‘Phantom Virtual’ Penampang Melintang Tungkai (*Tibia Fibula*) Berbasis Konsep Rangkaian Resistor

Amanatulhay Pribadi¹⁾, A.D. Garnadi²⁾, M.N. Indro³⁾, MT Julianto²⁾

¹⁾Teknik Elektro, Institut Teknologi Bandung

²⁾Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor

³⁾Departemen Fisika, Institut Pertanian Bogor

ABSTRAK

Tomografi elektrik berguna untuk mencitrakan distribusi impedansi pada suatu benda. Salah satu aplikasi Elektrikal Tomografi adalah di bidang biomedika. Tungkai sebagai organ tubuh memiliki resistansi yang beragam bergantung pada material jaringan yang menyusunnya. Potngan tungkai (*Tibia Fibula*) dapat disederhanakan menjadi suatu *phantom model* yang terdiri dari tiga objek dengan resistansi berbeda, yaitu merepresentasikan tulang, otot, dan pembuluh darah. Dengan menggunakan *boundary data simulator* (BDS) berbasis rangkaian listrik dengan menggunakan pola arus tetanggan, dibangkitkan *data set* untuk *phantom* yang merepresentasikan jaringan melintang tungkai. *Data set* yang dibangkitkan merupakan input inversi untuk memperoleh citra Non Destructive Imaging dengan menggunakan software rekonstruksi semisal EIDORS (*electrical impedance tomography and diffuse optical tomography reconstruction software*), sebagai kalibrasi rekonstruksi.

Kata Kunci: EIT, Point Electrode Model, BDS, EIDORS

PENDAHULUAN

Pencitraan jaringan dalam tubuh yang tidak *invasive* dibutuhkan untuk menghindari resiko pembedahan. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah *electrical impedance tomography* (EIT) yang mencitrakan distribusi impedansi suatu objek. EIT bekerja dengan mengukur tegangan pada *boundary* lalu menggunakannya untuk merekonstruksi citra impedansi.

Walaupun pada kenyataannya objek EIT memiliki distribusi impedansi yang kontinu, namun simulasi secara virtual dapat didekati dengan pemodelan diskrit suatu objek. Hussain dkk (1989) [3] menggunakan simulator berupa konsep rangkaian resistor polygonal. Gu dkk

(2009) [5] menggunakan analogi elemen segitiga FEM dengan rangkaian listrik segi tiga elemen. Gagnon dkk (2010) [2] membangun *phantom resistive boundary simulator* secara fisik berupa rangkaian resistor, yang perancangannya dimulai dari analogi FEM dengan analisis matriks rangkaian listrik, yang kemudian direalisasikan menjadi rangkaian resistor secara fisik. Sementara Kramer dkk (2015) [4] membangun *phantom resistive boundary simulator* secara fisik berupa rangkaian resistor, dengan elemen aktif, mensimulasikan perubahan resistivitas spasial.

Untuk mengkaji kinerja algoritma inversi EIT, dikembangkan benda uji (*phantom*) yang merepresentasikan objek yang kita inginkan yaitu pada kebutuhan kali ini adalah tungkai. Tungkai sebagai organ tubuh memiliki resistansi yang beragam bergantung pada material jaringan yang menyusunnya. Dengan menggunakan *boundary data simulator* (BDS) berbasis rangkaian listrik dengan menggunakan pola arustetanggaaan, dapat dibangkitkan data set untuk *phantom* yang merepresentasikan jaringan melintang tungkai. Pada 1983 [6] *Electronic Letters* mempublikasi diagram penampang melintang lengan manusia beserta resistivitasnya.

Gambar 1 a. Citra resistivitas lengan manusia normal; b. Diagram *cross-section* lengan manusia pada citra (a) [6]

Tungkai dapat disederhanakan menjadi suatu *phantom model* yang terdiri dari tiga objek dengan resistansi berbeda, yaitu:

- Tulang (resistansi tinggi)
- Otot (resistansi sedang)
- Pembuluh darah (resistansi rendah)

Untuk penelitian kali ini, digunakan pendekatan nilai jaringan pada tubuh manusia seperti pada tabel di bawah ini.

Tabel 1. Referensi nilai resistansi spesifik jaringan tubuh manusia pada suhu tubuh kecuali dituliskan [8]

Material	Specific resistance (Ohm cm)	Frequency (kHz)
Muscle (skeletal)	240 (longitudinal)	0.02-5
Bone	16000	EKG Spectrum (temperature tidak dijelaskan)
Blood	154	120

METODE PENELITIAN

1. Model continuum dan diskritisasi metode finite element

Gagnon dkk [2] memodelkan *Electrical Resistance Tomography* (ERT) sebagai model resistor diskrit dengan menggunakan metode FE (*finite element*). Persamaan yang mengatur medan arus pada sensor ERT secara umum adalah persamaan Poisson:

$$\nabla \cdot [\sigma(x, y) \nabla \phi(x, y)] = 0 \quad (1a)$$

dengan, $\sigma(x, y)$ adalah konduktivitas dua dimensi dan $\phi(x, y)$ adalah distribusi potensial elektrik.

Kondisi batas diberikan sebagai berikut (1b-1d):

$$\int_{\Gamma_i} \sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} ds = I, \quad \int_{\Gamma_{i+1}} \sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} ds = -I, \quad (1b)$$

$$\phi|_{\Gamma_l} = V_l \quad (l = 1, 2, \dots, N), \quad (1c)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}|_{\Pi} = 0 \quad (1d)$$

dengan, Γ_i dan Γ_{i+1} , adalah domain-domain elektroda untuk injeksi arus yang bersisian, $i=1, \dots, N$, kemudian Γ_l adalah domain-domain elektroda untuk pengukuran tegangan, Π merepresentasikan domain-domain lain pada batas eksternal sensor.

2. Perumusan FEM [2]

Pada medium konduktif kontinu, seperti yang biasa digunakan di EIT pada frekuensi rendah, persamaan Maxwell dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = 0 \quad (2)$$

di mana σ melambangkan konduktivitas listrik dan V melambangkan potensial listrik. Persamaan ini harus dipecahkan di seluruh medium kontinu Ω . Di batas Γ , kondisi batas berikut berlaku:

$$J_n = \sigma \nabla V \cdot n \quad (3)$$

di mana n melambangkan sebuah **unit vektor normal terhadap** batas Γ dan J_n melambangkan rapat arus normal. Karena dua persamaan sebelumnya tidak dapat dipecahkan secara analitis untuk sebuah medium dengan sembarang bentuk dan distribusi konduktivitas, FEM akan digunakan. FEM terdiri dari pembagian medium kontinu menjadi sebuah *mesh* dengan elemen-elemen segitiga di dalamnya di mana konduktivitasnya diasumsikan konstan dan potensial listriknya bervariasi secara linear. Dengan menerapkan FEM dengan interpolasi linear pada segitiga, **persamaan sistem elementer** dapat diperoleh:

$$Y_e V_e = I_e \Leftrightarrow \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$y_{ij} = \oint_{\Omega_e} \sigma_e \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right) d\Omega_e \quad (5)$$

$$i_j = \oint_{\Gamma_e} f_j J_n d\Gamma_e \quad (6)$$

$$[f_1(x, y) \quad f_2(x, y) \quad f_3(x, y)] = [x \quad y \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (7)$$

di mana (x_i, y_i) melambangkan koordinat verteks segitiga ke- i dan V_i melambangkan potensial listrik pada verteks segitiga ke- i . Y_e disebut matriks admitansi elementer, V_e , vektor potensial elementer, dan I_e , vektor arus elementer. Dengan mengembangkan (7) dan menghitung turunan f_i , kita peroleh:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = \frac{(y_2 - y_3)}{\Delta}, \quad \frac{\partial f_2}{\partial x} = \frac{(y_3 - y_1)}{\Delta}, \quad \frac{\partial f_3}{\partial x} = \frac{(y_1 - y_2)}{\Delta} \quad (8)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y} = \frac{(x_3 - x_2)}{\Delta}, \quad \frac{\partial f_2}{\partial y} = \frac{(x_1 - x_3)}{\Delta}, \quad \frac{\partial f_3}{\partial y} = \frac{(x_2 - x_1)}{\Delta} \quad (9)$$

$$\Delta = x_1 y_2 - x_1 y_3 - x_2 y_1 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_3 y_2 \quad (10)$$

Dengan substitusi persamaan-persamaan ini ke (5), diketahui σ_e konstan di dalam sebuah elemen dan luas sebuah elemen diberikan $\Delta/2$, kita peroleh:

$$Y_e = \begin{bmatrix} -(G_{12} + G_{13}) & G_{12} & G_{13} \\ G_{12} & -(G_{12} + G_{23}) & G_{23} \\ G_{13} & G_{23} & -(G_{13} + G_{23}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$G_{12} = \frac{\sigma_e}{2\Delta} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \quad (12)$$

$$G_{13} = \frac{\sigma_e}{2\Delta} [(y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_1)] \quad (13)$$

$$G_{13} = \frac{\sigma_e}{2\Delta} [(y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_1)] \quad (14)$$

Matriks-matriks elementer Y_e , V_e , dan I_e , dihitung untuk setiap elemen segitiga lalu kemudian setelahnya masing-masing harus digabungkan menjadi matriks admitansi global Y , vektor potensial global V , dan vektor arus global I . Hal ini dilakukan dengan memasukkan **angka node global** ke setiap n node yang menyusun *mesh* FEM segitiga dan menambahkan kontribusi setiap matriks elementer ke matriks global yang sesuai dengan mempertimbangkan **angka node global yang diberikan** dari setiap verteks segitiga. Oleh karena itu, dimensi matriks global adalah $(n \times n)$ untuk Y dan $(n \times I)$ untuk V dan I .

3. Metode matriks untuk memecahkan rangkaian listrik[2]

Metode matriks untuk memecahkan rangkaian listrik akan diilustrasikan menggunakan *mesh* rangkaian sampel yang ditunjukkan pada Gambar 2. *Mesh* rangkaian ini tersusun dari 5 node dan 7 elemen admitansi di mana V_i melambangkan tegangan yang terukur pada node ke- i , I_i melambangkan arus ke luar pada node ke- i , dan G_{ij} merupakan nilai admitansi yang menghubungkan node ke- i dengan node ke- j . Dengan menerapkan hukum arus Kirchhoff pada setiap node rangkaian, kita peroleh persamaan berikut:

$$I_1 = G_{12}(V_2 - V_1) + G_{13}(V_3 - V_1) \quad (15)$$

$$I_2 = G_{12}(V_1 - V_2) + G_{23}(V_3 - V_2) + G_{24}(V_4 - V_2) \quad (16)$$

$$I_3 = G_{13}(V_1 - V_3) + G_{23}(V_2 - V_3) + G_{34}(V_4 - V_3) + G_{35}(V_5 - V_3) \quad (17)$$

$$I_4 = G_{24}(V_2 - V_4) + G_{34}(V_3 - V_4) + G_{45}(V_5 - V_4) \quad (18)$$

$$I_5 = G_{35}(V_3 - V_5) + G_{45}(V_4 - V_5) \quad (19)$$

Dengan mengubah persamaan-persamaan tersebut ke dalam bentuk matriks, kita peroleh

$$YV = I$$

$$Y =$$

$$\begin{bmatrix} -(G_{12} + G_{13}) & G_{12} & G_{13} & 0 & 0 \\ G_{12} & -(G_{12} + G_{23} + G_{24}) & G_{23} & G_{24} & 0 \\ G_{13} & G_{23} & -(G_{13} + G_{23} + G_{34} + G_{35}) & G_{34} & G_{35} \\ 0 & G_{24} & G_{34} & -(G_{24} + G_{34} + G_{45}) & G_{45} \\ 0 & 0 & G_{35} & G_{45} & -(G_{35} + G_{45}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

dan

$$\mathbf{V} = [V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5]^T \quad (21)$$

$$\mathbf{I} = [I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5]^T \quad (22)$$

di mana $\mathbf{A}^T$ melambangkan transpos dari matriks $\mathbf{A}$.

Dari contoh sederhana ini, sebuah metode umum dapat disimpulkan untuk memperoleh secara langsung matriks admitansi $\mathbf{Y}$ dari Gambar 2. Elemen *off-diagonal* y_{ij} dan y_{ji} sama dengan G_{ij} sedangkan elemen diagonal y_{ii} sama dengan minus jumlah semua elemen admitansi yang terhubung ke node ke- i .

Gambar 2. *Mesh* rangkaian sampel yang tersusun dari 5 node dan 7 elemen admitansi di mana V_i melambangkan tegangan yang terukur pada node ke- i , I_i melambangkan arus yang keluar dari node ke- i , dan G_{ij} adalah nilai admitansi yang menghubungkan node ke- i dengan node ke- j .

4. A Resistive-Based BDS (Boundary Data Simulator)

Proses *assembly building block* satu demi satu dilakukan sehingga akan diperoleh bangun resistor sebagai *phantom*, seperti ditunjukkan gambar di bawah ini. Perhatikan bahwa proses penjumlahan parallel hanya berlaku untuk dua *building block* yang bersisian, sementara resistor tepibukan merupakan resistor ekuivalen yang dihasilkan dari penjumlahan parallel dua resistor yang berasal dari *building block* pembangun.

Gambar4. Rangkaian *phantom* sebagai pemodelan penampang melintang tungkai

Skematik rangkaian resistor di atas merupakan representasi penampang melintang tungkai. Adapun spesifikasi yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Jumlah resistor internal phantom = 68 buah
- Jumlah elemen listrik representasi elemen kontak = Jumlah elektroda = 16 buah
- Pola injeksi arus = *adjacent / neighbouring*
- Elektroda diposisikan pada node tepi, sebagai tempat injeksi arus sekaligus pengukuran tegangan
- Output: Data beda potensial masing-masing pasang elektroda

5. A Resistive-Based BDS (Boundary Data Simulator)

Ilustrasi rangkaian resistor yang ditunjukkan pada Gambar 4 akan diimplementasikan menggunakan

WinSpice 1.05.07, yaitu sebuah perangkat lunak untuk mendesain rangkaian listrik dan melakukan simulasi rangkaian dengan elemen rangkaian dapat disusun dengan *script*.

Gambar 5. WinSpice v1.05.07

Winspice-based BDS inidisusundenganscript dengan3 bagianutamayaiturangkaian resistor sebagai virtual phantom (terdiridarikombinasiresistor 154 Ohm, 240 Ohm, dan 16 kOhm),sumberarusdengansepasang node sebagaiposisiinjeksiarus (arus AC 1 mA 50 kHz), danpengukuranteganganpadaelektrodatepi.Simulasidilakukandua kali yaituuntukpolarangkaian homogeny dan non-homogen (representasitungkai).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel2. Hasilpercobaan

Rangkaian		Data boundary yang dihasilkanWinSpice	HasilRekonstruksi EIDORS
Homogen

WinSpice-based BDS menghasilkan data *boundary* masing-masing objek. Nilai tegangan maksimum pada simulasi non homogen (0.1344 V) lebih tinggi daripada nilai tegangan maksimum pada simulasi homogen (0.0881 V). Hal ini dikarenakan objek non homogeny didominasi tulang yang berresistansi jauh lebih tinggi (16 kOhm) dibandingkan otot (240 Ohm). Karenaitu, total resistansi objek non homogeny lebih tinggi, yang menyebabkan tegangan *boundary* pun lebih tinggi pula. Selain itu, puncak tegangan pada pola homogeny cenderung bernilai sama (merata) sedangkan untuk pola penampang tungkai tidak beraturan dengan puncak yang lebih tinggi adalah saat titik injeksi arus berdekatan dengan resistansi tinggi (tulang).

Data *boundary* yang dikumpulkan dapat digunakan untuk rekonstruksi citra dengan EIDORS (*Electrical Impedance and Diffuse Optical Tomography Reconstruction Software*). EIDORS merupakan perangkat lunak sumber terbuka (*open source*) untuk rekonstruksi EIT dengan model elektroda lengkap (CEM) [7]. Dengan memilih parameter kontak cukup kecil $z=1e-3$, efek kontak elektroda diabaikan sehingga persamaan (1c) yang menunjukkan model elektroda jarum (*point electrode model*).

Rekonstruksi dilakukan dengan metode *difference* yaitu perbedaan data homogen dengan data yang diukur (non homogen). Terlihat pada hasil bahwa region citra yang merepresentasikan tulang terlihat kontras dengan warna biru, sedangkan darah walaupun luasnya kecil namun terbedakan sebagai corak merah.

KESIMPULAN

1. WinSpice-based BDS (*boundary data simulator*) dapat digunakan dalam pengembangan data untuk model penampang melintang tungkai. Rekonstruksi menggunakan data *boundary* tersebut dilakukan dengan EIDORS (*Electrical Impedance and Diffuse Optical*

Tomography Reconstruction Software) berdasarkan perbedaan data antara data output homogen dengan nonhomogennya.

2. Pemodelan penampang melintang tungkai dibagi menjadi tiga elemen utama: otot, tulang dan pembuluh darah. Ketiganya memiliki resistansi yang berbeda yang akan terlihat kontras pada rekonstruksi citra.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini merupakan bagian dari usulan PSU PUPT-IPB 2016, Pengembangan Teknologi Rekonstruksi Tomography ECVT Berbasis Open Source untuk Nondestructive Testing Kualitas Produk Pertanian Pasca Panen. Dibiayai oleh Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi sesuai dengan Surat Perjanjian Penugasan Pelaksanaan Program Penelitian Nomor: 079/SP2H/LT/DRPM/II/2016.

DAFTAR PUSTAKA

1. A. R. Daniels, R. G. Green, dan I. Basarab-Horwath, *Modelling of three-dimensional resistive discontinuities using HSPICE*, Measurement Science and Technology 7.3 338 (1996)
2. H. Gagnon, M. Cousineau, A. Adler, dan A. E. Hartinger, *A resistive mesh phantom for assessing the performance of EIT systems*, Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, 57(9), 2257-2266 (2010)
3. M.A. Hussain, B. Noble, dan B. Becker, *Computer Simulation of an Inverse Problem for Electric Current Computed Tomography using a Uniform Triangular Discretization*, Engineering in Medicine and Biology Society, Images of the Twenty-First Century, Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in IEEE (1989)
4. PéterKrammer, Andreas D. Waldmann, Michel Zogg, Péter L. Róka¹, Josef X. Brunner, dan Stephan H. Bohm, *Electrical impedance tomography simulator*, Proceedings EIT2015, p40 (2015)
5. Jun Gu, W Yin, YannianRui, Chao Wang, danHuaxiang Wang, *A New Resistor Network Based Forward Model for Electrical Impedance Tomography Sensors*, International

Instrumentation and Measurement Technology Conference, Singapore, 5-7 May 2009 (2009)

6. D.C. Barber, B.H. Brown, and I.L. Freeston, "Imaging spatial distributions of resistivity using applied potential tomography", *Electronics Letters*, 19(22):933-935, 1983
7. Adler, A. and Lionheart, W.R., 2005, June. EIDORS: Towards a community-based extensible software base for EIT. In *6th Conference on Biomedical Applications of Electrical Impedance Tomography, London, UK* (pp. 1-4).
8. L. E. Baker, Biomedical applications of electrical-impedance measurements, in B.W. Watson(Editors), IEE Medical Electronics Monographs 1-6, Peter Peregrinus Ltd, pp 1-42