VOL. I, OKTOBER 2015

ISSN 2476-8898

PROSIDING

SEMINAR PENDIDIKAN MATEMATIKA 2015

Etnomatematika Sebagai Pembangun Karakter Bangsa

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PROF. DR. HAMKA JAKARTA

DAFTAR ISI

<i>COVER</i>	i
<i>LEMBAR PENERBIT</i>	ii
<i>KATA PENGANTAR</i>	iii
<i>DAFTAR ISI</i>	iv
ARTIKEL UTAMA	
<i>PEMBELAJARAN MATEMATIKA REKREASIONAL MELALUI EKSPLORASI, PENEMUAN, PERMAINAN, DAN HANDS-ON ACTIVITY DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN MATEMATIS SISWA</i> Yaya S. Kusumah	1
ARTIKEL-ARTIKEL	
<i>PENERAPAN GEOGEBRA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI DAN KONEKSI MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH KALKULUS II</i> Ari Septian	19
<i>PERBAIKAN INSTRUKSIONAL CALON GURU DALAM IMPLEMENTASI PEMBELAJARAN BERBASIS PENILAIAN MELALUI LESSON STUDY</i> Acep Kusdiwelirawan, Yoppy Wahyu Purnomo, & Nurafni	26
<i>METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT UNTUK MODEL INFEKSI HIV SEL CD4⁺T</i> Elis Khatizah, Rizky Hermawan	40
<i>PERBEDAAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN MODEL MEANS-END ANALYSIS DAN MODEL PROBLEM-BASED LEARNING</i> Nia Permatasari	49
<i>PENGARUH PENDEKATAN PROBLEM BASED LEARNING TERHADAP KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA DI SMA NEGERI 1 CITEUREUP</i> Fenny Katmawanti, Ervin Azhar	54
<i>PENGARUH PENDEKATAN KONFLIK KOGNITIF TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SISWA KELAS VIII SMP NEGERI 16 TANGERANG</i> Mustika Rachim, Hairul Saleh, M.Si	59
<i>PRASASTI MANTYASIH DALAM PERSPEKTIF MATEMATIKA</i> Agung Prabowo, Agus Sugandha, & Agustini Tripena Br. Sb.	66
<i>PENINGKATAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA MATERI TURUNAN FUNGSI TRIGONOMETRI MELALUI MODEL DISCOVERY LEARNING DI KELAS XI MIA 3 SEMESTER II TAHUN PELAJARAN 2014/2015 SMAN 106 JAKARTA</i> Herniyan Rezita	75
<i>PENINGKATAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA DENGAN MODEL PROBLEM BASED LEARNING BERBASIS LEMBAR AKTIVITAS SISWA KELAS XI MIA3 SEMESTER GENAP SMA NEGERI 74 JAKARTA</i> Mei Puspita Wati, Slamet Soro, Khoerul Umam	80
<i>KECEMASAN DAN BERPIKIR KREATIF SERTA PENGARUHNYA PADA PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA</i> Lasia Agustina	86
<i>PENGARUH PENDEKATAN REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME) TERHADAP KEMAMPUAN BERPIKIR LOGIS MATEMATIK SISWA DI SMP NEGERI 33 BEKASI</i> Lely Fitriana, Ervin Azhar, Hella Jusra	91

METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT UNTUK MODEL INFEKSI HIV SEL $CD4^+T$

Elis Khatizah^{1*}, Rizky Hermawan²

Departemen Matematika Institut Pertanian Bogor, Bogor^{1*}
elis_khatizah@ipb.ac.id

Abstrak

HIV(*Human Immunodeficiency Virus*) adalah virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh manusia dan menimbulkan AIDS (*Acquired Immune Deficiency Syndrome*). HIV menyerang sel dalam sistem kekebalan tubuh yang disebut sel $CD4^+T$. Sel $CD4^+T$ adalah sel yang memiliki peran sentral dalam sistem kekebalan tubuh dan menjadi indikator utama untuk mengukur penyebaran infeksi HIV. Dalam tulisan ini dibahas penyelesaian model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Analisis kestabilan model menjadi acuan dalam pengambilan nilai parameter. Penyelesaian numerik memperlihatkan dinamika penurunan jumlah sel $CD4^+T$ terhadap waktu sehingga dapat diketahui langkah penanganan yang tepat terhadap penderita HIV/AIDS pada waktu tertentu.

Kata kunci : model infeksi HIV, sel $CD4^+T$, metode Runge-Kutta orde empat.

PENDAHULUAN

HIV(*Human Immunodeficiency Virus*) adalah virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh manusia dan kemudian menimbulkan AIDS (*Acquired Immune Deficiency Syndrome*). HIV menyerang sel-sel tertentu dalam sistem kekebalan tubuh yang disebut sel T atau sel $CD4^+T$. Sel $CD4^+T$ adalah antibodi yang dihasilkan oleh limfosit T *Helper* dan mempunyai peran sentral mengatur sistem kekebalan tubuh. Pada manusia normal, tingkatan sel $CD4^+T$ di dalam darah nilainya antara 800 sampai 1200 mm^{-3} . Jika tubuh telah terinfeksi HIV, secara otomatis kekebalan tubuh akan menurun sampai pada suatu saat tubuh tidak lagi mempunyai daya tahan terhadap serangan penyakit. Apabila hal ini terjadi, penyakit yang biasanya tidak berbahaya pun akan dapat membuat orang tersebut menderita atau bahkan meninggal (Perelson *et al.* 1993).

Infeksi HIV terhadap sel $CD4^+T$ timbul secara kronologis dan dapat diramalkan berdasarkan nilai hitung sel $CD4^+T$. Informasi nilai hitung sel $CD4^+T$ sangat penting untuk membuat keputusan klinis seperti pemberian terapi antiretrovirus, profilaksis infeksi oportunistik dan penilaian

progresivitas penyakit. Infeksi oportunistik tertentu timbul sesuai dengan derajat defisiensi imun yang direfleksikan oleh jumlah sel $CD4^+T$ yang menurun secara bertahap. Berdasarkan nilai hitung sel $CD4^+T$, derajat defisiensi imun pasien HIV diklasifikasikan menjadi ringan (dini) jika jumlah sel $CD4^+T$ lebih dari 500 sel/mm^{-3} , defisiensi imun sedang jika jumlah sel $CD4^+T$ 200-500 sel/mm^{-3} dan defisiensi berat jika jumlah sel $CD4^+T$ kurang dari 200 (Lidya 1996).

Sampai saat ini belum ditemukan obat untuk menyembuhkan penderita HIV/AIDS sehingga banyak peneliti melakukan penelitian untuk mengetahui tingkat penyebaran infeksi HIV. Salah satunya yaitu Atangana dan Goufu (2014) yang menyajikan model dinamika infeksi HIV pada sel $CD4^+T$.

Model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ diformulasikan dalam sistem persamaan diferensial biasa. Oleh karena itu, digunakan analisis kestabilan untuk melihat perilaku dari setiap titik tetap dan digunakan metode Runge-Kutta orde empat untuk memperoleh penyelesaian numerik. Tahap awal dicari titik tetap sel $CD4^+T$ sehat dan titik sel $CD4^+T$ terinfeksi virus. Kemudian, dilakukan analisis

kestabilan pada setiap titik tetap yang diperoleh dengan tujuan mengetahui perilaku dari setiap titik tetap. Selanjutnya, diimplementasikan metode Runge-Kutta orde empat untuk menyelesaikan persamaan diferensial yang menyangkut nilai awal sehingga diperoleh penyelesaian numerik dan grafik solusi untuk sel $CD4^+T$ sehat, sel $CD4^+T$ terinfeksi, dan infeksi HIV di dalam darah. Dengan demikian dapat diketahui langkah pengobatan seperti apa yang harus dilakukan terhadap pasien penderita HIV/AIDS.

Karya ilmiah ini membahas perilaku model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ menggunakan analisis kestabilan dan penyelesaian metode Runge-Kutta orde empat. Sumber utama karya ilmiah ini ialah artikel yang di tulis oleh Atangana dan Goufu (2014).

Tujuan dari karya ilmiah ini adalah sebagai berikut:

1. Meninjau perilaku penyebaran infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ di titik tetap infeksi menggunakan analisis kestabilan,
2. menerapkan algoritme metode Runge-Kutta orde empat pada model untuk mengetahui tingkat penyebaran infeksi HIV

pada sel $CD4^+T$ terhadap waktu.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian karya ilmiah ini adalah studi pustaka. Model yang dibahas, yaitu model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ bersumber dari artikel yang di tulis oleh Atangana dan Goufu (2014). Dilakukan analisis kestabilan pada model dan diterapkan metode numerik berupa metode Runge-Kutta orde empat untuk memperoleh penyelesaian numerik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pemodelan

Model yang akan disajikan berikut ini dideskripsikan oleh Atangana dan Goufu (2014). Model HIV pada sel $CD4^+T$ digunakan untuk mengetahui jumlah virus hidup yang bertambah setiap waktu. Model ini merupakan sistem persamaan diferensial biasa. Oleh karena itu, kebergantungan spasial diabaikan, dan berbagai macam interaksi diperkirakan terjadi dalam kompartemen yang tercampur di dalam aliran darah.

Berikut ini uraian model HIV pada sel $CD4^+T$ yang diekspresikan secara matematika sebagai suatu sistem persamaan diferensial,

$$\begin{aligned}\frac{dT}{dt} &= p - \alpha T + rT \left(1 - \frac{T+I}{T_{max}}\right) - kVT, \\ \frac{dI}{dt} &= kVT - \beta I, \\ \frac{dV}{dt} &= N\beta I - \gamma V,\end{aligned}\tag{3.1}$$

dengan $T, I, V \geq 0$, dengan:

T : banyaknya populasi sel $CD4^+T$ sehat,
 I : banyaknya populasi sel $CD4^+T$ terinfeksi,
 V : banyaknya populasi virus HIV.

p : laju sel $CD4^+T$ baru dihasilkan di dalam tubuh,
 r : laju pertumbuhan populasi maksimum sel $CD4^+T$,
 α : laju kematian sel $CD4^+T$ sehat,
 T_{max} : populasi maksimum sel $CD4^+T$,

k : laju infeksi virus,
 β : laju kematian sel $CD4^+T$ terinfeksi,
 γ : laju kematian virus,
 N : total virus yang diproduksi oleh sel $CD4^+T$ selama hidup.

Penentuan Titik Tetap Model

Pada bagian ini akan dilakukan penentuan titik tetap untuk mencari titik

tetap sehat dan terinfeksi dari model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$. Titik tetap sistem Persamaan (3.1) didapat dari $\frac{dT}{dt} = 0$, $\frac{dI}{dt} = 0$, dan $\frac{dV}{dt} = 0$ sehingga diperoleh:

$$p - \alpha T + rT \left(1 - \frac{T + I}{T_{max}}\right) - kVT = 0 \quad (3.2)$$

$$kVT - \beta I = 0 \quad (3.3)$$

$$N\beta I - \gamma V = 0. \quad (3.4)$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (3.2), (3.3), dan (3.4) diperoleh tiga titik tetap yaitu $L_1(T_{new1}, 0, 0)$, $L_2(T_{new2}, 0, 0)$, $L_3(T^*, I^*, V^*)$, dengan:

$$T_{new1} = \frac{T_{max}}{2r} \left[(r - \alpha) + \sqrt{(r - \alpha)^2 + \frac{4pr}{T_{max}}} \right],$$

$$T_{new2} = \frac{T_{max}}{2r} \left[(r - \alpha) - \sqrt{(r - \alpha)^2 + \frac{4pr}{T_{max}}} \right],$$

$$T^* = \frac{\gamma}{Nk},$$

$$I^* = \frac{\gamma V}{N\beta},$$

$$V^* = \frac{s^2 p + (r - \alpha) s \gamma - \frac{r \gamma^2}{T_{max}}}{k \gamma \left(s + \frac{r \gamma}{\beta T_{max}} \right)},$$

dengan $s = Nk$.

Asumsikan bahwa tidak ada virus di dalam tubuh ($V = 0$), maka $I = 0$ dan diperoleh dua titik tetap yang sehat yaitu:

$$L_1 = (T_{new1}, 0, 0) \text{ dan } L_2 = (T_{new2}, 0, 0).$$

Selanjutnya, titik tetap terinfeksi diperoleh dengan menyelesaikan Sistem (3.1) yaitu $L_3 = (T^*, I^*, V^*)$.

Analisis Kestabilan Model

Model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ merupakan sistem persamaan

diferensial tak linear. Pada karya ilmiah ini akan dilakukan analisis kestabilan model yang berfokus pada titik tetap terinfeksi, yaitu $L_3 = (T^*, I^*, V^*)$, untuk mengamati penyebaran infeksi HIV

pada sel $CD4^+T$. Dengan mensubstitusikan nilai titik tetap L_3 , maka di peroleh matriks Jacobi terkait L_3 sebagai berikut:

$$J_2 = \begin{pmatrix} r \left(1 - \frac{T^* + I^*}{T_{max}}\right) - \frac{r T^*}{T_{max}} - k V^* - \alpha & \frac{r T^*}{T_{max}} & -k T^* \\ k V^* & -\beta & k T^* \\ 0 & N \beta & -\gamma \end{pmatrix}.$$

Penyelesaian persamaan karakteristik $\det(J_2 - \lambda I) = 0$ menghasilkan suatu persamaan yang bergantung pada λ yaitu $\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$ dengan

$$A = \beta + \gamma - \left(r \left(1 - \frac{T^* + I^*}{T_{max}}\right) - \frac{r T^*}{T_{max}} - k V^* - \alpha \right), \quad (3.5)$$

$$B = \frac{k r V^* T^*}{T_{max}} - (\beta + \gamma) \left(r \left(1 - \frac{T^* + I^*}{T_{max}}\right) - \frac{r T^*}{T_{max}} - k V^* - \alpha \right), \quad (3.6)$$

$$C = k \gamma V^* \left(\beta + \frac{r T^*}{T_{max}} \right). \quad (3.7)$$

Berdasarkan kriteria *Routh-Hurwitz*, titik tetap stabil diperoleh jika $A > 0$, $C > 0$, dan $AB - C > 0$. Dari Persamaan (3.7) diperoleh nilai $C > 0$ karena $k, \gamma, \beta, r, V^*, T^*, T_{max} > 0$ dan untuk selanjutnya nilai $A > 0$ dan $AB - C > 0$ jika

- $A > 0$ yang berarti $\beta + \gamma + \frac{r(T^* + I^*)}{T_{max}} + \frac{r T^*}{T_{max}} + k V^* + \alpha > r$
- Bentuk A dan B dapat ditulis $A = \beta + \gamma + D$ dan $B = \frac{k r T^* V^*}{T_{max}} + (\beta + \gamma) D$ sehingga dapat ditunjukkan bahwa $AB = D(\beta + \gamma)^2 + D^2(\beta + \gamma) + \frac{k r T^* V^*}{T_{max}} + (\beta + \gamma + D) > k \gamma V^* \left(\beta + \frac{r T^*}{T_{max}} \right) = C$ yang berarti $AB - C > 0$.

Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta orde empat digunakan untuk menentukan penyelesaian numerik dari Sistem (3.1). Metode Runge-Kutta yang terkenal dipakai dalam praktek adalah metode Runge-Kutta orde tiga dan metode Runge-Kutta orde empat. Kedua metode tersebut terkenal karena tingkat

ketelitian solusinya tinggi (Munir 2003). Berikut adalah algoritme penyelesaian model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat.

Tuliskan kembali sistem Persamaan (3.1) dalam bentuk berikut:

$$\frac{dT(t)}{dt} = X(t, T, I, V), \quad T(0) = T_0,$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = Y(t, T, I, V), \quad I(0) = I_0,$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = Z(t, T, I, V), \quad V(0) = V_0,$$

dengan

$$X = p - \alpha T + rT \left(1 - \frac{T+I}{T_{max}}\right) - kVT,$$

$$Y = kVT - \beta,$$

$$Z = N\beta I - \gamma V.$$

Algoritme untuk menentukan solusi diberikan seperti berikut:

- a Menentukan persamaan fungsi dan nilai awal terhadap T, I, V ,
 $X(t, T, I, V), Y(t, T, I, V), Z(t, T, I, V), T(0) = T_0, I(0) = I_0, V(0) = V_0$,
 b menentukan nilai h dengan a sebagai nilai awal, b sebagai nilai akhir, dan n sebagai jumlah loop,

$$h = \frac{b-a}{n},$$

- c menentukan solusi dari persamaan fungsi terhadap T, I, V selama n iterasi.
 for $i = 1, \dots, n$, do:

$$n_{11} = X(i, T(i), I(i), V(i));$$

$$n_{12} = X\left(i + \frac{h}{2}, T(i) + n_{11}\frac{h}{2}, I(i) + n_{11}\frac{h}{2}, V(i) + n_{11}\frac{h}{2}\right);$$

$$n_{13} = X\left(i + \frac{h}{2}, T(i) + n_{12}\frac{h}{2}, I(i) + n_{12}\frac{h}{2}, V(i) + n_{12}\frac{h}{2}\right);$$

$$n_{14} = X(i + h, T(i) + n_{13}h, I(i) + n_{13}h, V(i) + n_{13}h);$$

$$n_1 = \frac{1}{6}(n_{11} + 2n_{12} + 2n_{13} + n_{14});$$

$$n_{21} = Y(i, T(i), I(i), V(i));$$

$$n_{22} = Y\left(i + \frac{h}{2}, T(i) + n_{21}\frac{h}{2}, I(i) + n_{21}\frac{h}{2}, V(i) + n_{21}\frac{h}{2}\right);$$

$$n_{23} = Y\left(i + \frac{h}{2}, T(i) + n_{22}\frac{h}{2}, I(i) + n_{22}\frac{h}{2}, V(i) + n_{22}\frac{h}{2}\right);$$

$$n_{24} = Y(i + h, T(i) + n_{23}h, I(i) + n_{23}h, V(i) + n_{23}h);$$

$$n_2 = \frac{1}{6}(n_{21} + 2n_{22} + 2n_{23} + n_{24});$$

$$n_{31} = Z(i, T(i), I(i), V(i));$$

$$n_{32} = Z\left(i + \frac{h}{2}, T(i) + n_{31}\frac{h}{2}, I(i) + n_{31}\frac{h}{2}, V(i) + n_{31}\frac{h}{2}\right);$$

$$n_{33} = Z\left(i + \frac{h}{2}, T(i) + n_{32}\frac{h}{2}, I(i) + n_{32}\frac{h}{2}, V(i) + n_{32}\frac{h}{2}\right);$$

$$n_{34} = Z(i + h, T(i) + n_{33}h, I(i) + n_{33}h, V(i) + n_{33}h);$$

$$n_3 = \frac{1}{6}(n_{31} + 2n_{32} + 2n_{33} + n_{34});$$

$$T(i+1) = T(i) + h n_1;$$

$$I(i+1) = I(i) + h n_2;$$

end. $V(i+1) = V(i) + h n_3;$

Solusi Numerik

Pada bagian ini akan ditampilkan hasil numerik yang diperoleh dari analisis titik tetap terinfeksi, $L_3 = (T^*, I^*, V^*)$. Hasil numerik dilakukan dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 1.

Tabel 1 Nilai Parameter

Notasi	Nilai
p	$10 \text{ mm}^{-3} \text{ hari}^{-1}$
k	$0.0027 \text{ mm}^{-3} \text{ hari}^{-1}$
α	0.02 hari^{-1}
β	0.3 hari^{-1}
γ	2.4 hari^{-1}
r	0.03 hari^{-1}
N	10
T_{max}	1500 mm^{-3}

Nilai $p, \alpha, \gamma, r, T_{max}$ bersumber dari Perelson, Kirschner, dan Boer 1992. Nilai β, N bersumber dari Atangana dan Goufu 2014. Selain itu digunakan bilangan reproduksi dasar (R_0).

Hasil numerik titik tetap terinfeksi L_3

Pada bagian ini hasil numerik dilakukan dengan cara mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 1 ke dalam titik tetap terinfeksi L_3 . Hal ini dilakukan untuk menampilkan hasil numerik titik tetap dan melihat kestabilan dari sel $CD4^+T$ sehat dan sel $CD4^+T$ terinfeksi.

Tabel 2 Titik tetap, kriteria Routh-Hurwitz, dan kestabilan titik tetap terinfeksi, L_3 .

Luaran	L_3
T	88.8889
I	35.5588
V	44.4485
A	2.81428
B	0.308763
C	0.08692

Stabil

Jenis kestabilan

Berdasarkan Tabel 2 kriteria Routh-Hurwitz terpenuhi sehingga diperoleh L_3 stabil.

Hasil numerik metode Runge-Kutta orde empat

Pada bagian ini akan ditampilkan solusi numerik dan grafik solusi model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ dengan

menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Hasil numerik dilakukan dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 1 ke dalam algoritme metode Runge-Kutta orde empat. Dengan nilai awal $T(0) = 1000$, $I(0) = 0$, dan $V(0) = 0.1$ diperoleh hasil numerik berikut

Tabel 3 Nilai Aproksimasi Runge-Kutta Orde Empat

t	T	I	V
0	1000	0	0.1
0.2	999.9585	0.0692853	0.0490013
0.4	999.93841	0.0978998	0.0681795
0.6	999.90983	0.1375973	0.0958184
0.8	999.87006	0.1933850	0.1346683
1	999.81418	0.2717886	0.1892689

Dari Tabel 3 diperoleh nilai sel $CD4^+T$ sehat menurun, sel $CD4^+T$ terinfeksi meningkat dan virus HIV meningkat.

Selanjutnya, untuk melihat kestabilan titik tetap dan tingkat penyebaran infeksi HIV, dibuat grafik solusi terhadap model sebagai berikut

Gambar 1 Grafik solusi Model dengan nilai $a = 0, b = 20$, dan $n = 100$

Gambar 1 menjelaskan penurunan jumlah sel $CD4^+T$ sehat yang disebabkan oleh peningkatan jumlah sel $CD4^+T$ terinfeksi dan virus HIV. Pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa sel $CD4^+T$ sehat mulai mengalami penurunan secara signifikan dari tahun keempat sampai tahun kedelapan, hal ini terjadi karena sel $CD4^+T$ terinfeksi dan virus HIV mulai meningkat di tahun yang sama. Hasil ini cukup relevan dengan fase 2 infeksi yang menyatakan bahwa tes darah dapat mendeteksi keberadaan HIV ketika umur infeksi berkisar 2 – 10 tahun.

Selanjutnya, berdasarkan Gambar 1, pada tahun kedelapan sel $CD4^+T$ sehat mencapai titik terendah,

sedangkan sel $CD4^+T$ terinfeksi dan virus HIV mencapai titik tertinggi. Sel $CD4^+T$ terinfeksi dan virus HIV mulai mengalami penurunan pada tahun kedelapan dan sel $CD4^+T$ sehat sedikit meningkat tetapi tidak signifikan karena cenderung konstan di bawah nilai 200. Nilai ini mengakibatkan tubuh individu yang terinfeksi HIV memiliki kadar sel $CD4^+T$ kategori infeksi oportunistik, yaitu sudah dikatakan mengidap AIDS dengan gejala sakit yang mulai terasa bahkan bisa berakibat kematian. Dengan demikian, pada fase ini penderita AIDS memerlukan penanganan yang cukup intens karena kondisi imun yang sangat lemah.

Gambar 2 Grafik solusi Model dengan nilai $a = 0$, $b = 150$, dan $n = 750$

Gambar 2 menjelaskan jumlah sel $CD4^+T$ sehat, sel $CD4^+T$ terinfeksi, dan virus HIV dalam keadaan stabil. Dapat dilihat pada Gambar 2 bahwa setelah tahun ke delapan sel $CD4^+T$ sehat, sel $CD4^+T$ terinfeksi, dan virus HIV mengalami osilasi dan mulai stabil pada saat $t=140$. Nilai titik tetap stabil yang diperoleh dari metode Runge-Kutta orde empat pada saat $t=140$ yaitu $T = 88.884704$, $I = 35.563647$, dan $V = 44.447236$. Nilai titik tetap pada

saat $t=140$ akan terus mendekati nilai titik tetap stabil yang diperoleh pada Tabel 2 sehingga metode ini dapat menduga hasil numerik yang stabil untuk model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$.

SIMPULAN

Model infeksi HIV pada sel $CD4^+T$ memiliki tiga titik tetap yaitu L_1 , L_2 , dan L_3 . Dengan berfokus pada titik tetap terinfeksi L_3 , diterapkan kriteria Routh-

Hurwitz untuk menganalisis kestabilan dan metode Runge-Kutta orde empat untuk memperoleh penyelesaian numerik. Grafik solusi memperlihatkan dinamika sel $CD4^+T$ sehat, sel $CD4^+T$ terinfeksi dan virus HIV terhadap waktu. Berdasarkan grafik tersebut, sel $CD4^+T$ sehat mengalami penurunan drastis pada tahun keempat dan selanjutnya relatif meningkat pada tahun kedelapan kemudian stabil pada nilai kurang dari 200. Hal ini cukup relevan dengan kenyataan bahwa infeksi HIV dapat dideteksi pada fase 2 - 10 tahun dan selanjutnya individu yang terinfeksi akan menjadi penderita AIDS karena memiliki kadarsel $CD4^+T$ sehat kurang dari 200. Dapat disimpulkan pada masa inilah langkah penanganan intens bisa dilakukan agar penderita HIV bisa bertahan hidup dalam kondisi imun yang lemah.

DAFTAR PUSTAKA

- Atangana A, Goufu EFD. 2014. Computational Analysis of the Model Describing HIV Infection of $CD4^+T$ Cells, *Applied Mathematical Modelling*. Biomed. 7 pages.doi:10.1155/2014/618404.
- Lydia A. 1996. Gambaran klinis dan Laboratorium *Acquired Immunodeficiency Syndrome* di Jakarta dalam perkembangan mutakhir ilmu penyakit dalam. Balai penerbit FKUI. Jakarta.
- Munir R. 2003. *Metode Numerik*. Bandung (ID): Informatika.
- Perelson AS, Kirschner DE, Boer DR. 1993. Dynamic of HIVinfection of $CD4^+T$ cells. *Math. Biosci.* 114(1):81-125.