119, Indonesia
Email: karmilapalalu.kp@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini membahas tentang model matematika pada perilaku fanatisme fans *Korean Pop*. Pada model ini, populasi individu saling berinteraksi yaitu *Susceptible (S)* individu yang tidak fans Korea tapi rentan menjadi fans, *Infected (I)* fans fanatik dan *Recovered (R)* individu yang berhenti menjadi fans. Berdasarkan data yang diperoleh bahwa dinamika penggemar *Korean pop* terdapat dua kondisi yaitu pada saat tertentu populasi penggemar *Korean pop* akan menghilang dengan $R_0 < 1$ dan akan meningkat dan menjadi wabah tetapi pada saat tertentu akan menurun di sekitar titik tetap endemik dengan $R_0 > 1$.

Kata kunci: Model Matematika, SIR, *Korean Pop*

Abstract

This study discusses the mathematical model on the fanaticism behavior of with Korean Pop fans. In this model, individual populations interact with each other namely Susceptible (S) individuals who are not Korean fans but are vulnerable to being fans, Infected (I) fanatic fans and Recovered (R) individuals who stop being a fans. Based on the data obtained that the dynamics of Korean pop fans there are two conditions namely at a certain time the population of Korean pop fans will disappear with $R_0 < 1$ and will increase and become an outbreak but at some point it will decrease around the point it remains endemic with $R_0 > 1$

Keywords: Mathematical Model, SIR, *Korean Pop*

1. Pendahuluan

Popularitas *Korean wave* atau *hallyu* awalnya hanya berkembang di Negara Asia Timur lalu menjadi populer diseluruh dunia tak terkecuali di Indonesia [1]. Pengaruhnya telah merambah disetiap aspek kehidupan dari musik, bahasa, film, *fashion* maupun *lifestyle*. Salah satu produk yang sangat digemari saat ini ialah K-Pop merupakan istilah yang mendeskripsikan berbagai jenis aliran music yakni, *pop*, *rock*, *R&B*, maupun gabungan dari jenis aliran musik tersebut. *K-Pop* sendiri sangat identik dengan sekelompok perempuan maupun laki-laki yang dinaungi oleh manajemen music yang biasa disebut *girlband* dan *girlband*.

Penggemar *K-Pop* menggunakan budaya *K-Pop* sebagai perilaku untuk meniru idola mereka dengan berlebihan, sikap ini ditunjukkan seperti membeli bermacam pernak-pernik, membeli kaset yang harganya fantastis sampai rela menunggu idola mereka berjam-jam dibandara. Tingkah laku yang berlebihan menimbulkan pandangan negatif bagi masyarakat yang awam. Hal ini cukup menguatirkan dimana penggemar *K-pop* bisa menghabiskan waktu, tenaga bahkan uang untuk idolanya dan juga menganggap budaya Korea lebih unggul bahkan disbanding budaya Indonesia sendiri [2]. Pemodelan matematika merupakan salah satu alat utama dalam meminimalisir permasalahan perilaku fanatisme penggemar Korean pop yaitu dengan merumuskan model matematika.

Beberapa peneliti telah membahas tentang *Korean wave*, analisis medium penyebaran *Korean wave (hallyu)* dalam membentuk gaya hidup milenial penggemar budaya populer Korea Selatan. Fanatisme penggemar kpop dalam bermedia social di Instagram [3].

2. Model Matematika

Model SIR pertama kali diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927. Model tersebut kemudian oleh Hethcote pada 1989 digunakan untuk menjelaskan penyebaran penyakit campak, cacar air, difteri, polio, dan batuk rejan. Hethcote membagi populasi menjadi tiga kelompok individu. Pertama, kelompok individu *susceptible* yaitu individu yang sehat namun rentan terinfeksi penyakit. Kedua, kelompok individu *infected* yaitu individu yang terinfeksi penyakit. Ketiga, kelompok individu *recovered* yaitu individu yang sembuh dan kebal terhadap penyakit.

Pada penelitian ini menggunakan model tipe SIRS yang terdiri dari *Susceptible* (S) individu yang tidak fans Korea tapi rentan menjadi fans, *Infected* (I) fans fanatik dan *Recovered* (R) individu yang berhenti menjadi fans. Berdasarkan asumsi tersebut maka terbentuk system persamaan diferensial yang akan dilihat solusi dari kesetimbangan agar kemudian dianalisis kestabilan dari titik kesetimbangan tersebut. Penentuan ambang batas penyebaran fans fanatik yang merupakan nilai bilangan reproduksi dasar didapatkan melalui matriks *Next Generation* [4].

Model dasar banyak digunakan dalam berbagai kasus seperti Agusmiawati, Merli [5] pengaruh kematian yang disebabkan infeksi pada model epidemik SIRS deterministik dan stokastik. Selanjutnya Sofyan, Irfan [6] model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengue tipe SIR. Dan Mufa'ati, Nurma Dewi [7] masalah control optimum linear dan taklinear pada model SIR dengan vaksinasi dan pengobatan.

Untuk itu, tujuan dari penelitian ini yaitu menganalisis kestabilan titik kesetimbangan model matematika pada perilaku penggemar fanatik Korean Pop.

Secara skematik, pola penyebaran fans fanatik dinyatakan dalam diagram kompartemen pada **Gambar 1**.

Gambar 1. Pola Penyebaran Fans Korean Pop

Berdasarkan skema pada **Gambar 1** maka diperoleh model matematika dalam bentuk system persamaan diferensial.

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \mu N - \alpha S \frac{I}{N} - \gamma R - \mu S \\
 \frac{dI}{dt} &= \alpha S \frac{I}{N} - \beta I - \mu I \\
 \frac{dR}{dt} &= \beta I - \gamma R - \mu R
 \end{aligned} \tag{1}$$

Definisi variabel dan parameter dapat dilihat pada **Tabel 1**.

Tabel 1. Definisi Variabel dan Parameter

Variabel	Keterangan
μ	Laji kelahiran dan kematian setiap satuan waktu
α	Laju perubahan individu rentan menjadi fans
β	Laju perubahan fans yang berhenti menjadi fans
γ	Laju perubahan yang berhenti menjadi fans kebal rentan

3. Pembahasan

3.1. Titik Tetap dari Populasi Fans Korean Pop

Kestabilan dari populasi fans *Koean pop* dapat ditentukan dengan mencari suatu titik tetap pada populasi, menggunakan tipe SIRS, yang dapat diperoleh dari sistem persamaan $\frac{ds}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0, \frac{dr}{dt} = 0$. Maka, didapatkan dua titik tetap yaitu sebagai berikut:

- Titik tetap pertama (Titik tetap untuk yang tidak atau rentan)

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \mu - (\alpha i + \mu)s + \gamma r \\
 i(t) &= (\alpha s - \beta - (\mu))i \\
 r(t) &= \beta i - (\gamma + \mu)r
 \end{aligned} \tag{2}$$

Misalkan,

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \alpha i + \mu \\ \omega_2 &= \mu \\ \omega_3 &= \gamma + \mu\end{aligned}\tag{3}$$

Sehingga, persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned}s(t) &= \mu - \omega_1 s + \gamma r \\ i(t) &= (\alpha s - \beta - \omega_2)i \\ r(t) &= \beta i - \omega_3 r\end{aligned}\tag{4}$$

- Untuk persamaan pertama

$$\begin{aligned}\mu - \omega_1 s + \gamma r &= -(\mu + \gamma r) \\ -\omega_1 s &= -(\mu + \gamma r) \\ s &= \frac{-(\mu + \gamma r)}{-\omega_1} \\ s &= \frac{(\mu + \gamma r)}{\omega_1}\end{aligned}\tag{5}$$

- Untuk persamaan kedua

$$\begin{aligned}(\alpha s - \beta - \omega_2)i &= 0 \\ i &= 0\end{aligned}\tag{6}$$

- Untuk persamaan ketiga

$$\begin{aligned}\beta i - \omega_3 r &= 0 \\ \beta(0) - \omega_3 r &= 0 \\ -\omega_3 r &= 0 \\ r &= 0\end{aligned}\tag{7}$$

- $s = \frac{\mu + \gamma r}{\omega_1}$
 $s = \frac{\mu + \gamma r}{\alpha i + \mu}$
 $s = \frac{\mu + \gamma(0)}{\alpha(0) + \mu}$
 $s = \frac{\mu}{\mu} = 1$

(8)

Dari penjabaran tersebut diperoleh titik ekuilibrium pertama $(E_1) = (1, 0, 0)$

- b. Titik tetap kedua

$$\begin{aligned}s(t) &= \mu - (\alpha i + \mu)s + \gamma r \\ i(t) &= (\alpha s - \beta - (\mu))i \\ r(t) &= \beta i - (\gamma + \mu)r\end{aligned}\tag{9}$$

- Untuk Persamaan kedua

$$\begin{aligned}\alpha i - \beta i - (\mu + \theta)i &= 0 \\ s &= \frac{(\beta + (\mu))i}{\alpha i} \\ s &= \frac{\beta + \mu}{\alpha}\end{aligned}\tag{10}$$

- Untuk persamaan pertama

$$\mu - (\alpha i + \mu)s + \gamma r = 0$$

$$\begin{aligned}
\gamma r &= -\mu + (\alpha i + \mu) \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) \\
r &= \frac{-\mu + (\alpha i + \mu) \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right)}{\gamma} \\
r &= \frac{-\mu + (\alpha i + \mu)(\beta + \mu)}{\gamma \alpha} \\
r &= \frac{-\alpha \mu + \alpha \beta i + \mu \alpha i + \alpha i + \beta \mu + \mu^2 + \mu}{\gamma \alpha} \\
r &= \frac{-\mu(\alpha - \beta - \mu) + (\beta + \mu)\alpha i}{\gamma \alpha}
\end{aligned} \tag{11}$$

- Untuk persamaan ketiga

$$\begin{aligned}
\beta i - (\gamma + \mu)r &= 0 \\
\beta i &= (\gamma + \mu)r \\
i &= \frac{(\gamma + \mu)r}{\beta} \\
i &= \frac{(\gamma + \mu)(-\mu(\alpha - \beta - \mu) + (\beta + \mu)\alpha i)}{\alpha \beta \gamma} \\
i &= \frac{-\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha \beta \gamma} + \frac{(\gamma(\beta + \mu) + \mu(\beta + \mu))\alpha i}{\alpha \beta \gamma} \\
i - \frac{(\gamma(\beta + \mu) + \mu(\beta + \mu))\alpha i}{\alpha \beta \gamma} &= \frac{-\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha \beta \gamma} \\
\frac{(\beta \gamma - (\gamma + \mu)(\beta + \mu))i}{\beta \gamma} &= \frac{-\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha \beta \gamma} \\
i &= \frac{-\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha(\beta \gamma - (\gamma + \mu)(\beta + \mu))} \\
i &= \frac{-\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha(\beta \gamma - \beta \gamma - \gamma \mu - \gamma - \mu \beta - \mu^2 - \mu)} \\
i &= \frac{\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha(\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)}
\end{aligned} \tag{12}$$

- $$\begin{aligned}
r &= \frac{-\mu(\alpha - \beta - \mu) + \alpha(\beta + \mu) \left(\frac{\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha(\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)} \right)}{\gamma \alpha} \\
r &= \frac{-\mu \alpha (\alpha - \beta - \mu) (\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu) + \alpha \mu (\beta + \mu) (\gamma + \mu) (\alpha - \beta - \mu)}{\gamma \alpha^2 (\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)} \\
r &= \frac{\mu \alpha (\alpha - \beta - \mu) (-\gamma \mu - \gamma \theta - \mu \beta - \mu^2 - \mu + \gamma \beta + \gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)}{\gamma \alpha^2 (\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)} \\
r &= \frac{\mu(\alpha - \beta - \mu) \gamma \beta}{\gamma \alpha (\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)} \\
r &= \frac{\mu \beta (\alpha - \beta - \mu)}{\alpha (\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)}
\end{aligned} \tag{13}$$

Dari penjabaran tersebut diperoleh titik ekuilibrium kedua, yaitu:

$$(E_2) = \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha}, \frac{\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\alpha(\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)}, \frac{\mu \beta (\alpha - \beta - \mu)}{\alpha(\gamma \mu + \gamma + \mu \beta + \mu^2 + \mu)} \right) \tag{14}$$

3.2 Analisis Kestabilan Titik Tetap

Model SIRS terhadap fans *Korean pop* merupakan sistem persamaan diferensial non linear. Untuk menganalisis kestabilan titik tetap suatu sistem persamaan diferensial nonlinear, dapat dilakukan dengan melinearkan persamaan diferensialnya. Analisis kestabilan titik tetap dapat ditentukan dengan cara menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian sistem. Matriks Jacobian dari sistem adalah:

$$J = \begin{bmatrix} -(\alpha i + \mu) & -\alpha s & \gamma \\ \alpha i & \alpha s - \beta - (\mu) & 0 \\ 0 & \beta & -(\gamma + \mu) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Suatu titik tetap dikatakan stabil jika semua nilai eigen dari matriks jacobian nya bernilai negatif.

3.3 Kestabilan Titik Tetap E_1

Untuk memperoleh kestabilan sistem di titik E_1 terlebih dahulu dilakukan pelinearan di sekitar titik tetap E_1 sehingga diperoleh matriks Jacobian dari titik Tetap pertama (JE_1):

$$JE_1 = \begin{bmatrix} -\mu & -\alpha & \gamma \\ 0 & \alpha - (\beta + \mu) & 0 \\ 0 & \beta & -(\gamma + \mu) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Dengan menyelesaikan persamaan karakteristik

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - JE_1) &= 0 \\ \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & -\alpha & \gamma \\ 0 & \alpha - (\beta + \mu) & 0 \\ 0 & \beta & -(\gamma + \mu) \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ \left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & -\alpha & \gamma \\ 0 & \alpha - (\beta + \mu) & 0 \\ 0 & \beta & -(\gamma + \mu) \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ \begin{vmatrix} \lambda + \mu & -\alpha & \gamma \\ 0 & \lambda - (\alpha - (\beta + \mu)) & 0 \\ 0 & \beta & \lambda + (\gamma + \mu) \end{vmatrix} &= 0 \\ (\lambda + \mu) (\lambda - (\alpha - (\beta + \mu))) (\lambda + (\gamma + \mu)) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Maka akan di dapatkan nilai-nilai eigen dari matriks JE_1 , yaitu:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\mu \\ \lambda_2 &= \alpha - (\beta + \mu) \\ \lambda_3 &= -(\gamma + \mu) \end{aligned} \quad (18)$$

Karena, $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_3 < 0$ titik tetap E_1 akan stabil jika λ_2 bernilai negatif, sehingga:

$$\begin{aligned} \alpha - (\beta + \mu + \theta) &< 0 \\ \alpha &< (\beta + \mu) \\ \frac{\alpha}{(\beta + \mu)} &< 1 \end{aligned} \quad (19)$$

Jadi, jika λ_2 bernilai $\frac{\alpha}{(\beta+\mu)} < 1$. Hal ini berarti titik tetap bebas penggemar *Korean pop* stabil. Sebaliknya jika $\frac{\alpha}{(\beta+\mu)} > 1$ maka titik tetap bebas penggemar *Korean pop* tidak stabil.

3.4 Kestabilan Titik Tetap E_2

Untuk memperoleh kestabilan sistem di titik E_2 terlebih dahulu dilakukan pelinearan di sekitar titik tetap E_2 sehingga diperoleh matriks Jacobian dari titik tetap pertama (JE_2):

$$JE_2 = \begin{bmatrix} \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} + \mu & -(\beta+\mu) & \gamma \\ \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -(\gamma+\mu) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Dengan menyelesaikan persamaan karakteristik

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - JE_2) &= 0 \\ \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} + \mu & -(\beta+\mu) & \gamma \\ \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -(\gamma+\mu) \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ \left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} + \mu & -(\beta+\mu) & \gamma \\ \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -(\gamma+\mu) \end{bmatrix} \right| &= 0 \\ \left| \begin{array}{ccc} \lambda - \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} + \mu \right) & -(\beta+\mu) & \gamma \\ \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} & \lambda & 0 \\ 0 & \beta & \lambda + (\gamma+\mu) \end{array} \right| &= 0 \quad (21) \\ \left(\lambda - \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} + \mu \right) \right) (\lambda) (\lambda + (\gamma+\mu)) + (\gamma) \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) (\beta) \\ + (\beta+\mu) \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) (\lambda + (\gamma+\mu)) &= 0 \end{aligned}$$

Misalkan:

$$\omega_4 = \frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu}$$

$$\omega_5 = \gamma + \mu$$

$$\omega_6 = \beta + \mu \quad (22)$$

$$(\lambda - (\omega_4 + \mu))(\lambda)(\lambda + (\omega_5)) + (\gamma)(\omega_4)(\beta) + (\omega_6)(\omega_4)(\lambda + (\omega_5)) = 0$$

$$(\lambda^2 + \lambda\omega_5 - \lambda\omega_4 - \omega_4\omega_5 - \mu\lambda + \lambda\omega_5)\lambda + \gamma\beta\omega_4 - \omega_6\omega_4\lambda - \omega_6\omega_4\omega_5 = 0$$

$$\lambda^3 + \lambda^2\omega_5 - \lambda^2\omega_4 - \omega_4\omega_5\lambda + \mu\lambda^2 + \mu\omega_5\lambda + \gamma\beta\omega_4 - \omega_6\omega_4\lambda - \omega_6\omega_4\omega_5 = 0$$

$$\lambda^3 + (\omega_5 - \omega_4 + \mu)\lambda^2 + (-\omega_4\omega_5 + \mu\omega_5 - \omega_6\omega_4)\lambda + (\gamma\beta - \omega_6\omega_5)\omega_4 = 0$$

Dimana,

$$\begin{aligned} c_0 &= 1 \\ c_1 &= \omega_5 - \omega_4 + \mu \\ &= \gamma + \mu - \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) + \mu \\ &= \gamma + 2\mu - \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) \\ c_2 &= -\omega_4\omega_5 + \mu\omega_5 - \omega_6\omega_4 \\ &= \mu\omega_5 - (\omega_5 + \omega_6)\omega_4 \\ &= \mu(\gamma + \mu) - (\gamma + 2\mu + \beta) \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) \\ c_3 &= (\gamma\beta - \omega_6\omega_5)\omega_4 \\ &= (\gamma\beta - (\beta + \mu)(\gamma + \mu)) \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

Karena nilai eigen pada persamaan matriks jacobian diatas sulit dicari maka digunakan kriteria Routh Hurwitz untuk menganalisis titik tetapnya. Menurut kriteria Routh Hurwitz, titik tetap E_2 akan stabil jika dan hanya jika semua nilai eigen adalah real negatif. Hal ini terjadi jika memenuhi syarat sebagai berikut:

$$\begin{aligned} c_1 &> 0, c_3 > 0, \text{ dan } c_1c_2 - c_3 > 0 \\ c_1 &> 0 \\ \gamma + 2\mu - \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) &> 0 \\ \frac{(\gamma + 2\mu)(\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu) - (\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu))}{\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu} &> 0 \\ (\gamma + 2\mu)(\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu) - (\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)) &> 0 \\ (\gamma + 2\mu)(\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu) - \mu(\gamma + \mu)\alpha + \\ \mu(\gamma + \mu)\beta + \mu(\gamma + \mu)\mu + \mu(\gamma + \mu) &> 0 \\ (\gamma + 2\mu)(\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu) + \mu(\gamma + \mu)\beta + \mu(\gamma + \mu)\mu + \mu(\gamma + \mu) &> \mu(\gamma + \mu)\alpha \\ \frac{(\gamma + 2\mu)(\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu) + \mu(\gamma + \mu)\beta + \mu(\gamma + \mu)\mu + \mu(\gamma + \mu)}{\mu(\gamma + \mu)\alpha} &> 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_3 &> 0 \\ (\gamma\beta - (\beta + \mu)(\gamma + \mu)) \left(\frac{\mu(\gamma+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\gamma\mu+\gamma+\mu\beta+\mu^2+\mu} \right) &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\gamma\beta - (\beta + \mu)(\gamma + \mu))(\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)) > 0 \\
& \gamma\beta(\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)) - (\gamma + \mu)(\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)) > 0 \\
& \gamma\beta(\mu(\gamma + \mu)(\alpha - (\beta + \mu))) - (\beta + \mu)(\gamma + \mu)(\mu(\gamma + \mu)(\alpha - (\beta + \mu))) > 0 \\
& \gamma\beta\mu(\gamma + \mu)\alpha - \gamma\beta\mu(\gamma + \mu)(\beta + \mu) - \mu\alpha(\beta + \mu)(\gamma + \mu)^2 + \mu(\beta + \mu)(\gamma + \mu)^2(\beta + \mu) > 0 \\
& \gamma\beta\mu(\gamma + \mu)\alpha + \mu(\beta + \mu)(\gamma + \mu)^2(\beta + \mu) > \gamma\beta\mu(\gamma + \mu)(\beta + \mu) + \mu\alpha(\beta + \mu)(\gamma + \mu)^2 \\
& \frac{\gamma\beta\mu(\gamma + \mu)\alpha + \mu(\beta + \mu)(\gamma + \mu)^2(\beta + \mu)}{\gamma\beta\mu(\gamma + \mu)(\beta + \mu) + \mu\alpha(\beta + \mu)(\gamma + \mu)^2} > 1 \tag{24}
\end{aligned}$$

Untuk yang $c_1c_2 - c_3 > 0$ misalkan:

$$\begin{aligned}
\omega_5 &= \gamma + \mu \\
\omega_6 &= \beta + \mu \\
\omega_7 &= \gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu \\
c_1c_2 - c_3 &> 0 \\
& \left((\gamma + 2\mu) - \left(\frac{\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu} \right) \right) \left(\mu(\gamma + \mu) \right. \\
& \left. - (\gamma + 2\mu + \beta) \left(\frac{\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu} \right) \right) \\
& - \left((\gamma\beta - (\beta + \mu)(\gamma + \mu)) \left(\frac{\mu(\gamma + \mu)(\alpha - \beta - \mu)}{\gamma\mu + \gamma + \mu\beta + \mu^2 + \mu} \right) \right) > 0 \\
& \left((\omega_5 + \mu) - \left(\frac{\mu\omega_5(\alpha - \omega_6)}{\omega_7} \right) \right) \left(\mu\omega_5 - (\omega_5 + \omega_6) \left(\frac{\mu\omega_5(\alpha - \omega_6)}{\omega_7} \right) \right) - \left((\gamma\beta - \omega_6\omega_5) \left(\frac{\mu\omega_5(\alpha - \omega_6)}{\omega_7} \right) \right) > 0 \\
& \left((\omega_5 + \mu)\mu\omega_5 \right. \\
& \left. - \left(\frac{\alpha\mu\omega_5(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) - \mu\omega_5\omega_6(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha(\mu\omega_5)^2 - (\mu\omega_5)^2\omega_6}{\omega_7} \right) \right. \\
& \left. + (\omega_5 + \omega_6) \left(\frac{\alpha\mu\omega_5 - \mu\omega_5\omega_6}{\omega_7} \right)^2 \right) - \left(\frac{\alpha\mu\omega_5\gamma\beta - \mu\omega_5\omega_6\gamma\beta - \alpha\mu\omega_5^2\omega_6 + \mu\omega_5\omega_6^2\omega_5}{\omega_7} \right) > 0 \\
& \left(\frac{(\omega_5 + \mu)\mu\omega_5\omega_7^2 + \mu\omega_5\omega_6\omega_7(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) - (\alpha\mu\omega_5(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha(\mu\omega_5)^2 + (\mu\omega_5)^2\omega_6)\omega_7}{\omega_7^2} \right. \\
& \left. + (\omega_5 + \omega_6) \left(\frac{(\alpha\mu\omega_5)^2 - \alpha\mu^2\omega_5^2\omega_6 + (\mu\omega_5\omega_6)^2}{\omega_7^2} \right) \right. \\
& \left. \frac{(\alpha\mu\omega_5\gamma\beta + \mu\omega_5\omega_6\gamma\beta + \alpha\mu\omega_5^2\omega_6 - (\alpha\mu\omega_5\gamma\beta + \mu\omega_5\omega_6^2\omega_5))\omega_7}{\omega_7^2} \right) > 0 \tag{25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\omega_5 + \mu)\mu\omega_5\omega_7^2 + \omega_7(\mu\omega_5\omega_6(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha\mu\omega_5\gamma\beta + \mu\omega_5\omega_6\gamma\beta + \alpha\mu\omega_5^2\omega_6) \\
& + (\omega_5 + \omega_6)((\alpha\mu\omega_5)^2 + (\mu\omega_5\omega_6)^2) \\
& - ((\alpha\mu\omega_5(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha(\mu\omega_5)^2 + (\mu\omega_5)^2\omega_6 + \alpha\mu\omega_5\gamma\beta \\
& + \mu\omega_5\omega_6^2\omega_5)\omega_7 + \alpha\mu^2\omega_5^2\omega_6(\omega_5 + \omega_6)) > 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\omega_5 + \mu)\mu\omega_5\omega_7^2 + \omega_7(\mu\omega_5\omega_6(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha\mu\omega_5\gamma\beta + \mu\omega_5\omega_6\gamma\beta + \alpha\mu\omega_5^2\omega_6) \\
& + (\omega_5 + \omega_6)((\alpha\mu\omega_5)^2 + (\mu\omega_5\omega_6)^2) \\
& > (\alpha\mu\omega_5(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha(\mu\omega_5)^2 + (\mu\omega_5)^2\omega_6 + \alpha\mu\omega_5\gamma\beta \\
& + \mu\omega_5\omega_6^2\omega_5)\omega_7 + \alpha\mu^2\omega_5^2\omega_6(\omega_5 + \omega_6)
\end{aligned}$$

$$\frac{(\omega_5 + \mu)\mu\omega_5\omega_7^2 + \omega_7(\mu\omega_5\omega_6(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha\mu\omega_5\gamma\beta + \mu\omega_5\omega_6\gamma\beta + \alpha\mu\omega_5^2\omega_6) + (\omega_5 + \omega_6)((\alpha\mu\omega_5)^2 + (\mu\omega_5\omega_6)^2)}{(\alpha\mu\omega_5(\omega_5 + \mu)(\omega_5 + \omega_6) + \alpha(\mu\omega_5)^2 + (\mu\omega_5)^2\omega_6 + \alpha\mu\omega_5\gamma\beta + \mu\omega_5\omega_6^2\omega_5)\omega_7 + \alpha\mu^2\omega_5^2\omega_6(\omega_5 + \omega_6)} > 1$$

Karena nilai $c_1 > 0, c_3 > 0$, dan $c_1c_2 - c_3 > 0$ terpenuhi, maka titik tetap E_2 dikatakan stabil.

3.5 Bilangan Reproduksi Dasar

Untuk menentukan bilangan reproduksi dasar, dapat digunakan matriks next generation [8]. Metode serupa yang secara spesifik dapat ditemukan pada [9][10].

$$i(t) = \alpha si - (\beta + \mu)i \quad (26)$$

Maka diperoleh matriks φ sebagai laju perubahan infeksi yang mengakibatkan bertambahnya populasi yang terinfeksi dan matriks ψ sebagai laju perubahan yang mengakibatkan berkurangnya populasi yang terinfeksi.

$$\varphi = [\alpha si] \quad \text{dan} \quad \psi = [(\beta + \mu)i] \quad (27)$$

Selanjutnya, dibentuk matriks jacobian dari φ dan ψ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
JF &= \left[\frac{\partial \varphi}{\partial i} \right] = [\alpha s] \\
JV &= \left[\frac{\partial \psi}{\partial i} \right] = [\beta + \mu]
\end{aligned} \quad (28)$$

Kemudian dilakukan substitusi titik tetap bebas pecandu game online $E_1 = (1, 0, 0)$ pada matriks JF dan JV , sehingga matriksnya menjadi:

$$\begin{aligned}
F &= [\alpha] \\
V &= [\beta + \mu]
\end{aligned} \quad (29)$$

Mencari nilai V^{-1} , sehingga diperoleh:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta + \mu} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Dari persamaan-persamaan tersebut dapat diperoleh matriks next generation sebagai berikut :

$$K = FV^{-1} = [\alpha] \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta + \mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\beta + \mu} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Nilai eigen yang dihasilkan adalah:

$$\det(\lambda I - K) = 0$$

$$\left| \lambda[1] - \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\beta + \mu} \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| [\lambda] - \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\beta + \mu} \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \lambda - \frac{\alpha}{\beta + \mu} \right| = 0$$

$$\lambda - \frac{\alpha}{\beta + \mu} =$$

Jadi,

$$\lambda = \frac{\alpha}{\beta + \mu} \quad (32)$$

Bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai radius spektral (nilai eigen dominan) dari matriks nest generation[11]. Maka,

$$R_0 = \frac{\alpha}{\beta + \mu} \quad (33)$$

Jika $R_0 < 1$ maka penggemar *Korean pop* akan hilang

Jika $R_0 > 1$ maka penggemar *Korean pop* makin meningkat

3.6 Simulasi Dinamika Penggemar *Korean Pop*

Pada bagian simulasi ini, diamati dinamika populasi dalam dua kondisi, yaitu ketika $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$

Untuk melakukan simulasi maka diperlukan beberapa parameter yang mendukung. Nilai-nilai parameter dapat diperoleh dari data sekunder dan bisa juga berdasarkan asumsi.

Tabel 2. Nilai-nilai parameter untuk kondisi $R_0 < 1$

Parameter	Notasi	$R_0 < 1$	Keterangan
Laju kelahiran dan kematian	μ	1	Berdasarkan asumsi
Laju perubahan individu rentan menjadi fans	α	0.9286	Berdasarkan asumsi
Laju perubahan fans yang berhenti menjadi fans	β	0.2307	Berdasarkan asumsi
Laju perubahan yang berhenti menjadi fans kembali rentan	γ	4.67	Berdasarkan asumsi

Table 3. Nilai-nilai parameter untuk kondisi $R_0 > 1$

Parameter	Notasi	$R_0 > 1$	Keterangan
Laju kelahiran dan kematian	μ	0.0149	Berdasarkan laju pertumbuhan penduduk [BPS]
Laju perubahan individu rentan menjadi fans	α	0.1288	Berdasarkan asumsi
Laju perubahan fans yang berhenti menjadi fans	β	0.07	Berdasarkan asumsi
Laju perubahan yang berhenti menjadi fans kembali rentan.	γ	0.02	Berdasarkan asumsi

Untuk melihat dinamika populasi pada kondisi $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$ dapat menggunakan software Maple dengan populasi awal $s(0) = 20$, $i(0) = 12$, $r(0) = 3$.

Gambar 2. Dinamika populasi pada kondisi $R_0 < 1$

Pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa semua populasi akan menuju titik tetap (E_1) = ($s = 1$, $i = 0$, $r = 0$). Populasi *susceptible* (merah) akan menurun kemudian naik pada saat bulan ke-1 dan akan stabil pada bulan ke-10. Populasi *infected* (kuning) akan meningkat kemudian pada saat bulan ke 0.2 populasi *infected* (kuning) akan menurun dan akan stabil pada saat bulan ke-8. Populasi *recovered* (hijau) akan menurun dan menjadi stabil pada bulan ke-5.

Gambar 3. Dinamika populasi pada kondisi $R_0 > 1$

Pada Gambar 2 dapat dilihat bahwa semua populasi akan menuju titik tetap (E_2) = ($s = 0.6591623470$, $i = 0.1133956606$, $r = 0.2274411530$). Populasi *susceptible* (merah) akan menurun kemudian naik sebelum bulan ke-10 dan akan stabil disekitar bulan ke-40. Populasi *infected* (kuning) akan meningkat kemudian pada saat bulan ke 1 populasi *infected* (kuning) akan menurun dan akan stabil pada saat bulan ke-400. Populasi *recovered* (hijau) akan naik kemudian turun di sekitar bulen ke-20 dan menjadi stabil pada bulan ke-600.

Gambar 4. Dinamika populasi dengan parameter α yang berbeda

Pada Gambar 4 parameter $\mu = 0.0149, \beta = 0.07, \gamma = 0.02, \theta = 0.01$. Untuk $\alpha_1 = 0.1288$ dimana $\alpha < \beta + \mu + \theta$ maka dinamika penggemar *Korean pop* berada pada kondisi $R_0 < 1$ sehingga grafik menuju di sekitar titik tetap $(E_1) = (s = 1, i = 0, r = 0)$ dan pada saat tertentu penggemar *Korean pop* akan menghilang. Untuk $\alpha_2 = 0.05$ jadi $\alpha > \beta + \mu + \theta$ maka dinamika penggemar *Korean pop* berada pada kondisi $R_0 > 1$ sehingga populasi penggemar *Korean pop* akan meningkat dan menjadi wabah tetapi pada saat tertentu akan menurun di sekitar titik tetap yaitu $(E_2) = (s = 0.6591623470, i = 0.1133956606, r = 0.2274411530)$.

5.1 Kesimpulan

Dari data diatas dapat disimpulkan bahwa dinamika penggemar *Korean pop* terdapat dua kondisi yaitu $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$.

1. Jika $\alpha < \beta + \mu + \theta$ maka dinamika populasi penggemar *Korean pop* berada pada kondisi $R_0 < 1$ sehingga grafik menuju di sekitar titik tetap $(E_1) = (s = 1, i = 0, r = 0)$ dan pada saat tertentu populasi penggemar *Korean pop* akan menghilang.

2. Jika $\alpha > \beta + \mu + \theta$ maka dinamika populasi penggemar *Korean pop* berada pada kondisi $R_0 > 1$ sehingga populasi penggemar *Korean pop* akan meningkat dan menjadi wabah tetapi pada saat tertentu akan menurun di sekitar titik tetap endemik yaitu $(E_2) = (s = 0.6591623470, i = 0.1133956606, r = 0.2274411530)$. Jadi, untuk menghilangkan penggemar yang fanatic maka kita harus mengurangi parameter α dan menaikkan parameter β .

Referensi

- [1] A. R. Rinata and S. I. Dewi, "Fanatisme Penggemar Kpop dalam Bermedia Sosial di Instagram," *Interak. J. Ilmu Komun.*, vol. 8, no. 2, pp. 13–23, 2019.
- [2] J. M. Eliani and Y. A. N. M. Salis, "Fanatisme dan Perilaku Agresif Verbal di Media Sosial pada Penggemar Idola K-Pop," *J. Psiohumaniora J. Penelit. Psikol.*, vol. 3, no. 1, pp. 39–72, 2018.
- [3] A. P. Pratama, "Analisis Medium Penyebaran Korean Wave (Hallyu) Dalam Membentuk Gaya Hidup Milenial Penggemar Budaya Populer Korea Selatan," Universitas Bakrie, 2018.
- [4] N. Chitnis, J. M. Hyman, and J. M. Cushing, "Determining Important Parameters in the Spread of Malaria Through the Sensitivity Analysis of a Mathematical Model," *Bull. Math. Biol.*, vol. 70, no. 5, pp. 1272–1296, Jul. 2008, doi: 10.1007/s11538-008-9299-0. [Online]. Available: <http://link.springer.com/10.1007/s11538-008-9299-0>
- [5] M. Agusmiawati, "Pengaruh Kematian yang disebabkan Infeksi pada Model Epidemik SIRS Determinan dan Stokastik," Institut Pertanian Bogor, 2017.
- [6] I. Sofyan, "Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue Tipe SIR," Institut Pertanian Bogor, 2019.
- [7] N. D. Mufa'ati, "Masalah Kontrol Optimum Linear dan Taklinear pada Model SIR dengan Vaksinasi dan Pengobatan," Institut Pertanian Bogor, 2017.
- [8] N. Chitnis, J. M. Chussing, and J. M. Hyman, "Bifurcation Analysis of A Mathematical Model for Malaria Transmission," *Siam J. Appl. Math.*, vol. 67, no. 1, pp. 24–45, 2006.
- [9] R. Resmawan and N. Nurwan, "Konstruksi Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Epidemik SEIRS-SEI Penyebaran Malaria dengan Vaksinasi dan Pengobatan," *J. Mat. Integr.*, vol. 13, no. 2, pp. 105–114, Dec. 2017, doi: 10.24198/jmi.v13.n2.12332.105-114.
- [10] R. Resmawan and L. Yahya, "Sensitivity Analysis of Mathematical Model of Coronavirus Disease (COVID-19) Transmission," *CAUCHY*, vol. 6, no. 2, pp. 91–99, May 2020, doi: 10.18860/ca.v6i2.9165. [Online]. Available: <http://ejournal.uin-malang.ac.id/index.php/Math/article/view/9165>
- [11] O. Diekmann and J. Heesterbeek, "Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases : Model Building, Analysis and Interpretation," *Int. J. Epidemiol.*, vol. 30, pp. 185–188, 2000.